

Отчет о выполнении работы №1.3.3
Измерение вязкости воздуха при течении в
тонких трубках

Воейко Андрей Александрович, Б01-109

Долгопрудный, 2022

1 Аннотация.

В работе экспериментально исследуются свойства течения газов по тонким трубкам, а также выявляется область применимости закона Пуассона и с его помощью определяется коэффициент вязкости воздуха.

2 Теоретические сведения.

Движение жидкости или газа в трубке вызывается перепадом внешнего давления ΔP на концах. Препятствуют движению силы вязкого трения, действующие между соседними слоями жидкости, а также со стороны стенок трубы. Сила вязкого трения в жидкостях и газах описывается законом Ньютона. В частности, если жидкость течет вдоль оси x , а скорость течения $v_x(y)$ зависит от координаты y , в каждом слое возникает направленное по x касательное напряжение:

$$\tau_{xy} = -\eta \frac{\delta v_x}{\delta y}, \quad (1)$$

Где τ_{xy} – касательное напряжение, η – коэффициент динамической вязкости среды. Характер течения в трубе может быть ламинарным – когда слои жидкости или газа не перемешиваются между собой, и турбулентным – когда они перемешиваются. Определяется числом Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho u R}{\eta}, \quad (2)$$

где ρ – плотность среды, u – характерная скорость потока, a – характерный размер системы (размер, на котором существенно меняется скорость течения). Из опыта известно, что переход к турбулентному течению для трубок круглого сечения наблюдается при $Re_{кр} \approx 10^3$.

В целях упрощения теоретической модели газа в условиях эксперимента можно считать несжимаемым, то есть принять плотность среды постоянной: $\rho = const$. Для газов такое приближение допустимо, если относительный перепад давления в трубе мал: $\Delta P \ll P$. Расход воздуха найдем по формуле Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi R^4 \Delta P}{8 \eta l}, \quad (3)$$

где R – радиус трубки, l – длина отрезка трубки. При этом, чтобы движение стало Пуазейлевским, необходимо, чтобы оно установилось. Длина установления вычисляется по формуле:

$$l_{уст} \approx 0,2 R \cdot Re. \quad (4)$$

При турбулентном течении расход будет определяться по такой формуле:

$$Q = \pi R^2 \bar{u} \sim R^{\frac{5}{2}} \sqrt{\frac{\Delta P}{\rho l}}. \quad (5)$$

3 Оборудование.

3.1 Используемое оборудование.

В работе используются:

- компрессор и проводящие трубки для подвода воздуха
- газовый счетчик. Диапазон измерений – 5 л. Цена деления – 0,02 л
- спиртовой манометр с регулируемым наклоном. Угол наклона использовался такой, что его \sin равен 0,2
- трубка диаметра примерно мм

3.2 Описание экспериментальной установка.

Экспериментальная установка изображена на рисунке 1. Трубка имеет несколько отверстий, которые либо закрываются заглушками, либо подключаются к микроманометру. Один конец открыт, другой подключен к системе подачи воздуха. Сама подача воздуха регулируется краном К. К ней же подключен маслянный U-образный манометр с бачком Б, который издает заметный звук при превышении определенного значения. Расход воздуха измеряется газовым счетчиком.

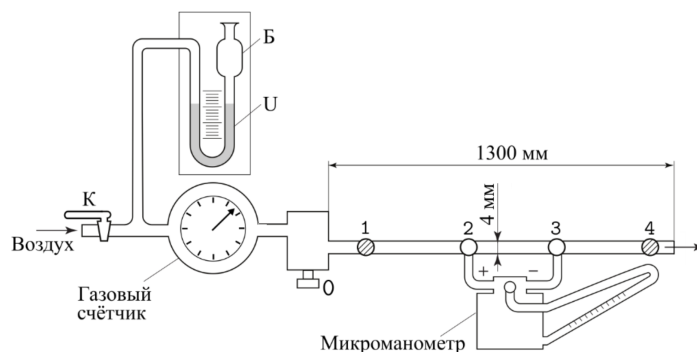


Рис. 1: Схема экспериментальной установки.

4 Результаты измерений и и обработка данных.

4.1 Предварительные вычисления.

Вычислим такой расход воздуха, при котором число Рейнольдса Re будет примерно равна 10^3 :

$$Re = \frac{\rho \bar{u} R}{\eta} \Rightarrow \bar{u} = \frac{Re \cdot \eta}{\rho R}.$$
$$\bar{u} = \frac{Q_{кр}}{\pi R^2} = \frac{Re \cdot \eta}{\rho R} \Rightarrow Q_{кр} = \pi R \cdot \frac{Re \cdot \eta}{\rho}.$$

$$Q_{\text{кр}} = 0,106 \frac{\text{л}}{\text{с}} = 2,96 \frac{\text{л}}{\text{мин}}.$$

Теперь найдем критическое ΔP , при котором ламинарное течение переходит в турбулентное:

$$\Delta P = 177 \text{ Па}.$$

Далее найдем $l_{\text{уст}}$:

$$l_{\text{уст}} = 0,395 \text{ м}.$$

4.2 Результаты измерений.

4.2.1 Измерение зависимости перепада давления ΔP от расхода газа Q .

Проведем измерения ΔP от Q на длине 131,2 мм. Результаты занесем в таблицу. Результаты измерений представлены в таблице 1.

№	Объем, л	Время, с	$Q, \cdot 10^{-3} \frac{\text{л}}{\text{с}}$	ΔP , дел	ΔP , Па
Ламинарный поток					
1	$2 \pm 0,02$	$49,8 \pm 0,6$	$40,2 \pm 0,9$	30 ± 1	$58,9 \pm 1,96$
2	$3 \pm 0,02$	$58,5 \pm 0,6$	$51,3 \pm 0,9$	40 ± 1	$78,5 \pm 1,96$
3	$4 \pm 0,02$	$61,2 \pm 0,6$	$65,4 \pm 1,0$	51 ± 1	$100,1 \pm 1,96$
4	$4 \pm 0,02$	$54,3 \pm 0,6$	$73,7 \pm 1,2$	56 ± 1	$109,9 \pm 1,96$
5	$5 \pm 0,02$	$64,9 \pm 0,6$	$77,0 \pm 1,0$	60 ± 1	$117,7 \pm 1,96$
6	$6 \pm 0,02$	$67,3 \pm 0,6$	$89,2 \pm 1,1$	69 ± 1	$135,4 \pm 1,96$
Турбулентный поток					
7	$6 \pm 0,02$	$58,4 \pm 0,6$	$102,7 \pm 0,9$	95 ± 1	$186,4 \pm 1,96$
8	$6,5 \pm 0,02$	$63,0 \pm 0,6$	$103,2 \pm 0,9$	99 ± 1	$194,3 \pm 1,96$
9	$7 \pm 0,02$	$64,7 \pm 0,6$	$108,2 \pm 0,9$	122 ± 1	$239,4 \pm 1,96$
10	$7 \pm 0,02$	$62,5 \pm 0,6$	$112,0 \pm 0,9$	130 ± 1	$255,2 \pm 1,96$
11	$7 \pm 0,02$	$61,9 \pm 0,6$	$113,1 \pm 0,9$	143 ± 1	$280,6 \pm 1,96$
12	$8 \pm 0,02$	$68,7 \pm 0,6$	$116,4 \pm 0,9$	150 ± 1	$294,3 \pm 1,96$
13	$8 \pm 0,02$	$65,7 \pm 0,6$	$121,8 \pm 0,9$	165 ± 1	$323,7 \pm 1,96$

Таблица 1: Результаты измерения зависимости ΔP от Q .

4.2.2 Измерение зависимости перепада давления ΔP от длины отрезка трубки.

Проведем измерения ΔP от Q на длине 131,2 мм. Результаты измерений представлены в таблице 1. В ней в шапке и первом столбце обозначено расстояние от начала трубки до отверстия, а в теле таблицы в первой части – разница давлений в делениях, а во второй – в паскалях.

Разница давлений в делениях					
	0	11, 2	41, 2	81, 2	131, 2
0	–	59	110	177	246
11, 2	–	–	51	119	187
41, 2	–	–	–	66	135
81, 2	–	–	–	–	68

Разница давлений в паскалях					
	0	11, 2	41, 2	81, 2	131, 2
0	–	155, 8	215, 8	347, 3	482, 7
11, 2	–	–	100, 1	233, 5	366, 9
41, 2	–	–	–	129, 5	264, 9
81, 2	–	–	–	–	133, 4

Таблица 2: Результаты измерения зависимости ΔP от a .

4.3 Обработка данных.

4.3.1 Зависимость расхода воздуха от разности давлений.

Построим график зависимости Q от ΔP . Более светлым цветом обозначены точки при ламинарном движении, более темным – при турбулентном. Также жирной черной точкой отмечена точка $(\Delta P_{кр}; Q_{кр})$, координаты которой $(177; 0, 106)$, найденные в разделе 4.1.

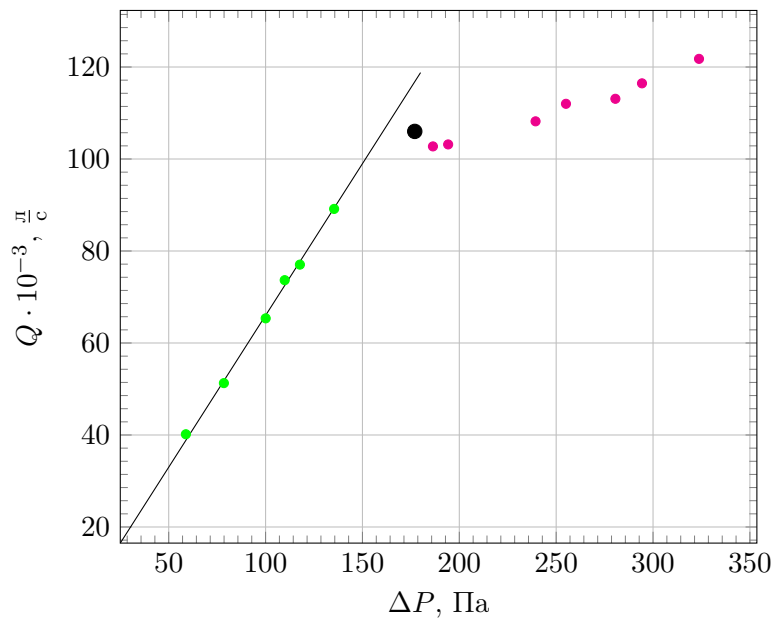


Рис. 2: Зависимость расхода воздуха от разницы давлений.

На графике заметно, что зависимость при ламинарном движении в целом является линейной. При этом ламинарное движение заканчивается

примерно при $Q_{кр} \approx 0,1 \frac{\text{л}}{\text{с}}$ и $\Delta P_{кр} \approx 150$ Па. Аппроксимируем данные, полученные при ламинарном течении, к прямой $Q = k\Delta P$:

$$k = \frac{\langle Q\Delta P \rangle}{\langle \Delta P^2 \rangle} = \frac{42,160}{63893} = 0,660 \cdot 10^{-3} \pm 0,003.$$

Отсюда можно найти вязкость воздуха. Из формулы 3:

$$\eta = \frac{\pi R^4}{8kl} = \frac{3,14 \cdot (0,00395/2)^4}{8 \cdot 0,660 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5} = 1,81 \cdot 10^{-5} \pm 0,01 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

Табличное значение при 25° – $\eta_{\text{табл.}} = 1,84 \cdot 10^{-5}$ Па, что выходит за рамки погрешности разница составляет 1,65%.

Теперь найдем критическое значение числа Рейнольдса:

$$\begin{aligned} Re_{кр} &= \frac{\rho \bar{u}_{кр} R}{\eta} = \frac{\rho R}{\eta} \cdot \frac{Q_{кр}}{\pi R^2} = \frac{\rho}{\eta} \cdot \frac{Q_{кр}}{\pi R} = \\ &= \frac{1,17}{1,81 \cdot 10^{-5}} \cdot \frac{0,1 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,00395/2} = 1042. \end{aligned}$$

Погрешность искать не имеет смысла, так как нахождение $Q_{кр}$ было произведено по визуальным данным и носит оценочный характер. Тем не менее оно довольно близко к данному в описании работы примерному значению.

4.3.2 Зависимость разности давлений от длины участка трубы.

Построим график зависимости разности давлений ΔP от длины участка трубы x , приняв за начало отсчета точку 0.

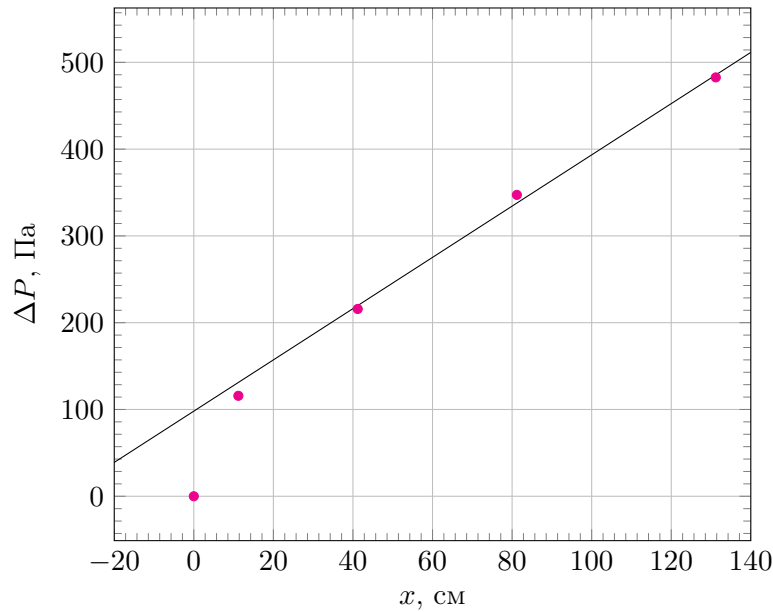


Рис. 3: Зависимость разности давлений от длины отрезка трубы.

Здесь видно, что $l_{\text{пр}} \approx 20 - 30 \text{ см}$.

5 Выводы.

В ходе работы была найдена вязкость воздуха в условиях эксперимента, то есть при температуре $25,8^\circ$ и давлении $100,88 \text{ кПа}$. Оно составило $1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$, что всего на $1,65\%$ отличается от табличного значения $- 1,84 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$. Также было найдено число Рейнольдса для данного радиуса трубы, составившее 1040 .