

基于 CEA+Boruta 模式的特征选择算法

朱颢东, 常志芳

(郑州轻工业大学 计算机与通信工程学院 郑州 450000)

摘要: 近年来, 特征选择在机器学习领域中应用十分广泛. 为提高文本计算效率, 改善数据分类性能, 提出两步法解决特征选择问题. 结合过滤式中 CEA 算法和封装式中 Boruta 算法, 引入参数 p 控制 Boruta 算法中阴影部分比例, 提高封装阶段效率, 降低整体算法时间复杂度, 筛选出较优的候选特征集. 在三个数据集上利用随机森林分类器进行实验, 结果表明, 该算法在平均分类错误率、召回率、准确率和 $F1$ 值上均优于传统的 Boruta 和 CEA 算法, 能够有效地减少最终选择的特征子集中的特征数量, 提高文本分类效率和预测性能.

关键词: 特征选择; 降维; Boruta; CEA; 机器学习

中图分类号: TP301

文献标志码: A

Feature Selection Based on CEA+Boruta Mode

ZHU Haodong, CHANG Zhifang

(School of Computer and Communication Engineering, Zhengzhou University of Light Industry, Zhengzhou 450000, China)

Abstract: In recent years, feature selection has been widely used in machine learning. In order to improve the efficiency of text computation and the performance of data classification, we propose a two-step method to solve the problem of feature selection. Combining CEA algorithm in the filtering formula and Boruta algorithm in the packaging formula, the parameter p is introduced to control the proportion of shadow part in Boruta algorithm, improve the efficiency of the packaging phase, reduce the time complexity of the overall algorithm, and screen out the better candidate feature set. The results show that the algorithm is superior to the traditional Boruta and CEA algorithms in terms of average classification error rate, recall rate, accuracy rate and $F1$ value, and can effectively reduce the number of features in the final selected feature subset and improve text classification efficiency and prediction performance.

Keywords: feature selection; dimension reduction; boruta; comprehensive evaluation algorithm; machine learning

随着大数据时代的到来和存储技术的快速发展, 使得各个领域产生和收集数据变得越来越容易, 但所获数据中充斥的噪声和冗余也日益增加^[1]. 特征选择也称属性选择, 即从原始特征中选择出最有效特征来降低数据集的维度的过程^[2]. 由于特征选择具有良好的去除噪声和冗余能力, 是数据预处理的关键步骤, 所以成为机器学习与数据挖掘领域中研究的热点问题^[3]. 一个好的特征选择算法不仅能显著降低特征维数, 而且能提高计算效率和预测性能^[4]. 李杨等^[5]曾提出一种基于改进 mRMR 和支持向量机的特征选择方法, 他通过引入特征相关冗余权重因子改进 mRMR 能有效细化对特征相关性和冗余性的平衡和度量, 大幅度降低原始样本集的维数. 王波等^[6]针对小样本数据特征选择问题提出了一种 MIFS-Boruta 算法. 李占山等^[7]借鉴极端提升算法, 通过改进的序列浮动前向搜索策略搜索特征子集, 以此获得最优特征集. 陈磊等^[8]结合二分法与 BP 神经网络对牛乳体细胞进行识别提高了计数识别率. 孙桂煌^[9]在机器学习算法下结合模糊度特征提取和三维空间重组方法对细节特征进行识别, 改善了人体动作信息检测和辨别能力. 还有许多学者在特征选择方向上研究出适用不同情境下的特征选择算法.

特征选择算法通常分为过滤式 (filter)、封装式 (wrapper)、嵌入式 (embedded) 三大类^[10]. 过滤式是通过评价每个特征与文本的相关性和发散性程度, 设定合适的阈值筛选出最相关的特征集. 它不需要借助机器学习算法即可快速排除一部分非重要噪声特征, 缩小优化了特征子集搜索范围, 但难以发现特征间潜在相关

收稿日期: 2020-05-25.

基金项目: 河南省高等学校重点科研项目 (19A520009) Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>
第一作者简介: 朱颢东 (1980-), 男, 博士, 教授, 主要从事智能信息处理、智能计算的研究.

性不能选择出一个较优且规模较小的特征子集^[11].典型的过滤式有方差选择法、相关系数法、卡方检验、信息增益和互信息法.封装式是利用特定模型的学习结果作为衡量特征间重要程度的标准,如遗传算法、递归特征消除法(recursive feature elimination, RFE)、Boruta 法.该类方法考虑到了特征间的相互作用,所选的优化特征子集规模相对较小,但计算效率远远不如过滤式方法.由于封装式特征选择方法搜索空间大,通常需要学习算法的介入,时间复杂度较高导致计算量太大^[12],泛化能力也比较差.嵌入式是用机器学习中模型适应和训练特征全集,以最优的目标函数判断特征的去留.在 sklearn 中,使用 Select From Model 函数将各个特征的权值系数计算出来,根据系数从大到小选择特征.最常用的是使用 GBDT、L1 正则化和 L2 正则化来选择特征.不少学者基于这三类方式在不同领域中加以融合和改进,并通过机器学习算法验证数据集的分类准确率^[13].陶勇森^[14]融合信息增益与和声搜索算法对语音数据集进行特征选择提高了语音情感分类效率.许行等^[15]在过滤阶段定义了基于互信息的特征分组标准有效去除不相关和冗余特征.结合 Boruta 算法为解决小样本问题提供了一种有效的方法,但是该算法不能自动确定合理的候选特征子集.周传华等^[16]基于 filter 和 wrapper 模式提出了 FSIGR 算法,为数据降维问题奠定了理论基础,但是较少的考虑特征之间的相关性.

本文将基于封装式的 Boruta 算法,提出一种新的两阶段特征选择算法.在第一阶段,使用 CEA 过滤选择方法找到候选特征集;在第二阶段采用改进的 Boruta 算法从候选特征集中筛选出最优特征集合,解决传统算法时间复杂度较高,较少考虑特征之间相关性等问题,该算法在 python 中有相应的模块用于特征显著性的挑选,可以在代码中直接调用,十分方便.

1 预备知识

1.1 Boruta 特征选择算法

Boruta 算法是特征选择方法中一种利用随机森林作为分类器的封装式算法,主要通过平均减少精度值来筛选出与因变量具有相关性的特征集合, boruta_py 是 sklearn 中的扩展包,在 python 中易于实现.对于特征变量较多甚至超过样本数目的数据集,使用传统回归等方式会导致过拟合问题,因此,本文借鉴 Boruta 算法思想提出一种新的特征选择方法.传统的 Boruta 算法思想如下^[17].

第 1 步:创建阴影特征,对每个真实变量 R 随机打乱后排列,将所有变量的副本构建随机组合的阴影特征矩阵 S ,拼接到真实特征后面,构成新的特征矩阵 $N = [R, S]$.

第 2 步:用新的特征矩阵 N 作为输入,在监督模式下,随机森林作为分类器训练一个扩展数据集,取阴影特征重要性的最大值 s_{\max} ,真实特征中重要性大于 s_{\max} 的,记录一次命中,并采用平均减少精度以评估的每个特征的重要性,越高则意味着对预测结果的贡献越大^[18].

第 3 步:在每次迭代中,它检查一个真实特征是否比最好的阴影特征具有更高的重要性(即该特征是否比最大的阴影特征得分更高)并且不断删除它视为非常重要的特征,重复该过程^[19].

第 4 步:直到遍历过的所有特征得到“拒绝”或者“接受”的分配结果,或者达到先前设置的随机森林运行的迭代次数时,算法停止.

1.2 综合评估算法(comprehensive evaluation algorithm, CEA)

第 1 步:计算数据集中每个特征的信息增益比值 GR ,当 GR 等于 0,认为该特征与类别不相关,并从数据集中剔除.

第 2 步:从分类能力和信息相关性两方面通过计算数据集中每个特征的平均准确率降低值(MDA)和信息增益比值(GR),来对每个特征进行重要性度量.

第 3 步:对度量结果分别进行标准化处理,具体公式为: $\tilde{m}_i = \frac{m_i}{\sum_{i=1}^v m_i}$, $\tilde{g}_i = \frac{g_i}{\sum_{i=1}^v g_i}$.

其中 m_i 和 g_i 分别表示平均准确率降低 MDA 值和信息增益率 GR 值对特征 f_i ($i = 1, 2, \dots, p$) 的重要度量值, \tilde{m}_i 和 \tilde{g}_i 则分别表示其标准化后的值.并映射成权重向量 $a_i = (\tilde{m}_i, \tilde{g}_i)$,其中 \tilde{m}_i 和 \tilde{g}_i 表示向量 a_i 的坐标值.向量 a_i 的长度则表示特征 f_i 的重要度.最后根据 \tilde{m}_i 和 \tilde{g}_i 值计算特征 f_i 的综合评估值 $c_i = \sqrt{\tilde{m}_i^2 + \tilde{g}_i^2}$.

可以看出,CEA 算法结合平均准确率降低值和信息增益比,通过将 \tilde{m}_i 和 \tilde{g}_i 的值进行标准化和向量化对特征 f_i 进行综合度量,既考虑了特征 f_i 与类别特征之间相关性,又考虑到了特征 f_i 的分类能力,增强了对特征

的度量,降低了特征的波动性,删除不相关和冗余特征^[16],最终选择一个最大相关和最大分类能力的候选特征集。

2 CEA+Boruta 算法

2.1 CEA+Boruta 算法思想及设计

CEA+Boruta 特征选择主要分为两个阶段:过滤阶段和封装阶段。在过滤阶段使用综合评估 CEA 算法,在封装阶段使用 Boruta 算法。

首先采用 CEA 算法计算出相应的平均准确率降低值和信息增益率值,通过标准化处理得到每个特征的综合评估值,以此对原始特征进行过滤和综合性评估,从不同的维度增强对特征的度量,删除无关特征,降低特征空间维度,提高了算法的运行效率,选出了最优的候选特征集。其次,采用改进的 Boruta 算法,根据先前设定好的迭代次数,通过控制阴影特征样本的比例并只对部分样本打乱后随机排列,以此来降低样本的复杂度,进而利用训练的随机森林分类器对每个特征的重要性(置换单个变量,认为导致随机森林的准确性下降幅度较大的变量对于数据分类更为重要)进行打分,计算出候选特征子集中每个特征的重要性从而去除不重要的特征,筛选出所有与因变量具有相关性的最优特征集合,解决了只用传统 Boruta 算法计算时间长,复杂度较高的问题。

2.2 CEA+Boruta 算法

输入:数据集 D , 特征集合 $F=\{f_i|i=1,2,\dots,p\}$

输出:最优特征子集 S 。

第1步:在数据集 D 上计算特征 f_i 的综合评估值 c_i ,对特征进行降序排序,删除无关特征,剩余作为候选特征的特征集 S_{can} 。

第2步:从数据集 D 中取出特征集 S_{can} 对应的数据作为新的数据集 D_{new} ;假设数据集 D_{new} 为 m 行 n 列,即有 m 组样本, n 个特征,其中 $m>1$, $n>1$,将数据集 D_{new} 复制得到复制特征样本 D_{copy} 。

第3步:将复制特征样本 D_{copy} 按照比例 p ($0\leq p\leq 1$) 提取出 $(m*p)*n$ 组样本,进行随机行变换后放回得到阴影特征样本 D_s 。

第4步:将原始样本 D_{new} 与阴影特征样本 D_s 合并,得到一个 m 行 $2n$ 列的扩展特征样本集 E ,采用评判特征重要性措施(平均减少精度)——即 Z 值,用来评估每个特征的重要性。在 E 上运行随机森林分类器并不断收集计算的 Z 值, Z 值越高则意味着该特征对于预测结果贡献越大。

第5步:找出阴影特征中得分最大 Z 值。在每次迭代中,检查一个真实特征的 Z 值,将特征得分高于最大阴影特征得分的真实特征视为“重要”,将特征得分显著小于最大阴影特征得分的真实特征视为“不重要”,并不断从特征集合中永久删除不重要的特征。

第6步:重复上述步骤,算法达到规定的迭代次数 k 时停止。

第7步:返回最优特征子集 S 。

其中每个特征的 Z 值计算公式为: $Z = \frac{\text{mean}(e_1 - e_2)}{\text{sd}(e_1 - e_2)}$ 。用 OOB(袋外数据)样本可以得到误差 e_1 ;然后随机改变

OOB 中的第 j 列,保持其他列不变,得到误差 e_2 ; mean 表示平均值; sd 表示标准差。

2.3 CEA+Boruta 算法时间复杂度分析

本文算法的时间开销主要体现在 CEA 和 Boruta 两个阶段。

假设训练数据集的特征维数是 m ,训练样本个数为 n ,在 CEA 阶段,快速排序的平均时间复杂度为 $O(m(\log(m)))$,随机森林(random forest, RF)学习算法中基分类器的个数为 k ,则 RF 算法时间复杂度近似为 $O(kmn(\log(n))^2)$,所以 CEA 算法的最大渐进时间复杂度为 $O(3m+kmn(\log(n))^2)$ 。在 Boruta 阶段,传统的 Boruta 算法样本复杂度为 $O(n!)^m$,而在改进的 Boruta 算法中,只有 $(n*p)*m$ 维的数据对每一列进行了随机行变换,所以该样本集的时间复杂度为 $O((n*p)!)^m$,本算法中 p 的取值为 0.5,两个时间复杂度通过取对数比较可知改进的 Boruta 算法明显降低了时间复杂度。因此 CEA+Boruta 算法的最大时间复杂度表示为:

(C)1994-2020 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

$O(m(\log(m))) + O(3m+kmn(\log(n))^2) + O((n*p)!)^m =$

$$O(m * ((\log(m)) + kn(\log(n))^2 + 3) + ((n * p)!)^m).$$

可以看出,在过滤阶段本文算法时间复杂度与特征维数的平方成正比,这个过程较快的处理了样本数据中冗余的特征,对高维数据具有较好的扩展性,为封装阶段降低了时间开销,提高了随机森林分类器处理重要特征属性的效率和泛化能力。

3 试验及结果分析

3.1 试验数据集

本文试验中,采用的计算机配置为双核,内存 16 G,处理器为 i7-5820K,选择了 3 个来自 UCI 机器学习库公开数据集进行测试(如表 1 所示),使用 python3.7 在 Jupyter Notebook 应用程序上实现算法,分析了本文 CEA+Boruta 算法相比于 Boruta 算法和 FSIGR 算法的优点和不足。

表 1 试验数据集

Tab.1 Experimental data set

数据集	样本数	特征数	类别
Churn	3 332	21	3
Biodeg	3 045	41	4
Credit Card	5 556	26	2

3.2 评价方法和标准

为验证各个算法在随机森林分类器上的效果,实验采用十折交叉验证求取运行效果,以减小误差,每个数据集随机分为 10 个子集,取其中一个作为测试集,连续运行 10 次,最后取 10 次试验结果的平均值作为运行 1 次所得到的取值^[20],改进的 Boruta 算法阶段取 p 值取 0.5。

本试验使用的评价标准如下:

- 1) 所选择的特征维数;
- 2) 各个数据集在不同特征选择算法运行的时间和平均分类错误率;
- 3) 各个数据集在不同特征选择算法中的精确率 P 、召回率 R 与综合评估值 F 。其计算公式分别为:

$$P = \frac{N_{TP}}{N_{TP} + N_{FP}}, R = \frac{N_{TP}}{N_{TP} + N_{FN}}, F = \frac{2P \times R}{P + R}.$$

其中 N_{TP} 表示正确分类为正例的数量, N_{FP} 表示被错误分类为正例的数量, N_{TN} 表示正确分类为反例的数量, N_{FN} 表示被错误分类为反例的数量。

3.3 试验结果对比与分析

针对 3 个数据集,本文通过 CEA+Boruta、FSIGR 和 Boruta 3 个模型分别对数据集进行了验证,选取的平均特征维数结果如表 2 所示。

表 2 三种方法选取特征维数

Tab.2 The feature dimension selected by the three methods

数据集	原始特征数目	平均选取特征维数		
		CEA+Boruta	FSIGR	Boruta
Credit Card	26	10.2	12.6	14.5
Churn	21	11.4	15.2	18.7
Biodeg	41	22.0	28.5	32.3

为了验证 CEA+Boruta 算法的有效性,分别独立使用 FSIGR 算法和传统的 Boruta 算法进行对比,从表 2 可以看出,CEA+Boruta 算法同 FSIGR 算法和 Boruta 算法相比,3 个数据集上均表明 CEA+Boruta 算法所选出特征子集的数目要少于 FSIGR 算法和 Boruta 算法所选的数目。以特征数目较多的数据集 Biodeg(特征数目为 41)为例,CEA+Boruta 算法选出特征数目的平均值为 22.0,而 FSIGR 算法和 Boruta 算法选出特征数目的平均值分别为 28.5 和 32.3。可以得出,CEA+Boruta 算法相比 FSIGR 算法和 Boruta 算法,选出特征子集的数目最少,有效降低了特征维数。

传统的特征选择算法通常将特征重要性排序作为结果比较,这样耗时且选择的特征集意义不大,因此本文采取如下方式对几种算法进行了对比,通过 CEA+Boruta 算法与传统的 Boruta 算法和 FSIGR 算法建立模型,在不同的数据集上观察选择出同样维数的特征所需运行的时间、平均分类错误率,如表 3 所示。

从表 3 可以看出,CEA+Boruta 算法和 FSIGR 算法相比传统的 Boruta 算法的运行时间和平均分类错误率明显减小。对于特征数目相对较少的 CreditCard 和 Churn 数据集来说,CEA+Boruta 和 FSIGR 算

表 3 三种方法在不同数据集上运行结果

Tab.3 The results of the three methods running on different data sets

数据集	模型	运行时间/s	平均分类错误率/%
CreditCard	CEA+Boruta	1.76	14.55
	FSIGR	2.98	14.94
	Boruta	6.52	16.87
Churn	CEA+Boruta	1.55	14.01
	FSIGR	2.85	14.77
	Boruta	5.89	15.91
Biodeg	CEA+Boruta	1.98	14.25
	FSIGR	3.12	15.16
	Boruta	6.19	17.03

法在平均分类错误率差别不大,但是 CEA+Boruta 算法明显比 FSIGR 算法运行时间短,可以看出本文提出的算法在特征选择应用上明显缩短了运行时间.而对于特征数目为 41 的 Biodeg 数据集,可以看出 CEA+Boruta 算法在各个方面明显优于其他两种,这说明本文提出的算法降低了计算时间开销,提高了分类准确率.

图 1~图 3 统计了不同数据集中 3 种算法在平均召回率、平均精确率和平均 F 值评价指标方面的结果.通过对比可以发现,CEA+Boruta 方法比其他两种算法的平均综合评估 F 值高出至少 4%,分类效果明显优于 FSIGR 和 Boruta 方法.对于样本最多的 CreditCard 数据集来说,因类别只有两种,且特征维数不多,所以在随机森林分类器上的平均 F 值达到最大.数据集 Biodeg 的原始特征维数是 41,几乎是数据集 Churn 维数的 2 倍,但和数据集 Churn 的样本数相差不大.经运行后发现在数据集 Biodeg 中,3 种算法的 R 、 P 和 F 值都比在数据集 Churn 上高,因此,本文算法在维数较高,类别较少的数据集上分类效果更好.

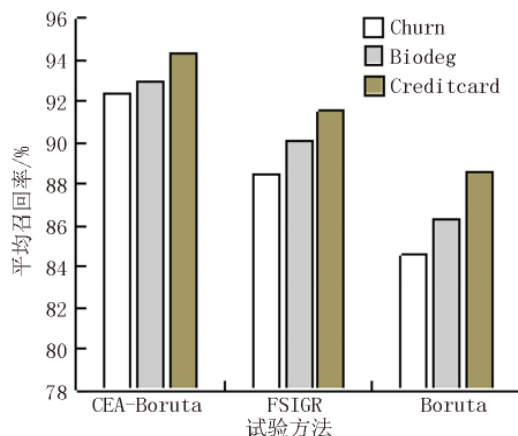


图1 三种方法在不同数据集上平均召回率比较

Fig.1 Comparison of the average recall rate of the three methods on different data sets

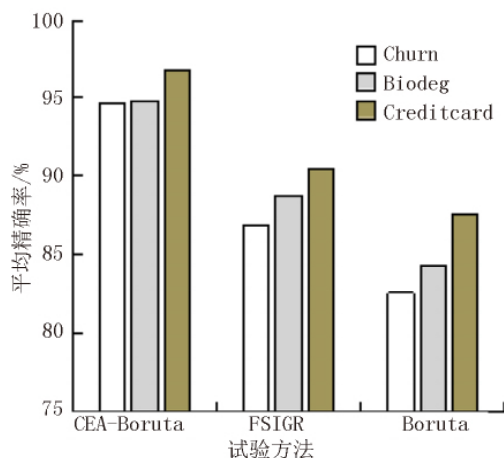


图2 三种方法在不同数据集上平均精确率比较

Fig.2 Comparison of the average precision rate of the three methods on different data sets

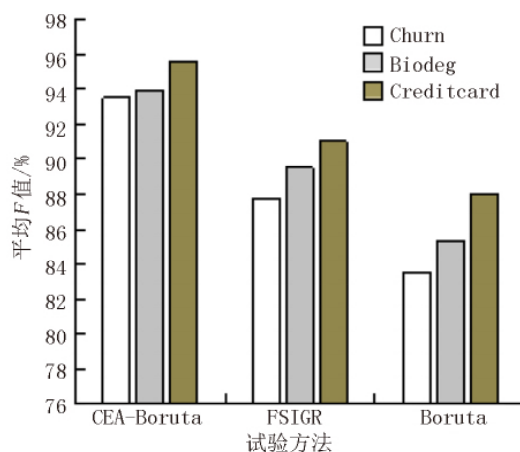


图3 三种方法在不同数据集上平均 F 值比较

Fig.3 Comparison of the average F value of the three methods on different data sets

4 结语

特征选择是预测模型中一个重要步骤,与传统的特征选择算法相比,Boruta 算法不必调整太多参数,就能找到候选特征中与类别相关的所有特征,适用于变量较多的数据集,且易于操作和解释.本文介绍了传统的 Boruta 和 CEA 算法,并提出了一种新的基于 CEA 和改进的 Boruta 特征选择两步法.该算法通过过滤和封装两个阶段以提高算法的性能,同时避免出现过拟合和时间复杂度较高等问题.3 个数据集上的实验结果均表明,该算法与 FSIGR 算法和传统的 Boruta 算法相比能获得较优的特征集,而且提高运行效率的同时取得了较高的 F 值.因此,本文提出的特征选择算法相比传统的 Boruta 算法得到了明显的改进,具有一定的竞争优势,但是本实验中数据集涉及领域不够广泛,如何在不同领域验证 Boruta 算法阶段最优参数 P 值是下一步的研究方向.

参考文献:

- [1] 仇利克,刘竞,孙中卫,等.一种快速的特征选择框架和方法[J].北京邮电大学学报,2019,42(3):127-132.
- [2] 周志华.机器学习[M].北京:清华大学出版社,2016.
- [3] 刘艺,曹建军,刁兴春,等.特征选择稳定性研究综述[J].软件学报,2018,29(9):2559-2579.
- [4] CHAKRABORTY B,KAWAMURA A.A new penalty-based wrapper fitness function for feature subset selection with evolutionary algorithms[J].

Journal of Information & Telecommunication 2018(2) : 1-18.

- [5] 李扬, 顾雪平. 基于改进最大相关最小冗余判据的暂态稳定评估特征选择[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(34) : 179-186.
- [6] 王波, 李时辉, 郑鹏飞. 小样本数据的 MIFS 过滤式特征选择算法[J]. 山东农业大学学报(自然科学版), 2019, 50(1) : 145-149.
- [7] 李占山, 刘兆庚. 基于 XGBoost 的特征选择算法[J]. 通信学报, 2019, 40(10) : 101-108.
- [8] 陈磊, 薛河儒, 郝晓晶, 等. 基于二分法与 BP 神经网络的牛乳体细胞识别[J]. 内蒙古农业大学学报(自然科学版), 2020, 41(2) : 69-74.
- [9] 孙桂煌. 基于机器学习的人体动作深度信息识别方法研究[J]. 长春大学学报, 2020, 30(4) : 16-20.
- [10] SAININ M S, ALFRED R. A Genetic based wrapper feature selection approach using nearest neighbour distance matrix[C]// Data Mining Optimization (DMO2011), IEEE, 2011.
- [11] 曾青霞, 杜建强, 朱志鹏, 等. 基于特征相关的偏最小二乘特征选择方法[J]. 计算机应用研究, 2019, 36(4) : 1036-1038.
- [12] ZHU Z, JONG Y S, DASH M. Wrapper-filter feature selection algorithm using a memetic framework[J]. IEEE transactions on systems, man and cybernetics. Part B, Cybernetics, 2007, 37(1) : 70-76.
- [13] 唐琳. 基于机器学习的文本倾向性分析特征选择研究[J]. 赤峰学院学报(自然科学版), 2020, 36(1) : 36-38.
- [14] 陶勇森. 基于过滤封装混合模型的语音情感特征选择[D]. 合肥: 合肥工业大学, 2017.
- [15] 许行, 张凯, 王文剑. 一种小样本数据的特征选择方法[J]. 计算机研究与发展, 2018, 55(10) : 2321-2330.
- [16] 周传华, 柳智才, 丁敬安, 等. 基于 filter+wrapper 模式的特征选择算法[J]. 计算机应用研究, 2019, 36(7) : 1975-1979.
- [17] 陈逸杰, 唐加山. 改进 Boruta 算法在特征选择中的应用[J]. 软件导刊, 2019, 18(4) : 69-73.
- [18] 柯荣泰. 基于 Boruta-SVM 的软件缺陷预测[J]. 山西大同大学学报(自然科学版), 2019, 35(4) : 34-37.
- [19] 郭海山, 高波涌, 陆慧娟. 基于 Boruta-PSO-SVM 的股票收益率研究[J]. 传感器与微系统, 2018, 37(3) : 51-53.
- [20] 杨柳, 王钰. 泛化误差的各种交叉验证估计方法综述[J]. 计算机应用研究, 2015, 32(5) : 1287-1290.

责任编辑: 高山

(上接第 348 页)

- [7] BARRABES C, FROLOV V P. How many new worlds are inside a black hole[J]. Phys Rev D, 1996, 53(6) : 3215-3223.
- [8] CABOA, AYON-BEATO E. About black holes without trapping interior[J]. Int J Mod Phys A, 1999, 14: 2013-2022.
- [9] HAYWARD S A. Formation and evaporation of regular black holes[J]. Phys Rev Lett, 2006, 96: 031103.
- [10] BAMBI C, MODESTO L. Rotating regular black holes[J]. Phys Lett B, 2013, 721: 329-334.
- [11] GHOSH S G, MAHARAJ S D. Radiating Kerr-like regular black hole[J]. Eur Phys J C, 2015, 75: 7-15.
- [12] TOSHMATOV B, AHMEDOV B, ABDUJABBAROV A, et al. Rotating Regular black hole solution[J]. Phys Rev D, 2014, 89: 104017.
- [13] AZREG-ANOUE MUSTAPHA. Generating rotating regular black hole solutions without complexification[J]. Phys Rev D, 2014, 90: 064041.
- [14] GAN Q S, CHEN J H, WANG Y J. Thermodynamics and geometrothermodynamics of regular black hole with nonlinear electrodynamics[J]. Chin Phys B, 2016, 25: 120401.
- [15] TOSHMATOV B, ABDUJABBAROV A, STUHLK Z, et al. Quasinormal modes of test fields around regular black holes[J]. Phys Rev D, 2015, 91: 083008.
- [16] FLACHI A, LEMOS J P S. Quasinormal modes of regular black holes[J]. Phys Rev D, 2013, 87: 024034.
- [17] LI J, HONG M, LIN K. Dirac quasinormal modes in spherically symmetric regular black holes[J]. Phys Rev D, 2013, 88: 064001.
- [18] LIN K, PAVAN A B, PAN Q Y, et al. Holographic superconductor of regular phantom black hole[J]. Braz J Phys, 2016, 46: 767-776.
- [19] DINVERNO R. Introducing einstein's relativity[M]. Oxford United Kingdom: Oxford University Press, Clarendon Press, 1992.
- [20] 梁灿彬, 周彬. 微分几何入门与广义相对论[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [21] 赵峰, 刘文彪. 广义相对论基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
- [22] ANDERSON J D, COLOMBO G, ESPOSITO P B, et al. The mass gravity field and ephemeris of Mercury[J]. Icarus, 1987, 71(3) : 337-349.

责任编辑: 黄孝忠