

## 2022년 1학기 물리학 I: Quiz 12

김현철<sup>a,†</sup> and Lee Hui-Jae<sup>1,‡</sup>

<sup>1</sup>*Hadron Theory Group, Department of Physics,  
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*  
(Dated: Spring semester, 2022)

### 문제 1. (20 pt)

**풀이 :** 우선 지구 탈출속력을 구해보자. 탈출속력을  $v_e$ , 지구의 질량을  $M_\oplus$ , 발사체의 질량을  $m$ 이라고 하면 발사체가 지구 표면에 있을 때의 역학적 에너지  $E$ 는,

$$E = -\frac{GM_\oplus m}{R_\oplus} + \frac{1}{2}mv_e^2 = 0. \quad (1)$$

따라서 탈출속력  $v_e$ 는 다음과 같다.

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_\oplus}{R_\oplus}}. \quad (2)$$

발사체가 탈출속력의 1/2배의 속력으로 지구를 떠난다면 발사체가 지구 표면에 있을 때의 역학적 에너지  $E_1$ 는,

$$E_1 = -\frac{GM_\oplus m}{R_\oplus} + \frac{1}{8}mv_e^2 = -\frac{3GM_\oplus m}{4R_\oplus}. \quad (3)$$

발사체가 최대높이  $h$ 에 있을 때 발사체의 속력은 0이다. 따라서 역학적 에너지  $E_2$ 는,

$$E_2 = -\frac{GM_\oplus m}{h}. \quad (4)$$

에너지 보존 법칙에 의해,

$$E_1 = E_2, \quad -\frac{3GM_\oplus m}{4R_\oplus} = -\frac{GM_\oplus m}{h}. \quad (5)$$

그러므로 최대높이  $h$ 는 다음과 같다.

$$h = \frac{4}{3}R_\oplus. \quad (6)$$

### 문제 2. (40 pt)

**풀이 :** 중첩 원리에 의해 물체  $m$ 에 작용하는 중력의 크기는 속이 찻을 때 작용하는 중력에 공동 만큼의 물체에 의한 중력을 뺀 값과 같다. 물체  $M$ 의 밀도를  $\rho$ 라고 하면,

$$M = \frac{4}{3}R^3\rho, \quad \rho = \frac{3M}{4R^3}. \quad (7)$$

공동 만큼의 물체의 질량을  $M'$ 이라고 하면,

$$M' = \frac{4}{3}\left(\frac{1}{2}R\right)^3\rho = \frac{1}{8}M. \quad (8)$$

---

<sup>a</sup> Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

<sup>†</sup> hchkim@inha.ac.kr

<sup>‡</sup> hjlee6674@inha.edu

속이 찾을 때 중력을  $F_1$ 라고 하자.  $F_1$ 은,

$$F_1 = \frac{GMm}{d} \quad (9)$$

공동 만큼의 중력을  $F_2$ 라고 하면  $F_2$ 는,

$$F_2 = \frac{GM'm}{d - \frac{1}{2}R} = \frac{GMm}{8d - 4R}. \quad (10)$$

위에서 말했듯이 실제 중력  $F$ 은 속이 찾을 때의 중력  $F_1$ 에 공동 만큼의 물체에 의한 중력  $F_2$ 를 뺀 값과 같다.

$$F = F_1 - F_2. \quad (11)$$

따라서,

$$F = GMm \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{8d - 4R} \right). \quad (12)$$

$G = 6.67430 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$  이므로 수치들을 모두 대입하고 계산해보자.

$$\begin{aligned} F &= (6.67430 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) (2.95 \text{ kg})(0.431 \text{ kg}) \left( \frac{1}{9.00 \text{ cm}} - \frac{1}{8(9.00 \text{ cm}) - 4(4.00 \text{ cm})} \right) \\ &= 7.91 \times 10^{-10} \text{ N}. \end{aligned} \quad (13)$$

물체  $m$ 에 미치는 중력은  $7.91 \times 10^{-10} \text{ N}$ 이다.

### 문제 3. (30pt)

**풀이 :** 상대론적 효과는 고려하지 않는다고 하자. 중성자별 질량을  $m$ , 반지름을  $r$ , 별이 서로 떨어진 거리를  $d$ 라 하자. 한 별 위에서 관측한다고 하면 즉, 두 별 중 하나에 대해 정지해 있는 좌표계에서 서술한다고 하면 다른 별의 운동에 대해서만 생각하면 된다. 편의상 정지해 있는 별을 별1, 움직이는 별을 별2라 하자. 별2가 가진 처음 역학적 에너지를  $E_1$ 라고 하면,

$$E_1 = -\frac{Gm^2}{d}. \quad (14)$$

거리가 처음의 반일 때 별2의 속력을  $v_2$ 라 하면 별2의 역학적 에너지  $E_2$ 는,

$$E_2 = -\frac{2Gm^2}{d} + \frac{1}{2}mv_2^2. \quad (15)$$

에너지 보존 법칙에 의해 별2의 역학적 에너지는 보존되므로,

$$E_1 = E_2, \quad -\frac{Gm^2}{d} = -\frac{2Gm^2}{d} + \frac{1}{2}mv_2^2. \quad (16)$$

속력  $v_2$ 에 대해 정리하여 속력  $v_2$ 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} v_2 &= \sqrt{\frac{2Gm}{d}} = \sqrt{\frac{2(6.67430 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(1.0 \times 10^{30} \text{ kg})}{(1.0 \times 10^{10} \text{ m})}} \\ &= 1.2 \times 10^5 \text{ m/s}. \end{aligned} \quad (17)$$

별 사이 거리가 처음의 반일 때 별2의 속력은  $1.2 \times 10^5 \text{ m/s}$ 이다. 맨 처음 두 별에게 정지해 있던 좌표계에서 관측하면 각 별의 속력은  $5.8 \times 10^4 \text{ m/s}$ 이다.

충돌 직전이면 두 별 사이 거리가  $2r$ 인 상태이다. 이 때 별2의 속력을  $v_3$ 라 하면 별2의 역학적 에너지  $E_3$ 는,

$$E_3 = -\frac{Gm^2}{2r} + \frac{1}{2}mv_3^2 \quad (18)$$

에너지 보존 법칙에 의해 처음 역학적 에너지와 나중 역학적 에너지가 같으므로,

$$E_1 = E_3, \quad -\frac{Gm^2}{d} = -\frac{Gm^2}{2r} + \frac{1}{2}mv_3^2 \quad (19)$$

속력  $v_3$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} v_3 &= \sqrt{Gm \left( \frac{d-2r}{rd} \right)} \\ &= \sqrt{(6.6743 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2)(1.0 \times 10^{30} \text{ kg}) \left( \frac{(1.0 \times 10^{10} \text{ m}) - 2(1.0 \times 10^5 \text{ m})}{(1.0 \times 10^5 \text{ m})(1.0 \times 10^{10} \text{ m})} \right)} \\ &= 2.6 \times 10^7 \text{ m/s}. \end{aligned} \quad (20)$$

별끼리 충돌 직전일 때 별2의 속력은  $2.6 \times 10^7 \text{ m/s}$ 이다. 맨 처음 두 별에게 정지해 있던 좌표계에서 관측하면 각 별의 속력은  $1.3 \times 10^7 \text{ m/s}$ 이다.

#### 문제 4. (40pt)

**풀이 :** 각 물체에 대한 자유 물체 다이어그램, 운동 방정식.

$$\begin{aligned} m_1 : \sum F &= m_1 a_1 = T_1 - m_1 g, \\ m_2 : \sum F &= m_2 a_2 = T_2 - m_2 g. \end{aligned} \quad (21)$$

장력은 같아야 하고 두 상자는 한 줄로 연결되어 있으므로,

$$T = T_1 = T_2, \quad a_1 = -a_2. \quad (22)$$

각 상자의 가속도

$$a_1 = \frac{T - m_1 g}{m_1}, \quad a_2 = \frac{T - m_2 g}{m_2} \quad (23)$$

(가) 이동거리  $s = 75.0 \text{ cm}$ , 걸린 시간  $t = 5.00 \text{ 초}$ , 초기 속력  $v_0 = 0 \text{ m/s}$

$$s = \frac{1}{2}a_1 t^2, \quad a_1 = \frac{2s}{t^2}. \quad (24)$$

(나) 식 (22), (23)으로 부터,

$$\frac{T - m_1 g}{m_1} = -\frac{T - m_2 g}{m_2}, \quad T = \frac{2m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} \quad (25)$$

(다) 가속도  $a$ , 각가속도  $\alpha$ ,

$$\alpha = \frac{a}{R} \quad (26)$$

줄이 미끄러지지 않으므로 도르래는 줄과 함께 회전한다. 식 (23), (25)로 부터,

$$a = a_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g \quad (27)$$

(라)