

2022년 1학기 물리학 I: Quiz 15

김현철^{a1, †}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*
(Dated: Spring semester, 2022)

문제 1. (30 pt) 그림 1처럼 질량 $m = 0.85$ kg, 반지름 $r = 4.2$ cm인 균일한 공이, 쓸림이 없는 벽에 고정되어있고 질량이 없는 줄에 매달려 있다. 공의 질량중심과 줄 끝 사이의 수직거리가 $L = 8.0$ cm일 때

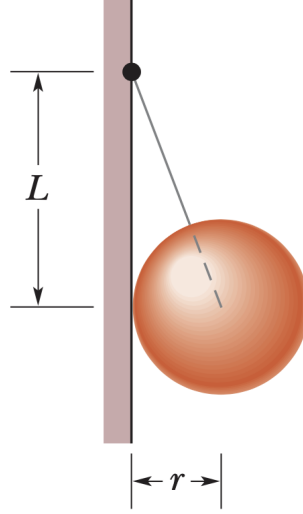
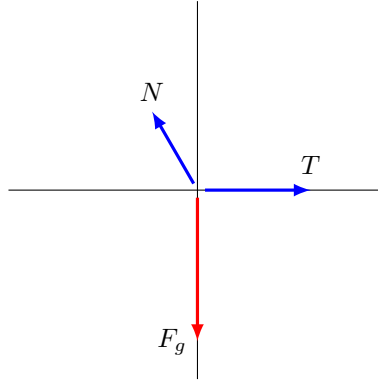


FIG. 1. 문제 1

(가) 줄에 걸리는 장력과

(나) 벽이 공에 가하는 힘을 각각 구하여라.

풀이 : 공에 작용하는 수직항력 N , 중력 F_g , 장력 T , 자유 물체 다이어그램



줄과 벽이 이루는 각도 θ 운동 방정식

$$\sum F_x = T - N \sin \theta = 0, \quad (1)$$

$$\sum F_y = N \cos \theta - F_g = 0. \quad (2)$$

^a Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

[†] hchkim@inha.ac.kr

(가) 식 (1), (2), T 는,

$$T = N \sin \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} F_g = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} mg. \quad (3)$$

θ 는,

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{r}{L}. \quad (4)$$

따라서 T 는,

$$T = \frac{r}{L} mg \quad (5)$$

(나) 식 (2),

$$N = \frac{mg}{\cos \theta} \quad (6)$$

문제 2. (30 pt) 그림 2에서 바위를 타는 질량 55 kg인 사람이 손으로 바위틈 한 쪽을 잡아당기고 발로는 바위틈 반대쪽을 누르면서 “뒤로 기대 오르기”를 하고 있다. 바위틈은 폭이 $w = 0.20$ m이고, 사람의 질량 중심은 바위틈에서 수평으로 $d = 0.40$ m의 거리에 있다. 정지마찰계수는 손과 바위 사이가 $\mu_1 = 0.40$ 이고 신발과 바위 사이는 $\mu_2 = 1.2$ 이다.

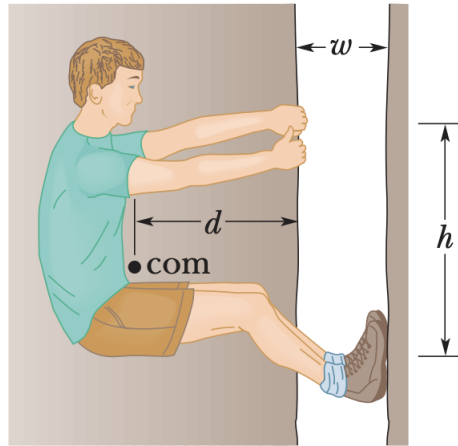


FIG. 2. 문제 2

(가) 사람이 안정되게 있기 위해서 손과 발이 각각 수평하게 가해야 하는 최소한의 힘은 얼마인가?

(나) (가)와 같은 힘의 경우 손과 발 사이의 수직거리 h 는 얼마인가?

(다) 바위가 젖어서 μ_1 , μ_2 가 작아지면, (가)의 답과

(라) (나)의 답은 어떻게 달라질까?

풀이 : 손에 작용하는 수직항력, 마찰력 N_1 , F_{s1} , 발에 작용하는 수직항력, 마찰력 N_2 , F_{s2} , 중력 F_g 자유 물체 다이어그램

점 A는 발과 벽이 닿는 지점 운동 방정식,

$$\sum F_x = N_2 - N_1 = 0, \quad (7)$$

$$\sum F_y = F_{s1} + F_{s2} - F_g = 0. \quad (8)$$

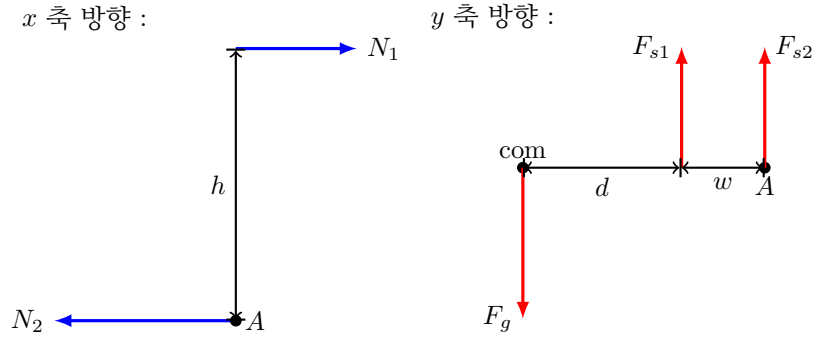


FIG. 3. 자유 물체 다이어그램

(가) 마찰력은 수직항력에 비례하므로,

$$F_{s1} = \mu_1 N_1, \quad F_{s2} = \mu_2 N_2. \quad (9)$$

아이는 정지해있으므로 식 (7), (8)에 의해,

$$N_2 = N_1, \quad F_{s1} + F_{s2} = F_g. \quad (10)$$

따라서,

$$F_{s1} + F_{s2} = \mu_1 N_1 + \mu_2 N_2 = (\mu_1 + \mu_2) N_1 = F_g. \quad (11)$$

최소한의 N_1 은 중력 보다 커야하므로,

$$N_1 \geq \frac{mg}{\mu_1 + \mu_2}. \quad (12)$$

(나) 사람은 정지해있으므로 돌림힘 0, 점 A를 회전축으로 하는 돌림힘 계산

$$\sum \tau = N_1 h + F_{s1} w - F_g (w + d) = 0 \quad (13)$$

h 에 대해 정리하면

$$h = \frac{F_g (w + d) - F_{s1} w}{N_1} = \frac{mg(w + d) - \mu_1 N_1 w}{N_1} \quad (14)$$

수치를 넣어 값을 계산

(다) 식 (12)로 부터

(라) 식 (14)로 부터

문제 3. (60pt) 난이도 상: 질량 m_b , 길이 L 인 수평하고 균일한 막대가 왼쪽은 경첩으로 벽에 붙어 있고, 오른쪽은 수평과 각도 θ 인 줄로 매여 있는 걸 그림 4a에서 보여준다. 질량 m_p 인 물체가 왼쪽 끝에서부터 x 인 위치에 얹혀 있고, 전체 질량은 $m_b + m_p = 61.22 \text{ kg}$ 이다. 그림 4b는 줄의 장력을 물체의 위치 x/L 의 함수로 나타낸 것이다. T 축의 눈금은 $T_a = 500 \text{ N}$, $T_b = 700 \text{ N}$ 으로 나타낸다.

(가) 각도 θ

(나) 질량 m_b

(다) 질량 m_p 를 각각 구하여라.

풀이 :

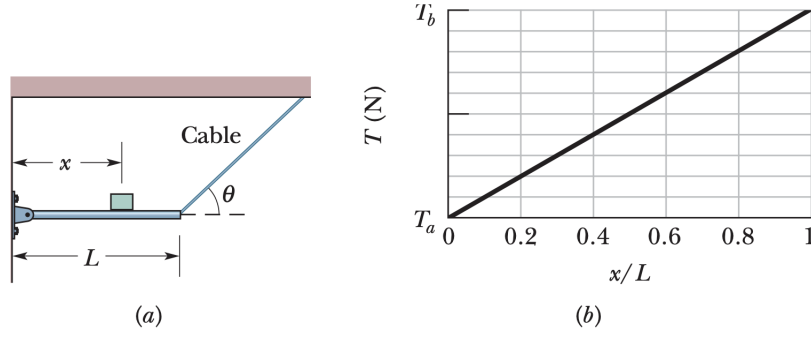


FIG. 4. 문제 3

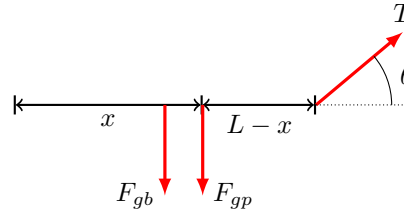


FIG. 5. 자유 물체 다이어그램

경첩에 의한 수직항력 F_1 , 물체에 의한 중력 F_{gp} , 막대에 의한 중력 F_{gb} , 케이블에 의한 장력 T 그래프를 수식적으로 표현해보면

$$T = \left(\frac{T_b - T_a}{1 - 0} \right) \frac{x}{L} + T_a = (T_b - T_a) \frac{x}{L} + T_a \quad (15)$$

경첩을 회전축으로 하는 돌림힘 계산

$$\sum \tau = \frac{L}{2} F_{gb} + x F_{gp} - T L \sin \theta = 0 \quad (16)$$

식 (15)과 같이 T 에 대해 표현하면

$$T = \frac{F_{gp}}{\sin \theta} \frac{x}{L} + \frac{F_{gb}}{2 \sin \theta} \quad (17)$$

같은 물리현상을 다루고 있으므로 두 식은 임의의 x 와 L 에 대해 성립한다. 따라서

$$T_b - T_a = \frac{F_{gp}}{\sin \theta}, \quad (18)$$

$$T_a = \frac{F_{gb}}{2 \sin \theta} \quad (19)$$

(가) 식 (18), (19)로부터

$$T_b + T_a = \frac{F_{gb} + F_{gp}}{\sin \theta} \quad (20)$$

따라서 $\sin \theta$ 는

$$\sin \theta = \frac{F_{gb} + F_{gp}}{T_b + T_a} = \frac{(m_b + m_p)g}{T_b + T_a} \quad (21)$$

(나) 식 (19)로부터

$$T_a = \frac{m_b g}{2 \sin \theta} = \frac{m_b (T_b + T_a)}{2(m_b + m_p)} \quad (22)$$

따라서 m_b 이므로

$$m_b = \frac{2T_a(m_b + m_p)}{T_b + T_a} \quad (23)$$

(다) $m_b + m_p = 61.22 \text{ kg}$ 이므로

문제 4. (40pt) 그림 6는 질량 103 kg 인 균일한 통나무를 반지름 1.20 mm 인 두 개의 강철선 A와 B로 매달아 놓은 것이다. 처음에는 길이가 2.50 m 인 줄 A가 줄보다 2.00 mm 만큼 짧았으나 지금은 통나무가 수평하게 되었다. B보다

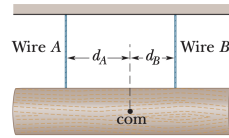


FIG. 6. 문제 4

(가) 줄 A와

(나) 줄 B가 통나무에 가하는 힘은 각각 얼마인가?

(다) d_A/d_B 의 비율은 얼마인가?

풀이 :

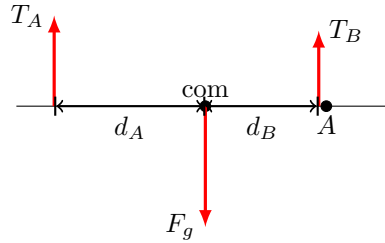


FIG. 7. 자유 물체 다이어그램

통나무의 운동방정식은 다음과 같이 적을 수 있다.

$$\sum F = T_A + T_B - F_g = 0 \quad (24)$$

$$\sum \tau = T_A d_A - T_B d_B = 0 \quad (25)$$

(가) 강철선 A의 원래 길이를 L_A , 늘어난 길이를 ΔL_A , 강철선 B의 원래 길이를 L_B , 늘어난 길이를 ΔL_B , 두 강철선의 단면적을 S 라 하자. 라고 하자. 강철선에 걸리는 장력이 변형력이므로

$$\frac{T_A}{S} = E \frac{\Delta L_A}{L_A}, \quad \frac{T_B}{S} = E \frac{\Delta L_B}{L_B} \quad (26)$$

r 은 강철선의 지름이고 E 는 강철의 영률로 $2.00 \times 10^3 \text{N/m}^2$ 이다. 강철선은 처음에 길이 차이가 있었다. 그 길이 차를 α 라 하면

$$L_A = L_B - \alpha \quad (27)$$

통나무에 매달려 두 강철선의 길이가 같아졌으므로

$$\Delta L_A = \Delta L_B + \alpha \quad (28)$$

식 (24)와 (26)로 부터

$$\frac{T_A L_A}{ES} = \frac{T_B L_B}{ES} + \alpha = \frac{(F_g - T_A) L_B}{ES} + \alpha \quad (29)$$

식 (27)과 함께 T_A 에 대해 정리하면

$$T_A = \frac{F_g L_B + ES\alpha}{L_A + L_B} = \frac{(L_A + \alpha)mg + ES\alpha}{2L_A + \alpha} \quad (30)$$

m 은 통나무의 질량이다. 수치를 넣어 정리하면

$$T_A = \frac{(L_A + \alpha)mg + ES\alpha}{2L_A + \alpha} \quad (31)$$

(나) 식 (24)으로 부터

$$T_B = F_g - T_A = mg - \frac{(L_A + \alpha)mg + ES\alpha}{2L_A + \alpha} = \frac{L_A mg - ES\alpha}{2L_A + \alpha} \quad (32)$$

(다) 식 (25)으로 부터

$$\frac{d_A}{d_B} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{L_A mg - ES\alpha}{(L_A + \alpha)mg + ES\alpha} \quad (33)$$