

Отчет о выполнении работы №2.3.1
Получение и измерение вакуума

Воейко Андрей Александрович, Б01–109

Долгопрудный, 2022

1 Аннотация.

В работе регистрируется концентрация геллия и воздуха от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов. Также в ней определяется коэффициент диффузии по результатам измерений.

2 Теоретические сведения и описание установки.

Диффузией называется самопроизвольное перемешивание молекул, происходящее вследствие их теплового движения. Соответственно, в жидкостях она происходит быстрее, чем в твердых телах, но медленнее, чем в газообразных веществах. Диффузия молекул одного рода называется самодиффузией, а перемешивание разных молекул — взаимной диффузией.

Для исследования взаимной диффузии газов и определения коэффициента диффузии используется установка, изображенная на рисунке 2. Два сосуда с объемами $V_1 = 1200 \pm 30 \text{ см}^3$ и $V_2 = 1200 \pm 30 \text{ см}^3$ соединены трубкой длины l и сечения S , причем $l/S = 5,5 \pm 0,5 \text{ см}^{-1}$. Сосуды заполнены смесью двух газов при одинаковом давлении, но с различной концентрацией компонентов. Вследствие взаимной диффузии концентрация компонентов в обоих сосудах с течением времени выравнивается. Рассмотрим процесс выравнивания концентрации. Пусть концентрации

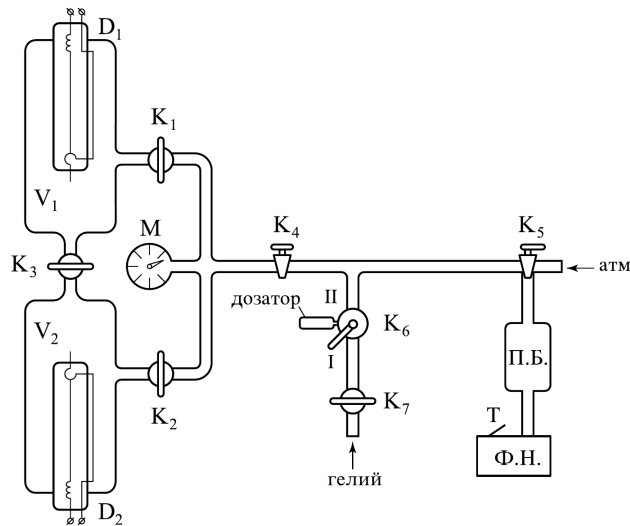


Рис. 1: Схема экспериментальной установки.

одного из компонентов смеси в сосудах V_1 и V_2 равны n_1 и n_2 . Плотность диффузионного потока любого компонента (т. е. количество вещества,

проходящее в единицу времени через единичную поверхность) определяется законом Фика:

$$j = -D \frac{\delta n}{\delta x}, \quad (1)$$

где D — коэффициента взаимной диффузии газов, а j — плотность потока частиц. В наших условиях решение задачи упрощается благодаря тому, что объем соединительной трубки мал по сравнению с объемами сосудов, а концентрацию газов внутри каждого сосуда можно считать постоянной по всему объему. Диффузионный поток в любой сечении трубки одинаков. Поэтому $J = DS(\delta n/\delta x)$ не меняется вдоль трубки. Следовательно,

$$J = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}. \quad (2)$$

Обозначим через Δn_1 и Δn_2 изменения концентрации в объемах V_1 и V_2 за время Δt . Тогда $V_1 \Delta n_1$ равно изменению количества компонента в объеме V_1 , а $V_2 \Delta n_2$ — изменению количества того компонента в V_2 . Из закона сохранения вещества следует, что $V_1 \Delta n_1 + V_2 \Delta n_2 = \text{const}$, откуда $V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2$. Эти изменения происходят вследствие диффузии, поэтому

$$V_1 \Delta n_1 = -V_2 \Delta n_2 = J \Delta t = -DS \frac{n_1 - n_2}{l} \Delta t. \quad (3)$$

Деля это равенство на Δt , получаем

$$V_1 \frac{dn_1}{dt} = -DS \frac{n_1 - n_2}{l}, \quad V_2 \frac{dn_2}{dt} = DS \frac{n_1 - n_2}{l}. \quad (4)$$

Разделив уравнения на V_1 и V_2 соответственно, и вычитая одно из другого, получаем

$$\frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} = -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right). \quad (5)$$

Введем новую переменную $n_1 - n_2$.

$$\begin{aligned} \frac{d(n_1 - n_2)}{dt} &= -\frac{n_1 - n_2}{l} DS \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right), \\ \frac{d(n_1 - n_2)}{n_1 - n_2} &= -\frac{DS}{l} \left(\frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right) dt. \end{aligned}$$

Теперь уравнение можно проинтегрировать.

$$n_1 - n_2 = (n_1 - n_2)_0 e^{-t/\tau}, \quad (6)$$

где $(n_1 - n_2)_0$ — разность концентраций в начальный момент времени,

$$\tau = \frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \frac{l}{DS}. \quad (7)$$

Формула 6 показывает, что разность концентраций убывает по экспоненциальному закону, и тем быстрее, чем меньше τ (постоянная времени процесса). Как видно, величина τ определяется геометрическими размерами установки (l, S, V_1, V_2) и величиной коэффициента диффузии D . Для измерения концентраций в данной установке применяются датчики теплопроводности D_1, D_2 (см рис. 2) и используется зависимость теплопроводности газовой смеси от ее состава. Тонкая проволочка радиуса $r_{пр}$, протянутая вдоль оси стеклянного цилиндра радиуса $R_{ц}$, нагревается током. Тепло от проволочки к стенке цилиндра переходит главным образом вследствие теплопроводности газа, находящегося внутри цилиндра. Количества тепла, передающегося стенке в единицу времени, получим по формуле

$$Q = \kappa \frac{2\pi L}{\ln(R_{ц}/r_{пр})} (T_1 - T_2), \quad (8)$$

где κ — теплопроводность, L — длина нити, T_1, T_2 — температуры проволочки и стенки. При заданном режиме нагревания ($Q = \text{const}$) температура проволочки и соответственно ее сопротивление определяются теплопроводностью газ и, следовательно, ее составом.

Для измерения разности концентраций газов используется мостовая схема (рис. 2).

Здесь D_1 и D_2 — датчики теплопроводности, расположенные в сосудах V_1 и V_2 . Сопротивления R_1, R_2 и R служат для установки прибора на нуль (балансировка моста). В одну из диагоналей моста включен гальванометр, к другой подключается небольшое постоянное напряжение. В одну из диагоналей моста включен гальванометр, к другой подключается небольшое постоянное напряжение. Мост балансируется при заполнении сосудов (и датчиков) одной и той же смесью. При заполнении сосудов смесями различного состава возникает «разбаланс» моста, зависящий от разности концентраций.

Зависимости теплопроводности смеси газов от ее состава, вообще говоря, довольно сложна, но при достаточно малых изменениях концентрации ($\sim 15\%$) величину тока можно считать прямо пропорциональной разности концентраций (в этом случае поправка не превышает $0,5\%$).

В процессе диффузии разность концентраций убывает по закону 6. По тому же закону изменяются и показания гальванометра.

$$U = U_0 e^{-t/\tau}, \quad (9)$$

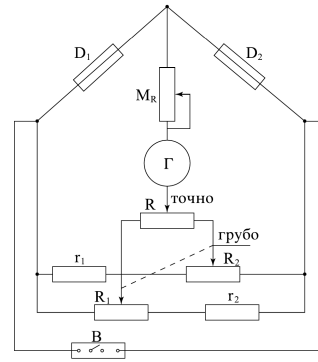


Рис. 2: Принципиальная схема моста.

где V — напряжение, показываемое гальванометром в текущий момент времени, V_0 — показываемое в начальный момент времени.

3 Результаты измерений и обработка данных.

3.1 Первая серия измерений ($P_1 = 38,8$ торр).

Очистим установку от всех газов, которые там есть. Затем запускаем воздух при давлении $P_1 = 38,8$ торр. В сосуд V_1 к воздуху добавим некоторое количество гелия. Теперь уравнием давления, открыв краны K_1 и K_2 . Диффузия здесь будет происходить довольно медленно, и к тому в нашей работе исследуются закон, описывающий изменение разницы давлений.

Теперь откроем кран K_3 и начнем измерения. Результаты представлены в таблицах. По результатам измерений построим график.

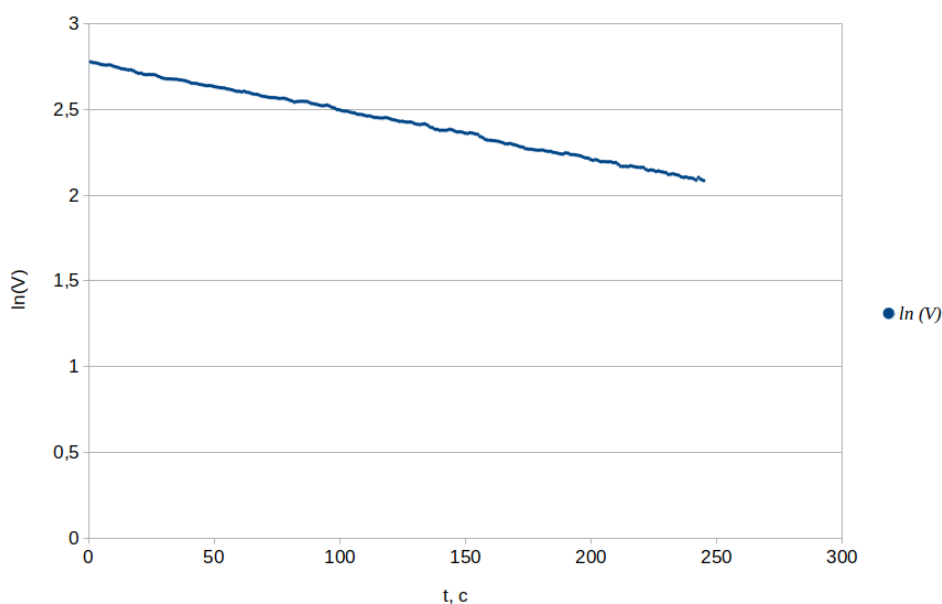


Рис. 3: График результатов измерения зависимости $\ln V$ от времени в первой серии измерений ($P_1 = 38,8$ торр).

3.2 Вторая серия измерений ($P_2 = 83,5$ торр).

Повторим измерения для давления $P_2 = 83,5$ торр. Результаты представлены в таблице 2. По результатам измерений построим график.

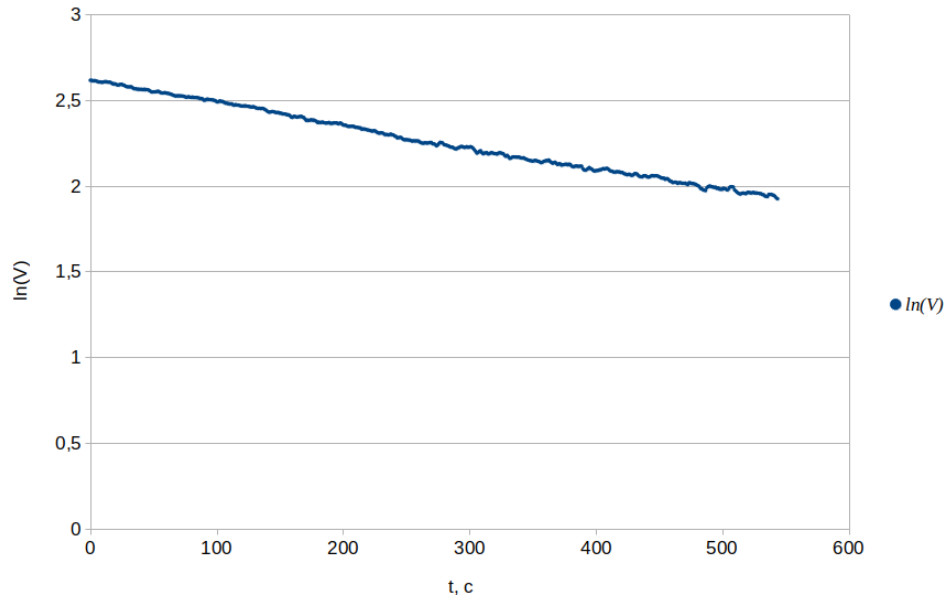


Рис. 4: График результатов измерения зависимости $\ln V$ от времени во второй серии измерений ($P_2 = 83,5$ торр).

3.3 Вторая серия измерений ($P_3 = 121,3$ торр).

Повторим измерения для давления $P_3 = 121,3$ торр. Результаты представлены в таблице 3. По результатам измерений построим график.

3.4 Вторая серия измерений ($P_4 = 164,5$ торр).

Повторим измерения для давления $P_3 = 164,5$ торр. Результаты представлены в таблице 4. По результатам измерений построим график. Как видно, графики представляют из себя прямые. Это соответствует уравнению 6. Преобразуем уравнение 9 для нахождения теплопроводности D :

$$\frac{U}{U_0} = e^{-t/\tau}.$$

$$\ln U - \ln U_0 = -\frac{1}{\tau}t.$$

$$-\frac{V_1 V_2}{V_1 + V_2} \cdot \frac{l}{S} \cdot \frac{d(\ln U)}{dt} = D.$$

Таким образом, если найти коэффициент углового наклона, можно найти D .

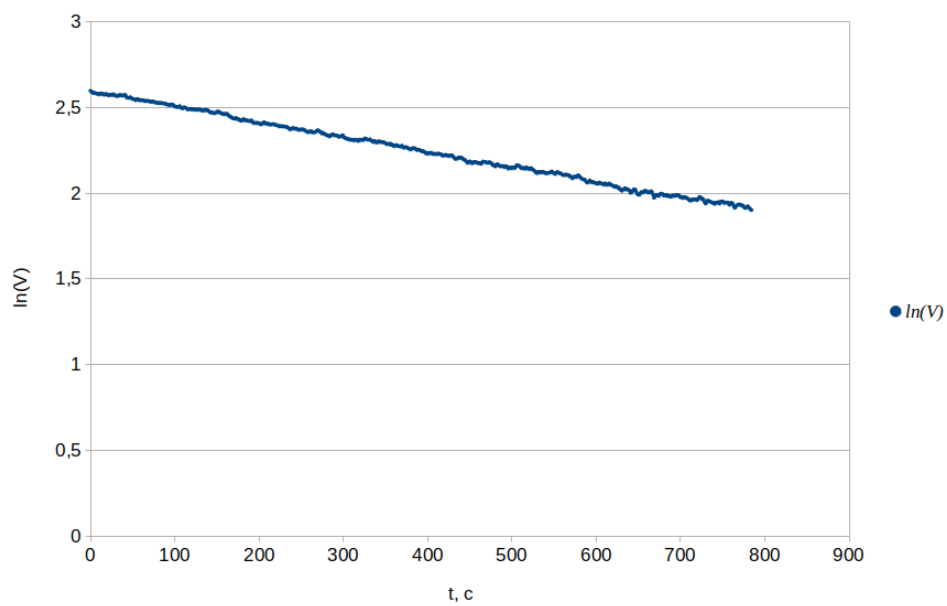


Рис. 5: График результатов измерения зависимости $\ln V$ от времени в третьей серии измерений ($P_3 = 121,3$ торр).

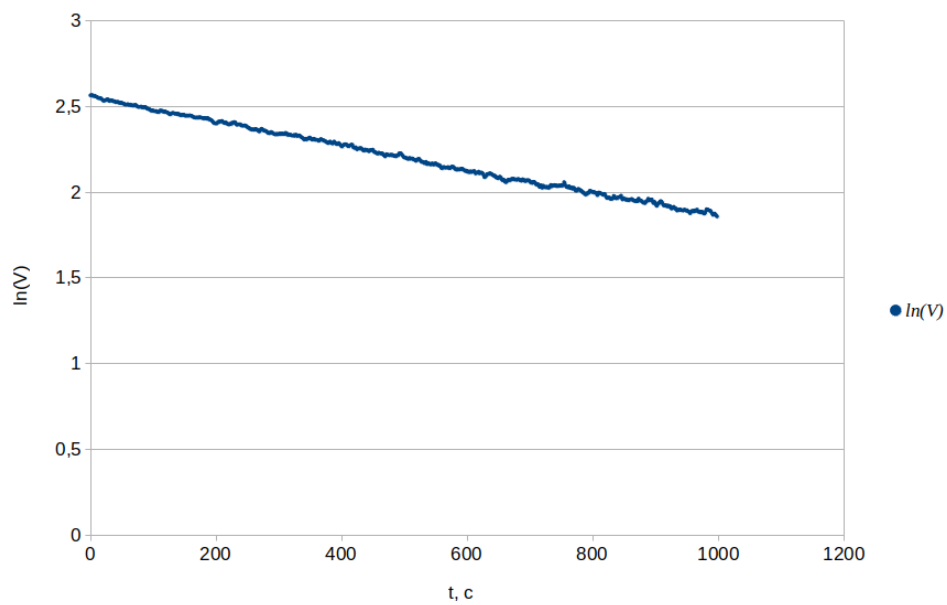


Рис. 6: График результатов измерения зависимости $\ln U$ от времени в четвертой серии измерений ($P_4 = 164,5$ торр).

$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{1200}{2} \cdot 5,5 \cdot 28,15 \cdot 10^{-4} = 9,29 \pm 1,02 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}. \\
D_2 &= \frac{1200}{2} \cdot 5,5 \cdot 12,77 \cdot 10^{-3} = 4,21 \pm 0,46 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}. \\
D_3 &= \frac{1200}{2} \cdot 5,5 \cdot 8,80 \cdot 10^{-4} = 2,90 \pm 0,32 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}. \\
D_4 &= \frac{1200}{2} \cdot 5,5 \cdot 6,94 \cdot 10^{-4} = 2,29 \pm 0,25 \frac{\text{см}^2}{\text{с}}.
\end{aligned}$$

Построим график зависимости теплопроводности D от величины $1/P$ по этим значениям. Построив, аппроксимируем график к прямой и экстраполируем данные к $1/760$, чтобы узнать коэффициент теплопроводности при атмосферном давлении.

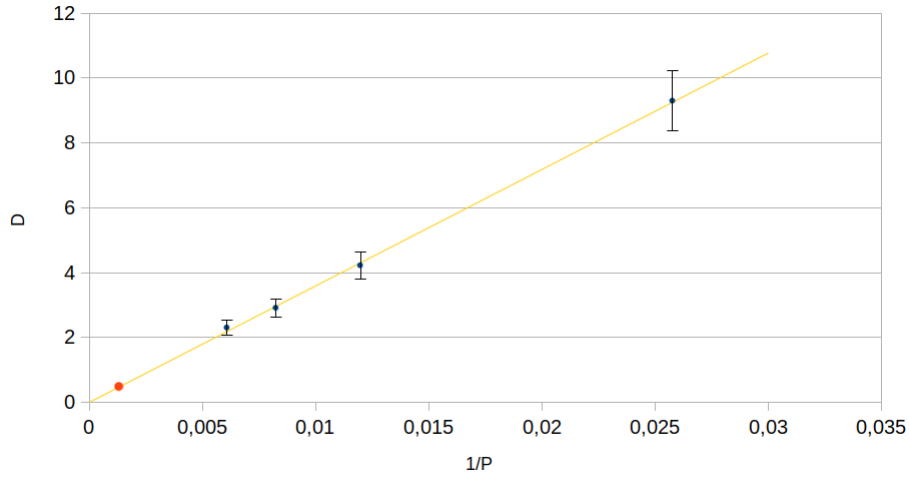


Рис. 7: График результатов измерения зависимости D от величины $1/P$.

$$k = \frac{\langle D/P \rangle}{\langle 1/P^2 \rangle} = 359 \pm 36 \frac{\text{см}^2}{\text{торр} \cdot \text{с}}.$$

Таким образом, коэффициент диффузии при атмосферном давлении $D_{\text{атм}} = 0,47 \pm 0,05 \frac{\text{см}^2}{\text{с}} = 0,47 \cdot 10^{-4} \pm 0,05 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$. Теперь оценим по этой величине длину свободного пробега и характерный размер молекул.

$$D = \frac{1}{3} \lambda \langle v \rangle \Rightarrow$$

$$\lambda_{\text{воз}} = 3 \frac{D_{\text{атм}}}{\langle v \rangle} \approx 3 \frac{4,7 \cdot 10^{-4}}{462} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 300 \text{ нм},$$

где $\lambda_{\text{воз}}$ — длина свободного пробега молекулы в воздухе.

$$\lambda_{\text{воз}} = \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{n\pi(2r)^2} \Rightarrow$$

$$r \sim \frac{1}{2\sqrt{\lambda\pi n}} \approx 10^{-10} \text{ м} = 0,1 \text{ нм},$$

где σ — эффективное сечение столкновений молекул, которые мы полагаем шарообразными для упрощения вычислений, n — количество молекул на единицу объема воздуха, а r — средний радиус этих молекул.

4 Выводы.

В ходе работы был найден коэффициент диффузии гелия в воздухе при нормальных условиях. Также, в работе были оценены $\lambda_{\text{воз}} \sim 300 \text{ нм}$ и $r \sim 0,1 \text{ нм}$. Последнее число совпадает по порядку с радиусом атома кислорода $r_O = 0,06 \text{ нм}$ и азота $r_N = 0,07 \text{ нм}$, что говорит о довольно точной оценке, учитывая, что в газе находятся молекулы, а не атомы. Основной вклад в погрешность вносит погрешность измерения отношения l/S .