Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Práctica 1

Presentan

Casiano Morales Rodrigo 109000794
Moreno González Gabriel 313040753
Ruvalcaba Tamés Led Eduardo 409012721

Profesor

Oscar Hernández Constantino

Asignatura

Complejidad Computacional

12 de Septiembre del 2022.

Práctica 1

Partición de clanes (versión decisión)

- EJEMPLAR: Una gráfica $G = (V, A)$ y un entero positivo $k \leq |V|$
- PREGUNTA: ¿Existe una partición de G en $k \leq K$ conjuntos distintos $V_1, V_2, ..., V_k$ tal que, $\forall i, 1 \leq i \leq k$, la subgráfica inducida por V_i, es un clan?

Partición de clanes (versión optimización)

- EJEMPLAR: Una gráfica $G = (V, A)$ y un entero positivo $k \leq |V|$
- PREGUNTA: ¿Cuál sería una partición de G en $k \leq K$ conjuntos distintos $V_1, V_2, ..., V_k$ tal que, $\forall i, 1 \leq i \leq k$,la subgráfica inducida por V_i, es un clan?

Esquema de codificación

Para el esquema de codificación se optó por utilizar un alfabeto binario, que consta únicamente de 0 y 1, pero, que alterna secuencias predefinidas para lograr codificar exitosamente una gráfica y un entero K.

La cadena de entrada se compone únicamente por 0´s y 1´s, sin embargo, se pueden distinguir varias secciones que ayudan al programa a poder interpretar correctamente su contenido.

La primera sección son los primeros m caracteres, donde m es el numero de vértices con el que cuenta la gráfica. Esta sección es una cadena de solo ceros que termina con un uno. Nos ayuda a determinar cuantos vértices hay, así sabremos de que tamaño son las filas de la matriz de adyacencias, así como el número de estas. Al final de la cadena de entrada se utiliza el mismo delimitador, sin embargo, aquí inicia de derecha a izquierda, siendo igual una cadena de ceros que termina en un uno.

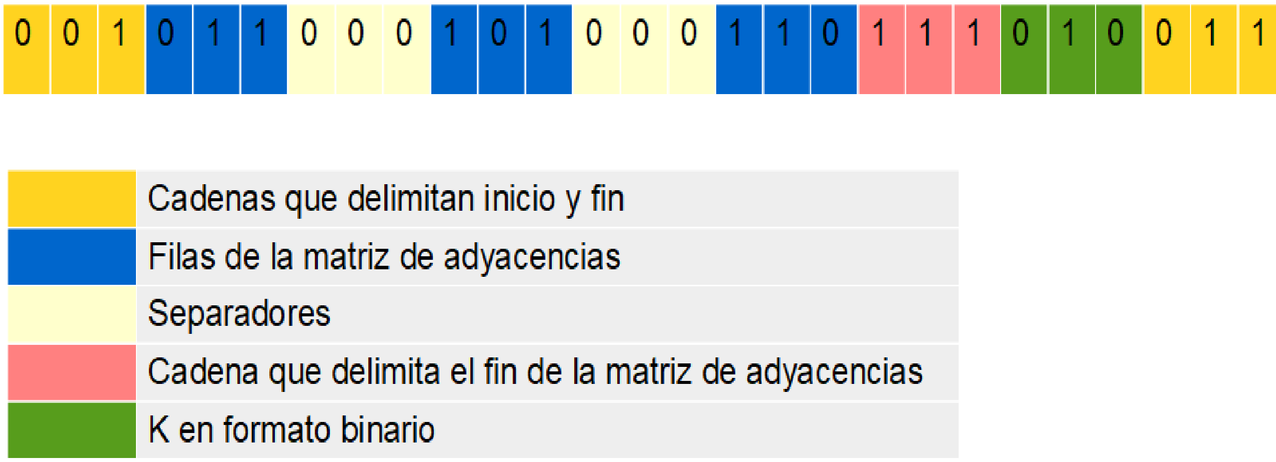
La siguiente sucesión de caracteres representará las aristas, codificadas en forma de matriz de adyacencias, dando pie a cadenas de longitud 2m, donde la primera mitad es una fila de la matriz de adyacencias y la segunda mitad es un separador que consiste en una cadena de m ceros.

Una vez que se ha terminado de colocar la última fila de la matriz de adyacencias, el formato del separador cambia, usándose una cadena de m unos para delimitar el fin de la matriz de adyacencias.

La última sección de la cadena, es la codificación del entero K en formato binario, seguido de la sección de fin de cadena que ya se explicó anteriormente.

Todo lo anteriormente explicado,se resume en la siguiente tabla, que contiene un ejemplo de una cadena de entrada posible.

Práctica 1



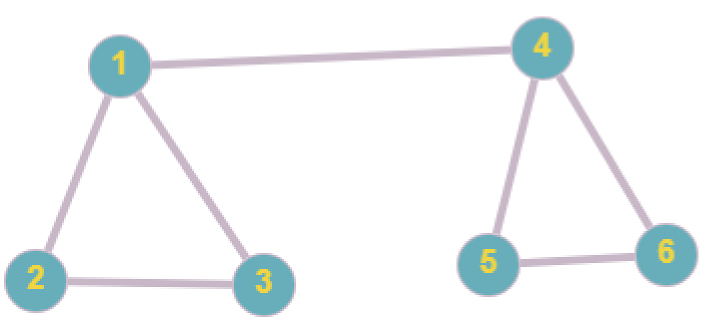
Ejemplares seleccionados

Se diseñaron 3 ejemplares que cumplen con las siguientes características:

- ejemplar con al menos 6 vértices, K = 2 y con respuesta SI
- ejemplar con al menos 6 vértices, K = 3 y con respuesta SI
- ejemplar con al menos 6 vértices, K = 2 y con respuesta NO

Ejemplar 1

Ejemplar codificado:
000001011100000000010100000000001100000000000100011000000000010100000000000
110111111010011111
Visualización:



Ejecución del programa:

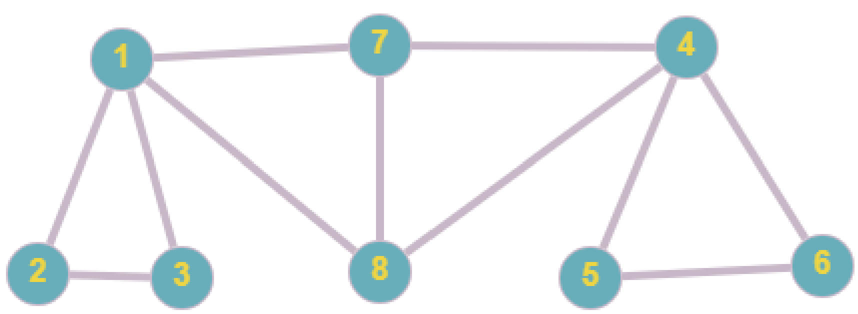
```
El número de vértices de G es:  6
El número de aristas de G es:  7
El valor de K es:  2
La codificación del primer vértice de G es:  1
La codificación de la primera arista de G es:  1-2
¿Existe una partición de G tal que se forman dos clanes?  Si
Clan 1 es:  [1, 2, 3]
Clan 2 es:  [4, 5, 6]
```

Ejemplar 2

Ejemplar codificado:

0000000101100011000000001010000000000000110000000000000000000111100000
0000001010000000000001100000000000100400010000000000100100101111111101
101111111

Visualización:



Ejecución del programa:

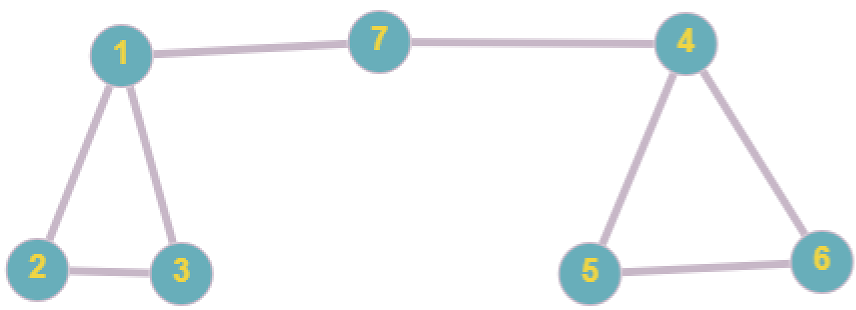
```
El número de vértices de G es:  8
El número de aristas de G es:  11
El valor de K es:  3
La codificación del primer vértice de G es:  1
La codificación de la primera arista de G es:  1-2
Lo sentimos, no se tiene resuelto el problema para k > 2
```

Ejemplar 3

Ejemplar codificado:

0000001011000100000000101000000000000110000000000000000111000000000001010
00000000011000000000100100011111110100111111

Visualización:



Ejecución del programa:

```
El número de vértices de G es:  7
El número de aristas de G es:  8
El valor de K es:  2
La codificación del primer vértice de G es:  1
La codificación de la primera arista de G es:  1-2
¿Existe una partición de G tal que se forman dos clanes?  No
```

Algoritmo para la localización de los clanes

Para resolver el problema de determinar la existencia de dos clanes dentro de la gráfica proporcionada como entrada se optó por el siguiente algoritmo:

1. Obtener el complemento de la gráfica G.
2. Determinar si la gráfica obtenida es bipartita o no
3. Si es bipartita la respuesta a la pregunta es Si, en caso contrario es No

Nótese que para determinar si la gráfica es bipartita o no, se requiere de un algoritmo, siendo posible utilizar BFS para colorear la gráfica usando dos colores (probando así que es bipartita).

1. Asignar un color (digamos rojo) al primer vértice (esto coloca al vértice v en la partición U).
2. Colorear a todos los vecinos de v con el otro color (digamos azul) (esto coloca a los vecinos del vértice v en la partición V).
3. Obtener los vecinos de los vecinos anteriores y colorearlos de rojo (los vecinos de los vecinos pertenecen a U).
4. Usando los pasos anteriores, terminar de colorear todos los vértices.
5. Durante el coloreado, si encontramos un vértice que esta coloreado del mismo color que su vecino, entonces la gráfica no es bipartita.

Dado que utilizamos una matriz de adyacencias implementada como matriz y a que utilizamos BFS en con dicha estructura de datos, la complejidad del algoritmo sería:

$$O(m^2)$$

donde m es el numero de vértices.

Referencias

Chartrand, G., Introductory Graph Theory, New York: Dover Publications, Inc. 1977.

http://math.stackexchange.com/questions/310092/the-two-clique-problem-is-in-p-or-np-p-np-for-hypothesis

https://www.geeksforgeeks.org/bipartite-graph/

https://www.quora.com/Why-is-the-time-complexity-of-BFS-O-V+E