



PROJET 2 LEPL1502  
GROUPE 11.55  
RAPPORT

---

## Laboratoire 3

---

***Étudiants :***

Matthieu DE LAET  
Nicolas DECROLY  
Augustin WEZEL  
Grégoire LORIAUX  
Antoine SCHOEPP  
Alexandre STIEVENARD

***Enseignant·e·s :***

Claude OESTGES  
Jérôme LOUVEAUX

17 avril 2024

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Expérience 1 : Circuit RC</b>	<b>2</b>
1.1	Présentation de l'expérience . . . . .	2
1.2	Objectifs . . . . .	2
1.3	Préparation théorique / rappels . . . . .	2
1.4	Mode opératoire . . . . .	3
1.5	Résultats / Données brutes . . . . .	3
1.5.1	Variation de $f$ avec $R = 100\text{ k}\Omega$ . . . . .	3
1.5.2	Variation de $f$ avec $R = 200\text{ k}\Omega$ . . . . .	5
1.6	Interprétation des résultats . . . . .	7
1.6.1	Variation de $f$ . . . . .	7
1.6.2	Variation de $R$ . . . . .	7
1.6.3	Détermination de $\tau$ . . . . .	7
1.6.4	Questions de réflexion . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Expérience 2 : Montage oscillateur</b>	<b>10</b>
2.1	Présentation de l'expérience . . . . .	10
2.2	Objectifs . . . . .	10
2.3	Préparation théorique / rappels . . . . .	10
2.3.1	Amplificateur opérationnel . . . . .	10
2.3.2	Déterminer $V_{in+}$ . . . . .	11
2.3.3	Déterminer $V_{in-}$ . . . . .	11
2.3.4	Comportement théorique du circuit . . . . .	11
2.3.5	Période théorique et rapport cyclique . . . . .	12
2.4	Mode opératoire . . . . .	12
2.5	Résultats / Données brutes . . . . .	12
2.6	Interprétation des résultats . . . . .	12

# 1 Expérience 1 : Circuit RC

## 1.1 Présentation de l'expérience

Le circuit étudié pour cette expérience est représenté à la Figure 1. Une résistance  $R$  et un condensateur  $C$  sont placés en série avec une source de tension générant un signal carré.

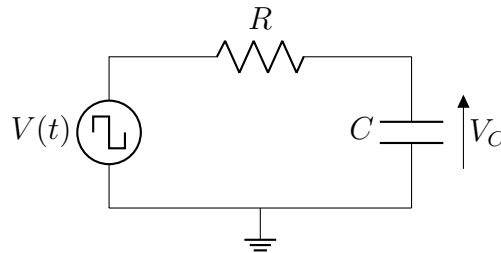


FIGURE 1 – Montage de l'expérience 1 : Circuit RC

Pour cette expérience, on considère initialement la situation où aucune charge  $Q$  ne se trouve sur le condensateur et on connecte à l'instant  $t = 0$  une source de tension carrée  $V(t)$  de période  $T$ . La capacité  $C$  vaut  $0.1 \text{ nF}$ , la résistance  $R$  vaut  $100 \text{ k}\Omega$  et le signal  $V(t)$  varie entre  $0$  et  $2V$  avec une fréquence de  $10 \text{ kHz}$ .

## 1.2 Objectifs

L'objectif de cette expérience est d'observer le cycle charge/décharge du condensateur et mesurer sa constante de temps  $\tau$  et analyser l'impact de la fréquence du signal ainsi que la résistance  $R$  sur  $V(t)$ .

## 1.3 Préparation théorique / rappels

Un condensateur, souvent représenté par deux plaques parallèles, est un composant du circuit capable d'accumuler des charges électriques opposées sur ses plaques. La tension à ses bornes est donnée par :

$$V_C(t) = \frac{Q(t)}{C} \quad CV_C(t) = Q(t)$$

où  $Q(t)$  est la charge accumulée au temps  $t$  et  $C$  la **capacité** du condensateur. On sait également que le courant  $I(t)$  parcourant le circuit au temps  $t$  est la dérivée de la charge  $Q(t)$ . On peut donc écrire la loi des mailles sur notre circuit, avec  $V(t)$  une source de tension carrée oscillant entre  $0$  et  $V_{max}$  :

$$V(t) - RC \frac{dV_C(t)}{dt} - V_C(t) = 0 \quad (1)$$

Si on regarde le système entre  $t = 0$  et  $t = T/2$ ,  $V(t) = V_{max}$  est constant. En résolvant l'EDO, on obtient une expression de la tension  $V_C(t)$  :

$$V_C(t) = V_{max}(1 - e^{-t/RC}) \quad (2)$$

On constate que  $V_C(t)$  est croissant, on est donc dans la période de charge du condensateur. Entre  $t = T/2$  et  $t = T$ ,  $V(t) = 0$  et l'équation différentielle a une autre solution :

$$V_C(t) = V_C(T/2)e^{(T/2-t)/RC} \quad (3)$$

La tension est décroissante, c'est donc la phase de décharge du condensateur. Ce comportement théorique peut être résumé comme sur la figure 2. On définit  $\tau = RC$  la **constante de temps** du circuit. On peut vérifier que cela est bien cohérent au niveau des unités :  $\Omega \times F = [V/A] \times [As/V] = [s]$ .

La constante de temps peut se calculer expérimentalement en traçant la tangente au graphe de  $V_C(t)$  en  $t = 0$  et en regardant l'abscisse de son intersection avec la tension  $V(t)$ , ou en mesurant le temps nécessaire pour atteindre  $63\% \approx 1 - 1/e$  de la tension  $V_{max}$ . Lorsque le condensateur est chargé à 95 %, on considère qu'il a atteint la charge complète, et cela revient à attendre 3 fois la constante de temps.

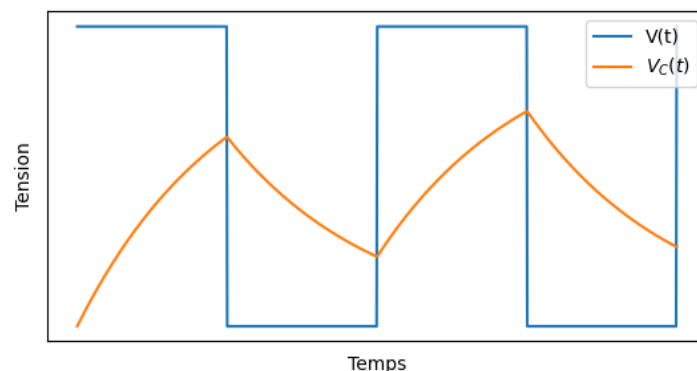


FIGURE 2 – Graphique théorique comparatif entre la tension à la source et aux bornes du condensateur.

## 1.4 Mode opératoire

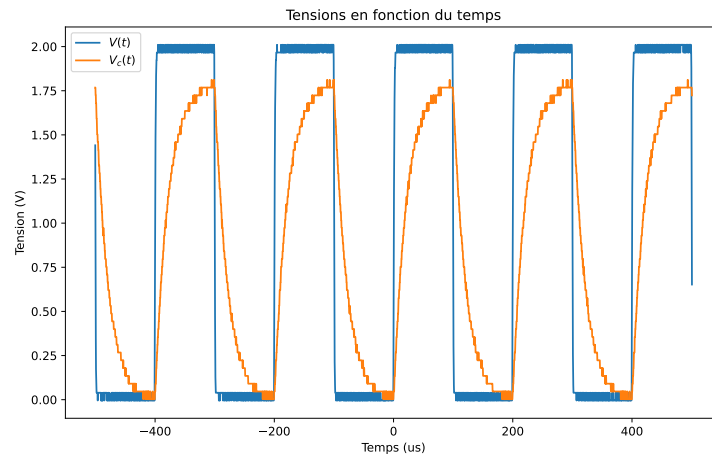
Faire les mesures suivantes avec un signal carré d'amplitude 1V, un offset de 1V, une résistance de 100 k $\Omega$  (excepté point 4) et un condensateur de capacité 100 pF.

1. Mesurer la tension  $V(t)$  dans le circuit de la Figure 1.
2. Mesurer la tension  $V_c$  avec une fréquence du signal  $V(t)$  de 5 kHz.
3. Faire varier la fréquence du signal carré d'entrée et observer les effets sur la tension  $V_c$  (20 kHz et 100 kHz).
4. En gardant une fréquence du signal d'entrée constante, faire varier la résistance à 200 k $\Omega$  et observer les effets sur la tension  $V_c$ .

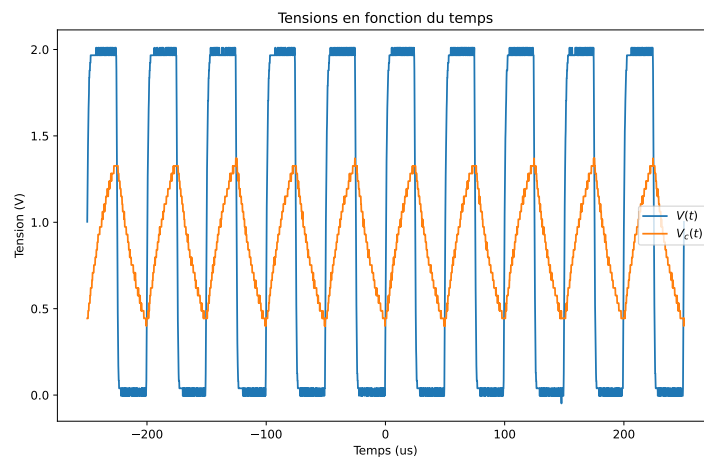
## 1.5 Résultats / Données brutes

### 1.5.1 Variation de $f$ avec $R = 100 \text{ k}\Omega$

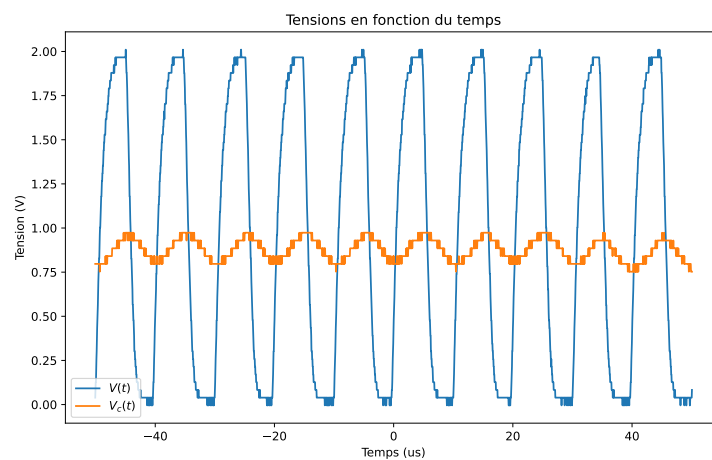
Dans un premier temps, nous présenterons les résultats de la variation de la fréquence du signal d'entrée  $V(t)$ . La résistance  $R_1$  et la capacité  $C$  sont invariées et sont de valeurs respectives, 100 k $\Omega$ , 100 pF.



(a) Fréquence de 5 kHz



(b) Fréquence de 20 kHz

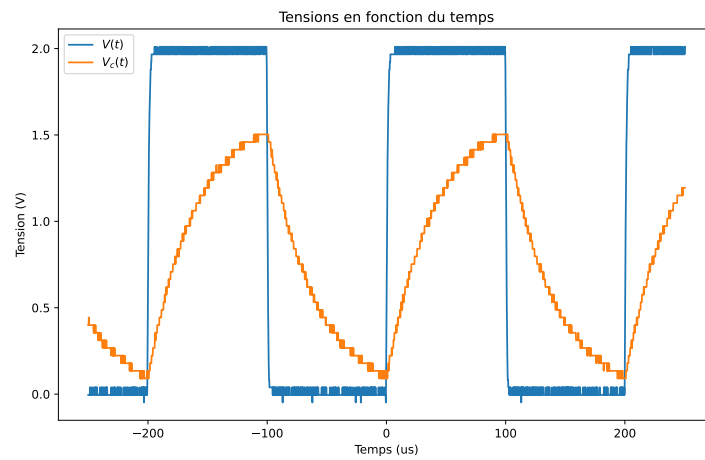


(c) Fréquence de 100 kHz

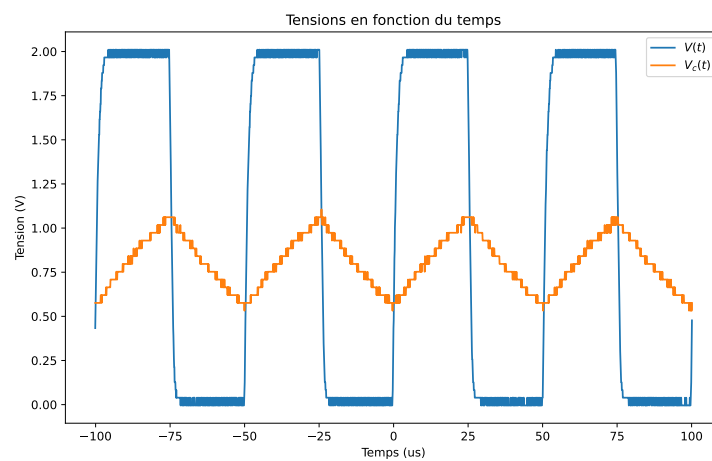
FIGURE 3 – Graphiques reprenant  $V(t)$  et  $V_C(t)$

### 1.5.2 Variation de $f$ avec $R = 200\text{ k}\Omega$

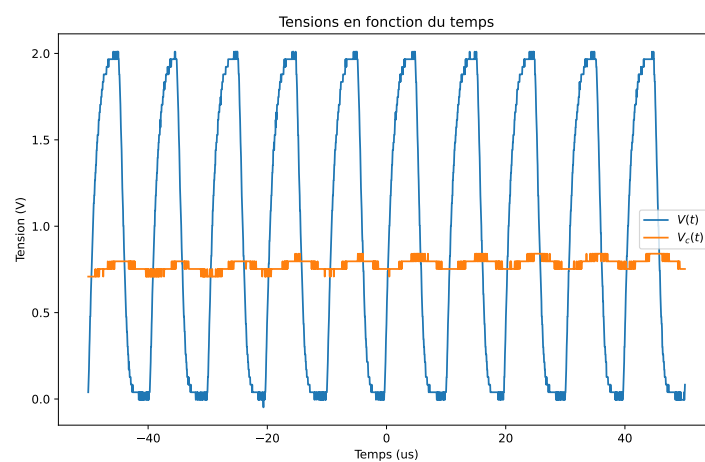
Dans un deuxième temps, nous présenterons ici les résultats de l'expérience réalisée avec les mêmes paramètres que précédemment, uniquement la résistance est modifiée et vaut  $200\text{ k}\Omega$ .



(a) Fréquence de 5 kHz



(b) Fréquence de 20 kHz



(c) Fréquence de 100 kHz

FIGURE 4 – Graphiques reprenant  $V(t)$  et  $V_C(t)$

## 1.6 Interprétation des résultats

### 1.6.1 Variation de $f$

Nous observons (Fig. 3a à 3c) que lorsque  $f$  (fréquence de  $V(t)$ ) augmente,  $f_c$  (fréquence de  $V_c(t)$ ) augmente d'un même facteur. Nous voyons également qu'avec l'augmentation de  $f$ , l'amplitude de  $V_c$  diminue. L'augmentation de  $f_c$  est explicable trivialement par l'augmentation de  $f$ .

Expliquons maintenant pourquoi l'amplitude du signal  $V_c$  diminue avec l'augmentation de  $f$ . Intuitivement, cette diminution de l'amplitude peut être expliquée par le fait que lorsque  $f$  augmente, la période diminue. Le condensateur a donc moins de temps pour effectuer sa recharge/décharge et la différence de potentiel diminue à ses bornes. Plus rigoureusement, (Eq. 3) représente bien le fait que si  $T$  diminue,  $e^{\frac{-T/2}{RC}}$  augmente et donc par conséquent,  $V_C(T/2)$  (l'amplitude maximale de  $V_C(t)$ ) diminue.

Notons également que le graphique obtenu avec une fréquence de 20 kHz (Fig. 4b) ressemble au graphique théorique attendu (Fig. 2).

### 1.6.2 Variation de $R$

Nous voyons, en comparant les graphiques des tensions en fonction du temps pour  $R_1$  et  $R_2$  (Fig. 3 et 4) que pour une même fréquence d'entrée et un même condensateur, l'amplitude de  $V_c(t)$  diminue si la résistance augmente. Encore une fois, l'explication intuitive de cette diminution est qu'augmenter la résistance diminue l'intensité du courant. Par conséquent, le nombre de charges dans le condensateur diminue et la tension aux bornes de ce dernier diminue également. De même, (Eq. 3) représente bien que si  $R$  augmente,  $\tau$  augmente, et l'amplitude de  $V_c(t)$  diminue.

### 1.6.3 Détermination de $\tau$

A présent, déterminons la valeur expérimentale de  $\tau$  et comparons la à la valeur théorique. Pour ce faire, nous déterminerons  $\tau$  graphiquement, en traçant la tangente au graphe de  $V_c(t)$  en  $t = 0$  comme énoncé dans la partie théorique. La valeur théorique de  $\tau$  avec  $R = 100 \text{ k}\Omega$  et  $C = 100 \text{ pF}$  est de  $10 \mu\text{s}$ .



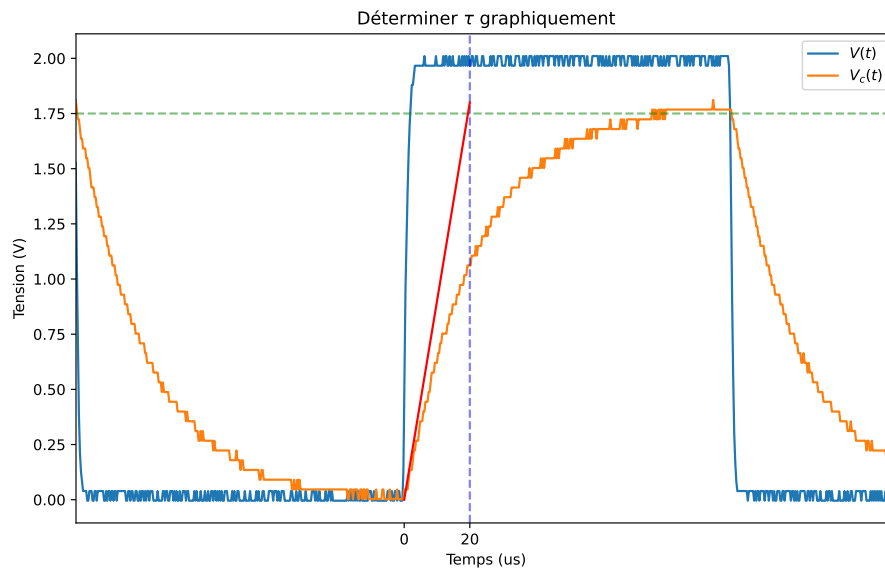


FIGURE 5 – Détermination graphique de  $\tau$ ,  $f = 5 \text{ kHz}$

Graphiquement (Fig. 5) nous avons déterminé une constante de temps de  $\sim 20 \mu\text{s}$ . Cette valeur diffère de notre prévision théorique d'un facteur 2. La résistance interne du *picoscope* étant de  $600 \Omega$ , elle représente moins de 1% de la résistance totale du circuit, elle ne peut donc expliquer cette divergence. Une explication plausible est que nous aurions réalisé une erreur expérimentale en utilisant une résistance 2x trop élevée.

#### 1.6.4 Questions de réflexion

Avant de clôturer la discussion des résultats de l'expérience 1, répondons à trois questions de réflexion.

- **Sur base des résultats de l'expérience, comment-pourrait on trouver la capacité d'un condensateur inconnu ?**

Nous pourrions déterminer graphiquement la constante de temps  $\tau$ . En découle alors que,

$$C = \frac{\tau}{R}$$

où  $R$  correspond à la résistance totale du circuit.

- **Quelle est l'effet de la résistance interne du générateur sur le fonctionnement du circuit RC ?**

La résistance interne du générateur augmente la résistance totale du circuit. Par conséquent, elle augmente la valeur de la constante de temps et diminue donc l'amplitude de  $V_c(t)$  (Eq. 3). En outre, cela revient à augmenter la valeur de la résistance placée après la source. Expérimentalement nous avons bien observé que  $V_c(t)$  diminuait avec l'augmentation de  $R$ .

- **Comment-trouver la valeur moyenne du signal  $V_c(t)$  sur une période ?**

Dans la suite du raisonnement, nous calculerons la valeur moyenne pour un circuit

RC (Fig. 1) avec une capacité  $C$  de 100 pF, une résistance  $R$  de 5 k $\Omega$  et une fréquence d'entrée de 5 kHz.

Pour trouver la valeur moyenne du signal  $V_c(t)$  :  $V_{cmoy}(t)$ , nous pouvons simplement sommer l'aire algébrique du signal sur sa période divisé par cette dernière.

$$V_{cmoy}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T V_c(t) dt$$

Où :

$$T = \frac{1}{f} = 2.10^{-4} s$$

Pour résoudre cette intégrale définie, nous utilisons des méthodes numériques (Fig. 6).

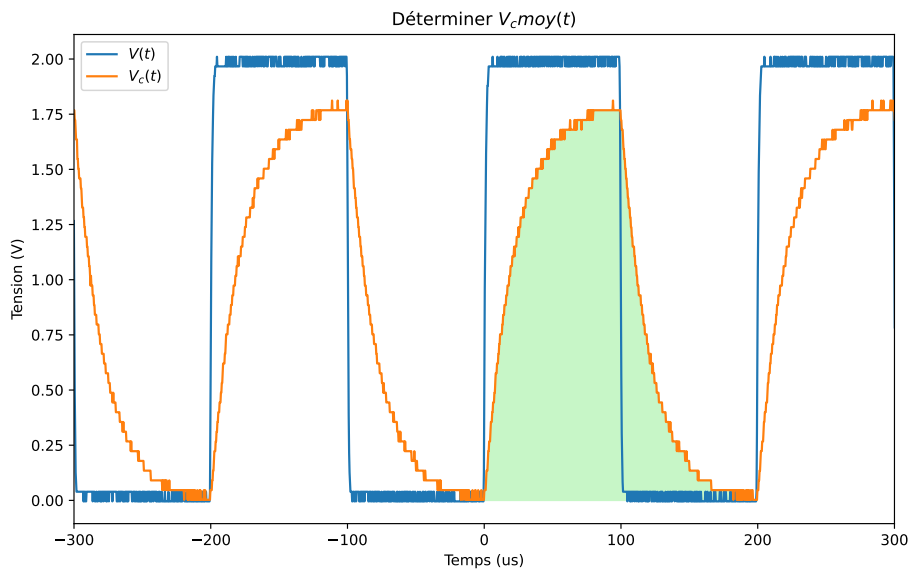


FIGURE 6 – Détermination graphique de  $V_{cmoy}(t)$ ,  $f = 5$  kHz

$$\begin{aligned} \int_0^T V_c(t) dt &\approx 0.000176 \text{ V.s} \\ \Rightarrow V_{cmoy}(t) &\approx 0.883 \text{ V} \end{aligned}$$

## 2 Expérience 2 : Montage oscillateur

### 2.1 Présentation de l'expérience

Le montage de l'expérience est montré à la Figure 2. La sortie  $V_{out}$  de l'amplificateur opérationnel est connectée à l'entrée positive grâce à un diviseur résistif. La sortie  $V_{out}$  est aussi connectée à l'entrée négative  $V_{in-}$  grâce un circuit  $RC$ . Le condensateur a une capacité de  $0.1nF$ . Les résistances  $R_1$  et  $R_2$  sont identiques et valent  $100k\Omega$ .  $R_3$  vaut  $10k\Omega$ .  $pRef$  est un potentiomètre de  $100k\Omega$  qui permet d'obtenir une résistance réglable  $R_4$ . Le circuit est alimenté par une tension continue  $V_{dd}$  de 5 V.

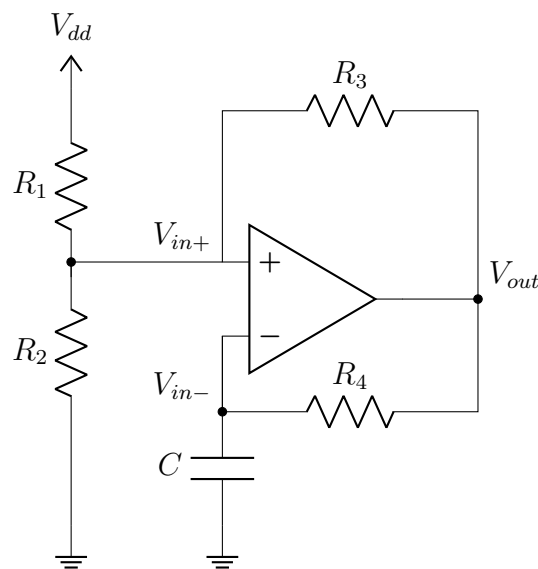


FIGURE 7 – Montage oscillateur

### 2.2 Objectifs

L'objectif de cette expérience est de comprendre le fonctionnement du montage oscillateur proposé (Fig. 7). Il est également de mesurer le signal périodique de sortie  $V_{out}$  au cours du temps.

### 2.3 Préparation théorique / rappels

#### 2.3.1 Amplificateur opérationnel

Le composant principal de ce circuit est l'**amplificateur opérationnel**, ici abrégé en *amp-op*. Comme montré à la Figure 8, possède 2 entrées ( $in+$  et  $in-$ ) et une sortie ( $out$ ), ainsi que 2 broches d'alimentation ( $V_{dd}$  et  $V_{ss}$ ). Un amp-op idéal fonctionne en amplifiant la différence de potentiel présentée à ses bornes selon un gain  $A$  supposé infini :

$$V_{out} = A(V_{in+} - V_{in-}) \quad (4)$$

Bien entendu, l'amp-op ne peut produire une tension plus élevée que celle fournie par son alimentation,  $V_{out}$  est donc borné entre  $V_{ss}$  et  $V_{dd}$ . Etant donné la très haute valeur de  $A$ ,

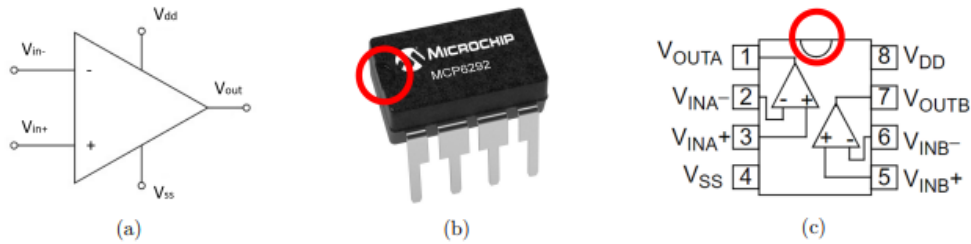


FIGURE 8 – (a) Symbole électrique d'un amp-op, (b) Photo de l'amp-op utilisé pour cette expérience, (c) Schéma des connexions internes à l'amp-op.

on peut supposer qu'un amp-op ne produira que des tensions extrêmes  $V_{dd}$  et  $V_{ss}$  selon le signe de  $V_{in+} - V_{in-}$ , sauf exception si il existe une boucle de rétroaction négative.

Dans le montage oscillateur, on a connecté  $V_{in-}$  et  $V_{out}$ , il y a donc bien une rétroaction *négative*, mais elle n'est pas instantanée à cause de la présence de la capacité. En revanche la rétroaction positive (de  $V_{out}$  à  $V_{in+}$ ) est directe et sans délai, ce qui implique que l'amplificateur est en régime instable. On ne va donc considérer que les cas où  $V_{out} = V_{dd}$  et  $V_{out} = V_{ss}$ .

### 2.3.2 Déterminer $V_{in+}$

Pour déterminer  $V_{in+}$  en fonction de  $V_{out}$ , on peut écrire la loi des noeuds en  $V_{in+}$  ( $I_i$  passe par la résistance  $R_i$  pour tout  $i$ ) :

$$I_1 + I_3 = I_2 \iff \frac{V_{dd} - V_{in+}}{R_1} + \frac{V_{out} - V_{in+}}{R_3} = \frac{V_{in+}}{R_2}$$

En isolant  $V_{in+}$ , et en sachant que  $R_1 = R_2$  (voir Section 2.1), on obtient une formule dépendant uniquement de  $V_{out}$  et des paramètres du circuit :

$$V_{in+} = \frac{R_1 V_{out} + R_3 V_{dd}}{2R_3 + R_1} \quad (5)$$

### 2.3.3 Déterminer $V_{in-}$

Si on regarde la partie basse du circuit Fig. 7, on constate qu'il est constitué d'un circuit RC avec une tension d'entrée  $V_{out}$ , une capacité  $C$  et une résistance  $R_4$ , et une constante de temps  $\tau = R_4 C$ . La tension  $V_{in-}$  est la tension aux bornes de la capacité, elle suivra donc le même comportement que celui déterminé par les Eq. 2 et 3 à la section 1.3.

### 2.3.4 Comportement théorique du circuit

On suppose que le condensateur  $C$  est déchargé au temps  $t = 0$ , donc  $V_{in-}$  est nul.  $V_{in+}$  est positif (connecté au diviseur résistif entre  $R_1$  et  $R_2$ ).  $V_{out}$  vaut donc  $V_{dd}$  (tension maximale) et le condensateur va commencer à se charger. A un certain temps  $t^*$ ,

$$V_{in-} = V_{dd}(1 - e^{-t^*/R_4 C}) = V_{dd} \frac{(R_1 + R_3)}{2R_3 + R_1} = V_{in+} \quad (6)$$

Les 2 entrées sont égales, et leur différence devient négative en  $t > t^*$ , donc l'amp-op bascule et  $V_{out} = V_{ss} = 0$ . Ce qui fait aussi basculer  $V_{in+} = \frac{R_3 V_{dd}}{2R_3 + R_1}$ . Le condensateur passe lui en phase de décharge, jusqu'à un temps  $t_{2*}$ , où

$$V_{in-} = V_{dd} \frac{(R_1 + R_3)}{2R_3 + R_1} e^{t^* - t_{2*}/R_4 C} < \frac{R_3 V_{dd}}{2R_3 + R_1} = V_{in+} \quad (7)$$

et l'amp-op rebasculer, recommençant un cycle.

### 2.3.5 Période théorique et rapport cyclique

La fréquence d'oscillation de  $V_{out}$  va dépendre des valeurs de  $t^*$  et  $t_{2*}$ . On peut les calculer grâce aux équations 6 et 7. On constate que la période dépend de la constante de temps  $\tau$  et donc indirectement de  $R_4$  et  $C$ . Les résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$  interviennent aussi dans les formules pour  $t^*$  et  $t_{2*}$ . Un point important à noter est que  $t^*$  n'est pas forcément à la moitié de  $t_{2*}$ . La période d'activité du cycle ( $0 \rightarrow t^*$ ) ne dure pas obligatoirement autant que la période d'inactivité ( $t^* \rightarrow t_{2*}$ ). Le rapport entre la période totale et le temps d'activité par période s'appelle le **rapport cyclique** (*duty cycle* en anglais).

## 2.4 Mode opératoire

1. Reproduire le circuit électrique (Fig. 7) sur un *breadboard* connecté à une source de tension DC réglée à 5 V.
2. Mesurer les tensions  $V_{in+}$ ,  $V_{in-}$  et  $V_{out}$  sur le circuit de la figure 7.

## 2.5 Résultats / Données brutes

## 2.6 Interprétation des résultats

Les graphiques obtenus correspondent au cycle prévu en théorie. On observe que l'amp-op produit en sortie une tension qui ne prend que de valeurs extrêmes (entre 0 et 5 V), comme prédit dans la section 2.3.

On constate aussi à la figure 9a que les deux courbes se rapprochent, avant que  $V_{in+}$  (en bleu) ne change brutalement de valeur, entraînant la décharge et la décroissance de  $V_{in-}$ , qui va plus lentement rejoindre la valeur de  $V_{in+}$ . Cela est dû à la recharge et la décharge du condensateur.

Analysons également le signal de sortie de  $V_{out}$  au fil du temps. Nous pouvons observer une tension carrée alternative ayant la même fréquence et phase que la tension observée dans le condensateur. Ce circuit ne demandant qu'une alimentation continue, cela pourrait se révéler utile dans des applications qui demande du courant alternatif, comme par exemple les transferts de puissance par induction, impossibles en courant continu.

graphiques/lab03/e2/exp2-2.pdf

(a)  $V_{in+}$  (en bleu) et  $V_{out}$  (en orange)

graphiques/lab03/e2/exp2-3.pdf