参考答案（第 1 卷）

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	D	B	C	A	C	A	C	D	B

二．填空题

1. 17m/s；

2. $0.10\cos[2\pi(\frac{t}{0.50}-\frac{x}{10})-\frac{\pi}{2}]$；　　$\frac{\pi}{2}$或-$\frac{\pi}{2}$

3. 80.3 mm；

4. $2\mu_0 I$

5. $\sqrt{L_1L_2}$

6. **4%**

7. $\boldsymbol{\pi R^2 E}$

8. $\varepsilon=-61.5\lg\frac{140}{5}mV=-89mv$

9. **1**

10. $-\mu n I_m \pi a^2\omega\cos\omega t$

三．计算题

1.解： 设 2 处空气的流速为v'，根据连续性方程 $S_1 v = S_2 v'$ 知,

$$v' = \frac{S_1}{S_2} v \qquad (1)$$

3 分

设 2 处的压强为P'，再根据伯努利方程

$$P_0 + \frac{1}{2}\rho_0 v^2 = P' + \frac{1}{2}\rho_0 v'^2 \qquad (2)$$

3 分

依题意 $P' \le P_0 - \rho g h$ （3）

2 分

联立（1）、（2）、（3）求解得

$$v \ge \sqrt{\frac{2\rho g h}{\rho_0} \cdot \frac{S_2^2}{S_1^2 - S_2^2}}$$

2 分

2．解： 在距离球心为r 处做一个同心高斯球面，根据高斯定理

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \sum_{S内} \frac{q_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi\varepsilon_0 R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow E = \frac{rQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

2 分

库仑力为

$$F = -qE = -\frac{rqQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

2 分

二者为吸引力，力的方向指向球心，力的大小与粒子的位移 **r** 成正比，比例系数

$$k = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

2 分

所以粒子运动为简谐振动。根据简谐振动的定义，角频率

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 m R^3}}$$

2 分

所以振动周期为

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 m R^3}{qQ}}$$

2 分

3．解：（1）根据高斯定理求得球内外的电场强度分别为：

球内：$\oint\!\!\oint_{S_1} E_1\cos\theta \mathrm{d}S = E_1 4\pi r^2 = \dfrac{4\pi\rho_e r^3}{3\varepsilon_0}$，得：$E_1 = \dfrac{\rho_e r}{3\varepsilon_0}$，$r<R$ **3 分**

球外：$\oint\!\!\oint_{S_2} E_2\cos\theta \mathrm{d}S = E_2 4\pi r^2 = \dfrac{4\pi\rho_e R^3}{3\varepsilon_0}$，得：$E_1 = \dfrac{\rho_e R^3}{3\varepsilon_0 r^2}$，$r>R$

3 分

（2）球体内距离球心为 r 处的电势为：

$$U=\int_r^{\infty}E\mathrm{d}r=\int_r^R E_1\mathrm{d}r+\int_R^{\infty}E_2\mathrm{d}r=\int_r^R\frac{\rho_e r}{3\varepsilon_0}\mathrm{d}r+\int_R^{\infty}\frac{\rho_e R^3}{3\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{\rho_e}{3\varepsilon_0}\left(\frac{3}{2}R^2-\frac{1}{2}r^2\right)$$

4 分

4．解：设左边直导线、圆弧、右边直导线在 O 点处产生的磁感应强度分别为 $\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$、$\boldsymbol{B}_3$，则：

$$B_2=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\mathrm{d}l}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{Ia\mathrm{d}\theta}{a^2}=\frac{\mu_0 I}{8a}$$

4 分

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi d}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)=\frac{\mu_0 I}{4\pi\dfrac{\sqrt{2}a}{2}}(\cos 0^\circ-\cos 45^\circ)=\frac{\mu_0 I}{2\sqrt{2}\pi a}(1-\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sqrt{2}-1)$$

4 分

$$B_3=B_1=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sqrt{2}-1)$$

由于 $\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$、$\boldsymbol{B}_3$ 方向相同，所以：

$B=B_1+B_2+B_3=\dfrac{\mu_0 I}{8a}+\dfrac{\mu_0 I}{2\pi a}(\sqrt{2}-1)$，方向垂直纸面向里。 **2 分**

5．解： 在棒上取线元 dl 沿 CD 方向，导体棒内的感应电动势为 **2 分**

$$\varepsilon_{CO}+\varepsilon_{OD}=\int_C^O(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}+\int_O^D(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

2 分

$$=\int_0^{L/3}\omega Bl\mathrm{d}l+\int_0^{2L/3}\omega Bl\cos\pi\mathrm{d}l$$

$$=\frac{B\omega}{2}(\frac{L}{3})^2-\frac{B\omega}{2}(\frac{2L}{3})^2$$

4 分

$$=-\frac{B\omega L^2}{6}$$

因此，导体棒两端的电势差为

$$U_{CD}=\frac{B\omega L^2}{6}$$

2 分

说明 C 点的电势高于 D 点。