

2022년 1학기 물리학 I: Quiz 6

김현철^{*1,†}

¹*Hadron Theory Group, Department of Physics,
Inha University, Incheon 22212, Republic of Korea*

(Dated: Spring semester, 2022)

Abstract

주의: 단 한 번의 부정행위도 절대 용납하지 않습니다. 적발 시, 학점은 F를 받게 됨은 물론이고, 징계위원회에 회부합니다. One strike out임을 명심하세요.

문제는 다음 쪽부터 나옵니다.

Date: 2022년 3월 21일 (월) 15:30-16:15

학번:

이름:

* Office: 5S-436D (면담시간 매주 화요일-16:00~20:00)

†Electronic address: hchkim@inha.ac.kr

문제 1 [20pt] 그림 1에서처럼 정지 상태에 있는 세 개의 블록을 가만히 놓았다. 이 세 블록은 0.500 m/s^2 으로 가속한다. 블록 1은 질량이 M 이고, 블록 2는 $2M$, 블록 3은 $2M$ 이다. 블록 2와 수평면 사이의 운동마찰계수를 구하여라.

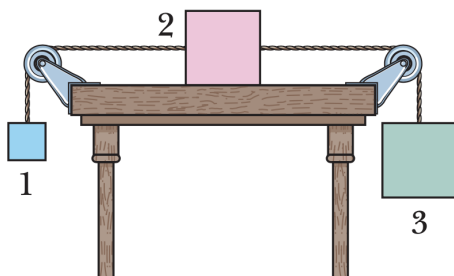


FIG. 1: 문제 1

풀이 블록 1과 블록 3에 작용하는 중력의 크기를 각각 F_1 , F_2 라고 하면,

$$F_1 = Mg, \quad F_2 = 2Mg \quad (1)$$

이다. 오른쪽을 양의 방향이라 하면 블록 1, 2, 3 에 수평 방향으로 작용하는 힘 F_{3x} 는 다음과 같다.

$$F_{3x} = 2Mg - Mg - f_k = Mg - f_k, \quad (2)$$

f_k 는 마찰력이다. 블록 2 에 작용하는 수직 항력을 N 이라 하면,

$$f_k = \mu_k N. \quad (3)$$

블록 2에 수직 방향으로 작용하는 힘은 오직 중력 뿐 이므로,

$$N = 2Mg = 2M \times (9.80 \text{ m/s}^2). \quad (4)$$

따라서, 블록 1, 2, 3 에 작용하는 합력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sum F &= Mg - f_k = Mg - \mu_k N \\ &= 5Ma = 5M \times (0.500 \text{ m/s}^2) \end{aligned} \quad (5)$$

운동 마찰 계수 μ_k 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mu_k &= \frac{Mg - 5M \times (0.500 \text{ m/s}^2)}{N} \\ &= \frac{M \times ((9.80 \text{ m/s}^2) - (2.50 \text{ m/s}^2))}{2M \times (9.80 \text{ m/s}^2)} \\ &= 0.372\end{aligned}\tag{6}$$

운동 마찰 계수는 0.372 이다.

문제 2 [10pt] 프라이팬과 달걀 사이의 정지마찰계수는 $\mu_s = 0.04$ 이다. 이 달걀이 프라이팬에서 미끄러지려면 프라이팬은 수평면으로부터 몇 도 기울어져야 하는가?

풀이 프라이팬과 수평면이 이루는 각도를 θ 라고 하자. 달걀에 작용하는 힘을 프라이팬에 수직인 방향과 프라이팬에 평행한 방향으로 분해할 수 있다. 힘의 수직인 방향 성분을 F_v , 평행한 방향 성분을 F_p 이라고 하면,

$$F_v = mg \cos \theta, \quad F_p = mg \sin \theta\tag{7}$$

이 달걀에 작용하는 수직항력은 F_v 의 반작용이므로 정지 마찰력 f_s 는,

$$\begin{aligned}f_s &= \mu_s N = \mu_s F_v \\ &= \mu_s mg \cos \theta.\end{aligned}\tag{8}$$

달걀을 미끄러지게 하는 힘은 F_p 이고 정지 마찰력 f_s 는 이 힘과 반대 방향으로 작용한다. 달걀이 미끄러지기 위해서는 미끄러지게 하는 힘이 정지 마찰력 보다 커야한다. 즉,

$$F_p > f_s\tag{9}$$

이어야 한다. 따라서,

$$mg \sin \theta > \mu_s mg \cos \theta\tag{10}$$

를 만족하는 가장 작은 θ 는 다음과 같이 구한다.

$$\frac{1}{\mu_s} = \frac{1}{0.04} > \cot \theta. \quad (11)$$

양변에 \cot^{-1} 을 가해주면,

$$\theta < \cot^{-1} \left(\frac{1}{0.04} \right) \approx 2.30^\circ \quad (12)$$

이므로 경사각이 2.30° 보다 커지면 달걀이 미끄러진다.

문제 3 [20pt] 짐을 실은 승강기의 총 질량이 1600 kg 이다. 초속도 2.00 m/s 로 내려오던 승강기가 어느 순간부터 일정한 가속도로 감속하여 5.00 m 더 간 후 정지하였다. 정지하기 까지 승강기를 연결한 줄의 장력은 얼마인가? (단, 중력가속도는 9.80 m/s^2 이다.)

풀이 승강기는 어느 순간 부터 속력이 줄어드는 등가속도 운동을 하였으므로 승강기에 가해진 가속도의 크기는 다음과 같다.

$$-2as = v^2 - v_0^2, \quad a = \frac{v_0^2 - v^2}{2s} \quad (13)$$

승강기에 작용한 힘은 줄의 장력과 중력이다. 장력을 T 라고 하면 승강기에 작용한 합력은,

$$\sum F = ma = T - mg, \quad T = m(a + g) \quad (14)$$

따라서 장력은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} T &= m(a + g) \\ &= (1600 \text{ kg}) \left(\frac{(2.00 \text{ m/s})^2}{2(5.00 \text{ m})} + 9.80 \text{ m/s}^2 \right) \\ &= 16300 \text{ N} \end{aligned} \quad (15)$$

승강기에 작용한 줄의 장력은 16300 N 이다.

문제 4 [40pt] (난이도 상) 질량이 각각 $m = 16 \text{ kg}$, $M = 88 \text{ kg}$ 인 두 블록이 있다. 그림 2처럼 힘 \vec{F} 를 가해 블록 m 을 블록 M 에 맞닿아 있도록 했다. 이 두 블록 사이의 정지마찰계수는 $\mu_s = 0.38$ 이다. 블록 M 이 놓여있는 수평면과 M 사이에는 쓸림이 없다. 블록 m 이 블록 M 에서 미끄러져 내려오지 않도록 하는 데 필요한 최소힘 \vec{F} 를 구하여라.

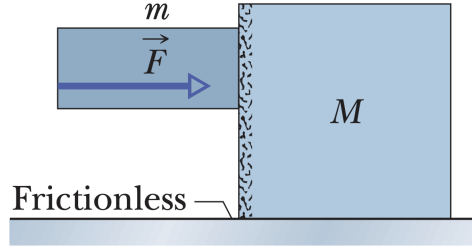


FIG. 2: 문제 4

풀이 우선, 블록 M 이 고정되어 움직이지 않을 때 블록 m 이 떨어지지 않기 위한 최소한의 힘을 \vec{F}_0 라고 하자. 이 때는 수직항력이 \vec{F}_0 이고 물체를 끄는 힘이 중력이므로 블록 m 이 움직이지 않기 위해서는,

$$\mu_s |\vec{F}_0| = mg, \quad |\vec{F}_0| = \frac{mg}{\mu_s} \quad (16)$$

이어야 한다. 블록 M 은 움직일 수 있으므로 \vec{F} 가 블록 M 을 움직이도록 하기도 한다. 두 블록은 같이 움직이므로 힘 \vec{F} 가 가해질 때 가속도는,

$$a = \frac{|\vec{F}|}{M + m} \quad (17)$$

이다. 블록 M 이 가속하는 원인은 블록 m 이 밀어주는 힘이고 뉴턴의 제 3 법칙에 의해 블록 M 은 블록 m 에게 같은 크기의 반작용을 가한다. 반작용의 크기를 F_{Mm} 이라 하면 F_{Mm} 은 정확히 블록 M 이 가속하도록 하는 힘과 같은 크기를 가진다. 따라서,

$$F_{Mm} = Ma. \quad (18)$$

블록 m 에 작용하는 합력의 크기는,

$$|\vec{F}| - F_{Mm} \quad (19)$$

이고, 이 합력이 (16) 을 만족해야 한다. 즉,

$$|\vec{F}| - F_{Mm} = \frac{mg}{\mu_s} \quad (20)$$

이다. $|\vec{F}|$ 를 구해보자. 식 (17), (18) 으로 부터,

$$F_{Mm} = Ma = \frac{M|\vec{F}|}{M+m} \quad (21)$$

이므로,

$$\begin{aligned} |\vec{F}| - F_{Mm} &= |\vec{F}| - \frac{M|\vec{F}|}{M+m} \\ &= \left(1 - \frac{M}{M+m}\right) |\vec{F}| \end{aligned} \quad (22)$$

이다. 이를 (20) 에 대입하면,

$$\left(1 - \frac{M}{M+m}\right) |\vec{F}| = \left(\frac{m}{M+m}\right) |\vec{F}| = \frac{mg}{\mu_s} \quad (23)$$

이므로,

$$|\vec{F}| = \left(\frac{M+m}{m}\right) \frac{mg}{\mu_s} = \frac{(M+m)g}{\mu_s} \quad (24)$$

이다. $m = 16 \text{ kg}$, $M = 88 \text{ kg}$ 과 $\mu_s = 0.38$ 를 대입하자.

$$|\vec{F}| = \frac{(88 \text{ kg} + 16 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)}{0.38} = 2700 \text{ N}. \quad (25)$$

블록 m 이 미끄러지지 않기 위해, 최소한 2700 N 의 힘으로 밀어주어야 한다.