

## 2022년 1학기 물리학 I: Quiz 16

김현철<sup>a1, †</sup>

<sup>1</sup>*Hadron Theory Group, Department of Physics,  
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*  
(Dated: Spring semester, 2022)

**문제 1. (40 pt)** 높이가 5 m인 큰 수족관에 2.00 m의 깊이로 민물이 채워져 있다. 폭이 8.00 m인 수족관의 한쪽 벽은 두꺼운 플라스틱으로 만들어져 있다. 물을 더 채워 수심이 4.00 m가 되었다면, 벽에 가해지는 전체 힘은 얼마나 증가하겠는가?

**풀이 :** 벽이 받는 전체 힘  $F$ , 민물에 의한 압력  $P$ , 민물과 벽이 닿는 면적  $A$

$$F = \int P dA, \quad P = \rho gh \quad (1)$$

폭  $a$ , 민물의 높이  $h$ , 미소면적  $dA$

$$dA = a dh \quad (2)$$

처음 높이  $h_1$ , 처음 힘  $F_1$

$$F_1 = \int_0^{h_1} \rho gh dh = \frac{1}{2} \rho gh_1^2 \quad (3)$$

나중 높이  $h_2$ , 나중 힘  $F_2$

$$F_2 = \int_0^{h_2} \rho gh dh = \frac{1}{2} \rho gh_2^2 \quad (4)$$

힘의 변화량  $\Delta F$ ,

$$\Delta F = F_2 - F_1 = \frac{1}{2} \rho g (h_2^2 - h_1^2) \quad (5)$$

**문제 2. (100 pt) 난이도 상:** 그림 1에서처럼 폭이  $W = 314$  m인 댐의 상류 쪽에 깊이  $S = 35.0$  m만큼 물이 차 있다.

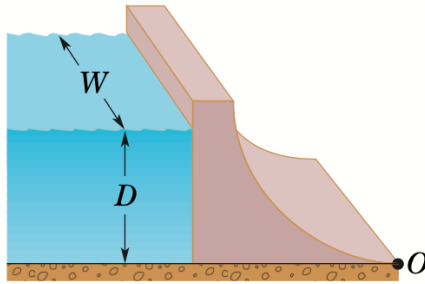


FIG. 1. 문제 2

<sup>a</sup> Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

<sup>†</sup> hchkim@inha.ac.kr

- (가) 물의 계기압력(gauge pressure of the water)으로부터 댐에 가해지는 알짜힘을 구하라.  
 (나) 그 힘에 의해 생기는 알짜 돌림힘을 점  $O$ 를 지나고 댐의 폭에 평행인 축에 대해 구하여라.  
 (다) 돌림힘의 모멘트팔을 구하여라.

풀이 :

- (가) 깊이  $h$ 에서 물의 계기압력  $P_{\text{gauge}}$ 는,

$$P_{\text{gauge}} = \rho gh \quad (6)$$

물과 댐이 닿는 면적  $A$ , 계기압력에 의해 댐에 가해지는 힘  $F_{\text{gauge}}$ 는,

$$F_{\text{gauge}} = \int P_{\text{gauge}} dA \quad (7)$$

폭을  $W$ 라 하면

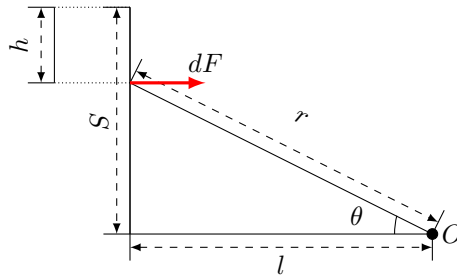
$$A = Wh, \quad dA = Wdh \quad (8)$$

힘  $F_{\text{gauge}}$ 는,

$$F_{\text{gauge}} = \int_0^S P_{\text{gauge}} dA = \int_0^S \rho g W h dh = \frac{1}{2} \rho g W h^2 \quad (9)$$

- (나) 물에 닿는 면적에 대해 힘이 연속적으로 작용하므로 각 높이에 작용하는 미소힘에 의한 미소돌림힘  $d\tau$ 를 찾으면

$$d\tau = r \sin \theta dF, \quad dF = \rho g W h dh \quad (10)$$



$$r \sin \theta = S - h \quad \text{이므로}$$

$$d\tau = r \sin \theta dF = \rho g W (S - h) h dh \quad (11)$$

따라서 총 돌림힘은

$$\tau = \int_0^S \rho g W (S - h) h dh = \rho g W \left( \frac{1}{2} S^3 - \frac{1}{3} S^3 \right) = \frac{1}{6} \rho g W S^3 \quad (12)$$

- (다) 모멘트팔의 길이를  $l$ 이라고 하면

$$\tau = lF, \quad l = \frac{\tau}{F} \quad (13)$$

**문제 3. (60pt)** 그림 2처럼 용수철 상수가  $3.00 \times 10^4 \text{ N/m}$ 인 용수철이 단단한 들보와 유압지렛대의 출력 피스톤 사이에 연결되어 있다. 질량을 무시할 수 있는 빈 통이 입력 피스톤 위에 놓여 있다. 입력 피스톤의 단면적은  $A_i$ 이고 출력 피스톤의 단면적은  $18.0A_i$ 이다. 처음에 용수철은 늘어나지 않은 길이이다. 천천히 빈 통에 모래를 부어서 몇 kg을 넣어야 용수철이 5.00 cm만큼 수축하겠는가?

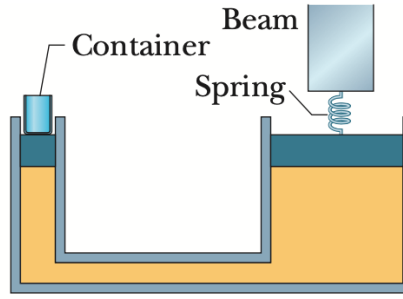


FIG. 2. 문제 3

**풀이 :** 모래를  $m$ 만큼 넣었을 때 입력 피스톤에 작용하는 압력  $P_{in}$

$$P_{in} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{A_i} \quad (14)$$

유체가 출력 피스톤에 작용하는 압력  $P_{out}$ , 출력 피스톤이 올라가 스프링을 압축시키면 스프링은 출력 피스톤에 복원력  $F_{out}$ 을 가한다. 출력 피스톤이 스프링을 압축시키는 힘과 스프링의 복원력이 평형을 이루면 출력 피스톤과 스프링은 정지한다. 이 때  $P_{out}$ 과  $F_{out}$ 는 다음 관계에 있다.

$$P_{out} = \frac{F_{out}}{18A_i} \quad (15)$$

또한 스프링에 의한 복원력  $F_{out}$ 은

$$F_{out} = kx = kh_2, \quad (16)$$

이고 압력  $P_{out}$ 은

$$P_{out} = \frac{kh_2}{18A_i} \quad (17)$$

이다. 압력은 유체의 어디에서나 같으므로  $P_{in} = P_{out}$ 이다. 따라서,

$$\frac{mg}{A_i} = \frac{kh_2}{18A_i}, \quad m = \frac{kh_2}{18g} \quad (18)$$

우리가 구하고자 하는 것은  $h_2 = 5.00 \text{ cm}$ 일 때 모래의 질량  $m$ 이므로

**문제 4. (40pt)** 속이 비어있는 쇠공이 물에 거의 잠긴 채 떠 있다. 바깥 반지름이  $60.0 \text{ cm}$ 이고, 쇠의 밀도가  $7.87 \text{ g/cm}^3$ 일 때 안쪽 반지름을 구하여라.

**풀이 :** 쇠공은 자신이 물속에서 차지한 부피를 가진 물의 무게를 부력으로 받는다. 쇠공이고 물에 거의 잠겨있으므로 바깥쪽 반지름을  $b$ 라고 하면 부력  $F_b$ 는

$$F_b = \frac{4}{3}\pi b^3 \rho_0 g \quad (19)$$

안쪽 반지름  $a$ , 밀도  $\rho$ , 쇠공이 받는 중력  $F_g$ 는

$$F_g = mg = \frac{4}{3}\pi(b^3 - a^3)\rho g \quad (20)$$

쇠공은 정지해있으므로 두 힘이 같아 평형을 이룬다. 즉,  $F_b = F_g$ 이고

$$\frac{4}{3}\pi b^3 \rho_0 g = \frac{4}{3}\pi(b^3 - a^3)\rho g \quad (21)$$

이다. 안쪽 반지름을 구하기 위해  $a$ 에 대해 정리하면 다음과 같다.

$$a^3 = \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right) b^3, \quad a = \sqrt[3]{1 - \frac{\rho_0}{\rho}} b \quad (22)$$

수치를 대입해서 구해보면 다음과 같다.