



PROJET 2 LEPL1502
GROUPE 11.55
RAPPORT

Rapport final

Étudiants :

Matthieu DE LAET
Nicolas DECROLY
Augustin WEZEL
Grégoire LORIAUX
Antoine SCHOEPP
Alexandre STIEVENARD

Enseignant·e·s :

Claude OESTGES
Jérôme LOUVEAUX
David BOL

24 mai 2024

Table des matières

1	Introduction	1
2	Description de l'application	1
3	Étude fonctionnelle globale	2
4	Analyse détaillée du circuit	4
4.1	Analyse de l'interaction électromagnétique entre bobines	4
4.1.1	Présentation générale	4
4.1.2	Définition physique de l'inductance	4
4.1.3	Calcul théorique de l'inductance	4
4.1.4	Mesures expérimentales de l'inductance	5
4.2	Analyse du bloc redresseur - régulateur	7
4.2.1	Présentation du circuit	7
4.2.2	Fonctionnement	8
4.3	Analyse du bloc oscillateur	10
4.3.1	Présentation du circuit	10
4.3.2	Fonctionnement	10
4.4	Analyse du bloc étage de puissance	12
4.5	Analyse du bloc transfert inductif (RLC couplé)	13
4.5.1	Présentation du circuit	13
4.5.2	Fonctionnement théorique et expérimental	14
5	Dimensionnement du circuit	15
5.1	Démarche de dimensionnement	15
5.2	Détermination des composants	16
6	Caractérisation et tests paramétriques	18
6.1	Puissance en fonction de l'alimentation	18
6.2	Puissance en fonction de la distance entre les bobines	18
6.3	Puissance en fonction de la fréquence	19
6.4	Conclusion des tests paramétriques	20
7	Conclusion	20
A	Fréquence de résonance	23

1 Introduction

Dans le cadre du cours de projet LEPL 1502, notre mission est de créer une application innovante qui utilise le principe de l'induction électromagnétique qui permet un transfert de puissance électrique sans fil. Notre choix s'est orienté vers un produit destiné aux cyclistes, baptisé *Wee-lhot*. Les adeptes de cette discipline qui la pratiquent dans des climats froids se trouvent trop souvent confrontés à des conditions de températures ardues. Ainsi, notre idée est d'intégrer un système chauffant dans des chaussures à cales de cyclisme.

Ce rapport reprend pour commencer une description des spécifications de notre application. La section suivante présente le fonctionnement global et les interactions entre les blocs constituant notre circuit. Nous exposons ensuite une analyse détaillée des différentes parties du circuit, aussi bien théorique qu'expérimentale, ce qui permettra de dimensionner notre circuit dans la section d'après. Notre rapport se clôt par la caractérisation complète de notre application avec la présentation des tests paramétriques réalisés, suivi d'une conclusion.



FIGURE 1 – Logo de notre produit

2 Description de l'application

Notre application consiste à exploiter l'énergie fournie par le vélo, plus particulièrement par la rotation de la roue, afin d'offrir au cycliste un confort au niveau des pieds : des chaussures chauffantes. Alimenté par une dynamo, notre circuit primaire est intégré autour du cadre. L'énergie est ensuite acheminée par des fils vers les pédales du vélo. C'est là que le transfert d'énergie vers les chaussures a lieu. Cette énergie est ensuite convertie en chaleur par un fil chauffant intégré dans la chaussure. Notre application est donc totalement embarquée sur le vélo et autonome en alimentation dans le sens où son fonctionnement ne nécessite pas de piles.

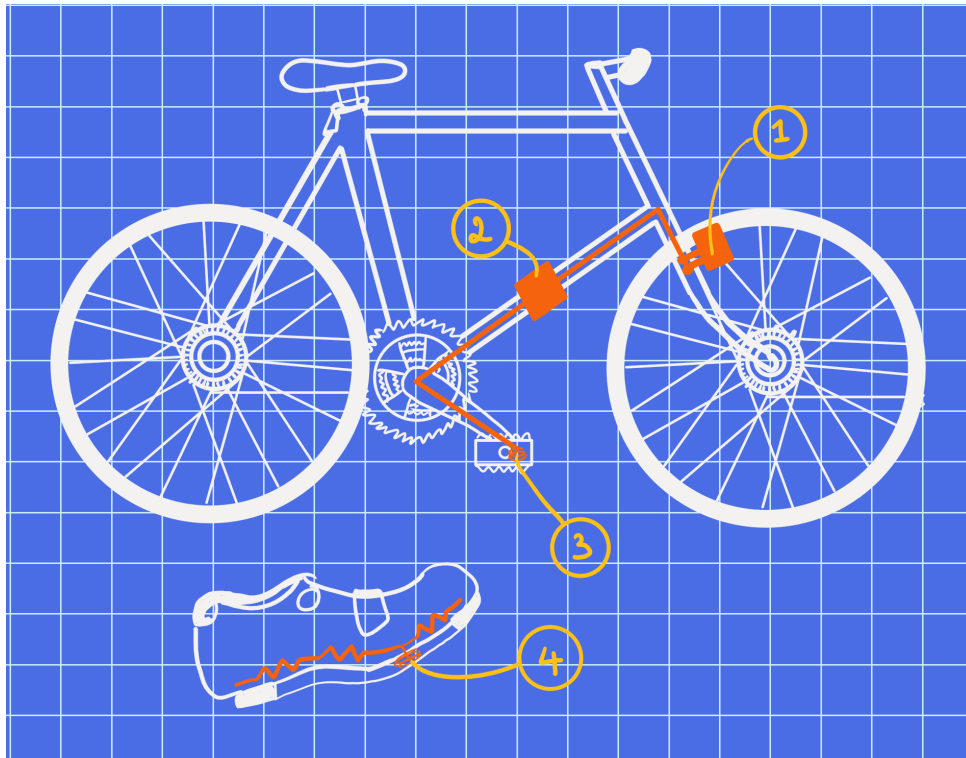


FIGURE 2 – Fonctionnement global de notre application. (1) Dynamo (source de tension AC), (2) Circuit principal, (3) Transfert de puissance, (4) Réception de la puissance et chauffe de la chaussure

3 Étude fonctionnelle globale

Cette section décrit le fonctionnement global du circuit, qui peut se décomposer en 6 blocs. La Figure 3 décrit les relations entre les blocs et la forme des signaux par lesquels ils interagissent. Le rôle de chaque bloc est explicité ci-dessous, leur fonctionnement interne sera plus précisément détaillé à la section suivante.

Dynamo : La dynamo est un générateur de tension alternative V_D avec une fréquence et une intensité dépendant de la vitesse du vélo. Elle peut produire des amplitudes de tension allant jusqu'à 10 V et fournir une puissance maximale de 2,4 W.

Redresseur - Régulateur : Ce bloc transforme la tension alternative V_D sinusoïdale de la dynamo en alimentation continue V_{dd} . Bien qu'en réalité, la valeur de V_{dd} dépend de la vitesse de rotation des roues, V_{dd} sera considéré comme constant dans la suite de cette analyse qualitative. Cette supposition représente la situation où le cycliste pédale à vitesse constante sur le vélo. On impose que $V_{dd} < 6,5$ V pour ne pas endommager les composants du circuit. Cela implique une limite de vitesse d'environ 15 km/h.

Oscillateur : Le travail de l'oscillateur dans le circuit est de transformer le signal continu sortant du redresseur V_{dd} en un signal V_1 quasi-sinusoïdal. Cette transformation

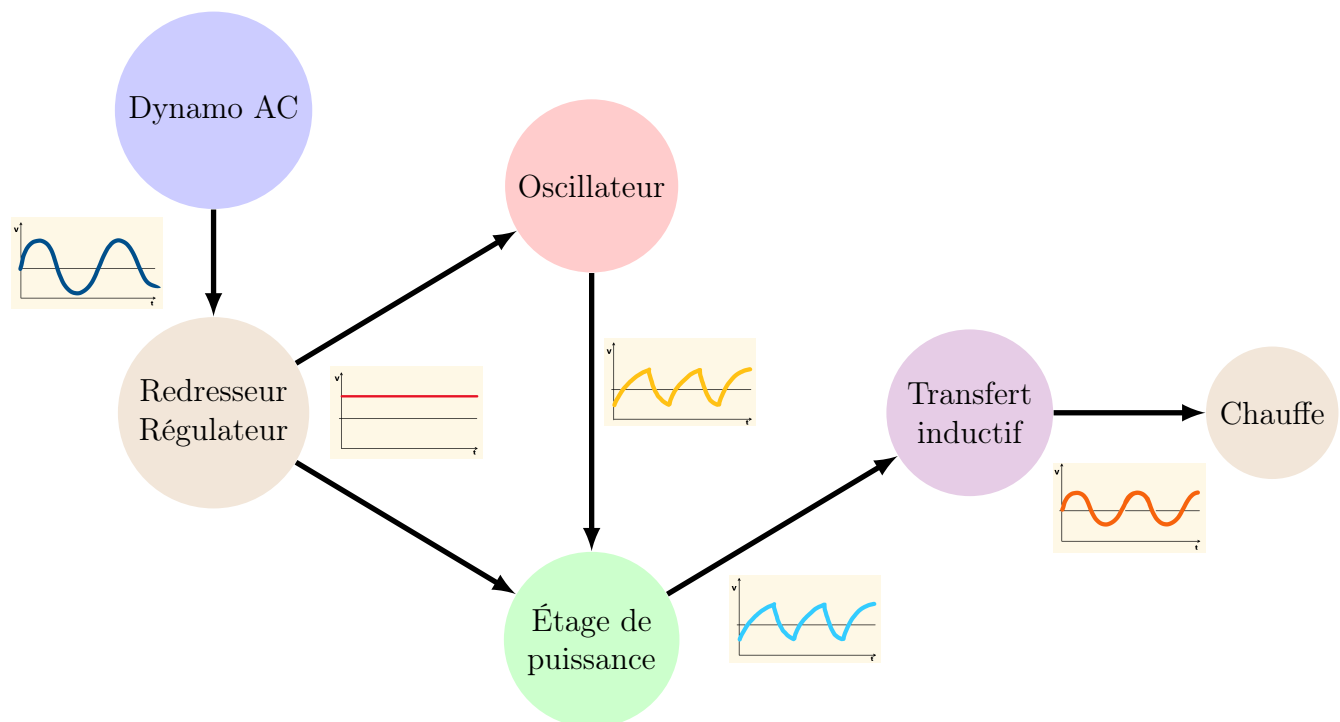


FIGURE 3 – Schéma du circuit avec les signaux entre les blocs, tous les graphiques représentent la tension en fonction du temps.

est essentielle car le transfert inductif nécessite un régime alternatif sinusoïdal¹.

Étage de puissance : L'étage de puissance est alimenté en continu par V_{dd} . Ce bloc reçoit en entrée le signal alternatif V_1 du bloc oscillateur et son rôle est de le reproduire exactement en sortie. Comme l'étage de puissance tire tout son courant de l'alimentation avec une résistance interne idéalement nulle, cela permet d'isoler l'oscillateur du reste du circuit et de maximiser le courant à travers le bloc de transfert inductif, et donc la puissance transférée.

Transfert inductif : C'est ici que se déroule la spécificité de notre application, le transfert inductif sans fil. Il reçoit en entrée le signal V_1 de sortie de l'étage de puissance, et produit grâce à un couplage magnétique (voir section 4.5) une tension sinusoïdale $V_2(t) = V_2 \cos(\omega t + \phi)$ dans le circuit secondaire, d'amplitude réduite.

Chauffe : La chauffe est constituée d'une résistance R_2 qui dissipera en chaleur le courant de sortie du transfert inductif. Le but de notre application est de maximiser la chauffe, et donc la puissance P_2 dissipée par le fil chauffant.

1. La raison pour laquelle nous n'utilisons pas directement le signal alternatif sortant de la dynamo lors du transfert inductif est que nous devons travailler à une certaine fréquence (Section 4.5 et Annexe A). L'oscillateur permet donc de moduler la fréquence du signal alternatif obtenu, contrairement à la dynamo.

4 Analyse détaillée du circuit

Dans cette section, une analyse détaillée et quantitative de chaque bloc du circuit est exposée. Nous y présentons chaque circuit avec les valeurs des composants, ainsi qu'une étude théorique et expérimentale de son fonctionnement. Certaines valeurs de composants sont libres, et dépendent de nos choix de dimensionnement. Celles-ci seront marquées "**A DÉFINIR**" dans les tableaux de cette section et seront considérées comme des paramètres. Elles seront déterminées à la Section 5.

4.1 Analyse de l'interaction électromagnétique entre bobines

4.1.1 Présentation générale

Au coeur de notre circuit se trouvent 2 bobines qui interagissent par induction électromagnétique. La maîtrise de ce phénomène physique est cruciale pour la réussite du transfert de puissance. C'est pourquoi l'induction requiert une analyse théorique et expérimentale particulière.

4.1.2 Définition physique de l'inductance

Quand une bobine est parcourue par un courant, un champ magnétique est induit à l'intérieur et un flux proportionnel au courant et au nombre de spires traverse la bobine. Ce coefficient s'appelle l'**inductance propre** de la bobine, et son unité est le **Henry** [H] :

$$L = \frac{\Phi(I)}{I}$$

La variation du flux à travers la bobine produit une force électromotrice (et donc une différence de potentiel) dans celle-ci :

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi(I)}{dt} = -L\frac{dI}{dt}$$

Si 2 bobines sont assez proches, un flux $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ généré par la première traverse la seconde. Comme pour l'inductance propre, la variation de $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ génère une force électromotrice dans la seconde bobine, qui s'ajoute à celle dépendant de son inductance propre. C'est ce phénomène qui va nous permettre d'effectuer un transfert de puissance sans fil. On définit donc l'**inductance mutuelle** M :

$$M = \frac{\Phi_{1 \rightarrow 2}(I_1)}{I_1} = \frac{\Phi_{2 \rightarrow 1}(I_2)}{I_2}$$

4.1.3 Calcul théorique de l'inductance

Pour commencer, on pose l'hypothèse de 2 bobines de mêmes caractéristiques ($N = 190$ spires, rayon R et épaisseur h de 1 cm) et placées sur le même axe. L'inductance propre d'un solénoïde est donnée par (1). En appliquant cette formule, on obtient $L = 1,42$ mH.

$$L = \mu_0 \frac{\pi R^2 N^2}{h} \quad (1)$$

Il est possible d'estimer $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ grâce à la loi de Biot-Savart du champ sur l'axe d'un solénoïde et en négligeant les effets de bord (flux constant sur toute la section de la bobine). Si on prend en considération la répartition uniforme des spires sur toute l'épaisseur des bobines, on obtient cette formule pour l'inductance mutuelle selon la distance d entre les bobines :

$$M(d) = \frac{\mu_0 \pi R^4}{2} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N \left(R^2 + \left(d + \frac{(i+j)h}{N} \right)^2 \right)^{-3/2} \quad (2)$$

Si on veut disposer d'une meilleure approximation, il faut prendre en compte les effets de bord, ce qui est en pratique très compliqué. Il est néanmoins possible de contourner ce problème en intégrant numériquement Biot-Savart sur chaque spire de la bobine primaire pour obtenir le champ magnétique sur le plan diamétral des bobines, illustré à la Figure 4.

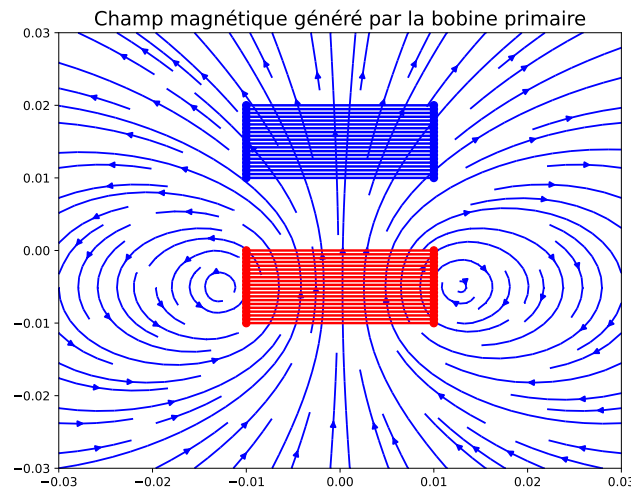


FIGURE 4 – Représentation du champ magnétique induit par la bobine primaire (en rouge) sur un plan de coupe diamétral des bobines.

En intégrant numériquement le champ ainsi obtenu sur toute la surface de la bobine secondaire, il est possible d'obtenir une estimation plus précise de $\Phi_{1 \rightarrow 2}$, et donc de L . Cette méthode donne une inductance propre théorique de 0.71 mH, à peu près la moitié de la première estimation.

Pour ce qui est de l'inductance mutuelle, elle varie en fonction de la distance entre les bobines, et sa valeur théorique attendue est reprise sur le graphe de la Figure 5. On constate que la fonction $M(d)$ de l'Eq. 2 (en rouge) surestime l'inductance en négligeant les effets de bord. En revanche, les valeurs obtenues par méthodes numériques (en bleu) épousent mieux les mesures de la mutuelle (en vert) prises à l'inductomètre (voir la section suivante à ce sujet).

4.1.4 Mesures expérimentales de l'inductance

Il existe de multiples manières de déterminer expérimentalement l'inductance d'une bobine. L'une d'elle est d'observer son comportement quand elle mise en série avec une

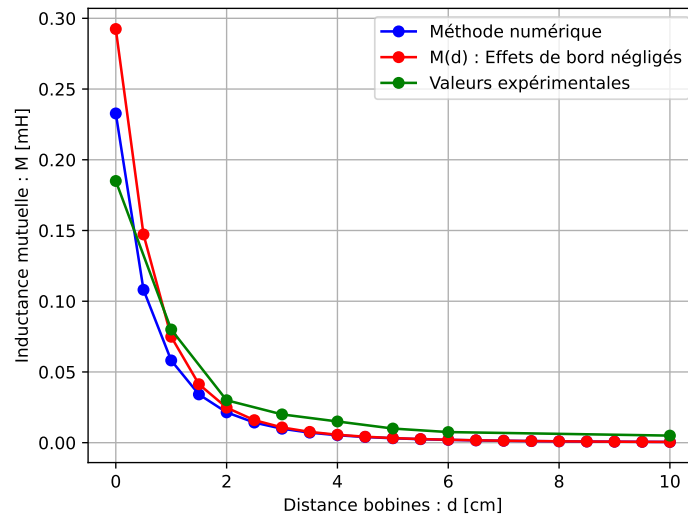


FIGURE 5 – Valeurs théoriques et expérimentales de l'inductance mutuelle entre 2 bobines de caractéristiques similaires (0.77mH et 0.75mH) et placées sur le même axe, en fonction de la distance.

résistance R comme dans un circuit RL (Fig. 6).

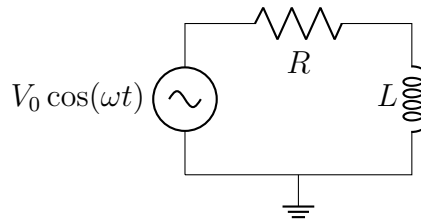


FIGURE 6 – Circuit RL sous tension sinusoïdale, R est connu, on veut déterminer L .

Afin de définir la valeur de L , on peut résoudre une équation différentielle obtenue par la loi des mailles sur le circuit :

$$V_s = V_0 \cos(\omega t) = RI + L \frac{dI}{dt}. \quad (3)$$

La solution homogène de l'EDO est :

$$I_h(t) = e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{L}{R} \quad (4)$$

Puisque c'est une EDO linéaire, on peut supposer que la solution particulière est de la même forme que l'excitation : $I_p(t) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$. En remplaçant dans (3) et en identifiant les coefficients des $\cos(\omega t)$ et $\sin(\omega t)$ de chaque côté de l'égalité, on obtient :

$$A = R \frac{V_0}{R^2 + L^2 \omega^2} \quad B = L \omega \frac{V_0}{R^2 + L^2 \omega^2} \quad (5)$$

Si on attend suffisamment longtemps, le terme "transitoire" $e^{-t/\tau}$ disparaît, et le courant prendra la forme de la solution particulière. Il est possible d'exprimer I_p (une somme de

sinus et cosinus de même fréquence) par une sinusoïdale déphasée et d'amplitude différente par :

$$I_p = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) = \sqrt{A^2 + B^2} \cos(\omega t + \arctan(-B/A)) \quad (6)$$

Par (5), on sait que :

$$I_{max} = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \quad (7)$$

En isolant L dans (7), on obtient une expression de L en fonction de ω, R, V_0 et I_{max} (l'amplitude du courant traversant le circuit) :

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{V_0^2}{I_{max}^2} - R^2} \quad (8)$$

Expérimentalement, à une fréquence de 100 kHz, $R = 200 \Omega$, $V_s = 3,40 \text{ V}$, on observe un courant maximal d'environ $I_{max} = V_R/R = 10,5 \text{ mA}$ (voir Figure 7), ce qui selon (8) donne une valeur de l'inductance de 0,83 mH. Après vérification avec le multimètre du laboratoire, la valeur que l'on conservera est de $L_1 = 0,79 \text{ mH}$, soit une erreur relative de moins de 5%. En répétant le même protocole expérimental pour l'autre bobine, on obtient la valeur de $L_2 = 0,75 \text{ mH}$. Il est intéressant de constater que ces 2 valeurs sont du même ordre que la valeur théorique de 0,71 mH calculée plus haut.

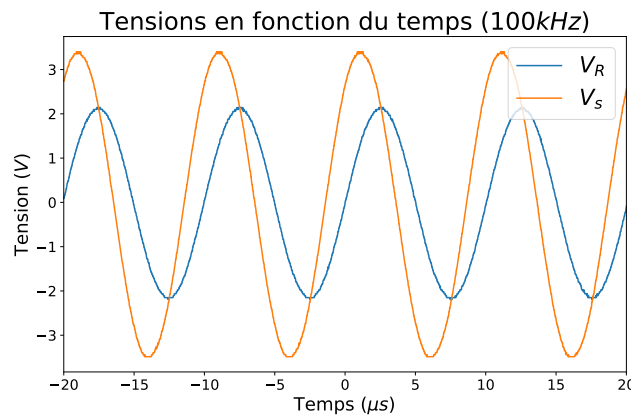


FIGURE 7 – Graphe de V_R et V_s dans un circuit RL.

4.2 Analyse du bloc redresseur - régulateur

4.2.1 Présentation du circuit

Le montage du bloc redresseur est présenté à la Figure 8. Il est composé de diodes, des composants non-linéaires qui ne laissent passer le courant que dans un seul sens, et d'une résistance R_{eq} équivalente à la résistance du reste du circuit placée en parallèle à un condensateur de capacité C_R . L'objectif de ce bloc est de transformer le signal alternatif V_D généré par la dynamo en une alimentation continue V_{dd} pour le reste du circuit.

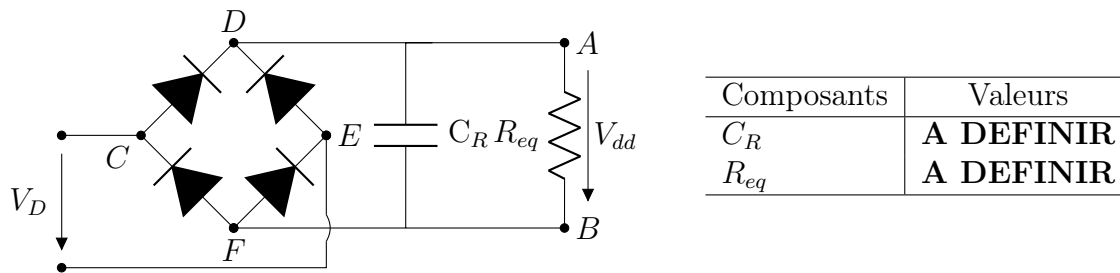


FIGURE 8 – Montage bloc redresseur

4.2.2 Fonctionnement

La diode est le composant clé du circuit redresseur. Le courant ne peut passer que dans un sens à travers la diode, à la condition qu'une tension suffisante soit appliquée à ses bornes : la **tension de seuil** (0,7 V pour les diodes à silicium dont nous disposons). On pose l'hypothèse que la chute de tension due à une diode est de 0,7 V pour la suite du développement.

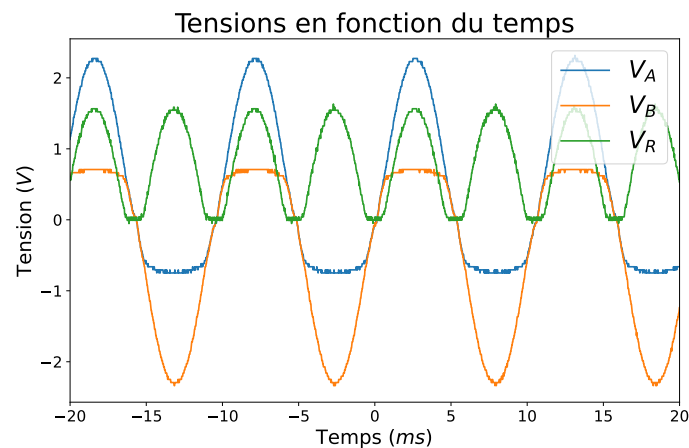
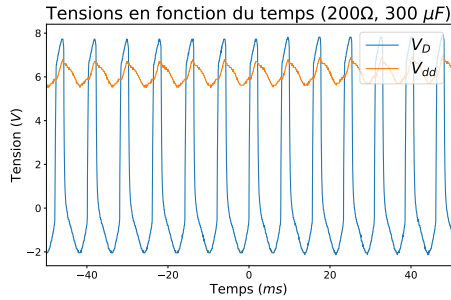


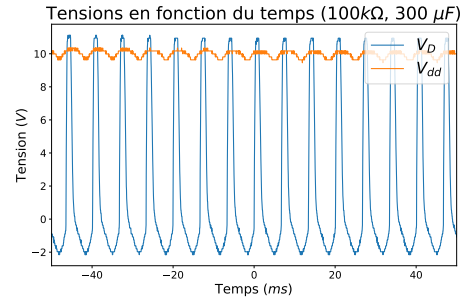
FIGURE 9 – Graphes des tensions du redresseur en régime sinusoïdal : V_A en bleu, V_B en orange, et $V_R = V_A - V_B$ en vert.

Commençons par ignorer le condensateur dans un premier temps. La tension d'entrée étant alternative, le courant parcourt le circuit selon 2 chemins en fonction du signe de V_D : CDABFE ou EDABFC (Fig. 8). Dans les 2 cas, la tension $V_{dd} = V_A - V_B$ est positive, et égale à $|V_D| - 1,4\text{ V}$ (le courant subit 2 chutes de tension de 0,7 V en passant par les diodes). Si $V_D < 1,4\text{ V}$, aucun courant ne passe puisqu'une des 2 diodes n'atteindra pas la tension seuil. On obtient donc un comportement de la tension comme représenté sur la Figure 9. La courbe verte est toujours positive, sauf dans l'intervalle pour lequel $V_D < 1,4\text{ V}$ où elle s'annule.

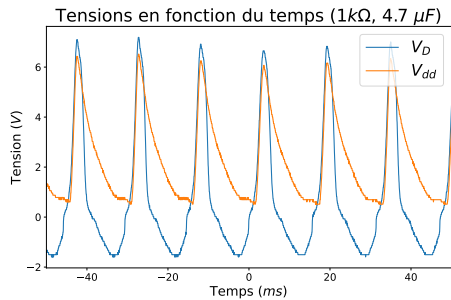
La solution pour lisser le signal V_{dd} est de placer un condensateur en parallèle, comme dans le montage redresseur de la Figure 8. Dans la phase du pic de la tension V_{dd} , le condensateur se charge. Quand la tension redescend, le condensateur se décharge plus lentement et amortit la descente. Cela permet de lisser la courbe, et V_{dd} s'approche d'un signal continu. Le temps nécessaire à la décharge du condensateur est proportionnel à la



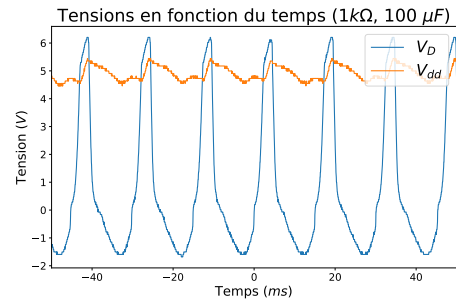
(a) 200 Ω , 300 μF



(b) 100 k Ω , 300 μF



(c) 1 k Ω , 4.7 μF



(d) 1 k Ω , 100 μF

FIGURE 10 – Tensions V_D et V_{dd} en fonction du temps pour différentes résistances et capacités.

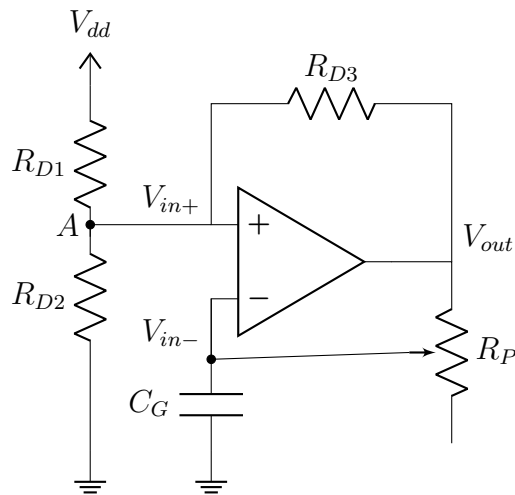
constante de temps,

$$\tau = R_{eq}C_R. \quad (9)$$

De plus, lorsque τ est élevé par rapport à la période de V_D , le signal devient plus lisse.

La Figure 10 présente les signaux V_D et V_{dd} en fonction de certaines valeurs de capacités C_R et de résistances R_{eq} . Nous observons, quantitativement du moins, en comparant les Figures 10a et 10b, que lorsque la résistance du circuit en aval augmente (en maintenant C_R constant), le signal devient plus lisse. Cela s'explique par le fait qu'une résistance plus élevée ralentit le déchargement du condensateur, ce qui permet de maintenir une tension plus stable. En outre, lorsque la capacité augmente (en maintenant cette fois-ci R_{eq} constant), le signal se lisse également (Fig. 10c et Fig. 10d). Une capacité plus grande permet de stocker plus de charge, ce qui réduit les variations de tension et contribue à un signal plus stable.

Ainsi, les résultats expérimentaux corroborent nos attentes théoriques, démontrant que le choix des valeurs de R_{eq} et C_R est crucial pour optimiser le comportement du circuit redresseur, c'est ce qui sera étudié lors du dimensionnement de cet étage à la section 5.



Composants	Valeurs
$R_{D1} = R_{D2}$	100 k Ω
R_{D3}	10 k Ω
R_P	A DEFINIR
C_G	A DEFINIR

FIGURE 11 – Montage bloc oscillateur

4.3 Analyse du bloc oscillateur

4.3.1 Présentation du circuit

Le circuit du bloc oscillateur est représenté à la Figure 11. Il est alimenté par la source de tension du circuit. L'objectif de ce bloc est de transformer le signal d'entrée continu en un signal alternatif. Cela est critique pour la suite car l'induction magnétique exige une variation du courant, comme vu à la section précédente (eq. 4.1.2).

4.3.2 Fonctionnement

Le composant principal de ce bloc est l'**amplificateur opérationnel**, ici abrégé en *ampli-op*. Il possède 2 entrées (*in+* et *in-*) et une sortie (*out*), ainsi que 2 broches d'alimentation (V_{dd} et V_{ss}). Un ampli-op idéal fonctionne en amplifiant la différence de potentiel présentée à ses bornes² selon un gain G (infini pour un ampli-op idéal) :

$$V_{out} = G(V_{in+} - V_{in-}) \quad (10)$$

Dans le montage oscillateur, il y a une rétroaction *négative*. Cependant, elle n'est pas instantanée à cause de la présence du condensateur. En revanche, la rétroaction *positive* (de V_{out} à V_{in+}) est directe et sans délai, ce qui implique que l'amplificateur est en régime instable. On ne va donc considérer que les cas où $V_{out} = V_{dd}$ et $V_{out} = V_{ss}$ (puisque l'ampli-op ne peut produire plus de potentiel que celui fourni en entrée).

En posant la loi des noeuds en A, on obtient la tension V_{in+} en fonction des valeurs des 3 résistances (avec $R_{D1} = R_{D2}$) et de V_{out} :

$$V_{in+} = \frac{R_{D1}V_{out} + R_{D3}V_{dd}}{2R_{D3} + R_{D1}} \quad (11)$$

2. L'ampli-op tire tout son courant de l'alimentation. Une résistance idéalement infinie sépare les bornes positive et négative, on peut donc considérer le courant passant au travers comme nul, et l'ampli-op ne fait qu'observer la différence de potentiel

En posant l'hypothèse de l'instabilité de l'ampli-op, on sait que V_{out} ne prend que 2 valeurs, et donc V_{in+} aussi.

$$V_{+min} = V_{dd} \frac{R_{D3}}{2R_{D3} + R_{D1}} = \frac{1}{12} V_{dd} \quad V_{+max} = V_{dd} \frac{R_{D3} + R_{D1}}{2R_{D3} + R_{D1}} = \frac{11}{12} V_{dd}$$

La tension V_{in-} correspond à la tension aux bornes d'un condensateur, placé dans un circuit RC alimenté en signal carré entre V_{dd} et $0 (= V_{ss})$:

$$\begin{cases} V_C(t) = V_{dd}(1 - e^{-t/\tau}) & t \in [0, t^*], \\ V_C(t) = V_C(t^*)e^{(t^*-t)/\tau} & t \in [t^*, T] \end{cases} \quad (12)$$

où t^* est le moment de basculement du signal carré, T la période totale et $\tau = R_P C_G$ la constante de temps du circuit RC.

On suppose que le condensateur C_G est déchargé au temps $t = 0$, donc V_{in-} est nul. V_{in+} est positif. V_{out} vaut donc V_{dd} et le condensateur va commencer à se charger. A un certain temps t^* ,

$$V_{in-} = V_C(t) = V_{dd}(1 - e^{-t^*/\tau}) = V_{dd} \frac{R_{D3} + R_{D1}}{2R_{D3} + R_{D1}} = V_{in+} \quad (13)$$

les 2 entrées sont égales, et leur différence devient négative en $t > t^*$, donc l'ampli-op bascule et $V_{out} = V_{ss} = 0$, ce qui fait aussi basculer $V_{in+} = V_{+max}$. Le condensateur passe lui en phase de décharge, jusqu'à un temps T , où

$$V_{in-} = V_{dd} \frac{R_{D3} + R_{D1}}{2R_{D3} + R_{D1}} \exp\left(\frac{t^* - T}{\tau}\right) = V_{dd} \frac{R_{D3}}{2R_{D3} + R_{D1}} = V_{in+} \quad (14)$$

et l'ampli-op rebasculer, recommençant un cycle.

Tensions aux bornes de l'ampli-op au cours du temps

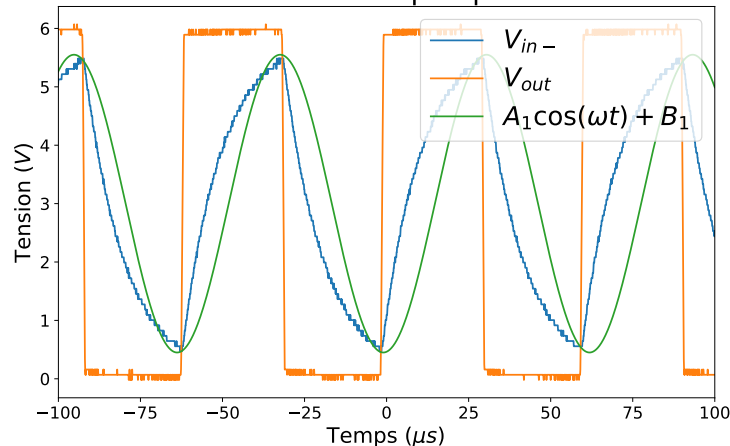


FIGURE 12 – Graphiques de la tension au cours du temps, comparant V_{out} et l'entrée V_{in-} de l'ampli-op. L'approximation sinusoïdale décrite ci-dessous est tracée en vert.

Sur la Figure 12, on constate que le signal s'approchant le plus d'un sinus est le V_{in-} , qu'on va approximer en $A_1 \cos(\omega t) + B_1$. C'est donc ce signal qui est envoyé au bloc suivant, l'étage de puissance. Il est possible de le caractériser théoriquement complètement :

- Le **rapport cyclique** (ici t^*/T) s'obtient grâce aux équations (13) et (14) en isolant t^* et T dans chacune :

$$t^* = \tau \ln \left(\frac{2R_{D3} + R_{D1}}{R_{D3}} \right) \approx 2.48\tau \quad T = \tau \ln \left(\frac{(2R_{D3} + R_{D1})(R_{D3} + R_{D1})}{R_{D3}^2} \right) \approx 4.79\tau \quad (15)$$

On conclut donc que le rapport cyclique est constant pour toutes les valeurs de τ (donc de R_p) : $t^*/T = 0.508$. En pratique, le rapport cyclique est de 0.55.

- La **fréquence** théorique vaut donc $f = \frac{1}{4.79R_pC_G}$, et les valeurs expérimentales sont reprises dans le Tableau 1. L'erreur par rapport aux valeurs théoriques est grande mais presque toujours du même pourcentage, elle peut s'expliquer par une valeur imprécise de C_G . L'effet capacitif de la probe ne peut être mis en cause étant donné que les mesures de fréquence ont été effectuées après l'étage de puissance, l'oscillateur étant dès lors isolé des perturbations (voir Section 4.4).
- L'**amplitude** vaut $A = V_{+max} - V_{+min} = \frac{10}{12}V_{dd}$. En pratique, on observe pour une alimentation de 6V une amplitude de $5.55-0.44 = 5.11V$.
- L'**offset** vaut $B_1 = \frac{1}{2}V_{dd}$.

R_p (k Ω)	Fréquence théorique (kHz)	Fréquence obtenue (kHz)	Erreur
19,76	105,63	86	18 %
26,352	79,22	64,8	18 %
29,592	70,55	58,3	17 %
34,13	61,17	52,6	14 %
42,44	49,19	41	16 %
58,86	35,47	31	12 %
83,44	25,02	22	12 %
101,52	20,56	17,8	13 %
104,76	19,93	18,6	6 %

TABLE 1 – Fréquences théoriques et expérimentales obtenues par variation de R_p , $C_G = 0,1$ nF

4.4 Analyse du bloc étage de puissance

L'étage de puissance (Fig. 13) est constitué d'un amplificateur opérationnel (alimenté en V_{dd} et V_{ss}) en mode "suiveur de tension", qui consiste en une rétroaction négative directe. Cela l'amène dans un régime stable où V_{out} reproduit exactement le signal d'entrée V_{in+} , comme on peut le voir sur la Figure 14.

L'intérêt de ce bloc est d'isoler le bloc oscillateur du reste du circuit, évitant les interférences entre les blocs, étant donné que l'ampli-op ne fait qu'observer la tension V_{in+} . Il va ainsi répéter le signal (Fig. 14) en tirant son courant directement de l'alimentation pour fournir un maximum de puissance au bloc suivant (voir Section 4.5, RLC couplé). C'est pour cette raison qu'on utilise un autre ampli-op ("de puissance"), différent du précédent ("normal") et capable de fournir des courants beaucoup plus grands : on passe

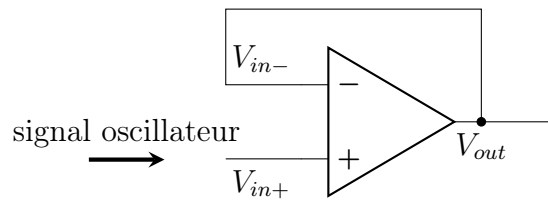


FIGURE 13 – Montage du bloc étage de puissance

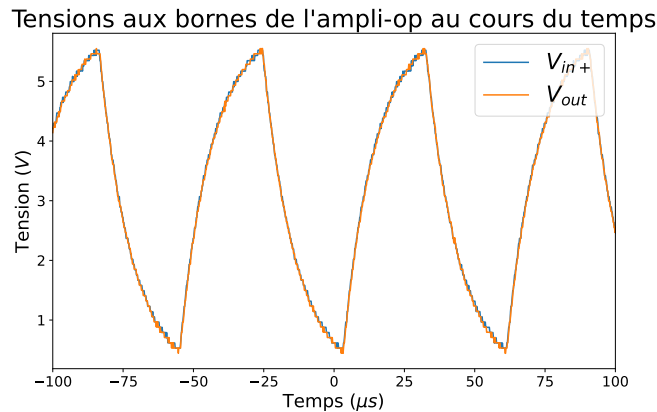


FIGURE 14 – Graphe des tensions au cours du temps aux bornes de l'étage de puissance.

de 25 mA à 500 mA en courant maximal fourni (voir les datasheets [1] et [2]). Sur la Figure 15, l'ampli-op "normal" (signal orange) n'arrive à fournir que 24 mA alors que celui "de puissance" produit parfaitement le signal carré d'entrée.

4.5 Analyse du bloc transfert inductif (RLC couplé)

4.5.1 Présentation du circuit

Ce circuit est alimenté en tension par $V_1(t)$, le signal à la sortie de l'étage de puissance. Le montage pour le transfert inductif est composé de 2 parties distinctes (primaire

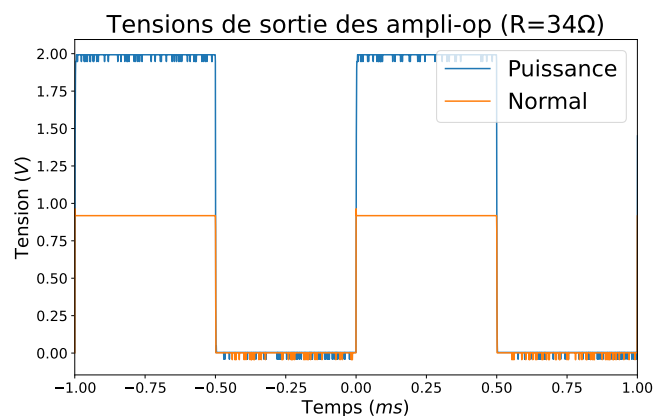


FIGURE 15 – Comparaison des courants de sortie des ampli-op en montage suiveur (signal V_{in+} carré 0-2V) avec une résistance de 34Ω en sortie.

et secondaire) magnétiquement couplées. On dispose en effet, côte à côte, 2 bobines d'inductances respectives $L_1 = 0,75 \text{ mH}$ et $L_2 = 0,77 \text{ mH}$, et d'inductance mutuelle M variant de 0 à 0,19 mH.

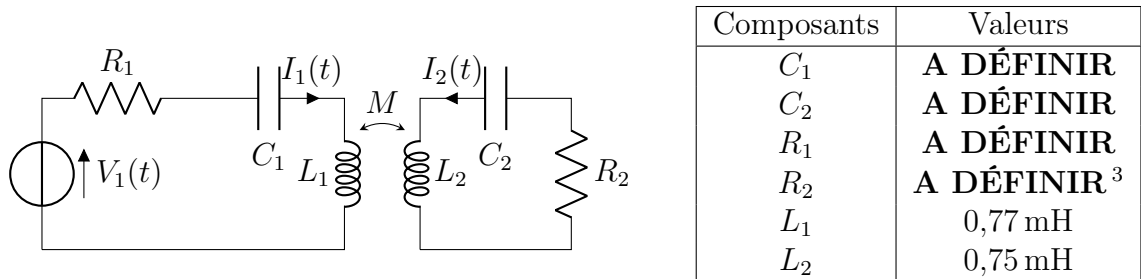


FIGURE 16 – Montage bloc transfert inductif

Le but du bloc RLC couplé est de réaliser le transfert de puissance entre le primaire et le secondaire. L'intérêt d'une telle méthode est qu'elle permet de relier 2 circuits sans fil, avec une intensité dépendant de la distance entre les bobines et des caractéristiques physiques de ces dernières. Cela garantit que les chaussures ne chauffent que lorsqu'elles sont fixées, et d'éviter de devoir les brancher avec un câble.

4.5.2 Fonctionnement théorique et expérimental

Pour mieux comprendre le fonctionnement de ce circuit, il est utile de poser les équations différentielles dérivées de la loi des mailles sur chaque boucle :

$$V_1(t) = R_1 I_1 + \frac{1}{C_1} \int I_1 + L_1 \frac{dI_1}{dt} + M \frac{dI_2}{dt} \quad (16)$$

$$0 = R_2 I_2 + \frac{1}{C_2} \int I_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} + M \frac{dI_1}{dt} \quad (17)$$

Poser ces 3 hypothèses simplifie grandement les calculs :

1. Le signal d'entrée est de la forme $V_1(t) = A_1 \cos(\omega t + \phi_s) + B_1$, dont les paramètres sont étudiés à la Section 4.3. On peut ignorer la composante continue B_1 du signal. Pour une tension constante, la capacité devient un circuit ouvert donc le courant à travers le circuit est nul. Seule la partie oscillante du signal influence le courant.
2. Les courants sont de la forme du signal d'entrée avec un déphasage inconnu (on pose I_1 comme phase de référence), donc $I_1(t) = I_1 \cos(\omega t)$ et $I_2(t) = I_2 \cos(\omega t + \phi)$. Cette hypothèse est justifiée expérimentalement à la Figure 17.a où on constate qu'un courant sinusoïdal traverse le circuit primaire.
3. On impose que les **fréquences de résonance** des 2 parties soient les mêmes et on se place à cette fréquence : $\omega = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$. Cette hypothèse est justifiée en Annexe A.

³ Cette résistance est déterminée par notre application. autrement dit, elle correspond à la valeur de la résistance placée dans la chaussure. Voir section 5 pour plus de détails.

Le système se simplifie comme suit :

$$A_1 \cos(\omega t + \phi_1) = R_1 I_1 \cos(\omega t) - M\omega I_2 \sin(\omega t + \phi) \quad (18)$$

$$0 = R_2 I_2 \cos(\omega t + \phi) - M\omega I_1 \sin(\omega t) \quad (19)$$

De l'équation (19), on déduit les égalités suivantes :

$$\phi = -\frac{\pi}{2}, \quad I_1 = \frac{R_2}{M\omega} I_2 \iff I_2 = \frac{M\omega}{R_2} I_1 \quad (20)$$

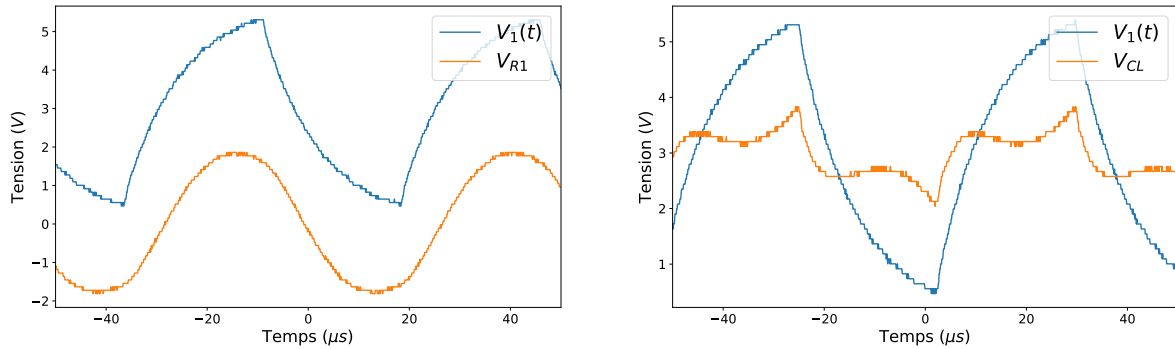
En remplaçant ϕ et I_1 par ces valeurs dans (18), on trouve :

$$\phi_1 = 0, \quad A_1 = \frac{R_1 R_2 I_2}{M\omega} + M\omega I_2 \iff I_2 = \frac{A_1 M\omega}{R_1 R_2 + M^2 \omega^2} \quad (21)$$

La quantité de puissance transférée, que l'on veut maximiser, dépend de l'intensité de I_2 . En optimisant, on trouve la fréquence angulaire ω_0 qui donne un I_2 maximal :

$$\frac{dI_2(\omega)}{d\omega} = 0 \implies \omega_0 = \frac{\sqrt{R_1 R_2}}{M} \quad \max(I_2) = \frac{A_1}{2\sqrt{R_1 R_2}} \quad (22)$$

A la figure 17, on constate que la tension aux bornes du couple capacité-inductance se



(a) Tensions $V_1(t)$ et V_{R1} aux bornes de la résistance R_1 .

(b) Tensions $V_1(t)$ et $V_{CL} = V_C + V_L$ mesurée avant la capacité C_1 et après la bobine L_1 .

FIGURE 17 – Tensions dans le circuit primaire au cours du temps. $R_1 = 68 \Omega$, $C_1 = 0,1 \mu\text{F}$, $L_1 = 0,75 \text{ mH}$, et on se place à la fréquence de résonance $f_0 = 18,26 \text{ kHz}$.

lisce autour de l'offset à 3V quand on travaille à la fréquence de résonance. L'imperfection du signal d'entrée produit ces pics et le couple capacité-inductance a une petite résistance équivalente parasite, dont il faudra prendre compte au dimensionnement à la section suivante.

5 Dimensionnement du circuit

5.1 Démarche de dimensionnement

Le but de notre application étant la chauffe d'une chaussure, nous allons dans cette section déterminer les valeurs des composants qui maximisent la puissance transférée dans la résistance R_2 . Le dimensionnement se fait en 3 étapes :

1. Choisir des capacités $C_1 = C_2$ qui vont nous permettre d'obtenir la fréquence de résonance $2\pi f_0 = \omega_0$ qui en découle.
2. Choisir C_G et R_P pour se mettre à la fréquence f_0 .
3. Déterminer R_1 et R_2 pour atteindre la puissance maximale.

5.2 Détermination des composants

Nous avons choisi d'effectuer le dimensionnement complet pour 2 valeurs de capacités $C_1 = C_2 = 0,1 \mu\text{F}$ (**cas 1**) ou $0,01 \mu\text{F}$ (**cas 2**), pour ensuite comparer les performances respectives. Comme vu dans l'Annexe A, la fréquence de résonance est celle maximisant le courant à travers le circuit, et on peut déterminer la fréquences de résonance expérimentalement en testant où se trouve le pic. Les valeurs théoriques sont données par $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$ reprises dans le tableau 2.

Cas	Fréquence théorique (kHz)	Fréquence expérimentale (kHz)
1	18.26	18.4
2	57.7	56.9

TABLE 2 – Fréquences de résonance selon le choix de dimensionnement.

L'étape suivante est de déterminer R_P et C_G . Le cas 1 ayant une plus faible valeur de fréquence à atteindre, nous avons choisi une plus grande valeur de capacité. A partir de là nous avons ajusté le potentiomètre pour atteindre la fréquence de résonance dans chaque cas. Les valeurs dimensionnées sont reprises dans le tableau 5.

Cas	Fréquence atteinte	C_G (nF)	R_P théorique (Ω)	R_P pratique (Ω)
1	18.4	10	36 690	29 689
2	56,9	0.1	1134	1350

TABLE 3 – Dimensionnement de l'oscillateur pour chaque cas.

Les dernières valeurs devant être dimensionnées sont R_1 et R_2 . Plus R_1 est petit, plus I_1 est grand et I_2 aussi. On choisit donc dans les 2 cas la résistance la plus faible dont nous disposons, c'est-à-dire 1Ω . Comme vu à la section 4.5, la puissance est maximale quand $R_2 = \frac{M^2 \omega^2}{R_1}$ (Eq. 22). Il faut néanmoins prendre en compte la résistance équivalente de la capacité et de l'inductance à la fréquence de résonance. Celle-ci vaut 10Ω pour le cas 1, et 25Ω pour le cas 2. Nous avons testé expérimentalement plusieurs valeurs R_2 pour les 2 cas afin de voir laquelle maximise la puissance transférée.

Cela nous donne le tableau suivant pour le dimensionnement des résistances pour les 2 cas :

Cas 1	$R_2(\Omega)$	Puissance P_2 (mW)	Cas 2	$R_2(\Omega)$	Puissance P_2 (mW)
	10	80		100	50
	23	104		114	53
	34	120		168	60
	44	116		180	61,2
	68	99		190	60
	78	90		200	61,8
				210	55
				268	59

TABLE 4 – Puissance transférée pour plusieurs valeurs de R_2 dans les 2 cas de dimensionnement.

Cas	Résistance équivalente de LC	R_1 (Ω)	R_2 théorique (Ω)	R_2 pratique (Ω)
1	10	1	33,86	34
2	25	1	155,6	200

TABLE 5 – Dimensionnement des résistances R_1 et R_2 pour chaque cas.

On constate que le cas 1 est celui fournissant la meilleure puissance, ce qui peut s'expliquer par la plus petite résistance équivalente du couple LC quand on travaille à une plus faible fréquence. Nous avons néanmoins choisi le cas 2 pour notre application finale car nous ne savions pas encore que la différence entre les deux était si flagrante. Au final nous ne l'avons pas changé car notre circuit était fonctionnel.

6 Caractérisation et tests paramétriques

Cette section présente une analyse de deux tests paramétriques effectués pour comparer les puissances mesurées en fin de circuit. Les tests comparent respectivement la puissance en fonction de l'alimentation d'entrée V_{dd} (dépendant elle-même de V_D), la puissance selon la distance entre les bobines L_1 et L_2 et la puissance en fonction de différentes fréquences.

6.1 Puissance en fonction de l'alimentation

Alimentation V_{dd} (V)	Puissance P_2 (mW)
6	61
4.1	36
3	16

TABLE 6 – Puissance obtenue selon plusieurs alimentations du circuit

De façon non-surprenante, la puissance est une fonction croissante de l'alimentation (Fig. 18). Cela s'explique par le fait qu'une tension d'entrée plus élevée permet de compenser les pertes ohmiques dans le circuit, améliorant ainsi le rendement global. L'idée est donc d'obtenir une tension d'entrée la plus grande possible. Cependant, il faut garder à l'esprit que cette tension ne peut être arbitrairement élevée. Les composants tels que les amplificateurs opérationnels ne supportent pas un courant infini et risquent d'être endommagés, voire détruits, si la tension d'entrée dépasse 7V.

6.2 Puissance en fonction de la distance entre les bobines

Distance (cm)	Puissance P_2 (mW)
0	61
0,5	37
1	18
2	4,18
3	1,1
4	0,4
6	0,2

TABLE 7 – Puissance obtenue selon plusieurs distances entre les bobines (sur le même axe)

La puissance est une fonction décroissante de la distance entre les deux bobines placées sur un même axe. Cela n'est guère surprenant, étant donné que l'inductance mutuelle entre deux bobines est également une fonction décroissante de la distance (Fig. 19). Il faut aussi noter la non-linéarité de cette décroissance : à seulement 1 cm, environ 70% de la puissance est perdue. À 3 cm, il ne reste plus que 2% de la puissance par rapport à la situation idéale ($d=0$). Dans le cadre de notre application, la puissance peut donc être considérée comme nulle à partir d'une distance de l'ordre de quelques centimètres. Cela témoigne de l'importance cruciale de limiter au maximum la distance entre les deux bobines.

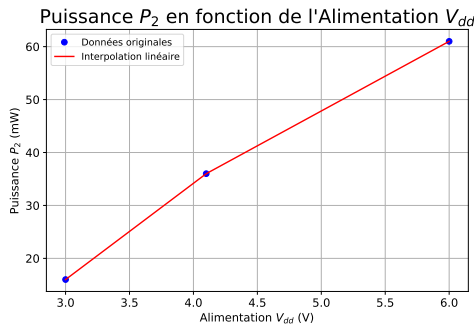


FIGURE 18 – Puissance P_2 en fonction de l'alimentation V_{dd}

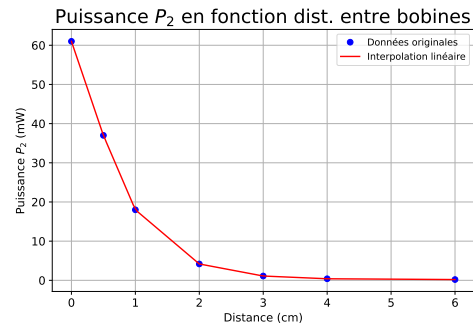


FIGURE 19 – Puissance P_2 en fonction de la distance

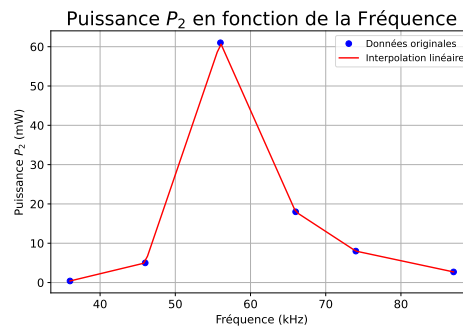


FIGURE 20 – Puissance P_2 en fonction de la fréquence

6.3 Puissance en fonction de la fréquence

Pour ce test, nous avons varié la fréquence de fonctionnement du circuit et observé l'impact sur la puissance transférée en fin de circuit, donc après l'inductance. Nous avons effectué des mesures à six fréquences différentes : 36 kHz, 46 kHz, 56 kHz, 66 kHz, 76 kHz et 87 kHz.

Fréquence (kHz)	Puissance P_2 (mW)
36	0,4
46	5
56	61
66	18
74	8
87	2,7

TABLE 8 – Puissance obtenue selon plusieurs fréquences

Les résultats montrent que la puissance transférée augmente au plus on se rapproche de la fréquence de résonance (Fig. 20).

6.4 Conclusion des tests paramétriques

Ces tests paramétriques illustrent bien l'idée intuitive que pour maximiser la puissance obtenue en fin de circuit, il faut avant toute chose essayer de limiter la distance séparant les deux bobines. Il est également nécessaire d'avoir une tension d'entrée maximale. De manière peut-être moins évidente à première vue, il faut également travailler à la fréquence de résonance.

7 Conclusion

Au terme de notre projet P2, nous avons atteint certains objectifs que nous nous étions fixés, en particulier la réalisation d'un circuit électrique utilisable sur un vélo. Nous avons réussi à construire un circuit électrique alimenté par une dynamo de vélo et doté d'un transfert inductif. Cependant, certains objectifs n'ont pas été pleinement réalisés en raison de contraintes de temps et de matériel. En particulier, nous n'avons pas réussi à produire un courant suffisamment élevé après le transfert inductif pour alimenter une chaussure chauffante, notre objectif initial. Nous avons donc opté pour une solution alternative consistant en une lumière placée à l'avant de la chaussure, s'allumant grâce au transfert inductif situé sur la pédale du vélo.

Malgré ces défis, la mise en œuvre des concepts théoriques exposés précédemment s'est déroulée avec succès, et nous en avons tiré de nombreuses leçons. Notre circuit principal fonctionnait parfaitement, et nous avons pu choisir la fréquence optimale pour le transfert inductif en ajustant les valeurs des résistances et des capacités de notre circuit.

Un défi majeur a été la conversion du signal alternatif généré par la dynamo en un signal DC avec une tension stable. L'intensité du signal de la dynamo dépend directement de la vitesse de pédalage du cycliste. Pour résoudre ce problème, nous avons conçu un circuit équipé d'un redresseur en amont de l'oscillateur et des capacités importantes pour obtenir un signal continu.

Nous avons également tenu à respecter notre engagement écologique. Bien que l'installation de la dynamo ait posé quelques complications supplémentaires, nous avons réussi à alimenter notre circuit exclusivement grâce à l'énergie fournie par le cycliste. De plus, nous avons minimisé le gaspillage de matériel en utilisant des éléments fournis par un magasin de sport, qui nous a soutenus en tant que sponsor.

Malgré le bon fonctionnement de notre système, nous sommes conscients des améliorations possibles. Une planification plus précoce de la construction de notre application aurait été bénéfique. De plus, une organisation plus discrète du circuit sur le vélo, avec des fils mieux rangés et des pédales plus grandes pour accueillir les inductances, aurait amélioré l'ergonomie et l'efficacité du système.

En conclusion, notre projet est une réussite car nous avons réussi à allumer une LED via un transfert inductif alimenté par une dynamo. Cette application illustre bien les principaux apprentissages du quadrimestre, notamment les interactions électromagnétiques

entre deux bobines, l'utilisation de redresseurs, de blocs d'étage de puissance et de blocs oscillateurs.

Remerciements

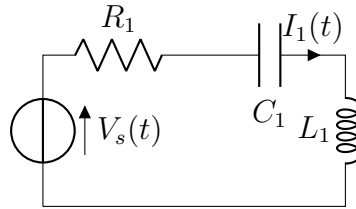
Nous tenons à remercier le magasin PulseStore (Rue des Deux Ponts 9, 1340 Ottignies-Louvain-la-Neuve) qui nous a gentiment donné un vélo ainsi qu'une dynamo afin de pouvoir mener ce projet à bien. Grâce à leur contribution, nous avons pu limiter le gaspillage de matériel. Nous remercions également l'EPL de nous avoir permis de réaliser ce projet.

Références

- [1] Microchip Technology. *Rail-to-Rail Op Amp MCP6291*, 2020.
- [2] Texas Instruments. *High output drive operational amplifiers*, 2006.

A Fréquence de résonance

Pour comprendre l'intérêt de se placer à la fréquence de résonance, il faut se pencher sur les équations d'un circuit RLC en régime sinusoïdal $V_s = V_0 \cos(\omega t)$. On veut déterminer



la fréquence de résonance de la partie gauche du circuit à la Figure 16. Pour ce faire, on pose la relation suivante obtenue par la loi des mailles :

$$V_s = V_R + V_C + V_L \quad (23)$$

$$= RI_1(t) + \frac{1}{C} \int I_1(t) dt + L \frac{dI_1(t)}{dt} \quad (24)$$

On a donc une EDO d'ordre 2 en $I_1(t)$. On pose l'hypothèse d'un courant sinusoïdal déphasé :

$$I_1(t) = I_1 \cos(\omega t + \phi_0) = i_1 \sin(\omega t) + i_2 \cos(\omega t) \quad (25)$$

En remplaçant dans (24), et en identifiant les coefficients, on obtient ce système :

$$\begin{cases} V_0 = R_1 i_1 + i_2 \left(\frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right) \\ 0 = R_1 i_2 + i_1 \left(L_1 \omega - \frac{1}{C_1 \omega} \right) \end{cases} \quad (26)$$

On résout :

$$i_1 = \frac{V_0 R_1}{R_1^2 + \left(\frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right)^2} \quad i_2 = \left(\frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right) \frac{V_0}{R_1^2 + \left(\frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right)^2}$$

En connaissant les deux courants, on peut déduire I_1 l'amplitude du courant $I_1(t)$ passant dans le circuit, avec $\sqrt{i_1^2 + i_2^2} = I_1$:

$$I_1 = \frac{V_0}{\sqrt{R_1^2 + \left(\frac{1}{C_1 \omega} - L_1 \omega \right)^2}} \quad (27)$$

Cette fonction est tracée à la Figure 21 pour plusieurs valeurs de l'inductance. On constate que le courant maximal est obtenu pour des valeurs de $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, on l'appelle la **fréquence de résonance**. A la Figure 22, on a comparé expérimentalement le courant à travers un RLC pour différentes fréquences. On constate effectivement que les impacts du condensateur et de la bobine se "neutralisent" quand on travaille à la fréquence de résonance, concentrant toute la tension aux bornes de la résistance. Ce phénomène contribue à maximiser le courant et donc la quantité de puissance transférée.

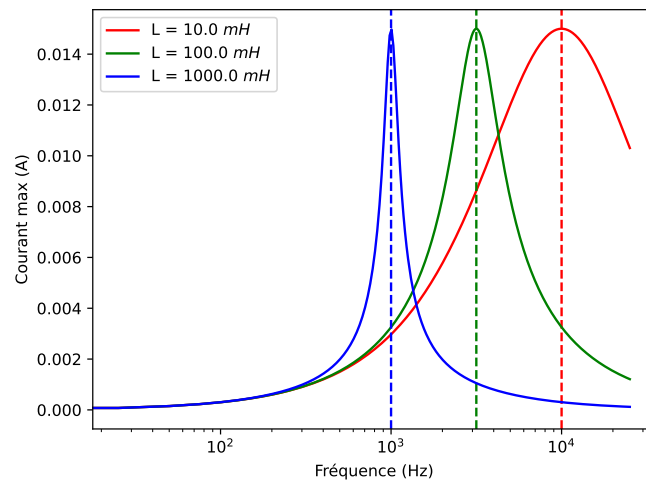
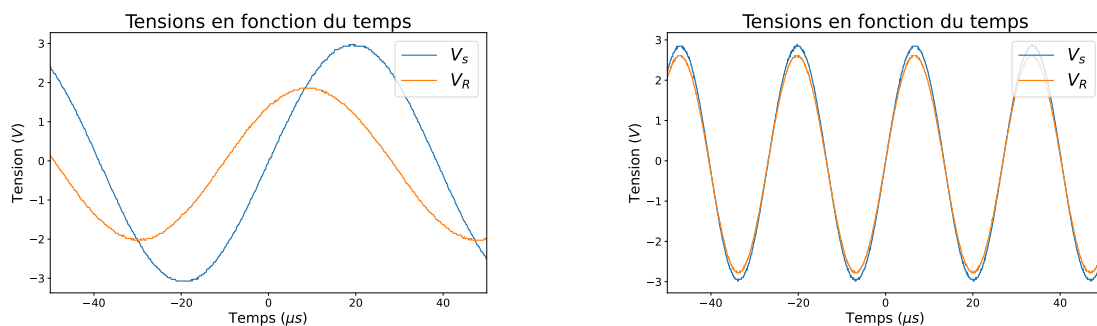


FIGURE 21 – Amplitude théorique du courant à travers un circuit RLC en fonction de la fréquence pour plusieurs valeurs de l'inductance. Les droites verticales sont les fréquences de résonance correspondantes, qui coïncident avec les maxima des courbes.



(a) Tensions V_s et V_R à une fréquence de 13 kHz $\neq \omega_0$.

(b) Tensions V_s et V_R à une fréquence de 37 kHz $\approx \omega_0$.

FIGURE 22 – Comparaison des courants à travers un circuit RLC à différentes fréquences, dont la fréquence de résonance.