

# 让数学史和再创造深度融合,引领学生深度学习 ——北师大版四年级“用‘数对’确定位置”教学实践与反思

●李雪梅

**摘要:**数学史是反映数学文化的历史。把数学史植入探究过程,让数学史和再创造深度融合,既是课堂上跨越时间和空间的相融,也是数学家和小学生创造经历的相融。通过这样的深度融合,打通数学史和当前课堂的通道,打通数学知识与生活问题的通道,让学生通过自己的实践和思考,去经历,去创造、获取数学知识,促进学生深度学习。

**关键词:**数学史;再创造;深度融合;深度学习

**中图分类号:**G623.56

**文献标识码:**B

**文章编号:**1673-4289(2020)10-0048-04

## 【课前调研与思考】

### 一、研读教材——回归教材的深度解读

教材座位图:直接使用很顺畅,顺畅背后潜藏着疑问。

用“数对”确定位置这节课,经过多年的实践,已形成一个基本的教学套路:

1.从教室座位图入手(与教材中的情境相同),描述某个学生的位置;学生发现描述方法的差异,感受到列和行的认定需要统一规则;

2.教师将座位图抽象成点子图,将各点横纵连线,抽象成格子图;

3.在格子图中继续描述位置,引导学生用简洁的方法表示,得出“数对”;

4.处理各类练习,联系生活。

应该说,这样的教法比较顺畅,学生能在认知冲突中逐步体会到数学规定(规则)的重要性,并基于此,理解列、行的含义,掌握用有序“数对”表示位置的具体方法。

然而,顺畅的教学过程往往潜藏着问题。

1.整个学习过程中教师的主导性过强,教学的推进很多都是教师的意愿而非学生的需求。

作为学生,难免会有以下疑问:

(1)座位图为何要变成点子图?

(2)点子图又为何要变成格子图?

(3)为何要在格子图中再描述位置?

这样的教学,学生学会了用“数对”确定位置,这是对为什么要用“数对”确定位置,缺乏疑问和探究。

2.情境图用的是学生的座位图,直接有了列和行。因此,知识的发生(为什么要有列与行两个信息)、知识的发展(为什么要建立直角坐标系,如何建立),这些蕴含着丰富的思维价值,能揭示知识的来龙去脉及形成过程的重要问题,由此而不能展现和缺乏探究,严重影响了学生对知识的深度建构。

3.实际座位图中没有原点,对学生理解方格图中的原点造成一定的认知障碍。

### 二、研读儿童——回归学情的深度分析

从学习角度看:一年级认识第几、左右的时候,学生已经能在具体情境中,用第几个表示一排中一个物体的位置(一维层面)。

从生活角度看:学生在电影院、动车、飞机、棋盘上都有用两个数据信息确定位置的生活体验。

三、研读知识本质——用“数对”确定位置的本质是什么

1.学生空间观念的飞跃。用“数对”确定位置是引导学生从一维层面用第几个确定位置,发展为二维层面如何在面上确定位置,是在打破学生已有认

知边界,促进学生空间观念的飞跃。

2.抽象与建模思想的渗透。一是让学生经历从生活到数学的过程,使学生在具体情境中认识列、行的含义,知道确定第几列、第几行的规定,初步理解“数对”的含义,会用“数对”表示具体情境中物体的位置。二是经历从现实情境到数学模型的过程:蜘蛛的位置在原点,用什么数对表示?

3.用“数对”分析图形的体验。引导学生感受到了“数对”,就可以用数来分析几何图形了。数学,从此发生了伟大的变化。

4.超越“数对”的认知。引导学生像数学家那样善于观察、善于思考,形成发现问题、研究问题、解决问题的能力。

### 【课堂实践与分析】

一、模拟数学史场景,激发内需,打破边界是深度学习的前提

(一)创设情境,激发探究,引发学生创造横轴

师:在一面白色的墙壁上爬来了一只蜘蛛。谁来说出蜘蛛现在的位置?

生:蜘蛛在线上运动。

师:现在呢?

生:再爬。

师:现在呢?

……

师:怎样才能清楚地说出蜘蛛现在的位置?

生:把底边量一下。(如图1)

师:现在你能说清它的位置吗?

生:在4厘米处。

师:可以用数4来表示。(板书“4”)

现在呢?(2厘米处用数2表示)

师:看来,蜘蛛只要在这条线上移动,我们就能用一个数来表示它的位置。

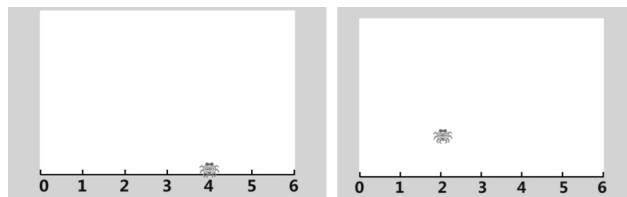


图1

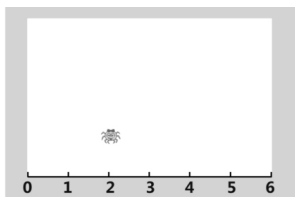


图2

(二)蜘蛛纵向移动位置,引发学生主动创造“纵轴”,从观察者视角确定列、行

师:蜘蛛爬到了这里,怎样表示它现在的位置呢?(如图2)

生:在2的正上方移动。

师:受刚才画这条横线的启发,有什么办法能清楚地说出蜘蛛现在的位置?

生:再画一条竖着的标注距离的线。

师:现在蜘蛛的位置和哪两条线有关系?(学生比画列行)对,这样一画,可以清楚地标明蜘蛛的位置。

(三)引导用第几列第几行确定位置

师:谁来说说蜘蛛现在的位置在哪里?怎么又乱了?看来,为了交流方便,还需要遵守一些约定。

确定列行。数学上,一般从观察者的左边起,现在我们都是观察者。

横着看,从左往右数,依次是第1列、第2列……

竖着看,从前往后,这是第1行、第2行……(也就是我们以前说的第1排、第2排……横排叫作行)

确定顺序。先横着找第几列,再竖着找第几行。所以,蜘蛛的位置在第2列第3行。

(如图3)

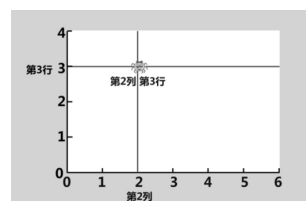


图3

【分析:蜘蛛在一维的线上运动,引发学生主动创造横轴;蜘蛛在两维的面上运动,引发学生主动创造纵轴。自此,要确定面上物体的位置需要两维的视角:用第几列第几行来表示。这是学生自然生长的认知,而非老师的灌输。】

二、经历数学史再创造,逐步抽象,创造思辨是深度学习的有效途径

(一)变化位置,引发学生主动创造“方格图”

师:又来了两只蜘蛛,怎样才能快速地说出他们的位置在第几列第几行呢?(学生自主探究)

生1:我把这条线段上的每个点都往右边画条横线。

师:你为什么这么画呢?是不是这些线都表示第几行,这样看起来更容易?

生2:我既画了横的线,又画了竖的线,这样看起来就更方便了。

师:从观察者的视角,横着看,从左往右,这是第1列,第2……第5列。竖着看,从前往后,这是第1

行,第2行……。同学们真厉害,一不小心就创造出了伟大的方格图(如图4)。

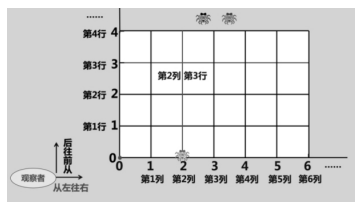


图4

仔细观察,左下角这个0是行的起始点,也是列的起始点。这个点的位置是否可以优化一下?(把两个0写成一个0)这个0也表示原点。

学生有序说出蓝蜘蛛的位置:第3列第2行,蜘蛛的位置:第5列第4行。

(二)发散思维,对比认知,让学生深入理解“数对”

数学家还创造了更简洁的方法来记录这些位置。

以灰蜘蛛的位置第2列第3行为例,请你想出更简洁的方式来表示,写在探究单1里。(学生作品展示图5、图6)

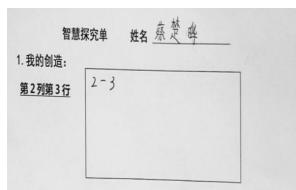


图5

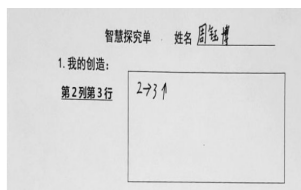


图6

师:同学们的创意各有千秋,也有一些不足。不过,你们和数学家的想法非常接近,想知道数学家是怎样表示的吗?(选班上一个表示为“数对”的同学展示),看来,数学家就在我们身边,刚才也这样表示的同学挥挥手。(如图7)

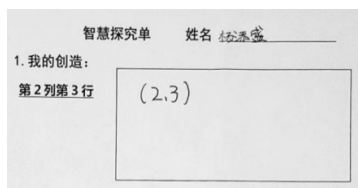


图7

对于这样的表示,你们有什么要问他们的?

(1)为什么两个数之间要打逗号?

(2)为什么两个数要打个括号?

我们记录下来(2,3),表示:第2列第3行

现在,你觉得这样的表示怎么样?——有序、简洁、整体。

师:这样表示先列后行的两个数组成的一对数,就是伟大的“数对”。读作“数对”二三,这节课我们干一件事儿:用“数对”确定位置。

【分析:学生个性化表示的过程,就是感知、理解“数对”的过程,让学生亲身经历横轴、纵轴、方格图、“数对”的形成过程,能更深刻地理解概念。从一维到二维,逼迫着学生将横线上的思考“立”起来,构成两个维度上的方向及距离。同时,让学生用自己的方式表达坐标系中的点,学生在创造符号的过程中,感悟了数学之所以深刻,是因为其任何一次扩张,都是一次思维的提升,其每一个规定,都是出于准确性的需要。这样在否定和肯定各种“数对”的表达中,帮助学生积累创新思维、批判性思维的经验。】

三、融合数学史,回归生活,解决问题是深度学习价值所在

(一)介绍数学史,感受“数对”的伟大创造

同学们今天先创造方格图,然后确定先列后行,最后用“数对”确定位置的研究过程,就是重走了大约400年前数学家发明“数对”的过程。谁知道这个数学家?对,笛卡尔,法国著名数学家。我们来感受一下他产生“数对”的过程(视频介绍)。

(二)请你用“数对”表示自己的位置和位置游戏(图8)

- 1.请位置是数对(4,3)的同学起立。
- 2.请位置是数对(3,4)的同学起立。
- 3.请位置是数对(2,1)、(2,2)、(2,4)的同学起立。
- 谁来只说一个数对,第2列的同学都可以起立?
- 4.谁来只说一个数对,第4行的同学都可以起立?
- 5.谁来只说一个数对,全班同学都可以起立?

图8

引导方法:要用“数对”表示自己现在的位置,首先要知道什么?从观察者的左边起,从左往右数,确定第几列。数一数,自己在第几列几行。

(三)生活中,你在哪里见到过类似用“数对”来确定位置的?(略)

师:总之,“数对”与我们的生活息息相关。现在,你对“数对”有什么要说的?

生1:我觉得“数对”很有趣,也有用。

生2:我觉得“数对”太伟大了。

【分析:在对接学生座位的体验中,一是明晰每个“数对”只表示一个位置,反之,一个位置只能用一个“数对”表示,进一步体验“数对”表示位置的唯一性。二是从课堂拓展到生活,找一找“数对”在生活中的应用,拓宽学生的知识视野,激发他们观察生活、

探究数学的热情。】

(四)突破“数对”认知边界,拓展“数对”概念的内涵和外延

1.多元体验“数对”确定位置

又来了一只黄蜘蛛,他说“我来做原点”,它的位置应在哪里?

生:数对(0,0)。

师:来了一只蓝蜘蛛,它的位置是——

生:(3.5,2.5)

师:哪里来的(3.5,2.5)?

生:再画两条线就好了。(上台在PPT上描述这两条线相交于蓝蜘蛛。如图9)

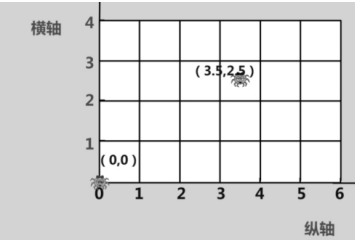


图9

师:对,不是所有的数据和线条都会明明白白地写出来、画出来。一个会学习的人,要善于想象出没有写出、画出的信息,从而解决问题。蓝蜘蛛再动一动,爬到了哪里?

生:(5,2.5)。

2.深度感知原点对“数对”确定位置的重要性

师:两只蜘蛛玩累了,睡着了,轴也漂走了,蜘蛛醒来一看,找不到自己的位置了。

生:黄蜘蛛的位置由(0,0)变成了(1,1),蓝蜘蛛的位置由之前的(5,2.5)变成了(6,3.5)。

师:两只蜘蛛都没动啊,怎么位置发生了变化?轴由谁决定?

师:是啊,原点发生了变化,其他点的表示也会发生相应变化。看来要用“数对”表确定位置,必须先确定起点,也就是原点(如图10)。

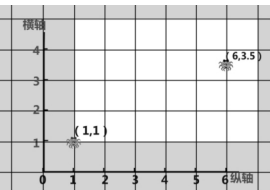


图10

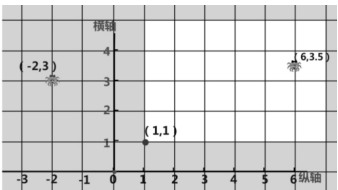


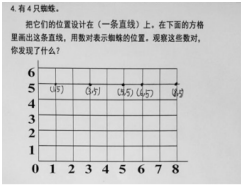
图11

3.拓展到其余象限,用负数表示。

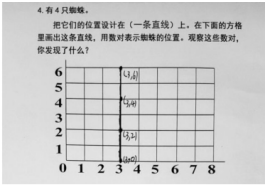
师:黄蜘蛛说“我再动一下”(如图11),它的位置在哪里?

(五)进一步数形结合,拓展“数对”价值

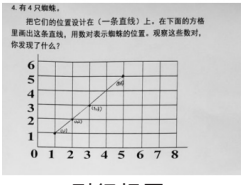
师:再回到笛卡尔的蜘蛛图。如果来了4只蜘蛛,你能把他们的位置设计在一条直线上吗?请在下面的方格里画出这条直线,并标注交叉点位置的“数对”。观察这些“数对”,你又发现了什么?(学生作品展示图12)



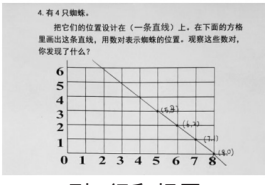
行相同



列相同



列行相同



列+行和相同

图12

师:现在,你对“数对”又有什么想说的?(生很多感慨,略)

师:有了“数对”,我们就可以用数来分析几何图形了!数学,从此发生了伟大的变化!

【分析:对“数对”的理解,没有让学生的数学眼光局限于第一象限。轴漂走了,蜘蛛到了轴外的设计,既让学生体悟到了位置的相对性,又让学生经历了“整数对”无法确定位置的失衡,从而将思维打开。同时,对“数对”的价值认知没有满足于仅仅是表象的“确定位置”。事实上,用数来描述几何图形,其目的正是为了数形结合,学生看到了“数对”的某种特性,在几何学上就可以表现出许多不同的直线。笛卡儿发明“数对”后,人们就可以用数来分析几何图形了,从此沟通了数与形,这才是这个知识本质的价值所在。本环节也是深度学习的价值所在:学会用已知的知识解决未来的问题;学会拓展知识边界,沟通数与形,建构知识之间的关联。】

参考文献:

- [1]王文英.激发内需理清脉络感悟思想[J].小学数学教师,2017,(6).
- [2]彭国庆.“位置的表示方法”教学实践与思考[J].中小学数学,2018,(1-2).
- [3]陈六一.数学,让未来先来[J].小学数学教师,2018,(10).

(作者单位:电子科技大学附属实验小学,成都 610000)