

2022년 1학기 물리학 I: Quiz 5

김현철^{*1,†}

*¹Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Spring semester, 2022)

Abstract

주의: 단 한 번의 부정행위도 절대 용납하지 않습니다. 적발 시, 학점은 F를 받게 됨은 물론이고, 징계위원회에 회부합니다. One strike out임을 명심하세요.

문제는 다음 쪽부터 나옵니다.

Date: 2021년 3월 16일 (수) 15:30-16:15

학번:

이름:

* Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

†Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

문제 1 [10pt] 세 권의 책(X, Y, Z)이 책상 위에 놓여 있다. X의 무게는 4.00 N, Y의 무게는 5.00 N, Z의 무게는 10.0 N이다. Y에 작용하는 알짜힘은 얼마인가?

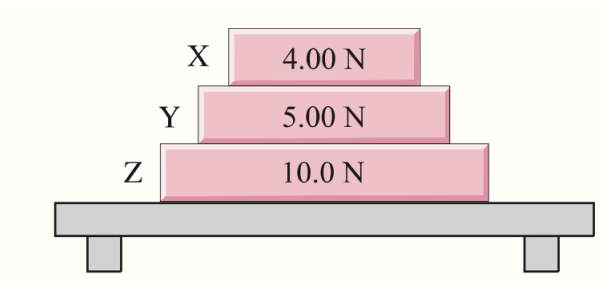


FIG. 1: 문제 1

해답 책 Y 는 정지해 있으므로, 책 Y 에 작용하는 알짜힘은 0 N 이다.

문제 2 [10pt] 화물이 실린 어떤 비행기의 무게는 2.75×10^6 N이다. 이 비행기의 엔진 추진력이 6.35×10^6 N이라면 최저 이륙속력인 285 km/h에 도달하기 위해 필요한 활주로의 길이는 최소 얼마인가?

해답 비행기의 무게는 비행기의 질량에 중력 가속도의 크기를 곱한 값과 같다.

$$W = mg, \quad m = \frac{W}{g} \quad (1)$$

비행기가 엔진에 의해 가속될 때, 그 가속도의 크기는 다음과 같다.

$$a = \frac{F}{m} = \frac{Fg}{W} \quad (2)$$

비행기가 가속되는 동안, 질주한 거리와 그 때의 속력은 다음의 관계에 있다.

$$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0) \quad (3)$$

초기 조건이 $x_0 = 0$, $v_0 = 0$ 로 주어진다면, 식 (3) 으로부터, 속력이 285 km/h 에 도달할 때까지 질주한 거리를 알 수 있다.

$$v^2 = 2ax = 2 \frac{Fg}{W} x, \quad x = \frac{2Wv^2}{Fg} \quad (4)$$

질주한 거리는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{2Wv^2}{Fg} = \frac{2(2.75 \times 10^6 \text{ N})(285 \text{ km/h})^2}{(6.35 \times 10^6 \text{ N})(9.80 \text{ m/s}^2)} \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right)^2 \\
 &= \frac{(7180)(1000)}{(3600)^2} \text{ km} \\
 &= 0.554 \text{ km} \\
 &= 554 \text{ m}
 \end{aligned} \tag{5}$$

비행기가 질주한 거리 즉, 최저 이륙속력에 도달하기 위해 필요한 활주로의 길이는 554 m 이다.

문제 3 [15pt] 그림 2에서처럼 쓸림이 없는 식탁 위에 레몬이 놓여있다. 이 레몬에 가해지는, 수평 방향의 힘 세 개 힘 중에서 두 개 \vec{F}_1 , \vec{F}_2 가 표시되어 있다. 힘 \vec{F}_1 의 크기는 6.00 N 이고, $\theta_1 = 30.0^\circ$, \vec{F}_2 의 크기는 7.00 N, $\theta_2 = 30.0^\circ$ 이다.

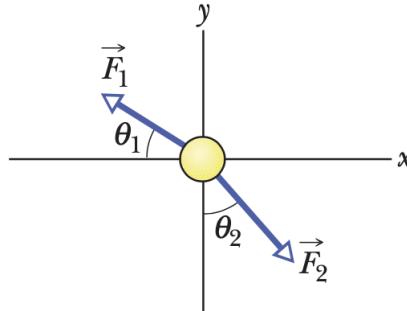


FIG. 2: 문제 3

(가) 레몬이 정지해 있으려면,

(나) 레몬이 일정한 속도 $\vec{v} = (13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ m/s}$ 로 움직이려면,

(다) 레몬이 속도 $\vec{v} = (13.0t\hat{i} - 14.0t\hat{j}) \text{ m/s}$ 로 움직이려면,

세 번째 힘은 어떻게 주어져야 하는가? 각각의 경우에 힘을 단위벡터로 표현하여 나타내어라.

해답

(가) 레몬이 정지해 있기 위해서는 레몬에 작용하는 알짜힘이 0 N 이어야 한다. 정지해 있는 레몬에 작용하는 알짜힘은 다음과 같다.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \quad (6)$$

알짜힘의 x 성분과 y 성분은 각각 0 이다.

$$\begin{aligned} \sum F_x &= F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} = 0 \\ \sum F_y &= F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

\vec{F}_1 과 \vec{F}_2 는 $+x$ 축을 기준으로 각각 $180^\circ - \theta_1$, $270^\circ + \theta_2$ 만큼 떨어져 있으므로, x 성분은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} &= |\vec{F}_1| \cos(180^\circ - \theta_1) + |\vec{F}_2| \cos(270^\circ + \theta_2) + F_{3x} \\ &= -|\vec{F}_1| \cos \theta_1 + |\vec{F}_2| \sin \theta_2 + F_{3x} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} &= |\vec{F}_1| \sin(180^\circ - \theta_1) + |\vec{F}_2| \sin(270^\circ + \theta_2) + F_{3y} \\ &= |\vec{F}_1| \sin \theta_1 - |\vec{F}_2| \cos \theta_2 + F_{3y} = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

따라서, F_{3x} 와 F_{3y} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_{3x} &= |\vec{F}_1| \cos \theta_1 - |\vec{F}_2| \sin \theta_2 = 6 \cos 30.0^\circ - 7 \sin 30.0^\circ \\ &= \frac{6\sqrt{3}}{2} - \frac{7}{2} = 1.70 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} F_{3y} &= -|\vec{F}_1| \sin \theta_1 + |\vec{F}_2| \cos \theta_2 = -6 \sin 30.0^\circ + 7 \cos 30.0^\circ \\ &= -\frac{6}{2} + \frac{7\sqrt{3}}{2} = 3.06 \end{aligned} \quad (11)$$

\vec{F}_3 을 단위벡터로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{F}_3 = (1.70\hat{i} + 3.06\hat{j}) \text{ N} \quad (12)$$

(나) 레몬이 일정한 속도 $\vec{v} = (13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ m/s}$ 로 움직일 때 레몬의 가속도는 다음과 같다.

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \sum \vec{F} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \quad (13)$$

즉, 알짜힘은 $\vec{0}$ 이고, 이는 정지해 있는 경우와 같다. 따라서, 일정한 속도로 움직이기 위해 세 번째 힘은 다음과 같이 주어져야 한다.

$$\vec{F}_3 = (1.70\hat{i} + 3.06\hat{j}) \text{ N} \quad (14)$$

(다) 레몬이 속도 $\vec{v} = (13.0t\hat{i} - 14.0t\hat{j}) \text{ m/s}$ 로 움직일 때, m 을 레몬의 질량이라고 하면 레몬의 가속도와 레몬에 가해지는 알짜힘은 다음과 같다.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = (13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ m/s}^2, \quad \sum \vec{F} = m\vec{a} = m(13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ N} \quad (15)$$

이 알짜힘은 정지해 있는 레몬에 $m(13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ N}$ 만큼의 힘을 가한 것과 같다. 따라서, $\vec{v} = (13.0t\hat{i} - 14.0t\hat{j}) \text{ m/s}$ 로 움직일 때 레몬에 가해지는 알짜힘은 다음과 같다.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = m(13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ N} \quad (16)$$

식 (12) 에 의해,

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -(1.70\hat{i} + 3.06\hat{j}) \text{ N}. \quad (17)$$

최종적으로, \vec{F}_3 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{F}_3 &= -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2) + m(13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ N} \\ &= (1.70\hat{i} + 3.06\hat{j}) \text{ N} + m(13.0\hat{i} - 14.0\hat{j}) \text{ N} \\ &= ((1.70 + 13.0m)\hat{i} + (3.06 - 14.0m)\hat{j}) \text{ N} \end{aligned} \quad (18)$$

문제 4 [15pt] 질량이 1.0×10^{-4} kg인 공이 줄에 매달려 있다. 수평방향으로 불어오는 일정한 세기의 산들바람이 공을 밀어 줄이 수직과 45° 를 이루었다.

(가) 미는 힘의 크기를 구하여라.

(나) 줄의 장력을 구하여라.

해답

(가) 산들바람이 공을 미는 힘을 \vec{D} , 공에 작용하는 중력을 \vec{W} 그리고 공에 작용하는 장력을 \vec{T} 라 하자. \vec{W} 는 다음과 같다.

$$\vec{W} = m\vec{g} = -(1.0 \times 10^{-4} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \hat{j} \quad (19)$$

공은 정지해 있으므로, 공에 작용하는 알짜힘은 $\vec{0}$ 이다.

$$\sum \vec{F} = \vec{W} + \vec{D} + \vec{T} = \vec{0} \quad (20)$$

공에 각 방향으로 작용하는 알짜힘의 크기는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F_x &= |\vec{D}| - |\vec{T}| \cos 45^\circ \\ &= |\vec{D}| - \frac{\sqrt{2}}{2} |\vec{T}| = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} F_y &= |\vec{W}| - |\vec{T}| \sin 45^\circ \\ &= (1.0 \times 10^{-4} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) - \frac{\sqrt{2}}{2} |\vec{T}| = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

식 (21) 와 식 (22) 에 의해,

$$\begin{aligned} |\vec{D}| &= \frac{\sqrt{2}}{2} |\vec{T}| = (1.0 \times 10^{-4} \text{ kg})(9.80 \text{ m/s}^2) \\ &= 9.8 \times 10^{-4} \text{ N}, \end{aligned} \quad (23)$$

미는 힘의 크기는 9.8×10^{-4} N 이다.

(나) 식 (20) 에 의해 줄의 장력 \vec{T} 는 다음과 같다.

$$\vec{T} = -\vec{D} - \vec{W} \quad (24)$$

\vec{D} 는 수평 방향으로만 작용하므로 단위벡터로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{D} = (9.8 \times 10^{-4} \hat{i}) \text{ N} \quad (25)$$

따라서, 장력 \vec{T} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \vec{T} &= -\vec{D} - \vec{W} \\ &= -(9.8 \times 10^{-4} \hat{i}) \text{ N} + (9.8 \times 10^{-4} \hat{j}) \text{ N} \\ &= (-9.8 \times 10^{-4} \hat{i} + 9.8 \times 10^{-4} \hat{j}) \text{ N} \end{aligned} \quad (26)$$

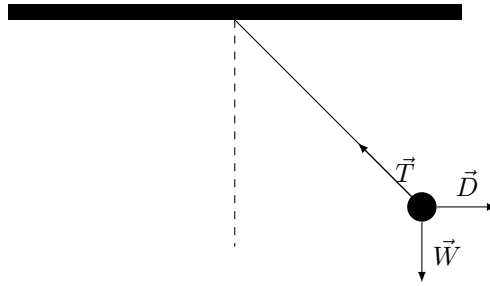


FIG. 3: 문제 4