



系统工程与电子技术
Systems Engineering and Electronics
ISSN 1001-506X, CN 11-2422/TN

《系统工程与电子技术》网络首发论文

题目: 一种基于 SVRGD 的机载预警雷达自适应波束形成算法
作者: 彭芳, 吴军, 王帅, 向建军
收稿日期: 2020-06-10
网络首发日期: 2020-09-17
引用格式: 彭芳, 吴军, 王帅, 向建军. 一种基于 SVRGD 的机载预警雷达自适应波束形成算法[J/OL]. 系统工程与电子技术.
<https://kns.cnki.net/kcms/detail/11.2422.TN.20200915.1617.002.html>



网络首发: 在编辑部工作流程中, 稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定, 且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件, 可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定; 学术研究成果具有创新性、科学性和先进性, 符合编辑部对刊文的录用要求, 不存在学术不端行为及其他侵权行为; 稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准, 正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性, 录用定稿一经发布, 不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认: 纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约, 在《中国学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版, 以单篇或整期出版形式, 在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z), 所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

一种基于 SVRGD 的机载预警雷达自适应波束形成算法

彭芳¹, 吴军², 王帅¹, 向建军¹

(1. 空军工程大学航空工程学院, 陕西 西安 710038;

2. 空军工程大学空管领航学院, 陕西 西安 710051)

摘要：自适应波束形成是机载预警雷达数字信号处理的一个关键环节。针对传统最小均方误差 (least mean square, LMS) 算法在短快拍数条件下的波束形成性能下降以及因迭代震荡易收敛于局部最优值的问题, 提出了一种基于机器学习的随机方差减小梯度下降 (stochastic variance reduction gradient descent, SVRGD) 自适应波束形成方法。首先, 建立面阵结构的阵列接收信号数据模型。其次, 基于随机梯度下降原理, 引入方差缩减法通过内外循环迭代方式进行梯度修正, 以减小随机梯度估计的方差, 建立了算法模型与实现流程。最后通过设置平面阵列仿真场景, 分析了 SVRGD 自适应波束形成算法在波束形成、抗干扰、收敛速度等方面的性能, 验证了该算法在低快拍数、强干扰和强噪声背景下具有的优良能力。

关键词：机载预警雷达; 自适应波束形成; 随机梯度下降; 随机方差减小梯度下降; 机器学习

中图分类号: TN959.73

文献标识码: A

Adaptive beamforming algorithm for airborne early warning radar based on SVRGD

PENG Fang¹, WU Jun², WANG Shuai¹, XIANG Jianjun¹

(1. Air Force Engineering University, Aeronautics and Astronautics Engineering School. Xi'an 710038;

2. Air Force Engineering University, ATC Navigation College. Xi'an 710051)

Abstract: Adaptive beamforming is a key step of digital signal processing in airborne early warning radar. For solving the problem that the beamforming performance of traditional least mean square (LMS) algorithms is reduced under the condition of short snapshot and the algorithm tend to converge to local optimal value because iterative oscillation, An adaptive beamforming approach about stochastic variance reduction gradient descent (SVRGD) based on machine learning is proposed. First of all, the data model of planar array receiving signal is established. The second, based on the stochastic gradient descent principle, the variance reduction method is introduced to modify the gradient through internal and external iteration to reduce the variance of the stochastic gradient estimation, and the algorithm model and implementation process are established. The last, by setting up a planar array simulation scene, the performance of the SVRGD algorithm in the aspects of beamforming, anti-jamming and convergence speed is analyzed, and the excellent capability of algorithm in the background of short snapshot number, strong interference and noise is verified.

Keywords: airborne early warning radar; adaptive beamforming; stochastic gradient descent (SGD); stochastic variance reduction gradient descent (SVRGD); machine learning

0 引言

机载预警雷达通过测量目标的位置和运动特性,为作战系统和武器系统提供探测信息保障,是预警机完成空中警戒、控制引导、作战指挥与空战场管理等多样化作战任务的核心传感器。随着数字技术的快速发展,机载预警雷达正在由传统的模拟有源相控阵雷达向数字阵列雷达体制演变,在实现超低副瓣、低截获概率、提高强杂波背景中弱小目标检测能力、抗干扰能力等方面具有优良的性能^[1-2]。接收数字波束形成是雷达数字信号处理阶段的一个关键流程,它是把阵列天线输出的信号进行 A/D 数字化后送到数字波束形成器的处理单元,完成对各种信号的复加权处理,形成所需的波束信号。该技术充分利用了阵列天线所获取的目标空间信息,通过信号处理使波束获得超分辨率和低旁瓣的性能,完成空域滤波以实现目标的有效检测,以及对空间干扰信号的置零。波束形成有许多形式和算法,其中自适应波束形成算法^[3-4]能适应各种外界环境的变化,可实时地将权值调整到最佳位置,对所要观测的目标能自适应形成一个很窄的主波束,对干扰方向自动形成零陷,以使干扰信号得到最大限度地抑制。

典型的自适应波束形成算法主要分为闭环算法与开环算法,其中闭环算法包括最小均方误差 (least mean square, LMS) 算法、差分最陡下降 (difference steepest descent, DSD) 算法、加速梯度 (accelerating gradient, AG) 算法以及它们的变形,这些算法相对简单,实现方便,但其主要缺点是搜索靠近极值时收敛变慢,可能会出现震荡,或出现局部最优化的情况,收敛速率受到系统稳定性要求的限制。波束形成算法的性能主要表现为稳健性、收敛速度、收敛精度等三个方面,针对非理想情况下的自适应波束形成算法性能下降问题,相关的稳健算法被陆续提出,如对角加载、特征子空间算法、不确定集算法、协方差矩阵重构算法等^[5-6]。文献[7]中提出一种导向矢量和协方差矩阵联合迭代估计的稳健波束形成算法,计算复杂度较高;文献[8]中提出一种基于最小敏感度的广义线性自适应波束形成算法以适应低信噪比和小快拍数的应用环境,算法针对信号为无线通信系统中的一类非平稳信号;文献[9]中将改进的粒子群算法应用于

LCMV 自适应波束形成器,在加深零陷和降低旁瓣等方面效果显著,但是对阵元数较多的高维复杂问题处理时容易陷于早熟和维度爆炸现象。

基于机载预警雷达上采用的三面阵天线结构,每个面的天线阵元数目多,针对传统 LMS 算法在短快拍数条件下导致波束形成性能下降以及因迭代震荡易收敛于局部最优值的问题,提出一种基于随机方差减小梯度下降 (stochastic variance reduction gradient descent, SVRGD) 的自适应波束形成算法,即在每一轮迭代的内部还有一个内部的迭代,在进行内部迭代前用当前的权值计算一次所有样本的平均梯度,利用全局的梯度信息对每次用于模型更新的梯度进行修正,通过缩减梯度估计的方差达到提高梯度计算准确性的目的,能有效改善波束形成和抗干扰的质量,亦适用于目标函数为不可微和非平稳的情形^[10-13]。

1 LMS 自适应波束形成模型

1.1 面阵方向矩阵与接收信号模型

面阵列实际上可以看做线阵在二维空间中的拓展,如图 1 所示,假设均匀平面阵位于 XOZ 面内,阵列阵元数 $M \times N$, 水平方向和垂直方向的阵元间距分别为 d_x 和 d_z , 信源数为 K 。 $\Theta_i = (\theta_i, \phi_i)$ ($i=1,2,\dots,K$), θ_i 和 ϕ_i 分别代表第 i 个信源的俯仰角和方位角,其含义如图 2 所示。其中, $0 \leq \theta_i < 90^\circ$, $0 \leq \phi_i < 360^\circ$ 。

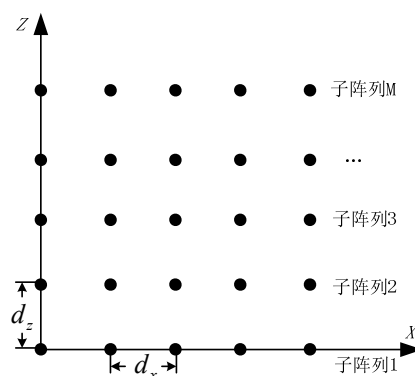


图 1 均匀面阵列结构

Fig.1 Uniform plane array structure

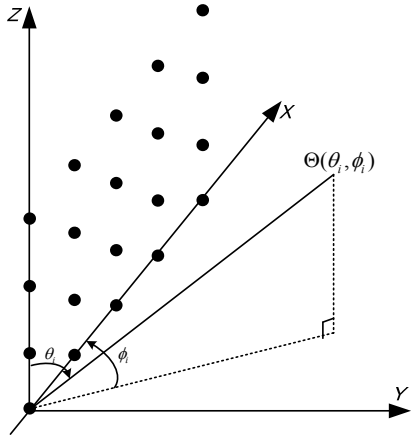


图2 均匀面阵入射角定义

Fig. 2 Definition of incident Angle of uniform plane array

以位于坐标原点的阵元为参考,在空间中第 i 个任意阵元与处于原点的参考阵元之间的相位差为:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}(x_i \cos \phi \sin \theta + y_i \sin \phi \sin \theta + z_i \cos \theta) \quad (1)$$

式中: (x_i, y_i, z_i) 表示第 i 个阵元的坐标。由于 y_i 的值为 0, 根据均匀直线阵的分析可知, x 轴和 z 轴上的方向矩阵分别为:

$$\mathbf{A}_x = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi d_x \cos \phi \sin \theta}{\lambda}} & e^{-j\frac{2\pi d_x \cos \phi \sin \theta}{\lambda}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi d_x \cos \phi \sin \theta}{\lambda}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi d_x (N-1) \cos \phi \sin \theta}{\lambda}} & e^{-j\frac{2\pi d_x (N-1) \cos \phi \sin \theta}{\lambda}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi d_x (N-1) \cos \phi \sin \theta}{\lambda}} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{A}_z = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ e^{-j\frac{2\pi d_z \cos \theta}{\lambda}} & e^{-j\frac{2\pi d_z \cos \theta}{\lambda}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi d_z \cos \theta}{\lambda}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ e^{-j\frac{2\pi d_z (M-1) \cos \theta}{\lambda}} & e^{-j\frac{2\pi d_z (M-1) \cos \theta}{\lambda}} & \dots & e^{-j\frac{2\pi d_z (M-1) \cos \theta}{\lambda}} \end{bmatrix} \quad (3)$$

由图 1 可知, 子阵列 1 的方向矩阵为 \mathbf{A}_x , 而子阵列 2 的方向矩阵就得考虑沿 z 轴的偏移, 每个阵元相对于参考阵元的相位差就等于子阵列 1 的阵元的相位差加上 $-j2\pi d_z \cos \theta / \lambda$, 所以第 M 个子阵列的方向矩阵为 $\mathbf{A}_M = \mathbf{A}_x \mathbf{D}_M(\mathbf{A}_z)$,

其中, $\mathbf{D}_M(\mathbf{A}_z)$ 表示由矩阵 \mathbf{A}_z 的第 M 行构造的一个对角矩阵。所以可得:

$$\begin{cases} \text{子阵1, } \mathbf{A}_1 = \mathbf{A}_x \mathbf{D}_1(\mathbf{A}_z) \\ \text{子阵2, } \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_x \mathbf{D}_2(\mathbf{A}_z) \\ \vdots \\ \text{子阵M, } \mathbf{A}_M = \mathbf{A}_x \mathbf{D}_M(\mathbf{A}_z) \end{cases} \quad (4)$$

面阵列的方向矩阵可表示为:

$$\mathbf{A}(\Theta) = [\mathbf{A}_1; \mathbf{A}_2; \dots; \mathbf{A}_M] \in \mathbb{C}^{MN \times K} \quad (5)$$

阵列接收信号模型为:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}(\Theta)\mathbf{S}(t) + \mathbf{N}(t) \quad (6)$$

其中, $\mathbf{S}(t)$ 是空间源信号, 为 $K \times 1$ 的列矢量, $\mathbf{N}(t)$ 是阵元接收信号时的高斯白噪声, 为 $MN \times 1$ 的列矢量。

1.2 LMS 自适应波束形成算法

LMS 算法是一种基于最小均方误差准则, 采用标准梯度下降优化方法的迭代自适应算法, 其代价函数为接收信号的阵列输出与期望信号的均方值, 沿着代价函数的负梯度方向方向搜索, 最终得到代价函数的最优解。

其优化问题可以表示为:

$$\min_w J(\mathbf{W}) = E[e(n)^2] = E[d(n) - y(n)]^2 \quad (7)$$

式中, 天线阵的输出信号为 $y(n) = \mathbf{W}^H(n)\mathbf{X}(n)$, $\mathbf{X}(n) \in \mathbb{C}^{MN \times L}$, $\mathbf{W}(n) \in \mathbb{C}^{MN \times 1}$, L 为快拍数, $d(n)$ 为期望信号。

将代价函数 $J(\mathbf{W})$ 展开, 有

$$J(\mathbf{W}) = E[d(n)^2] - 2\mathbf{W}^H \mathbf{r}_{xd} + \mathbf{W}^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{W} \quad (8)$$

式中, \mathbf{r}_{xd} 是 $\mathbf{X}(n)$ 与 $d(n)$ 的互相关矢量, \mathbf{R}_{xx} 是 $\mathbf{X}(n)$ 的自相关矩阵。采用标准梯度下降法求解式 (7), 即得 LMS 算法的权矢量更新公式:

$$\mathbf{W}(k+1) = \mathbf{W}(k) + 2\mu e^*(k)\mathbf{X}(k) \quad (9)$$

其中, μ 为步长参数, 当满足 $0 < \mu < 1/\text{tr}(\mathbf{R}_{xx})$ 时, 算法收敛。步长因子的大小影响收敛速度和稳态误差, 固定的步长无法同时兼顾收敛速度和稳态误差的优良性能。

2 SVRGD 波束形成算法原理与流程

2.1 SGD 算法

在基于标准梯度下降的 LMS 波束形成算法中, 每一步模型更新都需要计算所有样本点的梯度, 对于样本数目比较多时候代价较大。在机器学习领域, 凸学习的目的是极小化代价函数, SGD 法^[9]作为一个更高效的算法, 不要求基于精

确的梯度值来更新迭代方向,而是通过取一个随机方向的步长,即每次随机从数据集中选择一个样本点 i_t 或者 mini-batch 进行梯度更新,保证在每次迭代时该方向的期望值与梯度方向是相等的。

给定 L 个训练样本 (即快拍数), 优化问题可表示为:

$$\min_{\mathbf{W}} \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L J_i(\mathbf{W}) \quad (10)$$

极小化 $J(\mathbf{W})$ 的 SGD 算法过程描述如下:

a. 参数: 标量 $\mu > 0$, 整数 $T > 0$

b. 初始化: $\mathbf{W}(1) = \mathbf{0}$

c. for $t = 1, 2, \dots, T$

以一个分布随机选择 v_t , 使得

$$E[v_t | \mathbf{W}(t)] \in \partial J[\mathbf{W}(t)] \quad (11)$$

$$\text{更新 } \mathbf{W}(t+1) = \mathbf{W}(t) - \mu \mathbf{v}_t \quad (12)$$

$$d. \text{ 输出 } \bar{\mathbf{W}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{W}(t) \quad (13)$$

相对于标准梯度下降, SGD 算法的优势是不仅可以用于代价函数不可微的情况,还可以减少每次更新的计算代价,但是增大了梯度估计的方差,因此通过迭代输出取平均的方法可以改善收敛速度^[14-16],但仍不如标准梯度下降。

2.2 SVRGD 算法

针对 SGD 算法收敛速率不高的问题,文献[17]提出了方差缩减方法 (SVRGD),其思路是为了提高梯度计算的准确性,利用全局的梯度信息对每次用于模型更新的梯度进行修正^[18-20]。因此 SVRGD 算法在每一轮迭代的内部还有一个内部的迭代,在进行内部迭代前用当前的 $\mathbf{W}(k)$ 值计算一次所有样本的平均梯度 $\nabla J_L(\mathbf{W}_t)$,内部迭代的初始值被赋予为当前的 $\mathbf{W}(k)$,内部迭代中每次修正后的梯度公式为:

$$\tilde{\mathbf{g}}_j = \nabla f_{ij}(\bar{\mathbf{W}}_j) - [\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t) - \nabla J_L(\mathbf{W}_t)] \quad (14)$$

$$\bar{\mathbf{W}}(j+1) = \bar{\mathbf{W}}(j) - \mu \tilde{\mathbf{g}}_j \quad (15)$$

其中, $\mathbf{W} \in \mathbf{R}^d$ 表示权矢量; $\nabla J_L(\mathbf{W}_t)$ 是使用上一轮的权矢量 \mathbf{W}_t 计算出的平均梯度; $\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t) - \nabla J_L(\mathbf{W}_t)$ 为梯度估计 $\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t)$ 的偏移量, $\tilde{\mathbf{g}}_j$ 是经过修正的梯度,是无偏的,使用 $\tilde{\mathbf{g}}_j$ 更新权矢量 $\bar{\mathbf{W}}(j+1)$ 。

本文中,采用平均策略将每一次外循环中的所有内循环快拍产生的权矢量取平均,作为下一次外循环迭代的初始值,采用平均策略的好处是,当权值优化迭代越靠近全局最优值时,可能

会在最优权值附近产生振荡,取平均后可以逼近最优解,提升收敛速度。算法过程描述如下:

a. 初始化 $\mathbf{W}_t(1) = \mathbf{0}$, $\mathbf{W}_j(1) = \mathbf{0}$;

b. for $t = 1, 2, \dots, T$;

c. 计算数据批的梯度 $\nabla J_L(\mathbf{W}_t)$;

$$\nabla J_L(\mathbf{W}_t) = \frac{1}{L} \sum_{k=1}^L e^*(k) \mathbf{X}(k) \quad (16)$$

d. 初始化 $\bar{\mathbf{W}}_j \leftarrow \mathbf{W}_t$;

e. for $j = 1, 2, \dots, J$;

f. 从集合 $\{1, 2, \dots, L\}$ 随机选择 ij ;

g. $\tilde{\mathbf{g}}_j = \nabla f_{ij}(\bar{\mathbf{W}}_j) - [\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t) - \nabla J_L(\mathbf{W}_t)]$

h. $\bar{\mathbf{W}}_{j+1} = \bar{\mathbf{W}}_j - \mu \tilde{\mathbf{g}}_j$

i. end for

$$j. \mathbf{W}_{t+1} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \bar{\mathbf{W}}_j \quad (17)$$

k. end for

2.3 基于 SVRGD 的自适应波束形成算法流程

利用式(5)和式(6)构建 XOZ 面阵接收信号数据模型,自相关矩阵用下式进行估计:

$$\hat{\mathbf{R}}_{XX} = \frac{1}{L} [\mathbf{X}^H(n) \mathbf{X}(n)] \quad (18)$$

迭代步长 μ 满足 $0 < \mu < 1/\text{tr}(\mathbf{R}_{XX})$, 以保证基于梯度、随机梯度的自适应波束形成算法收敛,其中 $\text{tr}(\mathbf{R}_{XX})$ 表示矩阵的迹。基于 SVRGD 的权值迭代算法具体流程如下:

a. 设定算法内循环和外循环的迭代次数 J , T , 初始化外循环和内循环的权系数 $\mathbf{W}_t(1) = \mathbf{0}$, $\mathbf{W}_j(1) = \mathbf{0}$;

b. 进行外循环,由式(16)求取全体数据的平均梯度,其中 $e(k)$ 可用式(7)求出;

c. 将外循环中的权系数 \mathbf{W}_t 赋值给内循环的权系数 $\bar{\mathbf{W}}_j$;

d. 进入内循环,随机选取一个快拍数分别计算随机梯度 $\nabla f_{ij}(\bar{\mathbf{W}}_j)$ 和 $\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t)$;

$$\nabla f_{ij}(\bar{\mathbf{W}}_j) = \mu e^*(ij) \mathbf{X}(ij) = \mu [d(ij) - \mathbf{X}^H(ij) \bar{\mathbf{W}}_j] \mathbf{X}(ij) \quad (19)$$

$$\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t) = \mu e^*(ij) \mathbf{X}(ij) = \mu [d(ij) - \mathbf{X}^H(ij) \mathbf{W}_t] \mathbf{X}(ij) \quad (20)$$

e. 用 $[\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t) - \nabla J_L(\mathbf{W}_t)]$ 对 $\nabla f_{ij}(\bar{\mathbf{W}}_j)$ 修正得到梯度为 $\tilde{\mathbf{g}}_j = \nabla f_{ij}(\bar{\mathbf{W}}_j) - [\nabla f_{ij}(\mathbf{W}_t) - \nabla J_L(\mathbf{W}_t)]$;

f. 将求得的梯度 $\tilde{\mathbf{g}}_j$ 代入内循环迭代公式(15)得到下一时刻的内循环滤波权值 $\bar{\mathbf{W}}_{j+1}$;

g. 重复迭代第 d-f 步,直到达到内循环迭代次数 J , 利用式(17)计算平均权系数,并将其赋

值给外循环;

*h.*重复步骤第 *b*~*g* 步, 输出最后一次外循环的权系数 \mathbf{W}_T 作为自适应波束形成的最优权系数。

*i.*计算阵列的输出 $y(n)$ 。具体公式如下:

$$y(n) = \mathbf{W}_T^H \mathbf{X}(n) = \sum_{i=1}^{MN} w_i^* x_i(n) \quad (21)$$

3 算法仿真与分析

原始数据设置如下: $M=16$, $N=16$, $\lambda=0.1$ m, $d_x=d_z=\lambda/2$, $\theta_0=90^\circ$, $\phi_0=90^\circ$ 。

3.1 X-Z 轴向均匀面阵方向图特性分析

对所有阵元加权的输出相加后得到阵列的输出, 取模值并归一化后形成空间指定波束方向图, 如图 3 所示。

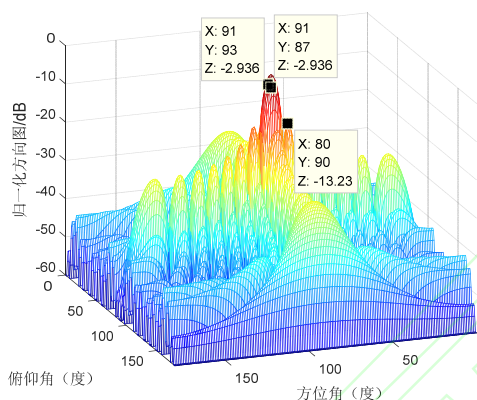


图 3 16×16 垂直向均匀面阵三维方向图

Fig.3 Three-dimensional pattern of 16×16 vertical uniform plane array

由图 3 可见, 阵面为对称分布, 方位角与俯仰角的静态方向图完全一致, 波束主瓣宽度为 $\theta_{3dB} = \phi_{3dB} = 6.42^\circ$, 第一旁瓣位于 80° 附近, 旁瓣电平为 -13.23dB。

3.2 SVRGD 算法波束形成与抗干扰性能分析

将 SVRGD 算法与 SGD 算法以及传统的 LMS 算法的波束形成与抗干扰性能进行对比分析。

设定三种算法的迭代步长 μ 的取值均为 $1/[4tr(R_{XX})]$, 满足收敛条件; 目标信号为中心频率 3 GHz, 带宽 5MHz 的线性调频信号; 干扰源和噪声均为高斯白噪声, 信噪比 SNR=0 dB, 干噪比 JNR=10 dB; 快拍数为 $L=280$; 内循环次数 $J=L$; 外循环次数 $T=5$; 目标方向的俯仰角和方位角为 $(90^\circ, 90^\circ)$, 两个干扰源的俯仰角和方位角分别为 $(90^\circ, 60^\circ)$ 和 $(90^\circ, 100^\circ)$; 设

定俯仰角为 90° 对方位角进行 $0\sim 180^\circ$ 的扫描, 对阵元间距为 0.05 m 的 16×16 均匀面阵进行仿真得到水平特性波束方向图, 如图 4 所示。

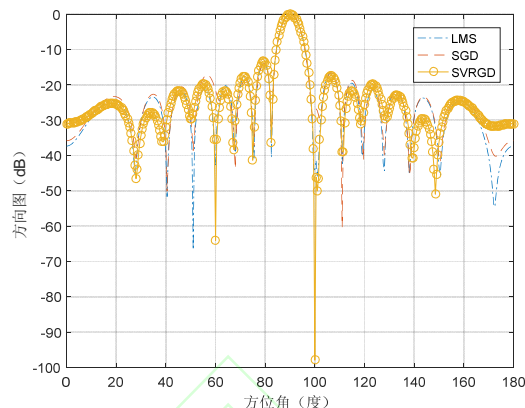


图 4 俯仰角为 90° 的水平特性波束图

Fig. 4 Horizontal characteristic beam pattern with a pitch angle of 90°

从图 4 可以看出, 三种算法在目标方向 (方位角 90°) 都形成了主瓣, 主瓣宽度基本相同, 在两个干扰方向 (方位角为 60° 和 100°) 上都形成了零陷, 其中 SVRGD 算法对于干扰的自适应调零要明显优于 LMS 和 SGD 两种算法。

在其他条件不改变的条件下, 干噪比增加至 50dB, 即 JNR=50dB 得到的仿真图如图 5 所示:

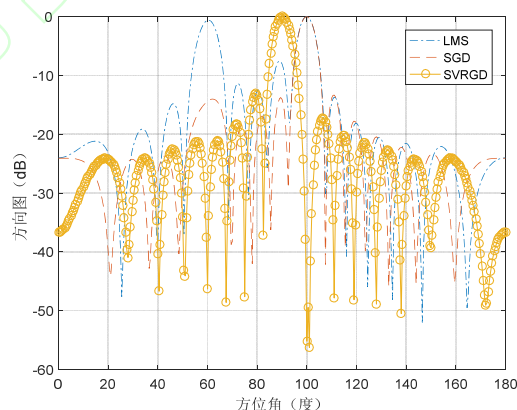


图 5 JNR=50dB 的水平特性波束图

Fig.5 Horizontal characteristic beam pattern with JNR=50dB

从图 5 中可以看出, 由于干扰功率过强, 在干扰方向上 LMS 算法以及 SGD 算法已经无法形成零陷, 甚至形成了虚假旁瓣, 而 SVRGD 算法依旧可以形成零陷, 可以得知, SVRGD 算法相较于 LMS 算法和 SGD 算法在对抗干扰方面有很大的优势。

在其他条件不改变的条件下, 将 JNR 值在

[-50dB 50dB]区间范围内均匀采样,对三种算法分别求其均方误差,得到相应的变化曲线如图6所示。可以看出,三种算法估计的均方误差随JNR的变化趋势基本相同,即随着干燥比的增大而振荡增加,在0~20dB之间增幅显著。其中,干燥比在10dB以下时,LMS算法和SVRGD算法的均方误差值较小,SGD算法的均方误差较大。干燥比在20dB以上时,SGD算法的均方误差相对较小。LMS算法和SVRGD算法在整个区间的均方误差比较接近。

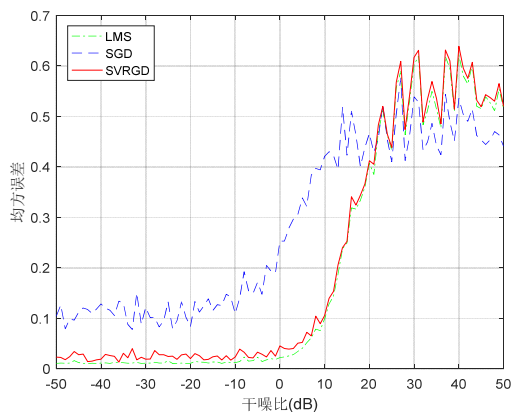


图6 不同JNR值对三种算法的影响

Fig.6 Effects of different JNR values on the three algorithms

3.3 快拍数对SVRGD算法影响分析

在其它条件都不改变的情况下,将快拍数改为20时,得到水平特性波束方向图,如图7所示。

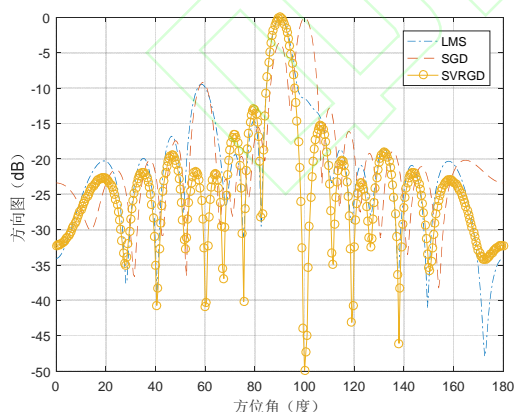


图7 快拍数为20的水平特性波束图

Fig.7 Horizontal characteristic beam pattern with snapshot = 20

从图7可以看出,当快拍数过小时,LMS算法和SGD算法无法形成零陷,而且SGD算法形成的主瓣方向也发生了较小的偏移。但是

SVRGD算法依然可以正常形成主瓣和零陷,与图4相比,在方位角为60°和100°的两个干扰方向所对应的幅值分别下降至-40dB和-50dB,零陷较前减轻。由上可见,对于快拍数较小的情况,SVRGD算法在期望信号波束指向和干扰方向自适应调零上依然具有较好的性能。

在其他条件不改变的情况下,将快拍数值在[20 1000]区间范围内均匀采样,对三种算法分别求其均方误差,得到相应的变化曲线如图8所示。可以看出,三种算法估计的均方误差都是随着快拍数的增加而振荡减小,其中SGD算法的均方误差在绝大多数区域内要大于另两种算法,LMS算法和SVRGD算法在整个区域内的均方误差比较接近,但在快拍数为300之内时,SVRGD算法的振荡幅度要大一些。

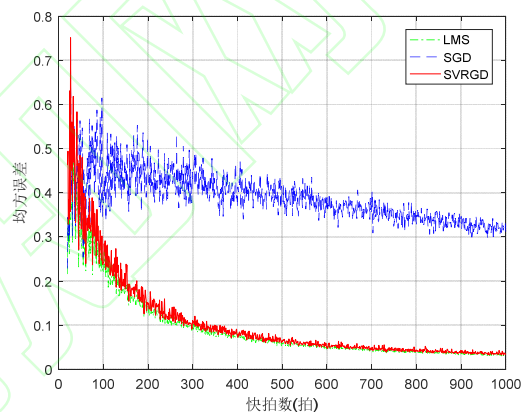


图8 不同快拍数对三种算法的影响

Fig.8 Effects of different snapshot values on the three algorithms

3.4 抗噪性分析

在其他条件不改变的情况下,将信噪比由0dB减小为-30dB,得到的水平特性波束图如图9所示。

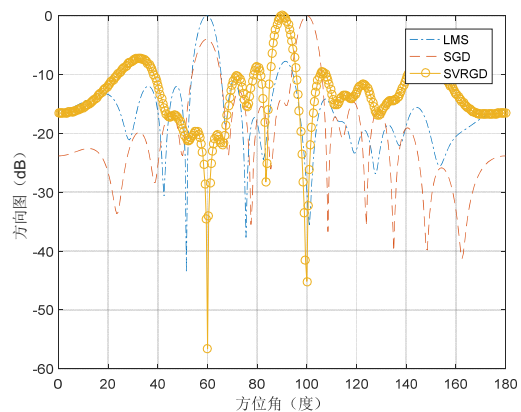


图9 SNR=-30dB的水平特性波束图

Fig.9 Horizontal characteristic beam pattern with SNR=-30dB

可以在图 9 中看出, 信噪比过小时, 对三种方法都会有很大的影响, SGD 和 LMS 算法已经无法在目标方向形成主瓣而且无法在干扰方向形成零陷, 但是 SVRGD 算法虽然旁瓣变高了, 但是依旧可以形成指向准确的主瓣和零陷, 因此 SVRGD 在抗噪声干扰方面也有很大的优势。

在其他条件不改变的条件下, 将信噪比在 $[-40\text{dB } 20\text{dB}]$ 区间范围内均匀采样, 对三种算法分别求其均方误差, 得到相应的变化曲线如图 10 所示。可以看出, 三种算法在信噪比低于 -10dB 时, 均方误差曲线基本重合, 且平坦趋于零; 信噪比在 $-10\text{dB} \sim 10\text{dB}$ 区间时, LMS 算法和 SVRGD 算法性能相当, SGD 算法的均方误差随信噪比增加的幅度较大; 信噪比 10dB 以上时, 随着信噪比的增加, 三种算法的均方误差都随之增大, SGD 算法增加的最快, SVRGD 算法其次, LMS 算法最慢。

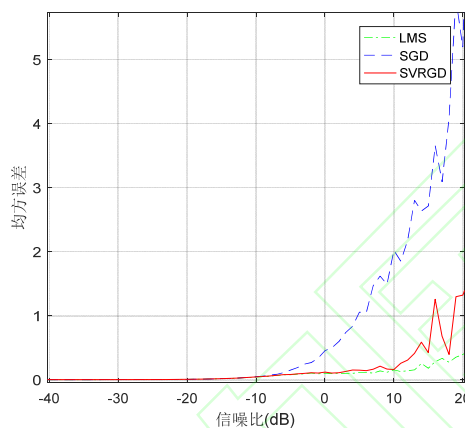


图 10 不同 SNR 对三种算法的影响

Fig.10 Effects of different SNR values on the three algorithms

虽然, 前面分别讨论了干噪比、快拍数、信噪比等因素对三种算法均方误差的影响, 其中 LMS 算法的均方误差值均略小于 SVRGD 算法。但是, 均方误差的大小并不能完全等同于波束形成性能的好坏, 算法性能通常会受到快拍数、收敛速度、循环次数等因素的综合影响, 因此虽然 LMS 算法在单参数改变时均方误差性能较好, 但是 SVRGD 算法的波束形成性能总体要优于 LMS 算法。

3.5 收敛性能分析

仿真参数设置与第 3.2 节相同, 三种算法的收敛速度如图 11 所示。

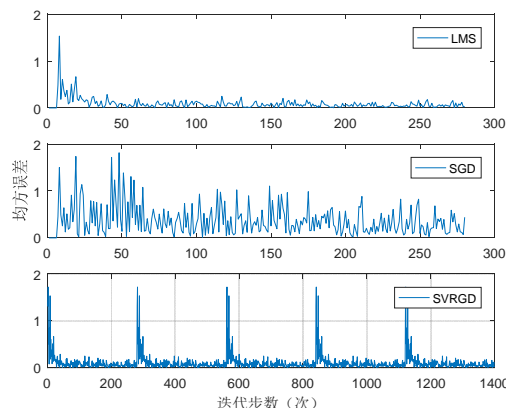


图 11 三种算法的收敛速度图

Fig. 11 Convergence rate graph of the three algorithms

由图 11 可以看出, 三种算法中收敛性能最优的是 LMS 算法; SGD 算法虽然因随机采用某次快拍数据估计梯度以代替标准梯度, 其运算时间会变快但是其收敛速度比较慢, $e^2(n)$ 随迭代步数的数值振荡幅度远大于 LMS 算法; SVRGD 算法由于采用内外循环的方式进行权值迭代, 运算时间不如 LMS 算法和 SGD 算法快, 但是 SVRGD 算法在内循环中 $e^2(n)$ 随迭代次数变化情况与 LMS 算法相当, 收敛性能明显优于 SGD 算法, 这主要是由于内循环中输出的是平均权系数, 这些较复杂的平均策略可以提升收敛速度, 只是由于每次内循环结束之后, 需要计算下一次外循环 (总共 5 次外循环), 然后重新进入内循环开始计算, 导致方差瞬间变大, 因此出现了每次趋于平稳之后又会出现尖峰的情况。

4 结论

在机载预警雷达的接收自适应波束形成过程中, 针对传统 LMS 算法实现简单, 但在阵列信号的协方差矩阵特征值分散时易导致波束畸变, 收敛速度变慢的问题, 本文在基于随机梯度下降原理的基础上提出了一种基于 SVRGD 算法^[21-24]的自适应波束形成方法, 采用内外循环迭代机制, 外部迭代时利用全局的梯度信息 $\nabla J_e(\mathbf{W}_t)$ 对每次内循环中用于模型更新的随机梯度进行修正, 降低了内循环中随机梯度估计的方差。通过传统的 LMS 算法以及 SGD 算法进行对比, 得到该方法的主要优点如下:

- (1) 具有优良的波束形成能力和旁瓣抑制能力;
- (2) 具有很强的抗干扰能力, 对干扰方向

能自适应调零, 零陷较深;

(3) 在快拍数较少的情况下, 由于采用内外循环的机制, 使得波束形成仍具有较好效果;

(4) 在信噪比很低的环境中仍然可以正常工作, 波束保形能力好, 具有较强的稳健性。

该方法的主要缺点是由于内、外循环的迭代方式增加了计算量, 使得该方法的计算速度和收敛速度不及 LMS 方法。通常, 外循环次数的选择对算法性能影响较大, 外循环次数越多, 波束形成的精度越高, 但是计算的复杂度也越高, 因此需要在波束形成效能和算法实时性方面进行折中考虑。在实际工程应用中, 如果将面阵进行子阵分块, 采用 SVRGD 算法计算各子阵的阵列输出, 再合成整个阵面的方向图, 在保证优良的波束性能同时也大大节约计算时间, 具有较高的应用前景。

参考文献

- [1] 张良, 祝欢, 杨予昊等. 机载预警雷达技术及信号处理方法综述[J]. 电子与信息学报, 2016,38(12):3298-3306.
ZHANG L, ZHU H, YANG Y H, et al. overview on airborne early warning radar technology and signal processing methods [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2016, 38(12):3298 -3306.)
- [2] TALISA S H, O'HAVER K W, COMBERIATE T M, et al. Benefits of digital phased array radars[J]. Proceedings of the IEEE, 2016, 104(3): 530-543.
- [3] ECKHARDT J M., NIKO J, ADRIAN F, et al. FMCW multiple-input multiple-output radar with iterative adaptive beamforming[J]. IET Radar, Sonar & Navigation, 2018, 12(11):1187-1195.
- [4] HU B, WU X, ZHANG X, et al. Adaptive beamforming based on compressed sensing with gain/phase uncertainties[J]. IEICE Trans. on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2018,101 (8): 1257-1262.
- [5] ASHWINI D, ZALAWADIA K. Performance analysis of lms adaptive beamforming algorithm for smart antenna system[J]. International Journal of Computer Applications, 2018, 179(28): 34-37.
- [6] SHI W, LI Y, YIN J. Improved Constraint nlms algorithm for sparse adaptive array beamforming control applications[J]. Applied Computational Electromagnetics Society Journal, 2019, 34(3): 419-424.
- [7] 杨志伟, 张攀, 陈颖等. 导向矢量和协方差矩阵联合迭代估计的稳健波束形成算法[J]. 电子与信息学报, 2018,40(12):2874-2879.
YANG Z W, ZHANG P, CHEN Y, et al. Steering vector and covariance matrix joint iterative estimations for robust beamforming [J]. Journal of Electronics & Information Technology. 2018,40(12):2874-2879.
- [8] 霍立平, 毛兴鹏, 石运梅等. 基于最小敏感度的广义线性自适应波束形成算法[J]. 系统工程与电子技术, 2019,41(3):471-475. HUO L P, MAO X P, SHI Y M, et al. Widely linear adaptive beamforming algorithm based on minimum sensitivity [J]. Systems Engineering and Electronics. 2019,41(3):471-475.
- [9] 唐寅州, 赵高泽. 改进粒子群优化算法自适应波束形成技术[J]. 舰船科学技术, 2018,40(9):111-115.
TANG Y Z, ZHAO G Z. Adaptive beamforming technique based on a modified particle swarm optimization[J]. Ship Science and Technology, 2018,40(9):111-115.
- [10] CHAUDHARI P, SOATTO S. Stochastic gradient descent performs variational inference, converges to limit cycles for deep networks [J]. IEEE Information Theory and Applications Workshop (ITA), 2018, 2:1-10.
- [11] SHI W, LI Y, SUN L, et al. Norm constrained noise-free algorithm for sparse adaptive array beamforming[J]. Applied Computational Electromagnetics Society journal, 2019, 34(5): 709-715.
- [12] YAO Z, SAXE A M, ADVANI M S, et al. Energy-entropy competition and the effectiveness of stochastic gradient descent in

- machine learning[J]. Molecular Physics, 2018:1-10.
- [13] BOTTARELLI L, LOOG M. Gaussian process variance reduction by location selection[J]. Pattern Recognition Letters, 2019, 125(7): 727-734.
- [14] LIU S, JIANG H , LIU L , et al. Gradient descent using stochastic circuits for efficient training of learning machines[J]. IEEE Trans. on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, 2018, PP(11):1-1.
- [15] PHILIP C, JIM R, HUBERT D B. Estimating neural sources using a worst-case robust adaptive beamforming approach[J]. Biomedical Signal Processing and Control, 2019, 52-54.
- [16] KHAN Z A, CHAUDHARY N I, ZUBAIR S. Fractional stochastic gradient descent for recommender systems[J]. Electronic Markets, 2019, 29(2): 275-285.
- [17] JOHNSON R , ZHANG T. Accelerating stochastic gradient descent using predictive variance reduction[C]//Proc. of the 27th Annual Conference on Neural Information Processing Systems, 2013: 315-323.
- [18] YANG Z, WANG C, ZHANG Z, et al. Random Barzilai-Borwein step size for mini-batch algorithms[J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2018, 72(6): 124-135.
- [19] MIN E, LONG J, CUI J. Analysis of the Variance Reduction in SVRG and a New Acceleration Method[J]. IEEE Access, 2018, PP(99):1-1.
- [20] CHEN L, ZHOU S, ZHANG Z. SVRG for a non-convex problem using graduated optimization algorithm[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2018, 34(1): 153-165.
- [21] RAMAZANLI I, NGUYEN H, PHAM H, et al. Adaptive sampling distributed stochastic variance reduced gradient for heterogeneous distributed datasets[J]. <http://arxiv.org/abs/2002.08528v1>, 2020.
- [22] MING Y, ZHAO Y, WU C, et al. Distributed and asynchronous Stochastic Gradient Descent with variance reduction[J]. Neurocomputing, 2018, 281(MAR.15):27-36.
- [23] YANG Z, WANG C, ZHANG Z, et al. Accelerated stochastic gradient descent with step size selection rules[J]. Signal processing, 2019, 159(6):171-186.
- [24] LUO Z, QIAN Y. Stochastic sub-sampled Newton method with variance reduction[J]. International Journal of Wavelets, Multiresolution and Information Processing, 2019, 17(6):1-40.

作者简介

彭芳 (1973-), 女, 副教授, 博士, 主要研究方向为雷达信号处理、机载预警探测技术。

E-mail: wuboy0210@163.com

吴军 (1972-), 男, 教授, 硕士, 主要研究方向为作战筹划与任务规划。

E-mail: wuboy0210@163.com

王帅 (1996-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为传感器管理。

E-mail: 2320251817@qq.com

向建军 (1975-), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为雷达信号处理。

E-mail: xiang787419@163.com