

2022년 1학기 물리학 I: 제3차 시험

김현철^{a,†} and Lee Hui-Jae^{1,‡}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Spring semester, 2022)

1번 풀이 : 질량이 m 인 물체가 정삼각형의 각 꼭짓점에 놓여 있을 때 계의 총 중력 퍼텐셜에너지는

$$E_p = -3G \frac{m^2}{a} \quad (1)$$

이고 한 물체를 무한히 먼 곳에 이동시켜 계에 두 물체만 남았다면 계의 총 중력 퍼텐셜에너지는

$$E'_p = -G \frac{m^2}{a} \quad (2)$$

이다. 외부에서 해준 일은 계의 총 에너지 변화량과 같으므로

$$W = E'_p - E_p = 2G \frac{m^2}{a} \quad (3)$$

이다.

2번 풀이 : 줄의 장력 T 가 도르래에 돌림힘으로 작용하여 도르래를 회전시킨다. 따라서,

$$TR = I\alpha = \frac{1}{2}MRa \implies T = \frac{1}{2}Ma \quad (4)$$

이고 장력과 중력이 작용하여 중력이 $M/2$ 인 물체를 움직이도록 한다. 도르래와 물체가 줄로 연결되어 있으므로 가속도의 크기는 같다.

$$\frac{1}{2}Ma = \frac{1}{2}Mg - T. \quad (5)$$

두 식을 연립하면 장력 T 는

$$T = \frac{1}{4}Mg \quad (6)$$

이다.

3번 풀이 : 가장 멀리있을 때 거리, 속력을 r_1, v_1 이라 하고 가장 가까이 있을 때 거리, 속력을 r_2, v_2 라고 하면, 각운동량 보존법칙에 의해

$$mv_1r_1 = mv_2r_2 \quad (7)$$

이다. $r_1 = 2r_2$ 이므로

$$2v_1r_2 = v_2r_2 \implies 2v_1 = v_2 \quad (8)$$

이다. 따라서 최대 선속력은 최소 선속력의 2배이다.

^a Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

[†] hchkim@inha.ac.kr

[‡] hjlee6674@inha.edu

4번 풀이 : 팽창 전 별의 회전 운동에너지는

$$E_R = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (9)$$

이다. 팽창 후 별의 회전관성은 3배 늘어난다. 외력이 작용하지 않았으므로 각운동량이 보존된다. 팽창 후의 각속도를 ω' 이라고 하면 각운동량 보존 법칙에 의해

$$I \omega = 3 I \omega' \implies \omega' = \frac{1}{3} \omega \quad (10)$$

이다. 따라서 팽창 후의 별의 회전 운동에너지 E'_R 은

$$E'_R = \frac{3}{2} I \omega'^2 = \frac{1}{6} I \omega^2 \quad (11)$$

이다. 따라서 팽창 후 회전 운동에너지는 팽창 전 회전 운동에너지의 $\frac{1}{3}$ 배가 된다.

5번 풀이 : 액체의 밀도를 ρ_l 이라 하면 잠긴 부피 만큼의 물의 질량과 물체의 질량이 같으므로

$$L \rho_l = L_0 \rho \quad (12)$$

이고 ρ_l 은

$$\rho_l = \frac{L_0}{L} \rho \quad (13)$$

이다.

6번 풀이 : 베르누이 방정식에 의해

$$P_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \quad (14)$$

이므로 P_2 는

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - v_2^2) \quad (15)$$

이다. 연속방정식을 이용해 v_2 를 구해보자.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \quad (16)$$

이고 A_1 의 반지름이 A_2 의 반지름보다 2배 더 길다. 따라서 $A_1 = 4A_2$ 이고 연속방정식으로부터

$$4v_1 = v_2 \quad (17)$$

임을 알 수 있다. 이를 식 (15)에 대입하면

$$P_2 = P_1 + \frac{1}{2} \rho (v_1^2 - 16v_1^2) = P_1 - \frac{15}{2} \rho v_1^2 \quad (18)$$

을 얻는다.

7번 풀이 : 막대의 회전에 대한 운동방정식은

$$I \alpha = -MgL \sin \theta \approx -MgL \theta \quad (19)$$

이다. 각 θ 가 매우 작을 때 근사를 취하였다. 따라서

$$\frac{1}{3} M L^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -MgL \theta \implies \frac{d^2 \theta}{dt^2} = -\frac{3g}{L} \theta = -\omega^2 \theta \quad (20)$$

이므로 각진동수 ω 는

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{L}} \quad (21)$$

임을 알 수 있다. 주기 T 는

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{3g}} \quad (22)$$

이다. 이로부터 주기는 질량이 2배 늘어나고 길이도 2배 늘어나면 늘어나기 전 주기의 $\sqrt{2}$ 배가 된다.

8번 풀이 : 그림이 주어지지 않아 풀 수 없음.

9번 풀이 : 정상파의 기본진동수의 파형이라면 줄의 길이 L 은 정상파의 파장 λ 의 절반이다. 즉,

$$L = \frac{1}{2}\lambda \quad (23)$$

이다. 정상파의 파수를 k 라 하면 정상파의 파장 λ 은

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (24)$$

이므로 줄의 길이 L 은

$$L = \frac{\pi}{k} = 3\text{ m} \quad (25)$$

이다.

10번 풀이 : 원래 음원의 진동수보다 관측자가 듣는 음원의 진동수가 감소한 경우는 관측자와 음원이 서로 멀어지는 경우이다. 따라서 답은 (2), (4)번이다.

11번 풀이 :

(a) 물리진자에 작용하는 돌림힘 τ 는

$$\tau = -mgh \sin \theta \quad (26)$$

이다. θ 가 매우 작다면 $\sin \theta \approx \theta$ 로 근사할 수 있으므로

$$\tau \approx -mgh\theta \quad (27)$$

이다.

(b) 문제 7번과 같이 각진동수 ω 를 구하면

$$\omega = \sqrt{\frac{mgh}{I}} \quad (28)$$

이고 주기 T 는

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (29)$$

이다.

12번 풀이 : 중첩된 파동의 방정식은

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) + A \cos(kx - \omega t) \quad (30)$$

이다. 삼각함수 덧셈공식 $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$ 를 생각하자. $a = kx - \omega t$, $b = \pi/4$ 라고 생각하면

$$\begin{aligned} y(x, t) &= \frac{A}{\cos \frac{\pi}{4}} \sin(kx - \omega t) \cos \frac{\pi}{4} + \frac{A}{\sin \frac{\pi}{4}} \cos(kx - \omega t) \sin \frac{\pi}{4} \\ &= \sqrt{2}A \sin(kx - \omega t + \frac{\pi}{4}) \end{aligned} \quad (31)$$

이므로 진폭은 $\sqrt{2}A$ 이다.

주관식 1번 풀이 :

(가) 그림과 같이 놓인 원판의 질량중심을 지나는 회전축에 대한 회전관성 I_{cm} 은

$$I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2 \quad (32)$$

이다. 질량중심과 회전축까지의 거리 h 는 $h = R$ 이므로 평행축 정리를 이용하면

$$I = I_{cm} + Mh^2 = \frac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2 \quad (33)$$

이다. 따라서 주어진 회전축에 대한 회전관성 I 는 $\frac{3}{2}MR^2$ 이다.

(나) 그림이 주어지지 않아 풀 수 없음.

주관식 2번 풀이 :

(가) 그림으로부터 $x = 0$ 인 지점의 변위와 속도가 0초일 때 이후로 10초일 때 같아지므로 주기 T 는 10 s이다. 전파 속도 v 는

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0.2 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 0.02 \text{ m/s} \quad (34)$$

이고 파동의 최대변위가 0.5 m이므로 진폭 A 는 0.5 m이다. 그래프를 통해 $y(x = 0, t)$ 는

$$y(0, t) = A \sin \omega t = (0.5 \text{ m}) \sin \left(\frac{2\pi}{10} t \right) \quad (35)$$

임을 알 수 있고 $t = 2.5$ s일 때 변위 y 는

$$y = (0.5 \text{ m}) \sin \left(\left(\frac{2\pi}{10} \right) (2.5) \right) = (0.5 \text{ m}) \sin \frac{\pi}{2} = 0.5 \text{ m} \quad (36)$$

이다.

(나) 이 파동의 완전한 함수식을 알기 위해 파수 k 와 각진동수 ω 를 구해야한다. 파수 k 와 각진동수 ω 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (37)$$

따라서 T 와 ω 는

$$k = \frac{2\pi}{0.2 \text{ m}} = 10\pi \text{ m}^{-1}, \quad \omega = \frac{2\pi}{10 \text{ s}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}^{-1} \quad (38)$$

이고 $+x$ 축으로 진행하는 파동의 파동함수 $y(x, t)$ 는

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) = (0.5 \text{ m}) \sin \left((10\pi \text{ m}^{-1})x - \left(\frac{\pi}{5} \text{ m}^{-1}\right)t \right) \quad (39)$$

이다.

(다) 진폭이 0.5 m, 파장이 0.2 m인 한파장의 사인함수가 그려진다.

주관식 3번 풀이 : Quiz 13 참조. 중첩 원리에 의해 물체 m 에 작용하는 중력의 크기는 속이 찻을 때 작용하는 중력에 공동 만큼의 물체에 의한 중력을 뺀 값과 같다. 물체 M 의 밀도를 ρ 라고 하면

$$M = \frac{4}{3}R^3\rho, \quad \rho = \frac{3M}{4R^3} \quad (40)$$

이고 공동 만큼의 물체의 질량을 M' 이라고 하면

$$M' = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{2}R \right)^3 \rho = \frac{1}{8}M \quad (41)$$

이다. 속이 찻을 때 중력을 F_1 라고 하자. F_1 은

$$F_1 = \frac{GMm}{d^2} \quad (42)$$

이다. 공동 만큼의 중력을 F_2 라고 하면 F_2 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$F_2 = \frac{GM'm}{(d - \frac{1}{2}R)^2} = \frac{GMm}{2(2d - R)^2}. \quad (43)$$

위에서 말했듯이 실제 중력 F 은 속이 찻을 때의 중력 F_1 에 공동 만큼의 물체에 의한 중력 F_2 를 뺀 값과 같다. 즉,

$$F = F_1 - F_2 \quad (44)$$

이다. 따라서 m 에 미치는 중력 F 는

$$F = GMm \left(\frac{1}{d^2} - \frac{1}{2(2d - R)^2} \right) \quad (45)$$

이다.