

基于Matlab的图像小波变换仿真

刘文华

(中共安徽省委党校, 安徽 230022)

摘要: 基于小波分析是继傅立叶分析之后的一个新的时频域分析工具。小波分析在图像处理中有非常重要的应用, 包括图像压缩、图像去噪、图像融合、图像分解和图像增强等图像处理的几乎所有阶段。介绍了小波分析的基本理论, 小波分析是傅立叶分析方法的发展与延拓。使用Matlab软件中的小波变换工具箱编写小波变换程序, 对原始图像进行了各种仿真, 包括对图像进行分解和重构、阈值处理、图像降噪和图像压缩等。利用小波变换, 我们获得了不同效果的处理图像, 加深了我们进一步理解小波变换的基本理论及小波变换在图像处理中的应用。

关键词: 小波分析, Matlab, 图像分解和重构, 图像去噪, 图像压缩, 人工智能。

中图分类号: TP391.41 文章编号: 1674-2583(2020)10-0022-03

DOI: 10.19339/j.issn.1674-2583.2020.10.008

中文引用格式: 刘文华. 基于Matlab的图像小波变换仿真[J]. 集成电路应用, 2020, 37(10):22-24.

Study on Image Wavelet Transform Simulation Based on Matlab

LIU Wenhua

(Party School of the CPC Anhui Provincial Committee, Anhui 230022, China.)

Abstract — Wavelet analysis is a new time-frequency analysis tool after Fourier analysis. Wavelet analysis has very important applications in image processing, including image compression, image denoising, image fusion, image decomposition and image enhancement. This paper first introduces the basic theory of wavelet analysis which is the development and extension of Fourier analysis. The wavelet Toolbox in MATLAB is used to compile the program of wavelet transform and carry out various simulation on the original image, including decomposition and reconstruction of the image, threshold processing, image noise reduction and image compression. By using wavelet transform, we can obtain different effects of image processing, which deepens our understanding of the basic theory of wavelet transform and the application of wavelet transform in image processing.

Index Terms — wavelet analysis, Matlab, image decomposition and reconstruction, image denoising, image compression, artificial intelligence.

0 引言

图像的采集、转换和传输过程中常受到成像设备与外部环境噪声干扰噪声。小波变换的信号去噪变尺度的特征是有一个“焦点”的能力, 当图像信号的能量主要集中在一小部分的小波系数, 这些系数的值必须大于大量噪声的小波系数能量色散值。只要选择合适的阈值, 舍入的绝对值小于阈值的小波系数, 可达到图像降噪^[1]。

一个应用小波变换处理的最成功的图像是图像压缩。小波变换密切相关的空间像素阵列潜入完全无关的, 紧凑的小波系数矩阵的能量分布, 大少数图像小波系数代表最重要的能源组成部分, 小的小波系数大多数无关紧要的细节分量表示, 去除小的系数量化比较有代表性的细节分量, 用很少的代码字来形容代表主要的能量成分, 大的系数, 从而实现高压缩比。小波图像压缩的研究表明, 许多现代应用如多分辨率所需要的功能, 多层次的质量控制, 以及其他嵌入式码

流和小波图像编码结构融合在一起, 很自然的, 更大的压缩比, 小波图像压缩的重建质量的方法优于DCT^[2]。所以, 在静态图像压缩标准Jpec2000新生成的小波图像编码算法为核心的使用。小波信号分析中的应用也很广泛。它可进行边界处理和波形的过滤、分析时频、信噪分离和检测弱信号, 寻找分形指数、识别和诊断信号, 多尺度边缘检测^[3]。在工程和其他方面的应用。包括生物医学方面的研究和计算机图形学、曲线设计和遥远的宇宙^[4]。小波变换。小波可以应用于机械故障诊断, 采集故障信号, 利用三维视图和组合分析振动谱谱。

1 小波变换

小波变换的定义。在数学上, 小波定义为对给定函数局部化的函数。小波可由一个定义有限区间函数 $\psi(x)$ 来构造, $\psi(x)$ 称为母小波 (mother wavelet) 或者称为基本小波。一组小波基函数, $\{\psi_{a,b}(x)\}$ 可通过缩放和平移基本小波 $\psi(x)$ 来生成,

作者简介: 刘文华, 中共安徽省委党校, 研究方向: 信号和图像处理。

收稿日期: 2020-09-20, 修回日期: 2020-09-26。

如式(1)所示。

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (1)$$

进行平移的平移参数,指定沿x轴平移的位置。
当 $a=2^j$, $b=ia$ 的情况下,如式(2)。

$$\psi^j(x) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j x - i) \quad (2)$$

其中, i 为平移参数, j 为缩放因子。

2 连续小波变换

L2(R)空间中的任意函数 $f(x)$ 是在小波的扩展,称为函数 $f(t)$ 的连续小波变换 CWT, 如式(3)。

$$WT_f = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-\tau}{a}\right) dt \quad (3)$$

当所用小波的允许性条件成立时,其逆变换存在,如式(4)。式(5)为 $\psi(t)$ 的允许性条件。

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \frac{da}{a^2} \int_{-\infty}^\infty WT_f(a, \tau) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-\tau}{a}\right) d\tau \quad (4)$$

$$C_\psi = \int_0^\infty \frac{|\varphi(a\omega)|}{a} da \quad (5)$$

根据明显的连续小波变换小波变换的定义与傅立叶变换,也是一个积分变换,说WTF(A, τ)小波系数。由于规模小、位移小波有两个参数,所以膨胀将意味着一个时代的小波基函数投影到一个二维时间-尺度相平面。

由于小波本身具有的特性,功能,投影到小波变换域,提取某些特征的有益的地方。

3 离散小波变换

在连续小波基函数 $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$ ($a \neq 0$, $b \in \mathbb{R}$) 中,尺度参数离散化: $a = a_0^j$, 其中 $a_0 > 1$, $j \in \mathbb{Z}$; 平移参数离散化: 平移参数的离散化依靠尺度参数的离散化, $b = ka_0^j b_0$, 其中 $b_0 > 0$, $k \in \mathbb{Z}$ 。故连续小波基函数变成离散小波函数,如式(6)。

$$\begin{aligned} a_0^{-\frac{j}{2}} \psi(a_0^{-j}(t - ka_0^j b_0)) \\ j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

在实际计算中,常取 $a_0 = 1/2$, $b_0 = 1$, 我们记式(7)为离散小波函数。

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (7)$$

在本文的应用中采用 Daubechies(dbN)小波。Daubechies小波有非常重要的性质,不仅是连续的和正交的,而且是支集最小的。是 Daubechies在双尺度方程系数出发规划出来的离散正交小波。一般简称为dbN, N是小波的阶数。2N-1为尺度函数 $\phi(t)$ 和小波函数 $\psi(t)$ 中的支撑区, N是 $\psi(t)$ 中的消失矩。N大小反映了Daubechies小波的光滑滑度和聚中性。除 N=1外, dbN 不具有非线性相位。dbN没有明确的表达式(除了 N-1外), 转换函数h的平方模还是很明确的。图1为db6小波。

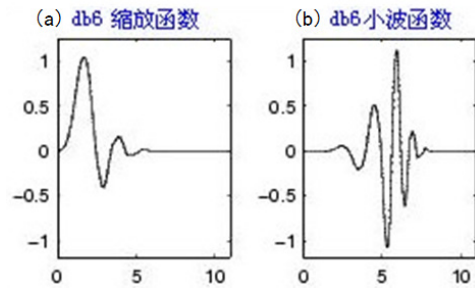
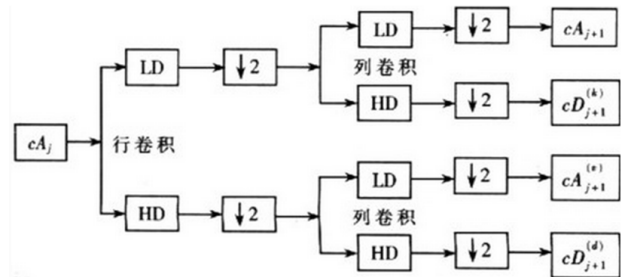


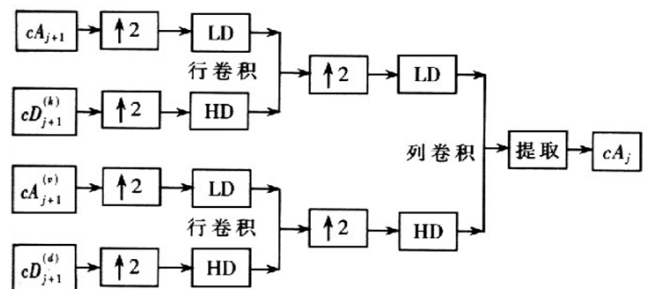
图1 db6小波

4 快速小波Mallat算法及分解重构实验设计

依据Mallat塔式算法,任一离散信号 $x(n)$, 经小波滤波器 $g(n)$ 与尺度滤波器 $h(n)$, 被分解成了高频分量和低频分量, 低频分量再经 $g(n)$ 与 $h(n)$, 然后被分解成更低的频率分量。从应用角度来讲, 由于小波滤波器 $g(n)$ 和尺度滤波器 $h(n)$ 的高频与低频特性, 使得信号通过滤波器后各分量间的相关性变小, 同一尺度下的不同平移间的信号相关性也会迅速衰减^[5-10]。图2(a)为离散小波二维图像分解图, 图2(b)为离散小波二维图像重构图。



(a) 离散小波二维图像分解图



(b) 离散小波二维图像重构图

图2 二维离散小波Mallat快速法

5 图像小波变换的仿真

(1) 图像小波分解与重构图像小波分解与重构流程如图3所示。



图3 图像小波分解与重构流程图

(2) 主要函数介绍。DWT2为二维单尺小波变换, DWT2执行二维单尺小波分解可以用任何一个特定小波, 由wname或有特定的小波滤波器 (Lo_D和

H_{10} 决定。 $[CA, CH, CV, CD] = \text{DWT2}(X, 'wname')$ ，由小波分解的输入矩阵 X 计算获得近似系数矩阵 CA 、 CH 、 CV 和 CD 。 $wname$ 是一个包含小波名字的字串。图像重构过程即小波分解过程的逆过程，即把分解的系数还原成原始信号的过程。在重构过程中，本次设计使用了以下主要函数。

```
function x=idwt2(a,h,v,d,varargin)
```

IDWT2单级逆离散二维小波变换。

$X = \text{IDWT2}(CA, CH, CV, CD, 'wname')$ ，在近似矩阵 CA 和(横向，纵向和对角线)细节矩阵 CH 、 CV 和 CD 的基础上，使用小波 $wname$ 来计算重建近似系数矩阵 X 。

```
function theAxis=subplot(nrows, ncols, thisPlot, replace)
```

Subplot为将当前图分为若干个子图。

$H = \text{Subplot}(m, n, p)$ 或 $\text{Subplot}(mnp)$ ，将图窗口分为 m 行 n 列的小图， p 为当前图像，并返回再处理。 $\text{Subplot}(m, n, p)$ ，如果图像已经存在，则使其变为当前图像。 $\text{Subplot}(m, n, p, 'replace')$ ，如果图像已经存在，则删除，并创建一个新的图像。

(3) 仿真结果和分析。通过上述分析得到仿真的结果如图4所示。



图4 真彩图的像小波分解

通过实验得到以下几点结论：本程序读入文件格式可以是Matlab支持的bmp、jpg、pcx、png和tif等，通过图像矩阵和色谱矩阵可自动判别256灰度黑白图、256索引图、24位真彩图，可以发现jpg没有256色索引图存储格式(而是用真彩代替)，bmp没有256灰度存储格式(而是用256索引图代替)。

图像矩阵 x 每次用haar小波和db9小波分解生成四个子图像矩阵： ca 为图像的最主要部分是低频(粗糙)的图像， ch 高频水平图像， cv 为高频垂直图像， cd 是图像的细节部分为高频对角图像；删掉一些不重要的细节系数不影响对重构图像的理解，为图像的压缩提供了途径。

6 结语

本论文主要结合小波变换的基本原理，详细讨论了小波在图像处理领域的应用，并运用Matlab程序设计语言进行图像小波变换的仿真。

本文围绕上述中心，主要做了如下工作。

(1) 介绍了小波变换的发展历史及在信号、图像处理方面较其他分析方法的优点。总结了小波变换在图像处理中的应用，及其他方面的应用。

(2) 介绍了小波分析的基本理论，小波变换的定义，连续小波和离散小波变换，给出了基于小波分析的图像处理的原理和方法，以及对几种常用小波的介绍。着重论述了多分辨率分析及基于Mallat算法对图像进行分解和重构的处理过程。

(3) 对基于Mallat算法处理图像的过程进行仿真，包括对图像进行小波分解和重构，发现 ca 为图像的低频部分，是图像的最主要部分， ch 、 cv 、 cd 为图像的高频部分，是图像的细节部分，除掉并不影响对重构图像的理解；取不同阈值对图像进行重构，我们可以发现阈值越大，分解图像的0系数越多，重构的图像失真程度增加，“马赛克”现象越严重，文件越小；图像小波降噪可以较好地滤除图像中的高频噪声部分，使含噪图像视觉上得到较好的改善，具有较好的去噪效果。

利用二维小波分析进行图像压缩，从理论上说，可以获得任意压缩比的压缩图像。

参考文献

- [1] 张东,唐向宏,张少鹏,黄俊泽.小波变换与纹理合成相结合的图像修复[J].中国图象图形学报,2015,20(07):882-894.
- [2] 康佳伦,唐向宏,张东,屠雅丽.特征分类学习的结构稀疏传播图像修复方法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2015,27(05):864-872.
- [3] 李丹,仲崇权,王世强,陈祖军.基于全变差和P-Laplace模型的混合图像修复算法[J].大连理工大学学报,2014,54(06):676-681.
- [4] 翟东海,段维夏,鱼江.基于双十字TV模型的图像修复算法(英文)[J].电子科技大学学报,2014,43(03):432-436.
- [5] 刘婷,程建.小波变换和稀疏表示相结合的遥感图像融合[J].中国图象图形学报,2013,18(08):1045-1053.
- [6] 刘帆.基于小波核滤波器和稀疏表示的遥感图像融合[D].陕西:西安电子科技大学,2014.
- [7] 晁锐,张科,李言俊.一种基于小波变换的图像融合算法[J].电子学报,2004(05):750-753.
- [8] 赵瑞珍.小波理论及其在图像、信号处理中的算法研究[D].陕西:西安电子科技大学,2001.
- [9] 陈晓曦,王延杰,刘恋.小波阈值去噪法的深入研究[J].激光与红外,2012,42(01):105-110.
- [10] 张新明,沈兰荪.基于小波的同态滤波器用于图像对比度增强[J].电子学报,2001(04):531-533.