

2022년 1학기 물리학 I: Quiz 2

김현철^{*1,†} and Hui-Jae Lee^{1,‡}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 402-751, Republic of Korea*

(Dated: Spring semester, 2022)

Abstract

주의: 단 한 번의 부정행위도 절대 용납하지 않습니다. 적발 시, 학점은 F를 받게 됨은 물론이고, 징계위원회에 회부합니다. One strike out임을 명심하세요.

문제는 다음 쪽부터 나옵니다.

Date: 2022년 3월 7일 (월) 15:30-16:15

학번:

이름:

* Office: 5S-436D (면담시간 매주s 화요일-16:00~20:00)

[†]Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

[‡]Electronic address: hjlee6674@inha.edu

문제 1 [20pt] 그림 3과 같이 크기가 각각 1, 2, 4인 세 벡터 \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} 가 같은 평면상에 놓여 있다. 벡터 \vec{A} 와 벡터 \vec{B} 는 서로 수직이고, 벡터 \vec{B} 와 벡터 \vec{C} 의 끼인각이 30° 일 때, 벡터 \vec{C} 는 벡터 \vec{A} 와 벡터 \vec{B} 를 사용하여

$$\vec{C} = \alpha \vec{A} + \beta \vec{B}$$

로 나타낼 수 있다. 두 상수 α 와 β 를 구하여라.

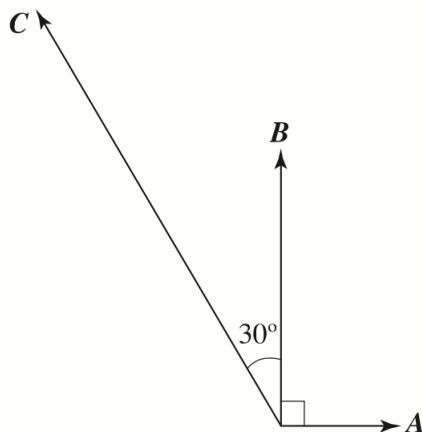


FIG. 1: 문제 1

해답 \vec{A} 와 \vec{B} 가 서로 수직이므로, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ 이다. 이는 다음을 의미한다.

$$\vec{C} \cdot \vec{A} = \alpha(\vec{A} \cdot \vec{A}) + \beta(\vec{B} \cdot \vec{A}) = \alpha|\vec{A}|^2 = \alpha$$

$$\vec{C} \cdot \vec{B} = \alpha(\vec{A} \cdot \vec{B}) + \beta(\vec{B} \cdot \vec{B}) = \beta|\vec{B}|^2 = 4\beta$$

스칼라곱의 정의를 이용하면 α 와 β 를 구할 수 있다. 스칼라곱의 정의는 다음과 같다.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta$$

이로부터 α 와 β 는 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\alpha = \vec{C} \cdot \vec{A} = |\vec{C}||\vec{A}| \cos 120^\circ = (4)(1) \left(-\frac{1}{2} \right) = -2$$

$$4\beta = \vec{C} \cdot \vec{B} = |\vec{C}||\vec{B}| \cos 30^\circ = (4)(2) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 4\sqrt{3}$$

따라서, $\alpha = -2$, $\beta = \sqrt{3}$ 이고 \vec{C} 는 다음과 같다.

$$\vec{C} = -2\vec{A} + \sqrt{3}\vec{B}$$

[문제 풀이 쪽]

문제 2 [10pt] 물리학자이자 의사였던 미공군 존 스탭(John P. Stapp) 대령은 제트기에서 조정사가 비상탈출을 했을 때 살아남을 수 있는지 직접 실험을 했다. 1954년 3월 19일, 그는 로켓을 단 차를 선로 위를 달릴 수 있도록 제작한 뒤, 1011 km/h의 속력으로 달렸다. 그리고 도착점에 거의 다 도달했을 때, 제동을 걸어 1.40 s만에 멈췄다.

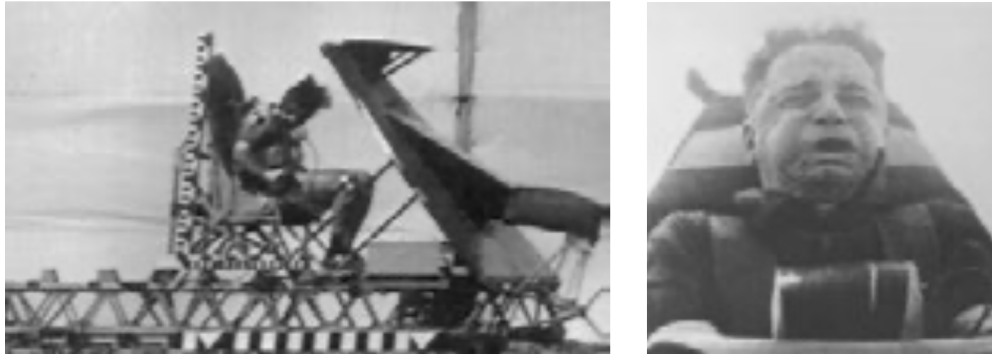


FIG. 2: 문제 2

(가) 스탭 대령이 경험한 음의 가속도(감속도)를 구하여라. 구한 가속도의 크기를 중력가속도 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ 로 나타내어라.

(나) 이 가속도를 받는 1.4 s 동안 스탭 대령이 간 거리는 얼마인가?

(이 실험으로 스탭 대령은 무릎뼈가 골절되고, 눈에 심각한 부상을 입어서 훗날 백내장으로 고생했다고 한다. 이 실험으로 스탭 대령은 자동차에 안전벨트를 도입하는 데 지대한 공을 세웠다.)

풀이

(가) 스탭 대령의 처음 속력은 1011 km/h 이고 정지하였으므로, 나중 속력은 0 km/h 이다. 걸린 시간 1.40 s 와 단위 환산을 고려하여 다음과 같이 평균 가속도의 크기를 계산할 수 있다.

$$a_{avg} = \left| \frac{(0 - 1011) \text{ km/h}}{1.40 \text{ s}} \right| \left(\frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} \right) = 2.60 \times 10^6 \text{ km/h}^2 \quad (1)$$

중력 가속도와 비교하기 위해, 단위를 바꾸어서 표현해보자.

$$\left(\frac{2.60 \times 10^6 \text{ km}}{\text{h}^2} \right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right)^2 = 201 \text{ m/s}^2 \quad (2)$$

중력 가속도의 크기를 $1g$ 라고 하면, 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$(201 \text{ m/s}^2) \left(\frac{1g}{9.80 \text{ m/s}^2} \right) = 20.5g \quad (3)$$

스텝 대령은 감속하면서 중력 가속도의 크기의 20.5배에 해당하는 가속력을 받았다.

(나) 처음 속력과 나중 속력, 평균 가속도를 알고 있으므로, 다음의 공식을 이용해 이동한 거리를 구할 수 있다.

$$v^2 = v_0^2 + 2a_{avg}(x - x_0) \quad (4)$$

나중 속력은 $v = 0 \text{ km/h}$, 처음 속력은 $v_0 = 1011 \text{ km/h}$, 평균 가속도의 크기는 $a_{avg} = 2.60 \times 10^6 \text{ km/h}^2$ 이다. 스텝 대령은 감속을 하였으므로, 가속력이 들어가는 항의 부호를 -로 바꿔주어야 한다. 감속을 시작한 지점을 시작점으로 생각하면, $x_0 = 0 \text{ km}$ 이다. x 를 구해보자.

$$0 = (1011 \text{ km/h})^2 - 2(2.60 \times 10^6 \text{ km/h}^2) \times x \quad (5)$$

편한 계산을 위해, 구하고자 하는 값을 제외한 모든 값을 반대쪽으로 넘기자.

$$x = \frac{(1011 \text{ km/h})^2}{2(2.60 \times 10^6 \text{ km/h}^2)} = 0.197 \text{ km} = 197 \text{ m} \quad (6)$$

스텝 대령은 감속하는 동안 197 m 만큼 이동했다.

[문제 풀이 쪽]

문제 3 [10pt] 어떤 전투기가 그림 2에서처럼 35 m의 높이에서 1 300 km/h의 속력으로 수평하게 날고 있다. $t = 0$ 에서 이 전투기는 $\theta = 4.3^\circ$ 의 각도로 기울어져 있는 언덕 위를 비행하기 시작했다. 만일 조종사가 이 전투기의 방향을 바꾸지 않는다면, 이 전투기는 언제 언덕과 충돌하게 되겠는가?

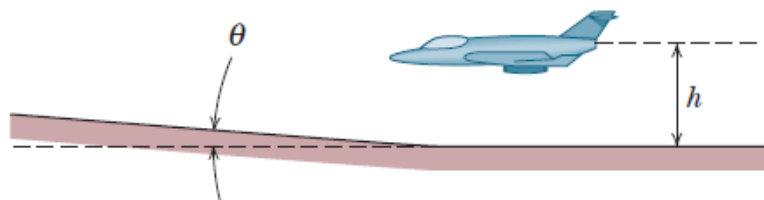


FIG. 3: 문제 1

풀이 전투기가 비행한 거리를 $d(t)$ 라 하고, 전투기가 위치한 언덕의 높이를 $s(t)$ 라 하면, d 와 s 사이에는 다음의 상관관계가 있다.

$$\tan 4.3^\circ = \frac{s(t)}{d(t)} \quad (7)$$

우리는 언덕의 높이가 35m 일 때, 전투기가 비행한 시간을 알고 싶다. 전투기가 등속 직선 운동한다고 가정하면, $d(t)$ 는 다음과 같다.

$$d(t) = \frac{1\,300\text{ km}}{1\text{ h}} \times t \quad (8)$$

식 (7) 에 지금까지 이야기 한 것들을 대입해보자.

$$(\tan 4.3^\circ) \left(\frac{1\,300\text{ km}}{1\text{ h}} \right) \left(\frac{1\text{ h}}{3\,600\text{ s}} \right) \left(\frac{1\,000\text{ m}}{1\text{ km}} \right) \times t = 35\text{ m} \quad (9)$$

단위를 고려하여 변환하고 구하고자 하는 변수 t 만 좌항에 남기면 다음과 같다.

$$(0.075) (360\text{ m/s}) \times t = 35\text{ m} \quad (10)$$

$$t = (35\text{ m}) \left(\frac{1\text{ s}}{360\text{ m}} \right) \left(\frac{1}{0.075} \right) = 1.3\text{ s} \quad (11)$$

전투기는 1.3 초 후에 충돌한다.

[문제 풀이 쪽]

문제 4 [20pt] 공사 중인 다리에서 볼트가 다리 아래 계곡으로 90 m 떨어진다.

(가) 낙하거리의 마지막 20% 지나는데 걸리는 시간을 구하여라.

(나) 볼트가 낙하거리의 마지막 20%를 들어설 때의 속력을 구하여라.

(다) 다리 아래 계곡에 도달할 때 볼트의 속력을 구하여라.

풀이

(가) 총 낙하 거리가 90 m 이므로, 낙하 거리의 20%는 18 m 이다. 바닥의 높이를 0 m 라 하면, 마지막 20%를 지나는데 걸리는 시간은 18 m 에서 0 m 에 도달하는데 걸리는 시간과 같다. 자유낙하 하는 물체의 높이 $y(t)$ 는 다음과 같다.

$$y(t) = y(0) + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (12)$$

볼트의 초기 높이는 90 m, 초기 속력은 0 m/s² 이다. 식에 대입하면,

$$y(t) = 90 \text{ m} - \left(\frac{1}{2}\right)(9.80 \text{ m/s}^2) \times t^2. \quad (13)$$

우리가 구하고자 하는 값은 시간이므로, 시간에 대해 표현하면 다음과 같다.

$$t = \sqrt{\frac{90 \text{ m} - y(t)}{4.90 \text{ m/s}^2}} \quad (14)$$

낙하 거리 18 m 와 0 m 에 도달하는데 걸리는 시간은 각각 다음과 같다.

$$t_{18 \text{ m}} = \sqrt{\frac{90 \text{ m} - 18 \text{ m}}{4.90 \text{ m/s}^2}} = \sqrt{\frac{72 \text{ m}}{4.90 \text{ m/s}^2}} = 3.8 \text{ s} \quad (15)$$

$$t_{0 \text{ m}} = \sqrt{\frac{90 \text{ m} - 0 \text{ m}}{4.90 \text{ m/s}^2}} = \sqrt{\frac{90 \text{ m}}{4.90 \text{ m/s}^2}} = 4.3 \text{ s} \quad (16)$$

18 m 에서 0 m 까지 이동하는데 걸리는 시간은 두 지점에 도달하는데 걸리는 시간의 차 이다.

$$t = t_{0 \text{ m}} - t_{18 \text{ m}} = 0.5 \text{ s} \quad (17)$$

마지막 20% 를 지나는데 걸린 시간은 0.5 초 이다.

(나) 식 (15) 로 부터, 낙하 거리 18 m 에 도달하는데 걸린 시간은 3.8 초 이다. 볼트는 자유 낙하 하는 운동이므로 중력 가속도를 가속도의 크기로 가지는 등가속도 운동을 한다.

$$v_{18\text{ m}} = g t_{18\text{ m}} = (9.80\text{ m/s}^2) (3.8\text{ s}) = 37\text{ m/s} \quad (18)$$

마지막 20% 에 들어설 때 볼트의 속력은 37 m/s 이다.

(다) 식 (16) 으로 부터, 낙하 거리 0 m 에 도달하는데 걸린 시간은 4.3 s 이다.

$$v_{0\text{ m}} = g t_{0\text{ m}} = (9.80\text{ m/s}^2) (4.3\text{ s}) = 42\text{ m/s} \quad (19)$$

다리 아래 계곡 즉, 0 m 에 도달할 때 볼트의 속력은 42 m/s 이다.

[문제 풀이 쪽]