

2022년 1학기 물리학 I: Quiz 2

Hui-Jae Lee^{1,*} and 김현철^{†1,‡}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Spring semester, 2022)

Abstract

주의: 단 한 번의 부정행위도 절대 용납하지 않습니다. 적발 시, 학점은 F를 받게 됨은 물론이고, 징계위원회에 회부합니다. One strike out임을 명심하세요.

문제는 다음 쪽부터 나옵니다.

Date: 2022년 3월 7일 (월) 15:30-16:15

학번:

이름:

[†] Office: 5S-436D (면담시간 매주s 화요일-16:00~20:00)

^{*}Electronic address: hjlee6674@inha.edu

[‡]Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

문제 1 [20pt] 그림 3과 같이 크기가 각각 1, 2, 4인 세 벡터 \vec{A} , \vec{B} , \vec{C} 가 같은 평면상에 놓여 있다. 벡터 \vec{A} 와 벡터 \vec{B} 는 서로 수직이고, 벡터 \vec{B} 와 벡터 \vec{C} 의 끼인각이 30° 일 때, 벡터 \vec{C} 는 벡터 \vec{A} 와 벡터 \vec{B} 를 사용하여

$$\vec{C} = \alpha \vec{A} + \beta \vec{B}$$

로 나타낼 수 있다. 두 상수 α 와 β 를 구하여라.

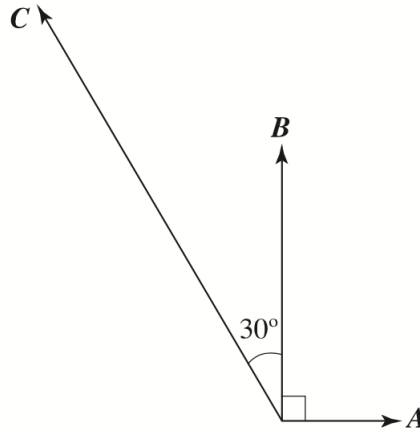


FIG. 1: 문제 1

해답 \vec{A} 와 \vec{B} 가 서로 수직이므로, $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$ 이다. 이는 다음을 의미한다.

$$\vec{C} \cdot \vec{A} = \alpha(\vec{A} \cdot \vec{A}) + \beta(\vec{B} \cdot \vec{A}) = \alpha|\vec{A}|^2 = \alpha$$

$$\vec{C} \cdot \vec{B} = \alpha(\vec{A} \cdot \vec{B}) + \beta(\vec{B} \cdot \vec{B}) = \beta|\vec{B}|^2 = 4\beta$$

스칼라곱의 정의를 이용하면 α 와 β 를 구할 수 있다. 스칼라곱의 정의는 다음과 같다.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta$$

이로부터 α 와 β 는 다음과 같이 표현이 가능하다.

$$\alpha = \vec{C} \cdot \vec{A} = |\vec{C}||\vec{A}| \cos 120^\circ = (4)(1) \left(-\frac{1}{2} \right) = -2$$

$$4\beta = \vec{C} \cdot \vec{B} = |\vec{C}||\vec{B}| \cos 30^\circ = (4)(2) \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 4\sqrt{3}$$

따라서, $\alpha = -2$, $\beta = \sqrt{3}$ 이고 \vec{C} 는 다음과 같다.

$$\vec{C} = -2\vec{A} + \sqrt{3}\vec{B}$$

문제 2 [10pt] 물리학자이자 의사였던 미공군 존 스탭(John P. Stapp) 대령은 제트기에서 조종사가 비상탈출을 했을 때 살아남을 수 있는지 직접 실험을 했다. 1954년 3월 19일, 그는 로켓을 단 차를 선로 위를 달릴 수 있도록 제작한 뒤, 1011 km/h의 속력으로 달렸다. 그리고 도착점에 거의 다 도달했을 때, 제동을 걸어 1.40 s만에 멈췄다.

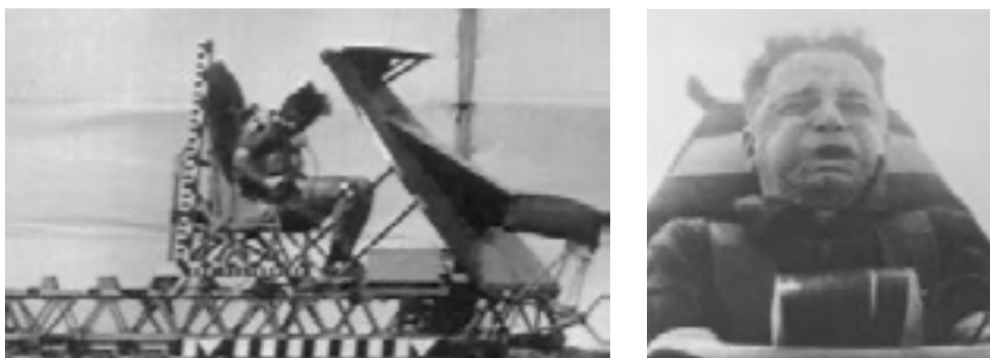


FIG. 2: 문제 2

(가) 스탭 대령이 경험한 음의 가속도(감속도)를 구하여라. 구한 가속도의 크기를 중력가속도 $g = 9.80 \text{ m/s}^2$ 로 나타내어라.

(나) 이 가속도를 받는 1.4 s 동안 스탭 대령이 간 거리는 얼마인가?

(이 실험으로 스탭 대령은 무릎뼈가 골절되고, 눈에 심각한 부상을 입어서 훗날 백내장으로 고생했다고 한다. 이 실험으로 스탭 대령은 자동차에 안전벨트를 도입하는 데 지대한 공을 세웠다.)

풀이 (가) 스탭 대령의 처음 속력은 1011 km/h 이고 정지하였으므로, 나중 속력은 0 km/h 이다. 걸린 시간 1.40 s 와 단위 환산을 고려하여 다음과 같이 평균 가속도를 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} a_{\text{avg}} &= \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{(0 - 1011) \text{ km/h}}{(1.4 - 0) \text{ s}} \\ &= - \left(\frac{(722.143 \text{ km/s})}{1 \text{ h}} \right) \left(\frac{1000 \text{ s}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = -(2.0 \times 10^2) \text{ m/s}^2 \end{aligned} \quad (1)$$

이 된다. 따라서 평균가속도의 크기는

$$|a_{\text{avg}}| = (2.0 \times 10^2) \text{ m/s}^2$$

이 된다.

중력 가속도의 크기를 g 라고 하면, 평균가속도의 크기는

$$a_{\text{avg}} = (200.6 \text{ m/s}^2) \left(\frac{1 g}{9.80 \text{ m/s}^2} \right) = 20 g \quad (2)$$

스텝 대령은 감속하면서 중력 가속도의 크기의 약 20배에 달하는 가속도를 받았다.

(나) 처음 속력과 나중 속력, 평균 가속도를 알고 있으므로, 다음의 공식을 이용해 이동한 거리를 구할 수 있다.

$$v^2 = v_0^2 + 2a_{\text{avg}}(x - x_0) \quad (3)$$

여기서 v_0 는

$$v_0 = (1011 \text{ km/h}) \left(\frac{1000 \text{ s}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 280 \text{ m/s}$$

이다. 따라서 $x - x_0$ 는

$$x - x_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2a_{\text{avg}}} = \frac{-(280.8)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{2(-200.6) \text{ m/s}^2} = 2.0 \times 10^2 \text{ m}$$

이동하였다.

문제 3 [10pt] 어떤 전투기가 그림 2에서처럼 35 m의 높이에서 1300 km/h의 속력으로 수평하게 날고 있다. $t = 0$ 에서 이 전투기는 $\theta = 4.3^\circ$ 의 각도로 기울어져 있는 언덕 위를 비행하기 시작했다. 만일 조종사가 이 전투기의 방향을 바꾸지 않는다면, 이 전투기는 언제 언덕과 충돌하게 되겠는가?

풀이 전투기가 일정한 속도로 움직이고 있으므로 t 초 동안 비행기가 움직인 거리는 속도와

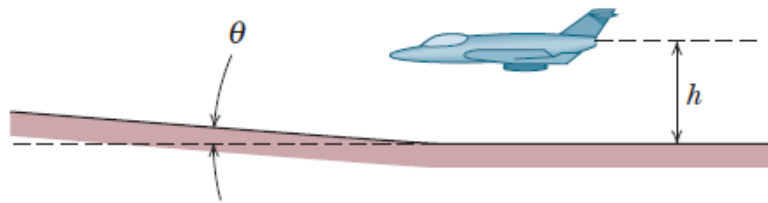


FIG. 3: 문제 1

시간의 곱으로 구할 수 있다.

$$\ell = vt = (1300 \text{ km/h})t \quad (4)$$

전투기의 비행높이를 h 라고 하면, h 와 전투기가 이동한 거리 ℓ 의 관계식은 탄젠트 함수로 주어진다.

$$\tan \theta = \frac{h}{\ell} = \frac{h}{vt}, \quad \text{또는} \quad t = \frac{h}{v \tan \theta} \quad (5)$$

경사면의 각도가 4.3° 이고 $h = 3.5 \text{ m}$ 이므로 유효숫자를 고려하여 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} t &= \frac{(3.5 \text{ m})}{(1300 \text{ km/h})(\tan 4.3^\circ)} \\ &= \frac{(3.5 \times 10^{-3} \text{ km})}{(1.3 \times 10^3 \text{ km/h})(0.075)} \\ &= 3.6 \times 10^{-4} \text{ h} = (3.6 \times 10^{-4} \text{ h}) \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 1.3 \text{ s} \end{aligned} \quad (6)$$

즉 전투기는 약 1.3초 후 언덕과 충돌한다.

FIG. 4: 문제 2 풀이

문제 4 [20pt] 공사 중인 다리에서 볼트가 다리 아래 계곡으로 90 m 떨어진다.

(가) 낙하거리의 마지막 20% 지나는데 걸리는 시간을 구하여라.

(나) 볼트가 낙하거리의 마지막 20%를 들어설 때의 속력을 구하여라.

(다) 다리 아래 계곡에 도달할 때 볼트의 속력을 구하여라.

풀이 (가) 초기 속도 $v_0 = 0$ 이므로, 볼트의 자유낙하는

$$y - y_0 = -\frac{1}{2}gt^2$$

이 기술한다. $y_0 = 0$, $y = -90$ m이므로, $y - y_0 = -90$ m이다. 볼트가 $y - y_0$ 의 80%에 이르렀을 때 거리는 $(0.8)(-90)$ m = -72 m이므로 여기까지 도달하는 데 걸린 시간 τ 는

$$-72 \text{ m} = -\frac{g}{2}\tau^2$$

이 되고,

$$\tau = \sqrt{\frac{(2)(72 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}} = 3.83 \text{ s}$$

이다. 그런데 -90 m E떠러지는 데까지 걸린 시간 t 는

$$t = \sqrt{\frac{2(y_0 - y)}{g}} = \sqrt{\frac{(2)(90 \text{ m})}{9.8 \text{ m/s}^2}} = t = 4.29 \text{ s}$$

이다. 따라서 볼트가 마지막 구간 20%를 지나는 데 걸린 시간은

$$t' = t - \tau = (3.83 - 4.29) \text{ s} = 0.45 \text{ s}$$

이다.

(나) 볼트가 마지막 남은 20% 구간에 들어설 때 속도 v 는

$$\vec{v} = -g\tau\hat{j} = -(9.80 \text{ m/s}^2)(3.83 \text{ s})\hat{j} \approx 38 \text{ m/s}\hat{j}$$

가 되므로 속력은

$$v = |\vec{v}| = 38 \text{ m/s}$$

이다.

(다) 마찬가지로 방법으로 볼트가 바닥에 도달할 때 속도는

$$\vec{v}_f = -gt\hat{\mathbf{j}} = -(9.80 \text{ m/s}^2)(4.29 \text{ s})\hat{\mathbf{j}} = -42 \text{ m/s}\hat{\mathbf{j}}$$

이고 속력은

$$v_f = |\vec{v}_f| = 42 \text{ m/s}$$

가 된다.