



PROJET 2 LEPL1502  
GROUPE 11.55  
RAPPORT

---

## Rapport Intermédiaire

---

***Étudiants :***

Matthieu DE LAET  
Nicolas DECROLY  
Augustin WEZEL  
Grégoire LORIAUX  
Antoine SCHOEPP  
Alexandre STIEVENARD

***Enseignant·e·s :***

Claude OESTGES  
Jérôme LOUVEAUX

17 avril 2024

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Description de l'application</b>	<b>2</b>
2.1	Source de tension . . . . .	3
2.2	Bloc primaire . . . . .	3
2.3	Bobine primaire . . . . .	3
2.4	Bobine secondaire et résistances . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Etude fonctionnelle globale</b>	<b>4</b>
3.1	Oscillateur . . . . .	4
3.1.1	Objectif . . . . .	4
3.1.2	Signal . . . . .	4
3.2	Etage de puissance . . . . .	5
3.2.1	Objectif . . . . .	5
3.2.2	Signal . . . . .	5
3.3	Transfert inductif . . . . .	6
3.3.1	Objectif . . . . .	6
3.3.2	Signal . . . . .	6
3.4	Redresseur de courant . . . . .	6
3.4.1	Objectif . . . . .	6
3.4.2	Signal . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Analyse détaillée du circuit</b>	<b>7</b>
4.1	Analyse de l'interaction électromagnétique entre bobines . . . . .	7
4.1.1	Présentation générale . . . . .	7
4.1.2	Calcul théorique de l'inductance . . . . .	7
4.1.3	Mesures expérimentales de l'inductance . . . . .	8
4.2	Analyse du bloc oscillateur . . . . .	10
4.2.1	Présentation du circuit . . . . .	10
4.2.2	Fonctionnement . . . . .	11
4.2.3	Détermination des composants . . . . .	12
4.3	Analyse du bloc étage de puissance . . . . .	13
4.3.1	Présentation et analyse du circuit . . . . .	13
4.4	Analyse du bloc transfert inductif (RLC couplé) . . . . .	13
4.4.1	Présentation du circuit . . . . .	13
4.4.2	Fonctionnement théorique et expérimental . . . . .	14
4.4.3	Détermination des composants . . . . .	16
4.5	Analyse du bloc redresseur . . . . .	17
4.5.1	Présentation du circuit . . . . .	17
4.5.2	Fonctionnement . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>18</b>

# 1 Introduction

Dans le cadre du cours de projet LEPL 1502, notre mission est de créer une application innovante qui utilise le principe de l'induction électromagnétique qui permet un transfert de puissance électrique sans fil. L'EPL nous a donné accès à diverses infrastructures telles que des laboratoires ainsi que le squelette du circuit électrique nécessaire au fonctionnement du projet.

Avant de se lancer dans la conception des circuits électriques, nous avons dû trouver une application innovante et utile. Notre choix s'est orienté vers un produit destiné aux sportifs, plus spécifiquement aux cyclistes. Les adeptes de cette discipline qui la pratiquent dans des climats froids se trouvent trop souvent confrontés à des conditions de températures ardues. Ainsi, notre idée est d'intégrer un système chauffant dans des chaussures à cales de cyclisme. Le circuit primaire serait intégré autour du cadre tandis que le circuit secondaire serait placé dans la chaussure. Le transfert d'énergie se ferait donc entre la pédale et la chaussure. Ce produit est baptisé *Wee-lhot*.



FIGURE 1 – Logo de notre produit

Ce rapport reprend une description plus détaillée de notre application ainsi qu'un suivi détaillé de notre étude des différents étages du circuit global. Chaque étage sera d'abord analysé théoriquement avant d'être représenté et observé par les données expérimentales.

## 2 Description de l'application

Notre application consiste à exploiter le transfert d'énergie afin de chauffer des chaussures de cyclistes. Pour comprendre le fonctionnement de celle-ci, divisons là en quatre parties (Fig. 2).

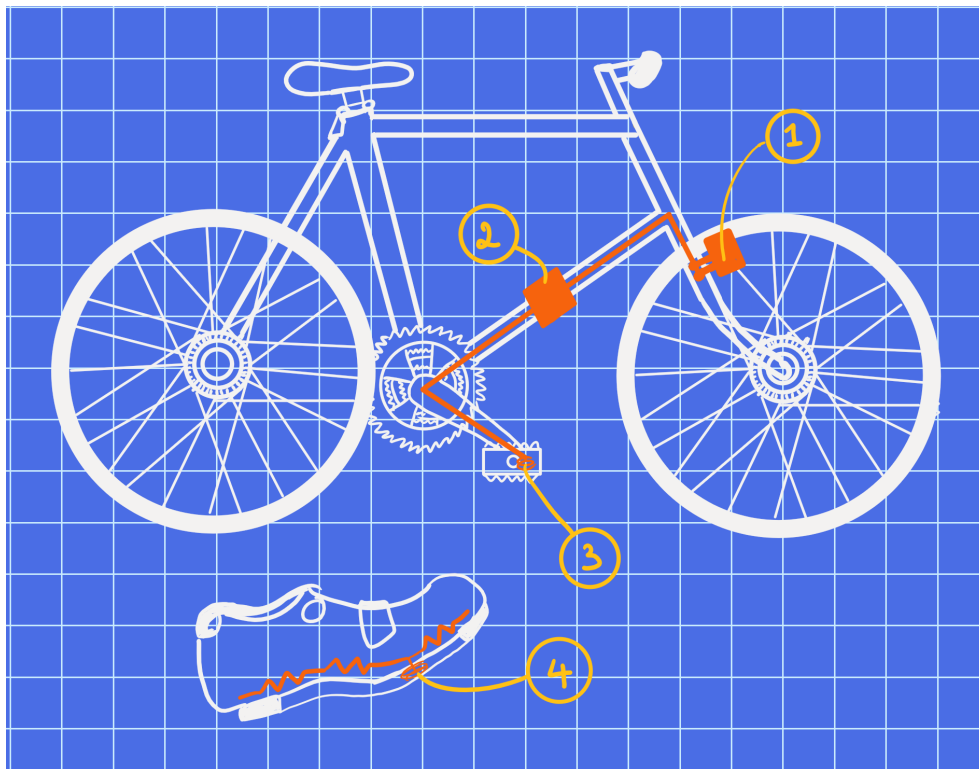


FIGURE 2 – Schéma du fonctionnement global. (1) Source de tension, (2) Bloc principal, (3) Bobine principale, (4) Bobine secondaire et résistances

## 2.1 Source de tension

La tension nécessaire au fonctionnement du système est fournie par une dynamo attachée à la roue avant du vélo. Celle-ci alimente un courant continu qui sera acheminé au bloc principal par un fil électrique longeant le cadre.

## 2.2 Bloc primaire

Le bloc primaire est composé d'un oscillateur et d'un étage de puissance permettant de transformer le signal continu en un signal alternatif afin de permettre le transfert inductif dans le bloc 3. Celui-ci est attaché au cadre du vélo. Pour plus de détails sur le fonctionnement de ces blocs, voir la section 3 et la section 4.

## 2.3 Bobine primaire

La bobine primaire placée au niveau des pédales du vélo reçoit un signal alternatif. Elle permet donc le transfert d'électricité par induction lorsque la chaussure est placée à proximité.

## 2.4 Bobine secondaire et résistances

La bobine secondaire est intégrée sous la semelle de la chaussure et elle s'emboîte dans la bobine primaire pour minimiser la distance et recevoir le plus de puissance possible. Un textile résistif est placé à l'intérieur de la chaussure. Celui-ci sera soumis à un échauffement

dû à l'effet Joule et réchauffera les pieds du cycliste pour plus de confort. Ceci complète le fonctionnement de l'application.

### 3 Etude fonctionnelle globale

Cette section reprend une analyse qualitative du circuit représenté à la Figure 3.

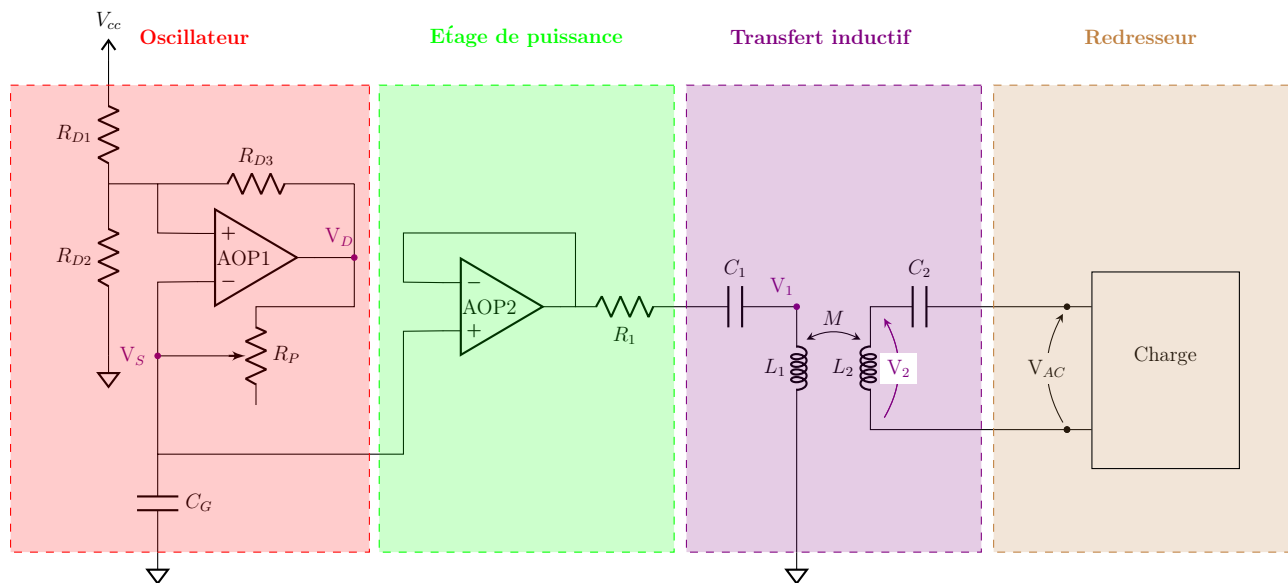


FIGURE 3 – Schéma du circuit

#### 3.1 Oscillateur

##### 3.1.1 Objectif

Le travail de l'oscillateur dans le circuit est de transformer un signal d'entrée  $V_{dd}$  continu en un signal alternatif  $V_s$ . Cette transformation est essentielle au transfert inductif se réalisant plus tard dans le circuit. Bien qu'en réalité, la valeur de  $V_{dd}$  dépendra évidemment de la vitesse de rotation des roues et de la dynamo spécifique utilisée,  $V_{dd}$  sera considéré comme constant dans la suite de cette analyse qualitative. Cette supposition représente la situation où le cycliste pédale à vitesse constante sur le vélo.

##### 3.1.2 Signal

La Figure 4 illustre la constance de  $V_{dd}$  et le caractère exponentiel et oscillatoire de  $V_{ss}$ .

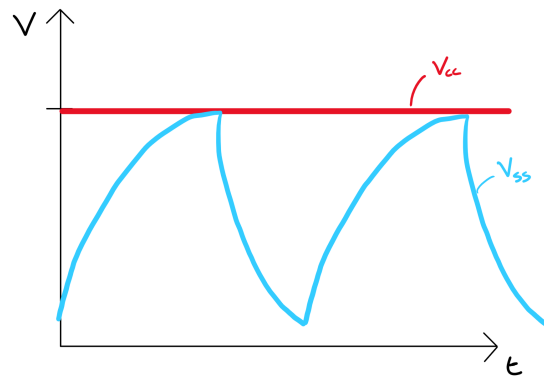


FIGURE 4 – Graphe représentant  $V_{dd}$  (rouge) et  $V_{ss}$  (bleu)

## 3.2 Etage de puissance

### 3.2.1 Objectif

Cet étage reproduit le signal alternatif  $V_s$  du bloc oscillateur mais augmente le courant en sortie. Cela permet une augmentation de la puissance qui sera transférée au bloc de transfert inductif.

### 3.2.2 Signal

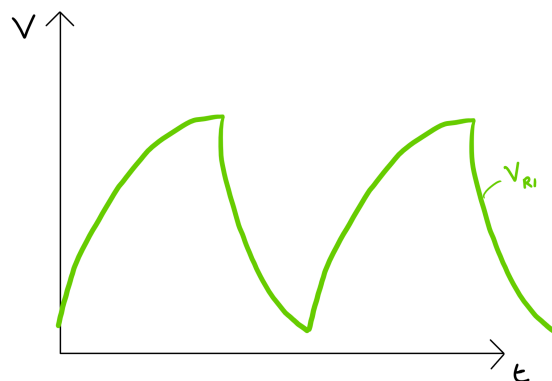


FIGURE 5 – Graphe représentant  $V_{R1}$  (vert)

En comparant la Figure 4 à la Figure 5, l'équivalence entre  $V_s$  et  $V_{R1}$  est mise en évidence. Cet étage peut donc sembler inutile. Il ne faut pas oublier que l'objectif de l'étage de puissance n'est pas de moduler le signal d'entrée mais simplement d'augmenter le courant en sortie.

### 3.3 Transfert inductif

#### 3.3.1 Objectif

C'est ici que se déroule la spécificité de notre application, le transfert inductif sans fil. La première bobine  $L_1$  produit un champ magnétique. Ce dernier varie grâce au courant alternatif circulant dans celle-ci, l'importance des deux premiers blocs se révèle. Le flux magnétique varie dans la bobine  $L_2$  ce qui génère un courant alternatif et une différence de potentiel  $V_2$ . C'est ce courant qui alimente le reste du circuit.

#### 3.3.2 Signal

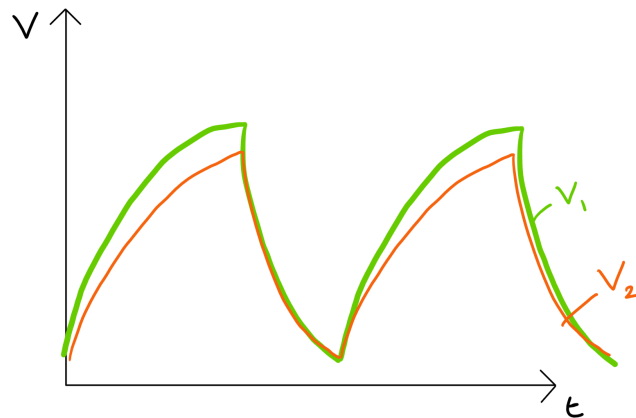


FIGURE 6 – Graphe représentant  $V_1$  (vert) et  $V_2$  (orange)

La Figure 6 met en évidence le transfert d'énergie par induction de la bobine  $L_1$  vers la bobine  $L_2$  à la fréquence de résonance (voir section 4.4).

### 3.4 Redresseur de courant

#### 3.4.1 Objectif

Cet étage doit transformer le courant alternatif dû à  $V_2$  en un courant continu à l'aide d'un pont de diodes. A l'oeil averti, il est évident que le redresseur de courant est inutile pour notre application. La résistance chauffante dans la chaussure n'a pas besoin d'un courant continu, elle fonctionne également avec un courant alternatif. C'est pourquoi cet étage ne sera pas intégré dans notre application. Néanmoins, l'analyse de ce bloc est exposée en plus de détails dans la section 4.5.

#### 3.4.2 Signal

La Figure 7 illustre le passage du signal alternatif  $V_2$  vers un signal se rapprochant d'un signal continu  $V_{DC}$ .

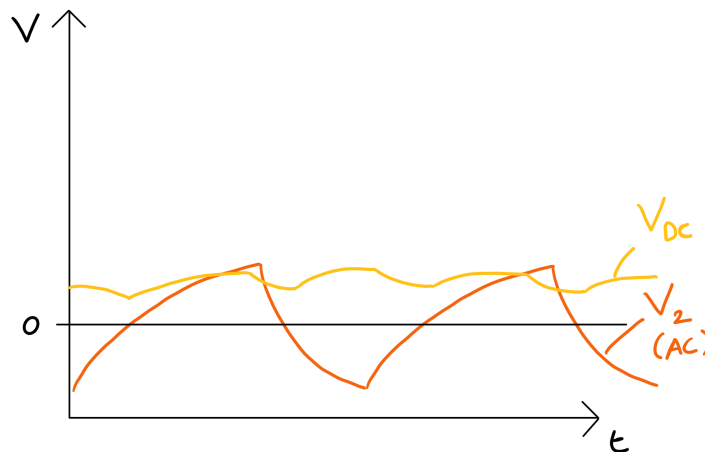


FIGURE 7 – Graphe représentant  $V_2$  (orange) qui est alternatif et  $V_{DC}$  (jaune) qui est presque continu

## 4 Analyse détaillée du circuit

Dans cette section, une analyse détaillée et quantitative de chaque bloc du circuit est exposée.

### 4.1 Analyse de l'interaction électromagnétique entre bobines

#### 4.1.1 Présentation générale

Au coeur de notre circuit se trouvent 2 bobines qui interagissent par induction électromagnétique. La maîtrise de ce phénomène physique est cruciale pour la réussite du transfert de puissance. C'est pourquoi l'induction requiert une analyse théorique et expérimentale particulière.

#### 4.1.2 Calcul théorique de l'inductance

Quand une bobine est parcourue par un courant, un champ magnétique est induit à l'intérieur et un flux proportionnel au courant et au nombre de spires traverse la bobine. Ce coefficient s'appelle l'**inductance propre** de la bobine, et son unité est le **Henry** [H] :

$$L = \frac{N\Phi(I)}{I}$$

La bobine induit aussi un flux magnétique à travers la bobine secondaire, et la variation de ce flux produit une force électromotrice dans celle-ci, selon la loi de Lenz-Faraday :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(I)}{dt} = -L\frac{dI}{dt} \quad (1)$$

C'est ce phénomène qui va nous permettre d'effectuer un transfert de puissance sans fil. On désire maintenant déterminer l'**inductance mutuelle** qui caractérise la magnitude du transfert :

$$M = \frac{N\Phi_{1 \rightarrow 2}(I_1)}{I_1} \quad (2)$$



En connaissant la formule pour le champ induit par une spire parcourue par un courant grâce à la loi de Biot-Savart,

$$B(\mathbf{x}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\vec{l} \times (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \quad (3)$$

on peut effectuer cette intégrale (par méthodes numériques) pour obtenir le champ sur l'axe du plan. Par la symétrie du problème, celui-ci sera parallèle au plan. Ce champ est représenté à la Figure 8. En intégrant numériquement le champ ainsi obtenu sur toute

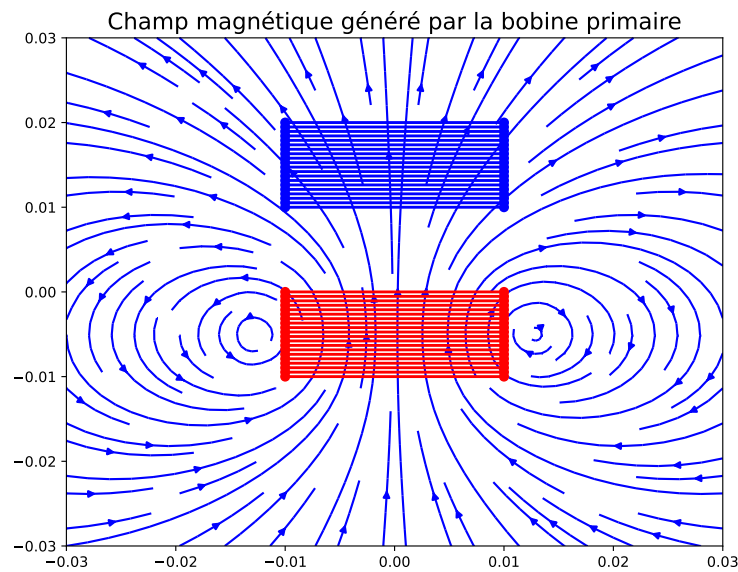


FIGURE 8 – Représentation du champ magnétique induit par la bobine primaire (en rouge) sur un plan de coupe diamétral des bobines.

la surface des bobines, il est possible d'obtenir le flux à travers la bobine primaire et secondaire. Pour des valeurs semblables aux bobines dont nous disposons en laboratoire ( $N = 200$ , épaisseur et rayon de 1 cm), nous obtenons une inductance théorique de 0.62 mH. Pour ce qui est de l'inductance mutuelle, elle varie en fonction de la distance entre les bobines, et sa valeur théorique attendue est reprise sur le graphe de la Figure 9.

#### 4.1.3 Mesures expérimentales de l'inductance

Pour mesurer expérimentalement l'inductance, il suffit d'observer le comportement de la bobine quand elle mise en série avec une résistance (circuit RL, Fig. 10)

Afin de définir la valeur de  $L$ , on peut résoudre une équation différentielle obtenue par la loi des mailles sur le circuit :

$$V_0 \cos(\omega t) = RI + L \frac{dI}{dt}. \quad (4)$$

La solution homogène de l'EDO est :

$$I_h(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R} \quad (5)$$

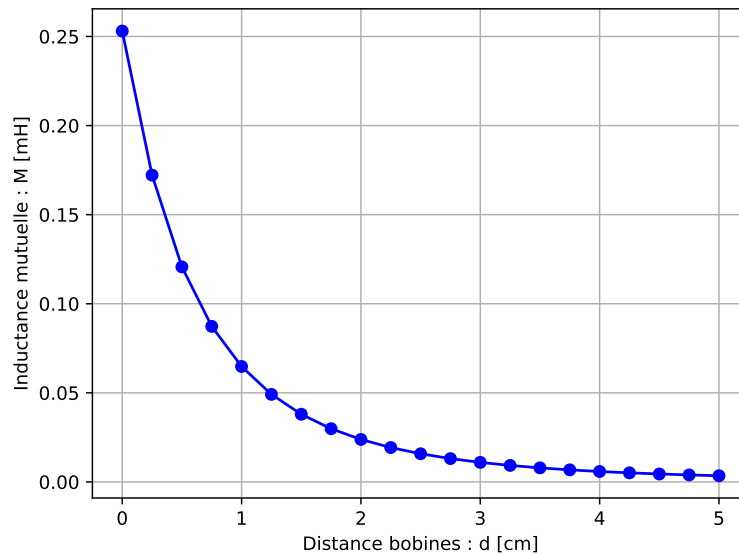


FIGURE 9 – Graphe de l'inductance mutuelle entre 2 bobines de mêmes caractéristiques et placées sur le même axe, en fonction de la distance.

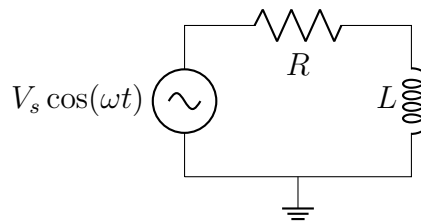


FIGURE 10 – Circuit RL sous tension en sinus,  $R$  est connu, on veut déterminer  $L$ .

Puisque c'est une EDO linéaire, on peut supposer que la solution particulière est de la même forme que l'excitation :  $I_p(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$ . En remplaçant dans (4) et en identifiant les coefficients des  $\cos(\omega t)$  et  $\sin(\omega t)$  de chaque côté de l'égalité, on obtient :

$$A = R \frac{V_0}{R^2 + L^2 \omega^2} \quad B = L \omega \frac{V_0}{R^2 + L^2 \omega^2} \quad (6)$$

Si on attend suffisamment longtemps, le terme "transitoire"  $e^{-t/\tau}$  disparaît, et le courant prendra la forme de la solution particulière. Il est possible d'exprimer  $I_p$  (une somme de sinus et cosinus de même fréquence) par une sinusoïdale déphasée et d'amplitude différente par :

$$I_p = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega t + \arctan(-B/A)) \quad (7)$$

Par (6), on sait que :

$$I_{max} = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \quad (8)$$

En isolant  $L$  dans (8), on obtient une expression de  $L$  en fonction de  $\omega$ ,  $R$ ,  $V_0$  et  $I_{max}$  (l'amplitude du courant traversant le circuit) :

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{V_0^2}{I_{max}^2} - R^2} \quad (9)$$

Expérimentalement, à une fréquence de 100 kHz,  $R = 200 \Omega$ ,  $V_s = 3.40 \text{ V}$ , on observe un courant maximal d'environ  $I_{max} = V_R/R = 10.5 \text{ mA}$  (voir Figure 11), ce qui selon (9) donne une valeur de l'inductance de 0.4 mH. Après vérification avec le multimètre du laboratoire, la valeur que l'on conservera est de  $L_1 = 0.39 \text{ mH}$ , soit une erreur relative de moins de 5%. En répétant le même protocole expérimental pour l'autre bobine, on obtient la valeur de  $L_2 = 0.75 \text{ mH}$ , et une valeur corrigée de 0.79 mH. Il est intéressant de constater que ces 2 valeurs sont du même ordre que la valeur théorique de 0.62 mH calculée plus haut.

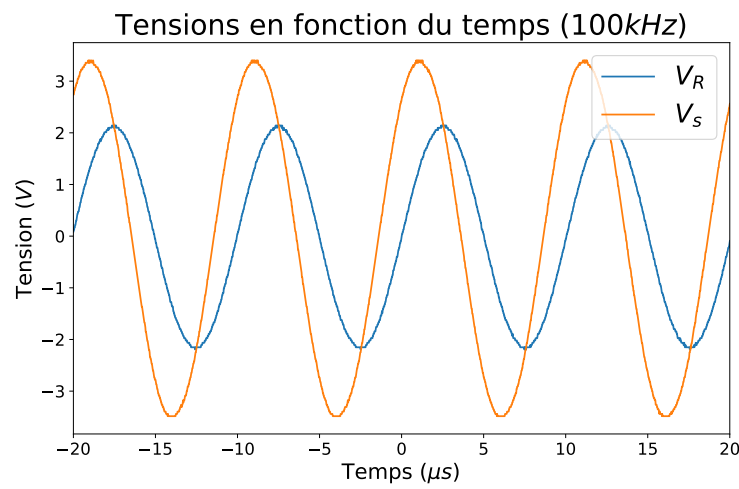
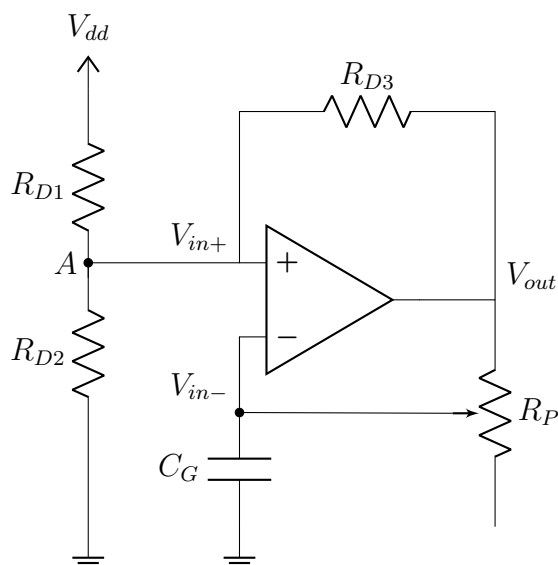


FIGURE 11 – Graphes de la tension aux bornes de la résistance  $V_R$  et  $V_s$ . On constate directement le signal atténué et déphasé prédit par la théorie.

## 4.2 Analyse du bloc oscillateur

### 4.2.1 Présentation du circuit



Composants	Valeurs
$R_{D1} = R_{D2}$	100 k $\Omega$
$R_{D3}$	10 k $\Omega$
$R_P$	<b>A DEFINIR</b>
$C_G$	0.1 nF

FIGURE 12 – Montage bloc oscillateur

Le bloc oscillateur, premier bloc électronique du circuit, est représenté à la Figure 12. Il est alimenté par la source de tension du circuit. L'objectif de ce bloc est de transformer le signal d'entrée continu en un signal alternatif. Cela est critique pour la suite car l'induction magnétique exige une variation du courant, comme vu à la section précédente (eq. 1).

### 4.2.2 Fonctionnement

Le composant principal de ce bloc est l'**amplificateur opérationnel**, ici abrégé en *amp-op*. Il possède 2 entrées ( $in+$  et  $in-$ ) et une sortie ( $out$ ), ainsi que 2 broches d'alimentation ( $V_{dd}$  et  $V_{ss}$ ). Un amp-op idéal fonctionne en amplifiant la différence de potentiel présentée à ses bornes<sup>1</sup> selon un gain  $A$  (idéalement infini) :

$$V_{out} = A(V_{in+} - V_{in-}) \quad (10)$$

Dans le montage oscillateur, il y a une rétroaction *négative*, mais elle n'est pas instantanée à cause de la présence du condensateur. En revanche la rétroaction *positive* (de  $V_{out}$  à  $V_{in+}$ ) est directe et sans délai, ce qui implique que l'amplificateur est en régime instable. On ne va donc considérer que les cas où  $V_{out} = V_{dd}$  et  $V_{out} = V_{ss}$  (puisque l'amp-op ne peut produire plus de potentiel que celui fourni en entrée).

En posant la loi des noeuds en  $A$ , on obtient la tension  $V_{in+}$  en fonction des valeurs des 3 résistances (avec  $R_{D1} = R_{D2}$ ) et de  $V_{out}$  :

$$V_{in+} = \frac{R_{D1}V_{out} + R_{D3}V_{dd}}{2R_{D3} + R_{D1}} \quad (11)$$

En posant l'hypothèse de l'instabilité de l'amp-op, on sait que  $V_{out}$  ne prend que 2 valeurs, et donc  $V_{in+}$  aussi.

$$V_{+min} = V_{dd} \frac{R_{D3}}{2R_{D3} + R_{D1}} \quad V_{+max} = V_{dd} \frac{R_{D3} + R_{D1}}{2R_{D3} + R_{D1}}$$

La tension  $V_{in-}$  correspond à la tension aux bornes d'un condensateur, placé dans un circuit RC alimenté en signal carré entre  $V_{dd}$  et  $0 (= V_{ss})$  :

$$\begin{cases} V_C(t) = V_{dd}(1 - e^{-t/\tau}) & t \in [0, t^*], \\ V_C(t) = V_C(t^*)e^{(t^*-t)/\tau} & t \in [t^*, T] \end{cases} \quad (12)$$

où  $t^*$  est le moment de basculement du signal carré,  $T$  la période totale et  $\tau = R_P C_G$  la constante de temps du circuit RC.

On suppose que le condensateur  $C$  est déchargé au temps  $t = 0$ , donc  $V_{in-}$  est nul.  $V_{in+}$  est positif.  $V_{out}$  vaut donc  $V_{dd}$  et le condensateur va commencer à se charger. A un certain temps  $t^*$ ,

$$V_{in-} = V_C(t) = V_{dd}(1 - e^{-t^*/\tau}) = V_{dd} \frac{R_{D3} + R_{D1}}{2R_{D3} + R_{D1}} = V_{in+} \quad (13)$$

1. L'amp-op tire tout son courant de l'alimentation, il ne fait qu'observer le potentiel aux bornes.

les 2 entrées sont égales, et leur différence devient négative en  $t > t^*$ , donc l'amp-op bascule et  $V_{out} = V_{ss} = 0$ . Ce qui fait aussi basculer  $V_{in+} = V_{+max}$ . Le condensateur passe lui en phase de décharge, jusqu'à un temps  $T$ , où

$$V_{in-} = V_{dd} \frac{R_{D3} + R_{D1}}{2R_{D3} + R_{D1}} \exp\left(\frac{t^* - T}{\tau}\right) = V_{dd} \frac{R_3}{2R_3 + R_1} = V_{in+} \quad (14)$$

et l'amp-op rebascule, recommençant un cycle. Le comportement alternatif ainsi obtenu est illustré à la Figure 13. Sur ces graphes, on constate que le signal ressemblant le plus à un sinus est le  $V_{in-}$ . C'est donc ce signal qui est envoyé au bloc suivant, l'étage de puissance.

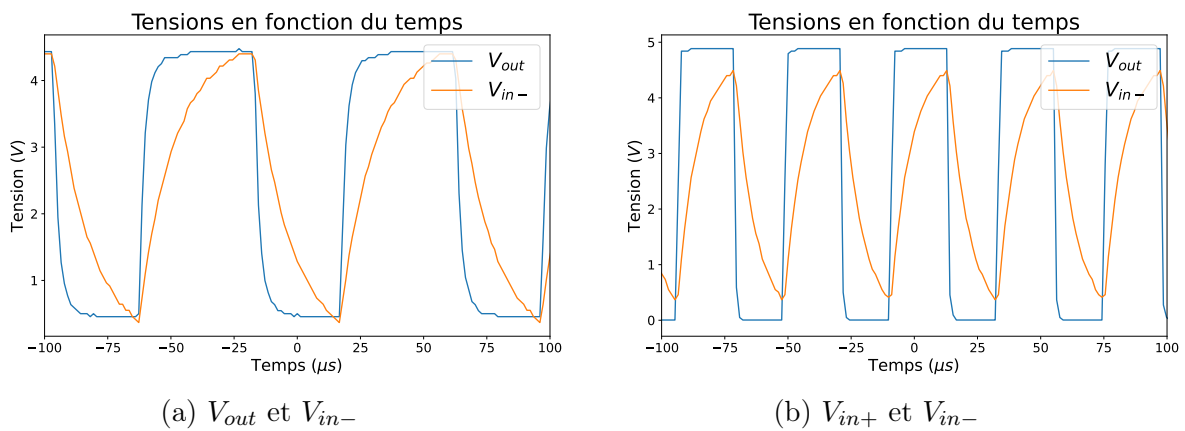


FIGURE 13 – Graphiques de la tension au cours du temps, comparant  $V_{out}$  et les entrées de l'amp-op.

Il serait intéressant de connaître la **fréquence** (ici  $1/T$ ) et le **rapport cyclique** (ici  $t^*/T$ ) du signal de sortie de l'amp-op. Cela est possible grâce aux équations (13) et (14). En isolant  $t^*$  et  $T$  dans chacune, on obtient :

$$t^* = \tau \ln\left(\frac{2R_{D3} + R_{D1}}{R_{D3}}\right) \approx 2.48\tau \quad T = \tau \ln\left(\frac{(2R_{D3} + R_{D1})(R_{D3} + R_{D1})}{R_{D3}^2}\right) \approx 4.79\tau \quad (15)$$

On conclut donc que le rapport cyclique est constant pour toutes les valeurs de  $\tau$  (donc de  $R_P$ ) :  $t^*/T = 0.508$ . La période, elle, est directement proportionnelle à  $R_P$ .

### 4.2.3 Détermination des composants

Si nous voulons une fréquence  $f_0$  en sortie, il faut, sur base de l'équation (15) régler le potentiomètre à une résistance de :

$$R_P = \frac{1}{f_0(4.79 \cdot C_G)} \quad (16)$$

L'intervalle des fréquences atteignables avec un potentiomètre de  $100\text{ k}\Omega$  est d'environ  $1\text{ kHz}$  à  $1\text{ MHz}$ , ce qui nous laisse une marge de manoeuvre considérable pour le reste du circuit.

## 4.3 Analyse du bloc étage de puissance

### 4.3.1 Présentation et analyse du circuit

L'étage de puissance (Fig. 14) est constitué d'un amplificateur opérationnel en mode "suiveur de tension", qui consiste en une rétroaction négative directe. Cela l'amène dans un régime stable où  $V_{out}$  reproduit exactement le signal d'entrée  $V_{in+}$ , comme on peut le voir sur la Figure 15.

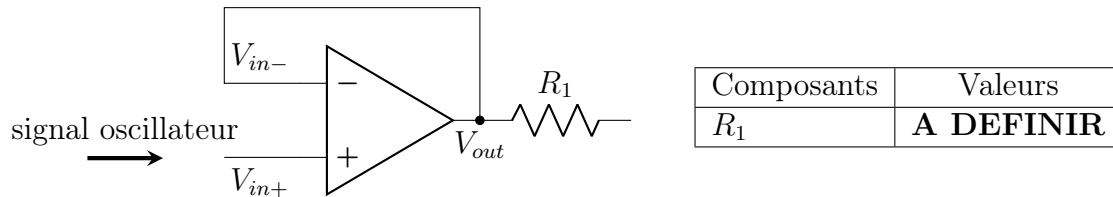


FIGURE 14 – Montage du bloc étage de puissance

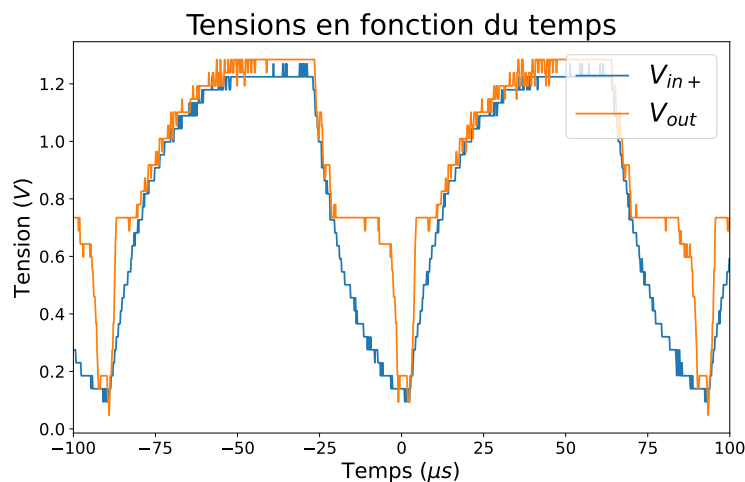


FIGURE 15 – Graphe des tensions au cours du temps aux bornes de l'étage de puissance.

On voit, malgré quelques déviations, la tension  $V_{in+}$  fidèlement reproduite en sortie.

L'intérêt de ce bloc est de répéter le signal du bloc oscillateur tout en augmentant le courant de sortie pour fournir un maximum de puissance au bloc suivant (voir section 4.4, RLC couplé). Dans la même visée, on utilise un amp-op "de puissance", différent du précédent et capable de fournir des courants beaucoup plus grands : on passe de 25 mA à 800 mA (voir les datasheets [1] et [2]). Il isole également le bloc oscillateur du reste du circuit, évitant les interférences entre les blocs, étant donné que l'amp-op ne fait qu'observer la tension  $V_{in+}$ .

## 4.4 Analyse du bloc transfert inductif (RLC couplé)

### 4.4.1 Présentation du circuit

Ce circuit est alimenté en tension par une source  $V_s(t)$  équivalente à la sortie de l'étage de puissance. Le montage pour le transfert inductif est composé de 2 parties distinctes

(primaire et secondaire) magnétiquement couplées. On dispose en effet, côte à côte, 2 bobines d'inductances respectives  $L_1 = 39 \text{ mH}$  et  $L_2 = 79 \text{ mH}$ , et d'inductance mutuelle  $M$  variant de 0 à  $0.25 \text{ mH}$ . On considère en outre que le reste du circuit secondaire peut se résumer à une résistance équivalente qu'on appelle  $R_2$ .

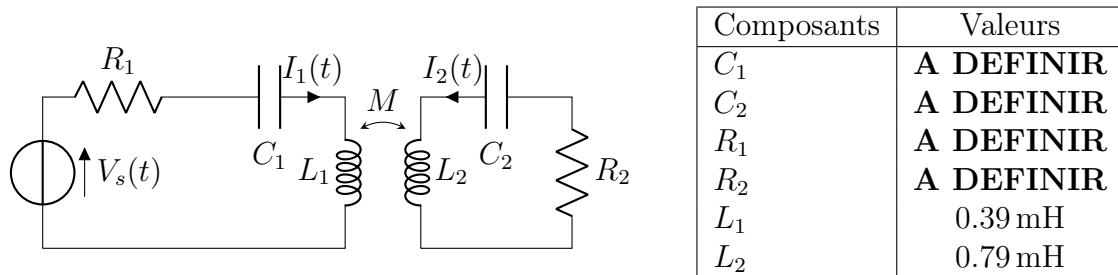


FIGURE 16 – Montage bloc transfert inductif

Le but du bloc RLC couplé est de réaliser le transfert de puissance entre le primaire et le secondaire. L'intérêt d'une telle méthode est qu'elle permet de relier 2 circuits sans fil, avec une intensité dépendant de la distance entre les bobines et des caractéristiques physiques de ces dernières. Cela garantit que les chaussures ne chauffent que lorsqu'elles sont fixées, et d'éviter de devoir les brancher avec un câble.

#### 4.4.2 Fonctionnement théorique et expérimental

Pour mieux comprendre le fonctionnement de ce circuit, il est utile de poser les équations différentielles dérivées de la loi des mailles sur chaque boucle :

$$V_s(t) = R_1 I_1 + \frac{1}{C_1} \int I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \quad (17)$$

$$0 = R_2 I_2 + \frac{1}{C_2} \int I_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} \quad (18)$$

Pour simplifier les calculs, on va poser 3 hypothèses :

1. Le signal d'entrée est de la forme  $V_s(t) = V_0 \cos(\omega t + \phi_s)$ . Cette hypothèse peut se justifier par le choix adapté du signal de sortie de l'oscillateur, quasi-sinusoïdal.
2. Les courants sont de la forme du signal d'entrée avec un déphasage inconnu (on pose  $I_1$  comme phase de référence), donc  $I_1(t) = I_1 \cos(\omega t)$  et  $I_2(t) = I_2 \cos(\omega t + \phi)$ .
3. On impose que les fréquences de résonance des 2 parties soient les mêmes et on se place à cette fréquence :  $\omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$

Pour justifier cette dernière hypothèse, il faut se pencher sur les équations d'un circuit RLC en ignorant l'impact de l'inductance mutuelle. On veut déterminer la fréquence de résonance de la partie gauche du circuit à la Figure 16. Pour ce faire, on pose la relation suivante obtenue par la loi des mailles :

$$V_s = V_R + V_C + V_L \quad (19)$$

$$= R I_1 + \frac{1}{C} \int I_1 dt + L \frac{dI_1}{dt} \quad (20)$$

On a donc une EDO d'ordre 2 en  $I_1(t)$ . On pose l'hypothèse d'un courant sinusoïdal déphasé :

$$I_1(t) = I_1 \cos(\omega t + \phi_0) = i_1 \sin(\omega t) + i_2 \cos(\omega t) \quad (21)$$

En remplaçant dans (20), et en identifiant les coefficients, on obtient ce système :

$$\begin{cases} V_s = R_1 i_1 + i_2 \left( \frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right) \\ 0 = R_1 i_2 + i_1 \left( L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} \right) \end{cases} \quad (22)$$

On résout :

$$i_1 = \frac{V_0 R_1}{R_1^2 + \left( \frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right)^2} \quad i_2 = \left( \frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right) \frac{V_0}{R_1^2 + \left( \frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right)^2}$$

En connaissant les deux courants, on peut déduire  $I_{1max}$  l'amplitude du courant  $I_1(t)$  passant dans le circuit, avec  $\sqrt{i_1^2 + i_2^2} = I_{1max}$  :

$$I_{1max} = \frac{V_0}{\sqrt{R_1^2 + \left( \frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right)^2}} \quad (23)$$

Cette fonction est tracée à la Figure 17 pour plusieurs valeurs de l'inductance. On constate que le courant maximal est obtenu pour des valeurs de  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ , on l'appelle la **fréquence de résonance**. A la Figure 18, on a comparé expérimentalement

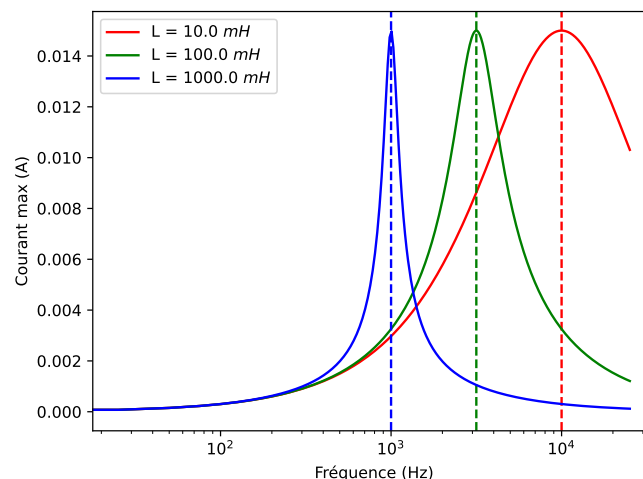
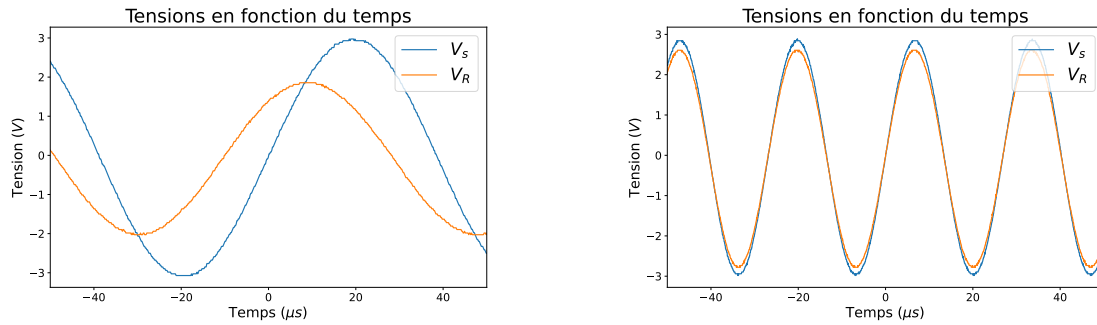


FIGURE 17 – Amplitude théorique du courant à travers un circuit RLC en fonction de la fréquence pour plusieurs valeurs de l'inductance. Les droites verticale sont les fréquences de résonance correspondantes, qui coïncident avec les maximas des courbes.

le courant à travers un RLC pour différentes fréquences. On constate effectivement que les impacts du condensateur et de la bobine se "neutralisent" quand on travaille à la fréquence de résonance, concentrant toute la tension aux bornes de la résistance. Ce phénomène contribue à maximiser la quantité de puissance transférée.





(a) Tensions  $V_s$  et  $V_R$  à une fréquence de 13 kHz  $\neq \omega_0$ . (b) Tensions  $V_s$  et  $V_R$  à une fréquence de 37 kHz  $\approx \omega_0$ .

FIGURE 18 – Comparaison des courants à différentes fréquences, dont la fréquence de résonance.

Revenons-en au circuit couplé. Les 3 hypothèses ainsi posées simplifient grandement les 2 EDO linéaires obtenues plus haut :

$$V_s \cos(\omega t + \phi_s) = R_1 I_1 \cos(\omega t) - M \omega I_2 \sin(\omega t + \phi) \quad (24)$$

$$0 = R_2 I_2 \cos(\omega t + \phi) - M \omega I_1 \sin(\omega t) \quad (25)$$

De l'équation (25), on déduit les égalités suivantes :

$$\phi = -\frac{\pi}{2}, \quad I_1 = \frac{R_2 I_2}{M \omega} \quad (26)$$

En remplaçant  $\phi$  et  $I_1$  par ces valeurs dans (24), on trouve :

$$\phi_s = 0, \quad V_s = \frac{R_1 R_2 I_2}{M \omega} + M \omega I_2 \iff I_2(\omega) = \frac{V_s M \omega}{R_1 R_2 + M^2 \omega^2} \quad (27)$$

La quantité de puissance transférée, que l'on veut maximiser, dépend de l'intensité de  $I_2$ . En optimisant, on trouve la fréquence  $\omega_0$  qui donne un  $I_2$  maximal :

$$\frac{dI_2(\omega)}{d\omega} = 0 \implies \omega_0 = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{M} \quad \max(I_2) = \frac{V_s}{2\sqrt{R_1 R_2}} \quad (28)$$

#### 4.4.3 Détermination des composants

Sachant que la fréquence de résonance de notre circuit est imposée par l'équation (28), on peut déterminer les valeurs optimales des capacités :

$$C_1 = \frac{M^2}{R_1 R_2 L_1} \quad C_2 = \frac{M^2}{R_1 R_2 L_2} \quad (29)$$

La valeur de la résistance  $R_1$  n'est pas contrainte, mais peut être ajustée pour rendre les valeurs optimales de  $C_1$  et  $C_2$  plus proches de capacités des condensateurs dont nous disposons déjà.

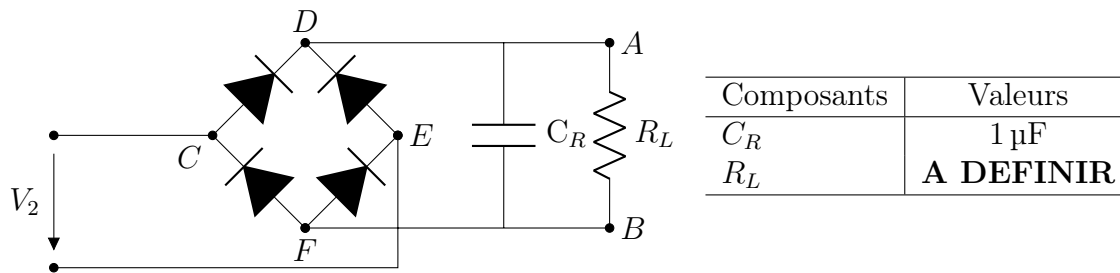


FIGURE 19 – Montage bloc redresseur

## 4.5 Analyse du bloc redresseur

### 4.5.1 Présentation du circuit

Le montage du bloc redresseur est présenté à la Figure 19. Il est composé de diodes, des composants non-linéaires qui ne laissent passer le courant que dans un seul sens, et d'une résistance  $R_L$  placée en parallèle à une capacité  $C_R$  de 1  $\mu$ F. L'objectif de ce bloc est de transformer le courant alternatif généré par le bloc inductif en un courant continu exploitable pour une application, comme la recharge d'une batterie ou l'alimentation d'un moteur électrique.

### 4.5.2 Fonctionnement

La diode est le composant clé du circuit redresseur. Le courant ne peut passer que dans un sens à travers la diode, et seulement si une tension suffisante est appliquée à ses bornes : la **tension de seuil** (0.7 V pour les diodes à silicium dont nous disposons). On posera l'hypothèse que la chute de tension due à une diode est de 0.7 V pour la suite du développement.

Commençons par ignorer le condensateur dans un premier temps. La tension d'entrée étant alternative, le courant parcourt le circuit selon 2 chemins en fonction du signe de  $V_2$  : CDABFE ou EDABFC. Dans les 2 cas, la tension  $V_R = V_A - V_B$  est positive, et égale à  $|V_2| - 1.4$  V (le courant subit 2 chutes de tension de 0.7 V en passant par les diodes). Si  $V_2 < 1.4$  V, aucun courant ne passe puisqu'une des 2 diodes n'atteindra pas la tension seuil. On obtient donc un comportement de la tension comme représenté sur la Figure 20. La courbe verte est toujours positive, sauf dans l'intervalle où  $V_s < 1.4$  V où elle s'annule.

La solution pour lisser le signal  $V_R$  est de placer un condensateur en parallèle, comme dans le montage redresseur de la Figure 19. Dans la phase du pic de la tension  $V_R$ , le condensateur se charge, atténuant un peu le courant passant par la résistance. Quand la tension redescend, le condensateur se décharge dans la résistance, augmentant le courant à travers celle-ci. Ces 2 effets régulent le courant dans la résistance et permettent donc de lisser la courbe,  $V_R$  s'approchant d'un signal continu.

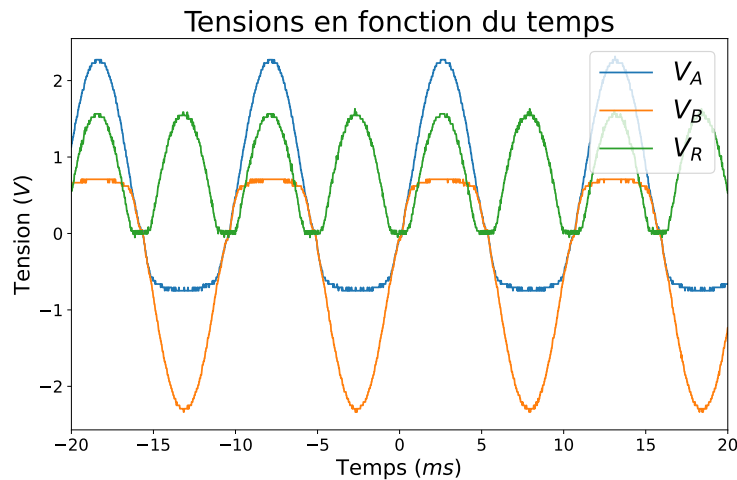


FIGURE 20 – Graphes des tensions du redresseur en régime sinusoïdal :  $V_A$  en bleu,  $V_B$  en orange, et  $V_R = V_A - V_B$  en vert.

## 5 Conclusion

En guise de conclusion pour ce rapport et pour récapituler les avancées réalisées durant les huit premières semaines du projet, il est important de souligner les défis auxquels nous avons été confrontés ainsi que les solutions envisagées. Plus précisément, nous nous posons encore des questions. "Comment faire passer le courant depuis le cadre sur l'axe rotatif de la pédale?", "Comment disposer la bobine sur la pédale et sur la chaussure afin de minimiser la distance entre elles?" Nous avons des pistes de réflexions pour aborder ces problèmes. D'abord, afin de faire circuler le courant du cadre à la pédale, nous avons pensé à utiliser une brosse conductrice accrochée au cadre en contact permanent avec une plaque conductrice attachée, elle, à la pédale. Grâce à cela, le courant pourra circuler du cadre à la pédale sans prendre le risque que les fils s'emmêlent avec toutes les rotations impliquées. Ensuite, nous placerions les bobines de sorte qu'elles s'emboîtent l'une dans l'autre pour maximiser l'induction. L'idée est que lorsque les chaussures s'attachent aux pédales, les bobines soient concentriques et ne bougent plus. Le défi majeur restant est de déterminer comment fixer exactement les bobines aux chaussures et aux pédales.

Durant cette période initiale, nous avons mis en place des méthodes de travail efficaces et productives. C'est pourquoi nous avons rédigé des rapports en *LaTeX* après chaque laboratoire pour garder une trace de nos expériences et des résultats. Nous avons également décidé de répartir le travail équitablement au sein de l'équipe en incluant au mieux les rôles vus au premier quadrimestre (gardien du temps, secrétaire, porte parole, scribe et animateur). Ces méthodes de travail nous semblent efficaces. Cependant, afin d'améliorer notre productivité dans le futur, nous devrions améliorer la prise de mesures en laboratoires. Quelques confusions sont survenues lors du travail dues à des mauvaises nominations de fichiers par exemple. Le temps en laboratoire est limité, nous devons encore œuvrer à le rentabiliser au mieux de nos capacités.

Pour la suite du projet, notre objectif principal est la finalisation de la construction du circuit ainsi que son intégration sur le vélo. Pour ce faire, nous devons d'abord choisir un vélo ainsi qu'une dynamo. Ensuite nous devons placer la dynamo sur le vélo et la lier au début de notre circuit. Enfin, nous devons placer un matériau résistif dans les chaussures à clips et le lier à l'extrémité de notre circuit.

## Références

- [1] Microchip Technology. *Rail-to-Rail Op Amp MCP6291*, 2020.
- [2] Texas Instruments. *High output drive operational amplifiers*, 2006.