Отчет о выполнении работы №1.4.1 Изучение экспериментальных погрешностей на примере физического маятника

Воейко Андрей Александрович, Б01-109

Долгопрудный, 2021

1 Аннотация.

В работе проверяется справедливость формулы для периода колебаний физического маятника, теоремы Гюйгенса, определяется ускорение свободного падения.

2 Теоретические сведения.

На рисунке 1 изображен стрежень без груза. Момент инерции относительно точки подвеса вычисляется по формуле 1.

$$I_0 = \frac{m_0 l^2}{12} + m_0 a^2, \tag{1}$$

где I – момент инерции, l – длина стержня, m_0 – масса стержня с призмой, a – расстояние от точки подвеса до центра масс.
Возвращающрий момент силы тяжести равен:

$$M = -m_0 g a \sin\phi \approx -m_0 g a \phi. \tag{2}$$

Таким образом,

$$\frac{d^2\phi}{dt^2} \sim -\phi.$$

Период цолебаний можно найти по формуле 3.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m_0 g a}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{l^2}{12} + a^2}{g a}} \tag{3}$$

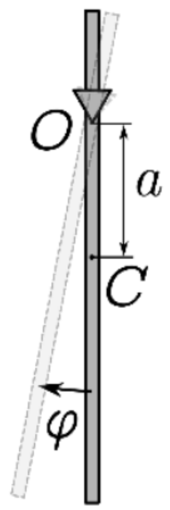

Рис. 1: Стержень в качестве физического маятника.

Приведенная длина физического маятника $l_{\text{пр}}$ (взята из $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$):

$$l_{\text{пр}} = a + \frac{l^2}{12a}. \tag{4}$$

Рсстояние дто груза до центра масс $x_{\text{ц}}$:

$$x_{\text{ц}} = \frac{m_0 a + m_{\text{г}} y}{m_0 + m_{\text{г}}}, \tag{5}$$

где m_0 – масса стержня с призмой, a – расстояние от центра масс без груза до призмы, $m_{\text{г}}$ – масса груза, y – расстояние от призмы до ц. м. груза.
Поскольку груз имеет сложную форму, следует один раз вычислить $x_{\text{ц}}$

для первого измерения, а потом находить ее изменение по изменению y из формулы 5. Тогд апериод колебаний составит:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + m_\text{г} y^2}{(m_0 + m_\text{г}) g x_\text{ц}}}\,. \tag{6}$$

Отсюда вывводим g:

$$g = \frac{I_0 + m_\text{г} y^2}{(m_0 + m_\text{г}) x_\text{ц}} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{m_0(\frac{l^2}{12} + a^2) + m_\text{г} y^2}{m_0 a + m_\text{г} y}. \tag{7}$$

3 Оборудование и экспериментальная установка.

3.1 Используемое оборудывние и погрешности его использования.

В работе используются:

- Штангенциркуль. Погрешность – $\pm 0,01$ см.
- Линейка. Погрешность – $\pm 0,1$ см.
- Счетчик. Погрешность – $\pm 0,01$ с.
- Весы. Погрешность – $\pm 0,1$ с.
- Металлический стержень.
- Дополнительный груз.
- Подставка с отсрой гранью для определения центра масс стержня.

3.2 Вес и длина объектов.

Измерим массу стержня, призмы и груза. Также измерим длины этих объектов и расстояние от верхнего конца стрежня до центра масс с призмой и без, а также расстояние от цетнра масс до точки подвеса (до нижнего края призмы). Результаты занесем в таблицу 1.

4 Результаты измерений и обработка данных.

4.1 Результаты измерений.

4.1.1 Предварительные измерения периода колебаний.

Проведем предварительные измерения периода колебаний. Для этого измерим время 20 колебаний, а затем поделим полученное значение на 20.

Величина	Значение
Масса стержня $m_{\text{ст}}$, г	$869,8 \pm 0,1$
Масса призмы $m_{\text{п}}$, г	$74,9 \pm 0,1$
Масса стержня с призмой m_0, г	$944,7 \pm 0,2$
Масса груза $m_{\text{г}}$, г	$376,2 \pm 0,1$
Длина стрежня l, см	$100,1 \pm 0,1$
Расстояние от центра масс до верхнего конца без призмы, см	$50,0 \pm 0,1$
Расстояние от центра масс до верхнего конца с призмой, см	$47,6 \pm 0,1$
Расстояние от центра масс до призмы a, см	$25,7 \pm 0,1$

Таблица 1: Массы и длины исследуемых объектов.

$t_{\text{предв}} = 29,2 \pm 0,6$ с. Повторные измерения дали идентичный результат.
$T_{\text{предв}} = 1,46 \pm 0,03$ с
$y = 46,6$ см
По формуле 7 найдем g:

$$g = \frac{4 \cdot 3,14^2}{1,46^2} \cdot \frac{944,7 \cdot (\frac{1,001^2}{12} + 0,257^2) + 376,2 \cdot 0,466^2}{944,7 \cdot 0,257 + 376,2 \cdot 0,466} = 9,84 \pm 0,01 \ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

4.1.2 Измерение периода колебаний.

Проведем еще 9 измерений. Результаты всех измерений, включая и предварительные, занесем в таблицу 2.
Среднее значение ускорение свободного падения составило $\overline{g} = 9,809\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
Стандартная ошибка среднего – $\sigma_{\overline{g}} = 0,004\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
Таким образом, ускорение свободного падения равняется $g = 9,809 \pm 0,004\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

4.2 Обработка данных.

4.2.1 Зависимость периода колебаний от положения груза.

Построим график зависимости периода колебаний T от положения груза y. График представлен на рисунке 2.

№	y, см	$x_ц$, см	n	t, с	T, с	g, $\frac{м}{с^2}$
1	$46,4 \pm 0,1$	$31,7 \pm 0,1$	20	$29,2 \pm 0,6$	$1,462$	$9,84 \pm 0,06$
2	$50,9 \pm 0,1$	$32,9 \pm 0,1$	20	$29,7 \pm 0,6$	$1,488$	$9,802 \pm 0,06$
3	$55,9 \pm 0,1$	$34,3 \pm 0,1$	20	$30,3 \pm 0,6$	$1,517$	$9,80 \pm 0,06$
4	$58,9 \pm 0,1$	$35,1 \pm 0,1$	20	$30,7 \pm 0,6$	$1,534$	$9,814 \pm 0,06$
5	$60,9 \pm 0,1$	$35,7 \pm 0,1$	20	$30,9 \pm 0,6$	$1,547$	$9,811 \pm 0,06$
6	$57,3 \pm 0,1$	$34,7 \pm 0,1$	20	$30,5 \pm 0,6$	$1,525$	$9,808 \pm 0,06$
7	$54,3 \pm 0,1$	$33,9 \pm 0,1$	20	$30,1 \pm 0,6$	$1,507$	$9,807 \pm 0,06$
8	$51,3 \pm 0,1$	$33,0 \pm 0,1$	20	$29,8 \pm 0,6$	$1,490$	$9,799 \pm 0,06$
9	$48,3 \pm 0,1$	$32,1 \pm 0,1$	20	$29,4 \pm 0,6$	$1,473$	$9,811 \pm 0,06$
10	$46,3 \pm 0,1$	$31,6 \pm 0,1$	20	$29,3 \pm 0,6$	$1,462$	$9,803 \pm 0,06$

Таблица 2: Массы и длины исследуемых объектов.

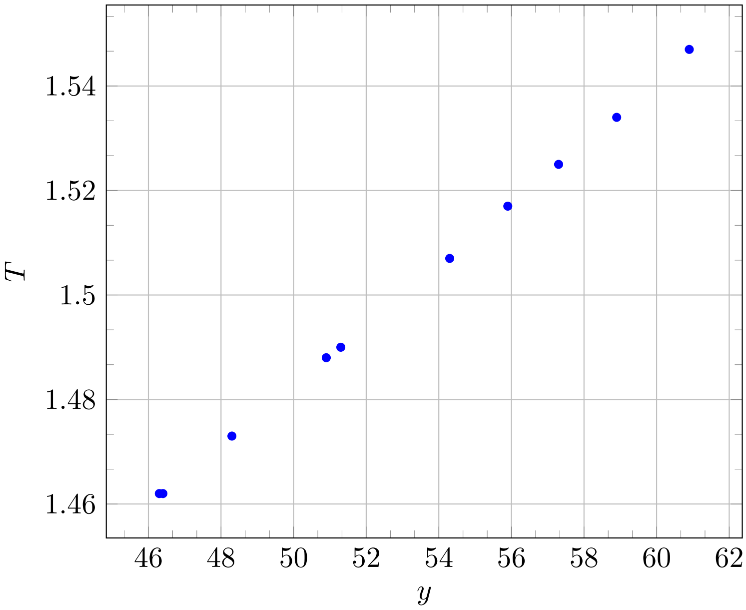

Рис. 2: График зависимоти периода колебаний T от положения груза y.

4.2.2 Зависимость периода колебаний от положения груза.

Построим график зависимости величины $T^2 x_ц$ от величины y^2. График представлен на рисунке 3. Аппроксимируем прямую к прямой $(T^2 x_ц) = a + b(y^2)$. Заметим, согласно формуле 6 $a = \frac{4\pi^2 I_0}{(m_0+m_г)g}$, а $b = \frac{4\pi^2 m_г}{(m_0+m_г)g}$.
Итак, $b = \frac{\langle xy\rangle - \langle x\rangle\langle y\rangle}{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2} = \frac{0,2175-0,2143}{0,08326-0,08043} = \frac{32}{28,3} = 1,1307$.
$\sigma_b \approx \frac{1}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{\langle y^2\rangle - \langle y\rangle^2}{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2} - b^2} = 0,025$.
Отсюда $g = 9,95 \pm 0,23$ $\frac{м}{с^2}$.

$a = \langle y \rangle - b \langle x \rangle = 0,7556 - 0,3207 = 0,435.$
$\sigma_a = \sigma_b \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = 0,001.$

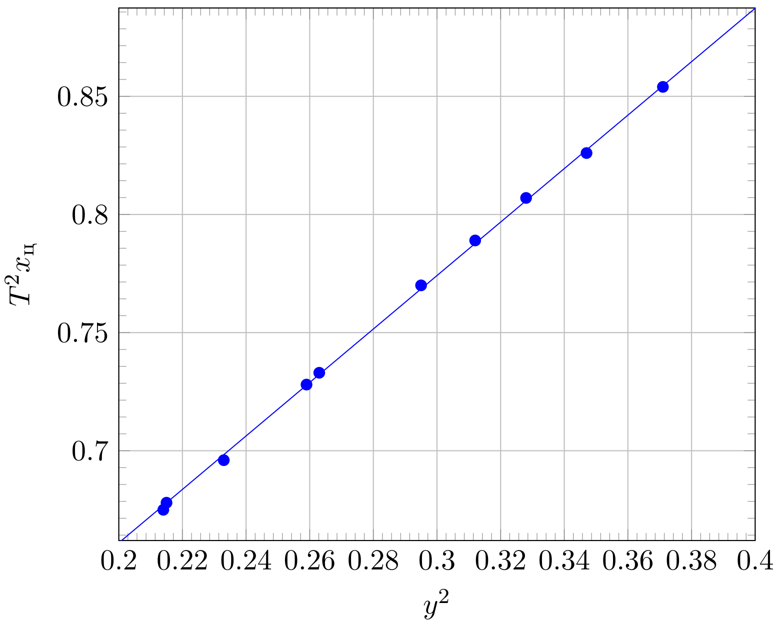

Рис. 3: График зависимоти величины $T^2 x_ц$ от величины y^2.

5 Выводы.

В ходе работы было вычилено значение g двумя различными спопобами – методом подсчета для каждого измерения с вычислением среденего и методом аппроксимации к прямой графика $T^2 x_ц$ от y^2 с нахождением коэффицентов. Первый способ, как и ожидалось, показал большую точность, но для обоих способов реальное табличное значение g лежит в пределах погрешности.