

2022년 1학기 물리학 I: Quiz 8

김현철^{a,†} and Lee Hui-Jae^{1,‡}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Spring semester, 2022)

문제 1 [20pt] 가득 찬 화물용 승강기가 천천히 움직이고 있다. 이 승강기의 질량은 1200 kg이다. 정지상태에서 출발하여 3.0분 동안 54 m를 올라가서 정지하였다. 승강기 대응추의 질량이 950 kg밖에 되지 않으므로 모터의 도움이 필요하다. 케이블을 통해 모터에 작용하는 평균 일률은 얼마인가?

풀이 : 승강기의 자유 물체 다이어그램은 다음과 같다. 물체는 정지 상태에서 54 m 올라간 후 다시 정지하였으므로



승강기가 상승한 높이를 h 라 하면 승강기에 연결된 케이블이 승강기에 대해 해준 일은 다음과 같다.

$$W = \Delta U = mgh \quad (1)$$

승강기 대응추의 중력에 의한 힘을 F'_g , 모터에 의한 힘을 F_m 라 하자. 두 힘이 해준 일의 양은 승강기에 연결된 케이블이 해준 일의 양과 같다. 따라서,

$$W = (F'_g + F_m)h = mgh, \quad (2)$$

이고 모터가 해준 일 W_m 은 다음과 같다.

$$W_m = F_m h = (mg - F'_g)h = (m - m')gh. \quad (3)$$

m' 은 승강기 대응추의 질량이다. 3.0 분 동안 모터가 해준 평균 일률 P_m 은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_m &= \frac{W_m}{t} = \frac{(m - m')gh}{t} \\ &= \frac{(1200 \text{ kg} - 950 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(54 \text{ m})}{3.0 \text{ min}} = \frac{130000 \text{ J}}{180 \text{ s}} \\ &= 7.4 \times 10^2 \text{ W} \end{aligned} \quad (4)$$

모터의 평균 일률은 $7.4 \times 10^2 \text{ W}$ 이다.

문제 2 [20pt] 그림 1과 같이 얼음덩어리가 경사각이 $\theta = 50^\circ$ 이고 쓸림이 없는 경사면을 미끄러져 내려오고 있다. 이를 막기 위하여 크기가 50 N인 힘 \vec{F}_r 로 얼음덩어리에 연결된 출을 잡아당기고 있다. 얼음덩어리가 경사면을 따라

^a Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

[†] hchkim@inha.ac.kr

[‡] hjlee6674@inha.edu

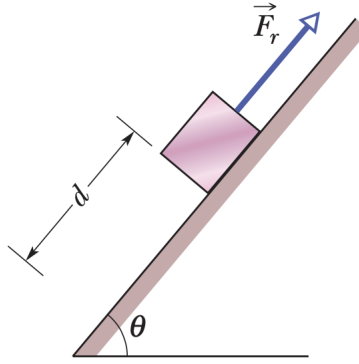
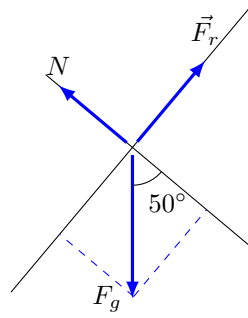


FIG. 1. 문제 2

거리 $d = 0.50$ m만큼 미끄러져 내려왔을 때 운동에너지가 80 J 증가하였다. 만일 줄을 잡아당기지 않았다면 운동에너지는 얼마만큼 더 증가하였는가?

풀이 : 얼음덩어리의 자유 물체 다이어그램은 다음과 같다.



중력이 얼음덩어리에 해준 일을 W_g 라 하자. 힘 \vec{F}_r 이 얼음덩어리에 해준 일 W_r 이라 하면,

$$W_r = |\vec{F}_r|d \cos 180^\circ = -|\vec{F}_r|d, \quad (5)$$

이고, 얼음덩어리의 운동에너지 변화량은 각 힘이 해준 일의 합이므로,

$$W_g + W_r = F_g d \cos \phi - |\vec{F}_r|d = 80 \text{ J}. \quad (6)$$

따라서, 중력이 얼음덩어리에 해준 일은 다음과 같다.

$$W_g = 80 \text{ J} - W_r = 80 \text{ J} + |\vec{F}_r|d. \quad (7)$$

$|\vec{F}_r| = 50 \text{ N}$, $d = 0.50 \text{ m}$ 이므로,

$$\begin{aligned} W_g &= 80 \text{ J} + |\vec{F}_r|d \\ &= 80 \text{ J} + (50 \text{ N})(0.50 \text{ m}) \\ &= 105 \text{ J} \end{aligned} \quad (8)$$

힘 \vec{F}_r 이 가해지지 않았더라면 중력이 해준 일이 모두 얼음덩어리의 운동 에너지를 변하게 하므로 그 때 운동 에너지는 105 J 증가한다. 즉 줄을 잡아당겼을 때에 비해 25 J 만큼 더 증가한다.

문제 3 [60pt] 그림 2는 질량 $m = 0.032 \text{ kg}$ 인 작은 토막이 반지름 $R = 12 \text{ cm}$ 인 고리 모양의 쓸림이 없는 트랙 위에 미끄러지고 있다. 정지해 있던 토막을 바닥 위 높이 $h = 5.0R$ 인 점 P 에서 놓았다.

토막이 점 P 에서

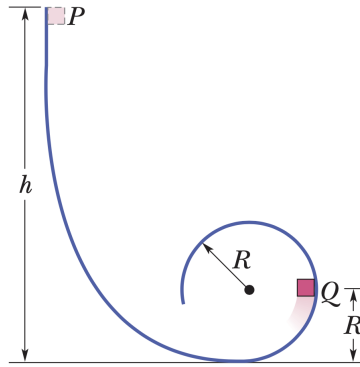


FIG. 2. 문제 3

(가) 점 Q

(나) 트랙의 꼭대기에 도달했을 때 중력이 토막에 한 일은 각각 얼마인가?

트랙의 바닥에서 토막-지구 계의 중력 퍼텐셜 에너지를 0으로 하면

(다) 점 P

(라) 점 Q

(마) 트랙의 꼭대기에서의 중력 퍼텐셜에너지는 각각 얼마인가?

(바) 단순히 토막을 놓지 않고 일정 속력을 주어 토막을 아래로 밀었다면 (가)에서 (마)까지의 답은 각각 증가, 감소, 불변 중 어느 것인가?

풀이 :

(가) 토막에 작용하는 힘은 중력 뿐이다. 따라서 중력이 해준 일과 토막의 운동에너지 변화량은 같다. 점 P와 점 Q 사이의 높이 차는 $h - R$ 이고 $h = 5.0R$ 이므로 중력 퍼텐셜 에너지의 차이는,

$$mgh - mgR = 4mgR \quad (9)$$

이다. 역학적 에너지는 보존되므로 줄어든 중력 퍼텐셜 에너지 만큼 운동 에너지는 증가 하였다. 토막의 처음 운동에너지는 0 J 이고 점 Q 에서의 운동 에너지를 K_Q 라고 하자. 두 지점에서 운동 에너지 차이는,

$$\begin{aligned} K_Q - 0 \text{ J} &= mgh - mgR = 4mgR = 4(0.032 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.12 \text{ m}) \\ &= 0.15 \text{ J} \end{aligned} \quad (10)$$

운동 에너지 변화량은 0.15 J 이므로 중력이 해준 일은 0.15 J 이다.

(나) 트랙의 꼭대기에 있을 때 점 P 와의 중력 퍼텐셜 에너지 차이는,

$$mgh - 2mgR = 3mgR \quad (11)$$

이다. 트랙의 꼭대기에서의 운동 에너지를 K_t 라 하면 (10) 에 의해,

$$\begin{aligned} K_t - 0 \text{ J} &= mgh - 2mgR = 3mgR = 3(0.032 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.12 \text{ m}) \\ &= 0.11 \text{ J} \end{aligned} \quad (12)$$

운동 에너지 변화량은 0.11 J 이므로 중력이 해준 일은 0.11 J 이다.

(다) 이제부터 토막이 바닥에 있을 때 중력 퍼텐셜 에너지를 0 J 이라 하자. 바닥으로 부터 점 P 의 높이는 h 이고 $h = 5.0R$ 이므로 점 P 에서의 중력 퍼텐셜 에너지를 U_P 라고 하면,

$$\begin{aligned} U_P &= mgh = 5mgR = 5(0.032 \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2)(0.12 \text{ m}) \\ &= 0.19 \text{ J} \end{aligned} \quad (13)$$

점 P에서의 중력 퍼텐셜 에너지는 0.19 J 이다.

(라) 바닥으로 부터 점 Q의 높이는 R 이므로 점 Q에서의 중력 퍼텐셜 에너지를 U_Q 라 하면,

$$\begin{aligned} U_Q &= mgR = (0.032\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0.12\text{ m}) \\ &= 0.038\text{ J} \end{aligned} \quad (14)$$

점 Q에서의 중력 퍼텐셜 에너지는 0.038 J 이다.

(마) 바닥으로 부터 트랙의 꼭대기의 높이는 $2R$ 이므로 트랙의 꼭대기에서의 중력 퍼텐셜 에너지를 U_Q 라 하면,

$$\begin{aligned} U_Q &= 2mgR = 2(0.032\text{ kg})(9.80\text{ m/s}^2)(0.12\text{ m}) \\ &= 0.075\text{ J} \end{aligned} \quad (15)$$

트랙의 꼭대기에서의 중력 퍼텐셜 에너지는 0.075 J 이다.

(바) 일정 속력을 주어 토막을 아래로 밀었을 때 점 P에서의 운동에너지를 K_P 이라 하자. 임의의 지점 X에서의 운동 에너지를 K_X , 중력 퍼텐셜 에너지를 U_X 라 하면 역학적 에너지 보존에 의해,

$$K_P + mgh = K_X + U_X \quad (16)$$

이다. 토막이 지점 X까지 움직이는 동안 중력이 토막에 해준 일을 W_X 라 하면 중력이 해준 일은 토막의 운동에너지 변화량과 같으므로,

$$W_X = K_X - K_P = mgh - U_X, \quad (17)$$

이다. 따라서 K_P 에 의존하지 않는다. 또한, 지점 X에서의 중력 퍼텐셜 에너지 U_X 는 바닥으로 부터의 높이와 토막의 질량에만 의존하므로 (가), (나)의 답은 불변이고 (다), (라), (마)의 답 또한 불변이다.