[CSE1017]
프로그래밍기초

Recursion and Iteration : Sorting

#05. 재귀와 반복 : 정렬

김현하

한양대학교 ERICA 소프트웨어학부

2024년도 1학기

python™

목차

- 시퀀스
  - 리스트, 튜플, 문자열, 정수범위, 시퀀스 연산, `for` 루프
- 리스트 정렬
  - 선택정렬, 삽입정렬, 합병정렬, 퀵정렬

정렬sorting

- 정렬
  - 순서를 매기는 기준을 정해놓고
    그 순서에 맞게 데이터를 차례로 나열하는 문제
- Python의 리스트list
  - 데이터 원소를 쉼표로 구분하여 나열하고 **대괄호**로 둘러쌈
    - `[3, 5, 4, 2]`
    - `["컴퓨터과학", "대학교", "소프트웨어", "컴퓨터"]`
  - <리스트>`.sort()` 메소드로 <리스트>의 정렬 가능

정렬sorting

```
>>> numbers = [3, 5, 4, 2]
>>> print("before sorting: ", numbers)
>>> numbers.sort()
>>> print("after sorting: ", numbers)
>>> words = ["컴퓨터과학", "대학교", "소프트웨어", "컴퓨터"]
>>> print("before sorting: ", words)
>>> words.sort()
>>> print("after sorting: ", words)
```

정렬sorting

- 오늘 배울 정렬 함수의 입출력 요구사항
  - 입력(파라미터)
    - **순서를 매길 수 있는** 원소로 구성된 리스트 s
  - 출력(리턴)
    - s를 감소하지 않는 순으로 정렬한 리스트

크기가 같은 원소가 둘 이상 있을 수 있음

시퀀스

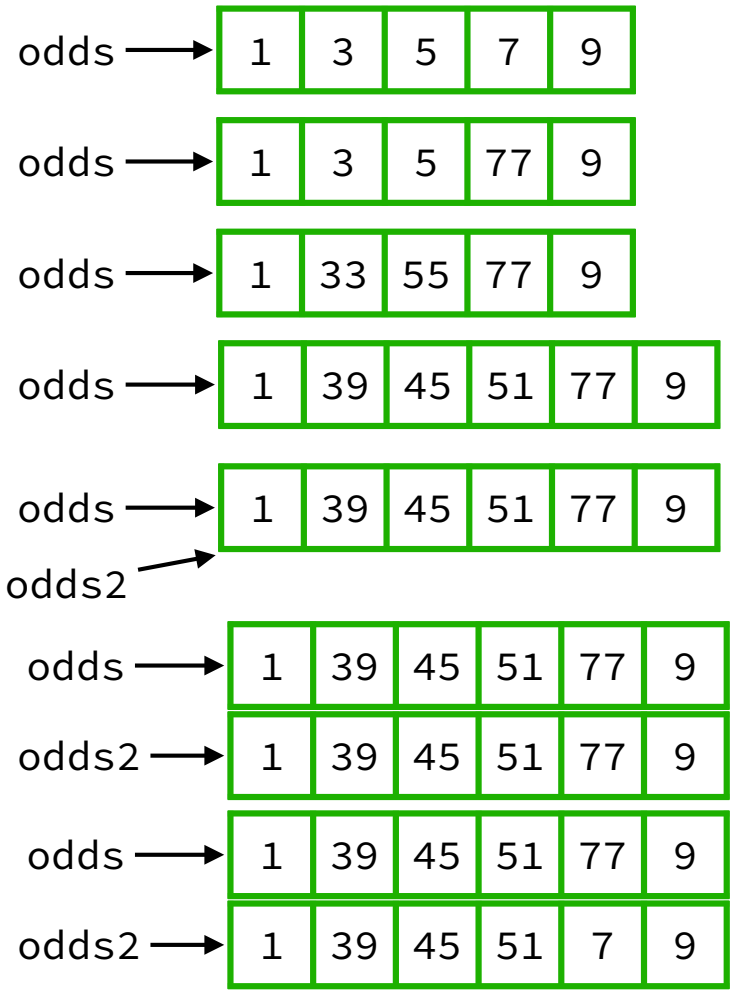
시퀀스

- 시퀀스sequence
  - 여러 개의 데이터를 한 줄로 세워서 모아놓은 데이터 구조의 통칭
  - 원소의 위치번호인 인덱스index를 사용해서 접근 (일부는 수정도) 가능
  - Python 에서 제공하는 시퀀스

시퀀스 종류	수정가능여부	정렬연산 제공
리스트list	수정가능	제공
튜플tuple	수정불가능	제공하지 않음
문자열string	수정불가능	제공하지 않음
정수범위range	수정불가능	제공하지 않음

리스트

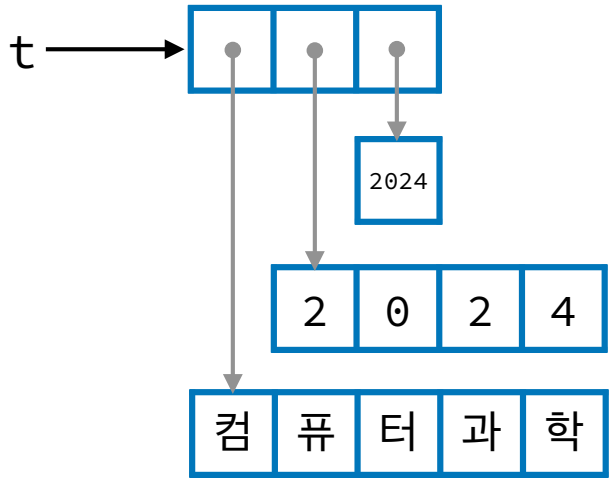
- `odds = [1, 3, 5, 7, 9]`
- `odds[3] = 77`
- `odds[1:3] = [33,55]`
- `odds[1:3] = [39,45,51]`
- `odds2 = odds`
- `odds2 = odds[:]`
- `odds2[4] = 7`



튜플

- 원소를 쉼표로 구분하여 나열하고 전체를 괄호로 둘러쌓아 표현, 수정불가능

```
t = ('컴퓨터과학', '2024', 2024)
t
t[2]
t[1:]
t[:2]
t[2] = '꽝'
("alone",) # ("alone")  # 원소가 하나인 튜플
()                      # 빈 튜플
```

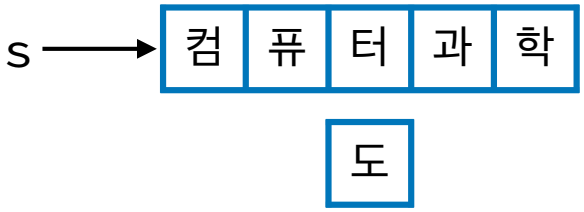


문자열

- 수정불가능

```
s = '컴퓨터과학'
s[3] = '공'
s + '도'
s
s = s + '도' # 지정문
s
```

지정문 실행전



지정문 실행후

정수범위

- 정수를 일정 간격으로 나열한 시퀀스
- `range(n)`
  - 정수 0부터 n-1까지를 간격 1로 나열한 정수범위 시퀀스
  - `range(5)` : 0,1,2,3,4
- `range(m, n)`
  - 정수 m부터 n-1까지를 간격 1로 나열한 정수범위 시퀀스
  - `range(3, 10)` : 3,4,5,6,7,8,9
- `range(m, n, k)`
  - 정수 m부터 n-1까지를 간격 k로 나열한 정수범위 시퀀스
  - `range(3,11,2)` : 3,5,7,9
  - `range(10,3,-1)` : 10,9,8,7,6,5,4

정수범위

- in 은 모든 시퀀스가 공유하는 중위표기 논리연산자로 특정 원소가 시퀀스에 있는지 확인할 수 있음

```
>>> r = range(3,11,2) # 3,5,7,9

>>> 5 in r

>>> 8 in r

>>> 11 in r

>>> r[2] = 3
```

시퀀스 연산

연산	의미
`x in s`	x가 s에 있으면 True, 없으면 False
`x not in s`	x가 s에 없으면 True, 있으면 False
`s[i]`	s에서 i 위치에 있는 원소
`s[i:j]`	위치 i에서 위치 j까지 시퀀스 조각 (i 원소 포함, j 원소 제외)
`s[i:j:k]`	위치 i에서 위치 j까지 k 간격으로 띄운 시퀀스 조각 (i 원소 포함, j 원소 제외)
`len(s)`	s의 길이
`min(s)`	s에서 가장 작은 원소
`max(s)`	s에서 가장 큰 원소
`s.index(x)`	s에서 가장 앞에 나오는 원소 x의 인덱스 위치번호
`s.index(x,i)`	s의 위치 i 에서 시작하여 가장 앞에 나오는 원소 x의 인덱스 위치번호
`s.index(x,i,j)`	s의 위치 i 로부터 위치 j 전까지에서 가장 앞에 나오는 원소 x의 인덱스 위치번호
`s.count(x)`	s에서 원소 x의 빈도수
`s + t`	s와 t를 나란히 붙이기
`s * n`	s를 n번 반복하여 나란히 붙이기
`n * s`	s를 n번 반복하여 나란히 붙이기

for 루프

문법

```
for <변수> in <시퀀스>:
    <블록>
```

의미

<변수>를 x라 하고, <시퀀스>를 s라 하면, 다음차례로 실행

- s[0]을 변수 x로 지정하고 <블록>을 실행한다.
- s[1]을 변수 x로 지정하고 <블록>을 실행한다.
- s[2]를 변수 x로 지정하고 <블록>을 실행한다.
- ...
- s[len(s)-1]을 변수 x로 지정하고 <블록>을 실행한다. (여기서 len(s)는 시퀀스 s의 길이를 리턴한다.)

<블록> 실행 중에 return 이나 break 문을 만나면 반복을 중단하고 루프를 빠져나간다.

- return : 값을 리턴하면서 함수 바깥으로 빠짐
- break : 포함된 블록을 감싸는 루프의 바깥으로 빠짐

리스트 정렬

리스트의 귀납 정의

(1) 기초base : [ ]은 리스트이다.

(2) 귀납induction :
x 가 임의의 원소이고 *xs* 가 임의의 리스트이면, [*x*] + *xs* 도 리스트이다.
여기서 *x*는 선두원소head, *xs*는 후미리스트tail라고 한다.

(3) 그 외에 다른 리스트는 없다.

선택정렬

리스트 xs를 정렬하려면,

(반복 조건) xs != []

(1) xs에서 가장 작은 원소를 찾아서 smallest 로 지정하고,

(2) xs에서 smallest를 제거하고,

(3) **xs를 재귀로 정렬**하고,

(4) smallest와 정렬된 xs를 나란히 붙여서 리턴한다.

(종료 조건) xs == []

정렬할 원소가 없으므로 []를 그대로 리턴한다.

```
>>> min([3,5,4,2])
>>> xs.remove(x) # xs에서 가장 앞에 나오는 원소 x 하나를 제거
```

선택정렬

리스트 xs를 정렬하려면,

(반복 조건) xs != []

(1) xs에서 가장 작은 원소를 찾아서 smallest 로 지정하고,

(2) xs에서 smallest를 제거하고,

(3) **xs를 재귀로 정렬**하고,

(4) smallest와 정렬된 xs를 나란히 붙여서 리턴한다.

(종료 조건) xs == []

정렬할 원소가 없으므로 []를 그대로 리턴한다.

```
1  def selectionSort(xs):
2      if xs != []:
3          smallest = min(xs)
4          xs.remove(smallest)
5          return [smallest] + selectionSort(xs)
6      else:
7          return []
```

```
1  def selectionSort(xs):
2      if xs != []:
3          smallest = min(xs)
4          xs.remove(smallest)
5          return [smallest] + selectionSort(xs)
6      else:
7          return []
```

함수 호출의 실행 추적

```
   selectionSort([3,5,4,2])
=> [2] + selectionSort([3,5,4])
=> [2] + [3] + selectionSort([5,4])
=> [2] + [3] + [4] + selectionSort([5])
=> [2] + [3] + [4] + [5] + selectionSort([])
=> [2] + [3] + [4] + [5] + []
...
=> [2,3,4,5]
```

xs.remove(x)는 프로시저이므로 아무것도 리턴하지 않음에 주의!

정확히는 None을 리턴

```
1  def selectionSort(xs):
2      if xs != []:
3          smallest = min(xs)
4          xs = xs.remove(smallest)
5          return [smallest] + selectionSort(xs)
6      else:
7          return []
```

```
1  def selectionSort(xs):
2      if xs != []:
3          smallest = min(xs)
4          return [smallest] + selectionSort(xs.remove(smallest))
5      else:
6          return []
```

재귀

```
1  def selectionSort(xs):
2      if xs != []:
3          smallest = min(xs)
4          xs.remove(smallest)
5          return [smallest] + selectionSort(xs)
6      else:
7          return []
```

꼬리재귀

```
1  def selectionSort(xs):
2      def loop(xs,ss):
3          if xs != []:
4              smallest = min(xs)
5              xs.remove(smallest)
6          return loop(xs, ss + [smallest])
7      else:
8          return ss
9      return loop(xs, [])
```

```
1  def selectionSort(xs):
2      def loop(xs,ss):
3          if xs != []:
4              smallest = min(xs)
5              xs.remove(smallest)
6          return loop(xs, ss + [smallest])
7      else:
8          return ss
9      return loop(xs, [])
```

함수 호출의 실행 추적

```
   selectionSort([3,5,4,2])
=> loop([3,5,4,2],[])
=> loop([3,5,4],[2])
=> loop([5,4],[2,3])
=> loop([5],[2,3,4])
=> loop([],[2,3,4,5])
=>[2,3,4,5]
```

```
1  def selectionSort(xs):
2      def loop(xs,ss):
3          if xs != []:
4              smallest = min(xs)
5              xs.remove(smallest)
6          return loop(xs, ss + [smallest])
7      else:
8          return ss
9      return loop(xs, [])
```

```
1  def selectionSort(xs):
2      def loop(xs,ss):
3          if xs != []:
4              smallest = min(xs)
5              xs.remove(smallest)
6              ss.append(smallest)
7          return loop(xs, ss)
8      else:
9          return ss
10     return loop(xs, [])
```

```
>>> xs.append(x) # xs에서 맨 뒤에 원소 x를 추가, procedure 임에 주의!
```

삽입정렬

리스트 xs를 정렬하려면,

(반복 조건) xs != []

(1) xs의 후미리스트인 **xs[1:]을 재귀로 정렬**하고,

(2) xs의 선두원소인 xs[0]을 정렬한 리스트의 적절한 위치에 끼워서 리턴한다.

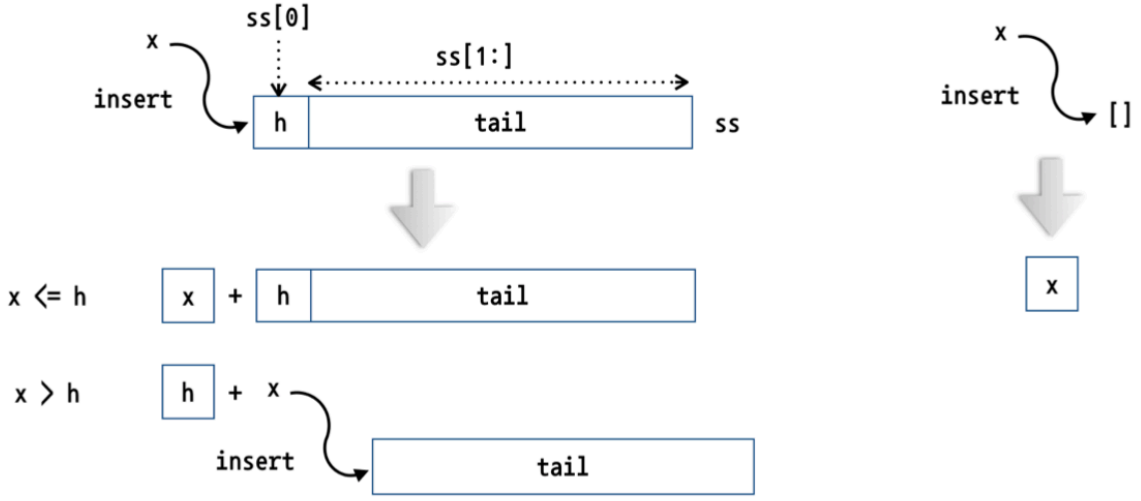
(종료 조건) xs == []

정렬할 원소가 없으므로 []를 그대로 리턴한다.

```
1  def insertionSort(xs):
2      if xs != []:
3          return insert(xs[0], insertionSort(xs[1:]))
4      else:
5          return []
```

삽입정렬

insert(x,ss)	재귀함수 설계 전략	함수 호출 (예시)	계산 결과 (예시)
귀납 ss != []	ss의 선두원소보다 작으면 앞에 붙인다.	insert(1,[2,4,5])	[1] + [2,4,5]
	ss의 선두원소보다 크면 ss의 후미리스트에 재귀로 끼워 넣는다.	insert(3,[2,4,5])	[2] + insert(3,[4,5])
기초 ss == []	리스트로 만든다.	insert(1,[])	[1]



삽입정렬

insert(x,ss)	재귀함수 설계 전략	함수 호출 (예시)	계산 결과 (예시)
귀납 ss != []	ss의 선두원소보다 작으면 앞에 붙인다.	insert(1,[2,4,5])	[1] + [2,4,5]
	ss의 선두원소보다 크면 ss의 후미리스트에 재귀로 끼워 넣는다.	insert(3,[2,4,5])	[2] + insert(3,[4,5])
기초 ss == []	리스트로 만든다.	insert(1,[])	[1]

원소 x를 정렬된 리스트 ss의 제 위치에 끼워 넣으려면,

(반복 조건) ss != []

ss를 선두원소 ss[0]와 후미리스트 ss[1:]로 나눈다.

(1) x <= ss[0] 이면, x를 ss의 앞에 붙여서 리턴한다.

(2) x > ss[0] 이면, 재귀로 x를 ss[1:]의 제 위치에 끼워 넣고 그 앞에 ss[0]를 붙여서 리턴한다.

(종료 조건) ss == []

[x]를 리턴한다.

삽입정렬

원소 x를 정렬된 리스트 ss의 제 위치에 끼워 넣으려면,

(반복 조건) ss != []

ss를 선두원소 ss[0]와 후미리스트 ss[1:]로 나눈다.

(1) x <= ss[0] 이면, x를 ss의 앞에 붙여서 리턴한다.

(2) x > ss[0] 이면, 재귀로 x를 ss[1:]의 제 위치에 끼워 넣고 그 앞에 ss[0]를 붙여서 리턴한다.

(종료 조건) ss == []

[x]를 리턴한다.

```
1  def insert(x,ss):
2      if ss != []:
3          if x <= ss[0]:
4              return [x] + ss
5          else:
6              return [ss[0]] + insert(x, ss[1:])
7      else:
8          return [x]
```

xs = 7, 3, 4, 9, 6

```
1  def insertionSort(xs):
2      if xs != []:
3          return insert(xs[0], insertionSort(xs[1:]))
4      else:
5          return []
```

```
1  def insert(x,ss):
2      if ss != []:
3          if x <= ss[0]:
4              return [x] + ss
5          else:
6              return [ss[0]] + insert(x, ss[1:])
7      else:
8          return [x]
```

```
insertionsort([3,5,4,2])
=> insert(3,insertionsort([5,4,2]))
=> insert(3,insert(5,insertionsort([4,2])))
=> insert(3,insert(5,insert(4,insertionsort([2]))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,insert(2,insertionsort([])))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,insert(2,[]))))
=> insert(3,insert(5,insert(4,[2])))
=> insert(3,insert(5,[2,4]))
=> insert(3,[2,4,5])
=> [2,3,4,5]
```

합병정렬

리스트 xs를 합병정렬하려면,

(반복 조건) `len(xs) > 1`

xs를 반으로 나누어, 각각 재귀로 합병정렬을 완료하고,

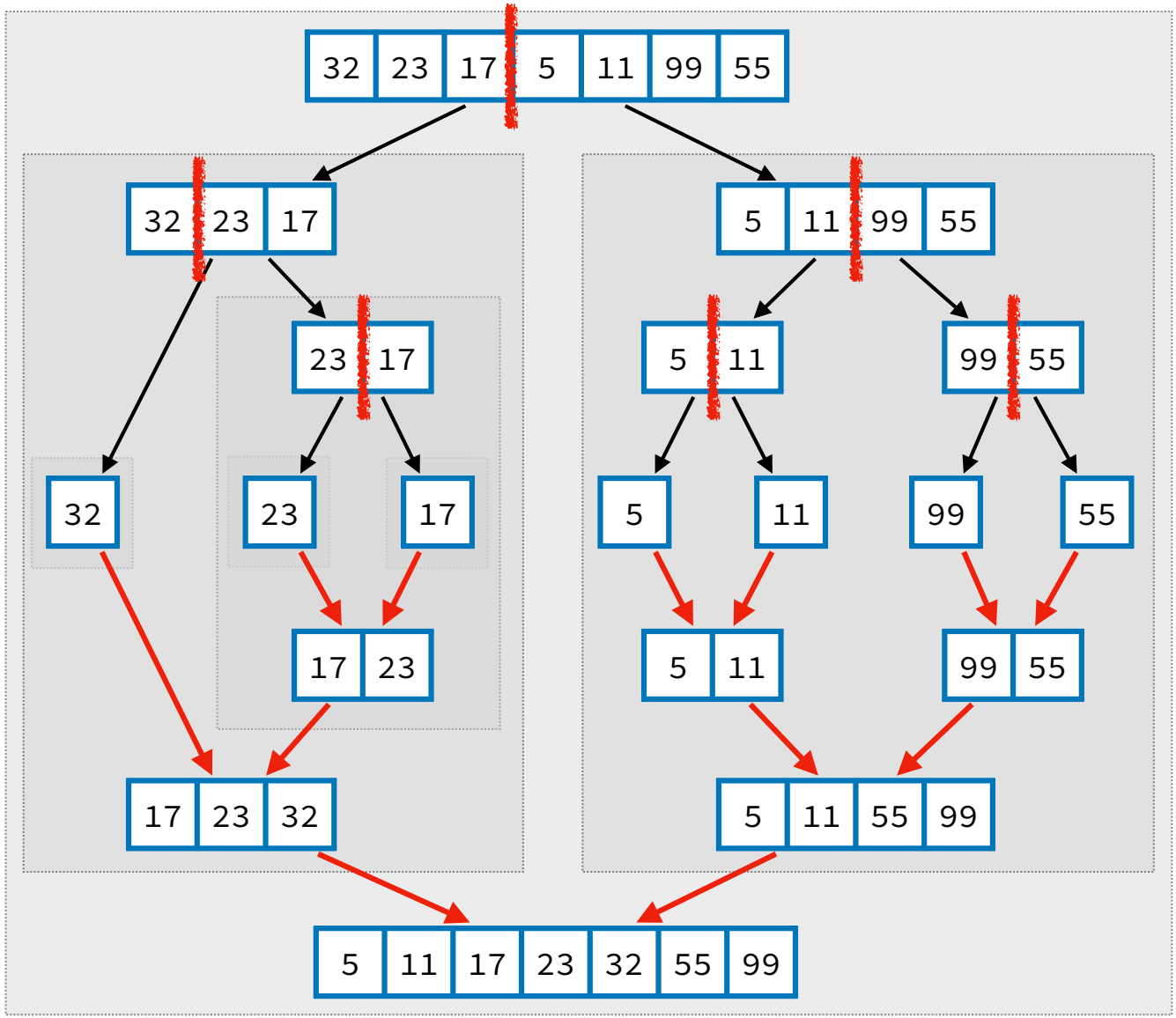
두 정렬된 리스트를 앞에서부터 차례로 훑어가며

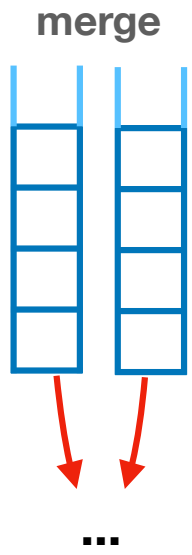
가장 작은 원소를 먼저 선택하는 방식으로 하나로 합병(merge)하여 리턴한다.

(종료 조건) `len(xs) <= 1`

정렬할 필요가 없으므로 그대로 리턴한다.

합병정렬



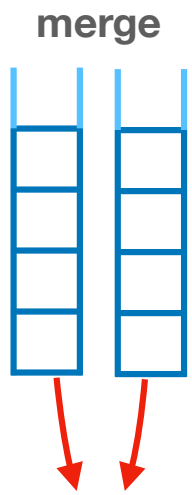


병합할 때
두 리스트는
각각
정렬되어 있음

합병정렬

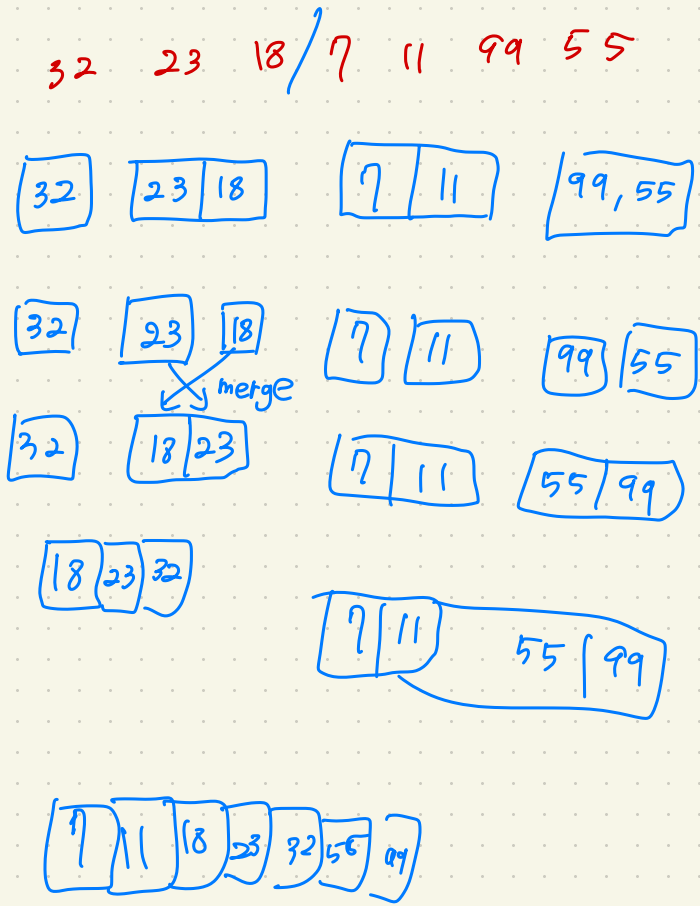
```
1  def mergeSort(xs):
2      if len(xs) > 1:
3          mid = len(xs) // 2
4          return merge(mergeSort(xs[:mid]), mergeSort(xs[mid:]))
5      else:
6          return xs
```

```
1  def merge(left,right):
2      if not (left == [] or right == []):
3          if left[0] <= right[0]:
4              return [left[0]] + merge(left[1:],right)
5          else:
6              return [right[0]] + merge(left,right[1:])
7      else:
8          return left + right
```



...

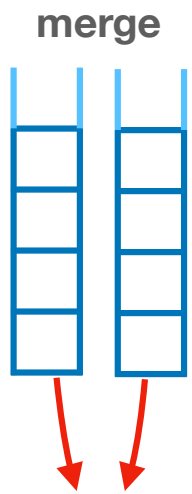
병합할 때
두 리스트는
각각
정렬되어 있음


32 23 18 7 11 99 55
32
23 18
7 11
99, 55
32
23
18
merge
99
55
32
18 23
7 11
55 99
18 23 32
7 11
55 99
7 11 18 23 32 55 99

합병정렬

```
1  def mergeSort(xs):
2      if len(xs) > 1:
3          mid = len(xs) // 2
4          return merge(mergeSort(xs[:mid]), mergeSort(xs[mid:]))
5      else:
6          return xs
```

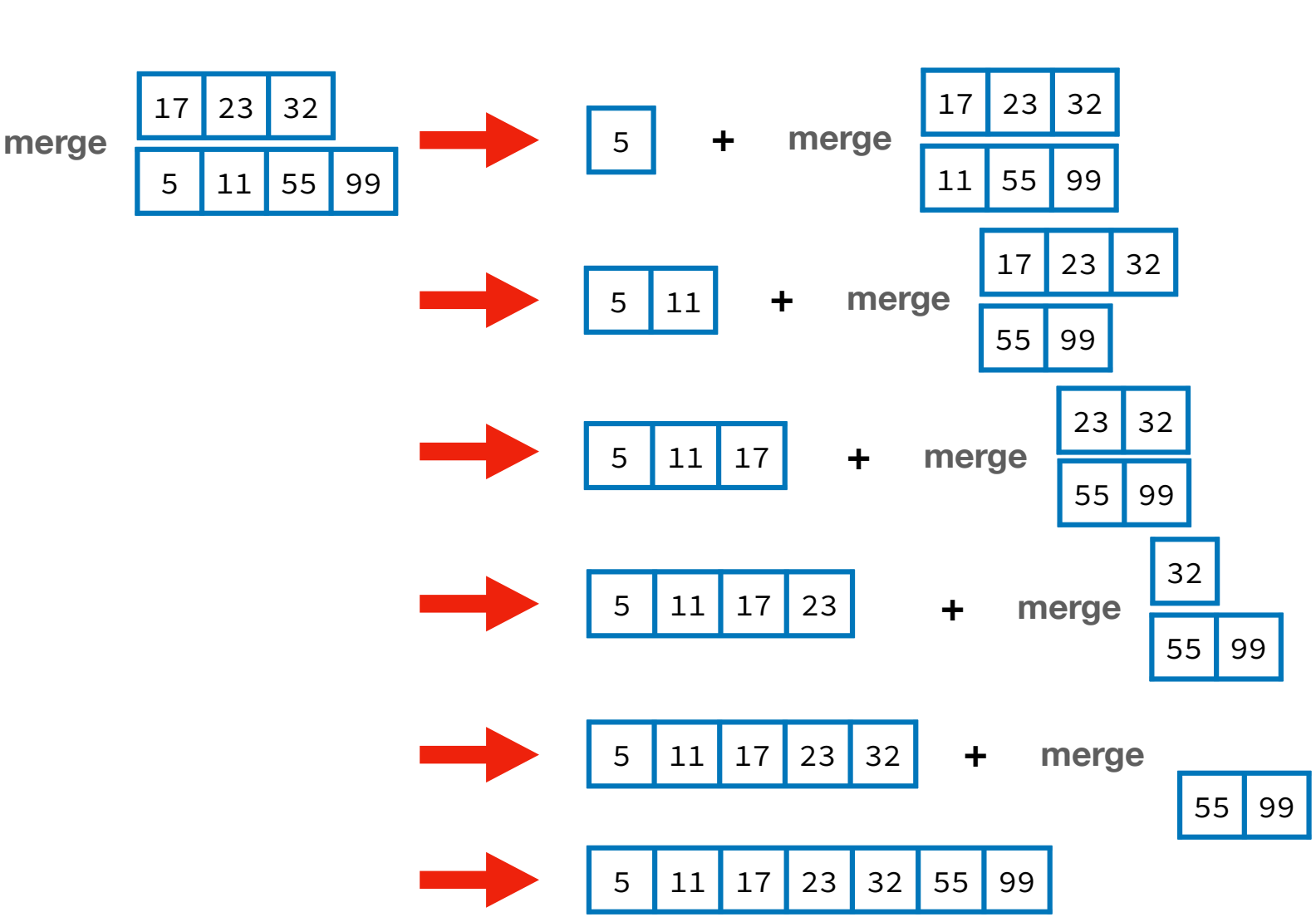
```
1  def merge(left,right):
2      if not (left == [] or right == []):
3          if left[0] <= right[0]:
4              return [left[0]] + merge(left[1:],right)
5          else:
6              return [right[0]] + merge(left,right[1:])
7      else:
8          return left + right
```

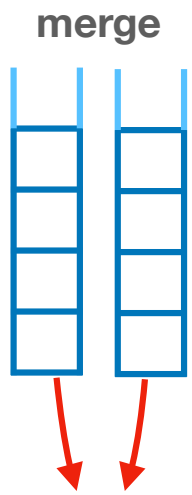


...

병합할 때
두 리스트는
각각
정렬되어 있음

합병정렬





...

병합할 때
두 리스트는
각각
정렬되어 있음

퀵정렬

리스트 xs를 정렬하려면,

(반복 조건) `len(xs) > 1`

(1) 기준으로 사용할 피봇 원소 `pivot`을 하나 고른다. 편의상 맨 앞에 있는 원소를 고르기로 한다.

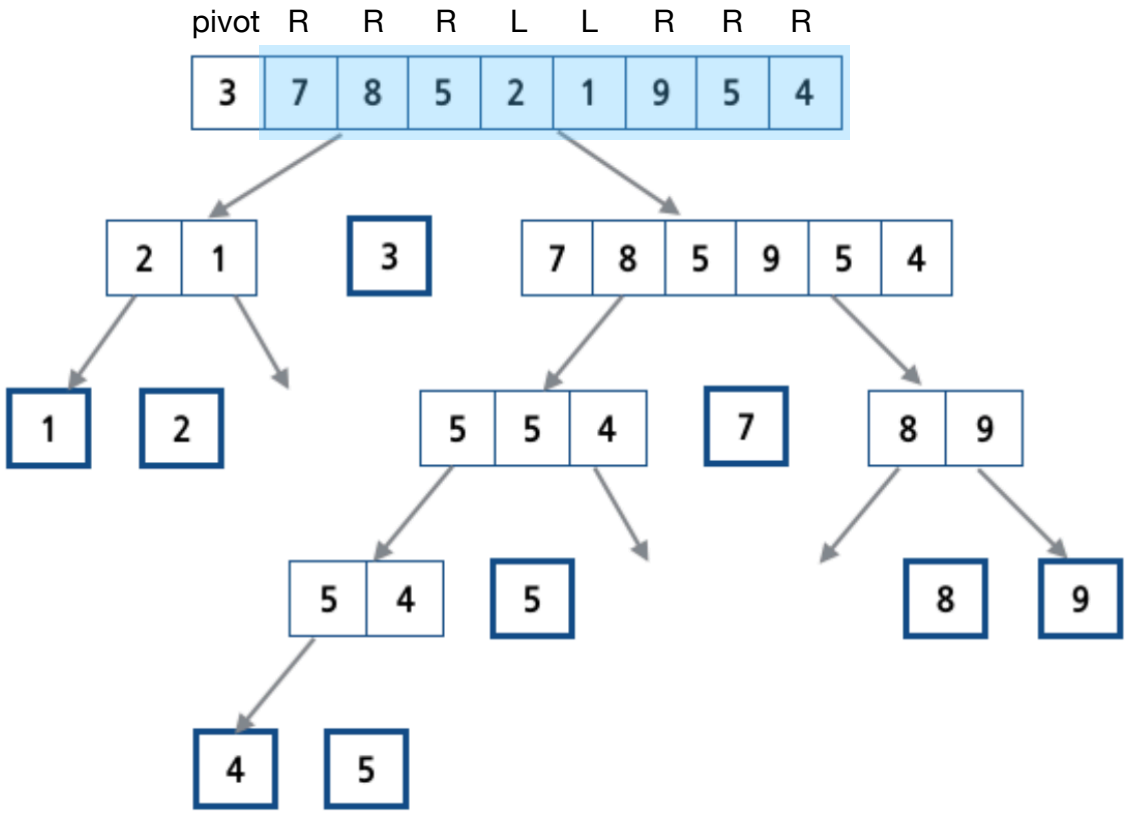
(2) `pivot` 원소를 기준으로 작은 원소는 왼쪽 리스트 `ls`로, 큰 원소는 오른쪽 리스트 `rs`로 옮긴다.

(3) 왼쪽 리스트 `ls`와 오른쪽 리스트 `rs`를 각각 재귀로 정렬하고, `ls`와 `pivot`과 `rs`를 나란히 붙여서 리턴한다.

(종료 조건) `len(xs) <= 1`

정렬할 필요가 없으므로 그대로 리턴한다.

퀵정렬



퀵정렬

```
1  def quicksort(xs):
2      if len(xs) > 1:
3          pivot = xs[0]
4          left, right = partition(pivot,xs[1:])
5          return quicksort(left) + [pivot] + quicksort(right)
6      else:
7          return xs
```

```
1  def partition(pivot, xs):
2      if xs != []:
3          left, right = partition(pivot, xs[1:])
4          if xs[0] <= pivot:
5              left.append(xs[0])
6          else:
7              right.append(xs[0])
8          return left, right
9      else:
10         return [], []
```