

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 8x + 7$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_4}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} = 30$$

을 만족시킬 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5x + a & (x < -2) \\ x^2 - a & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 1)(3x^2 - x)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

6. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\frac{1}{5}$ 일 때, $\frac{\sin\theta}{1 - \cos^2\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② $-\sqrt{5}$ ③ 0 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = 3x^3 + 2x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

8. 두 실수 $a = 2\log \frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$, $b = \log 2$ 에 대하여 $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $f(x) = 3x^2 - 16x - 20$ 에 대하여

$$\int_{-2}^a f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx$$

일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

10. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = a\cos bx + 3$ 이

$x = \frac{\pi}{3}$ 에서 최댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a + b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x=t^3-\frac{3}{2}t^2-6t$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의
점 P의 가속도는? [4점]

- ① 18
- ② 15
- ③ 12
- ④ 9
- ⑤ 6

12. $a_1=2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1=2$ 인 등차수열 $\{b_n\}$ 이
모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [4점]

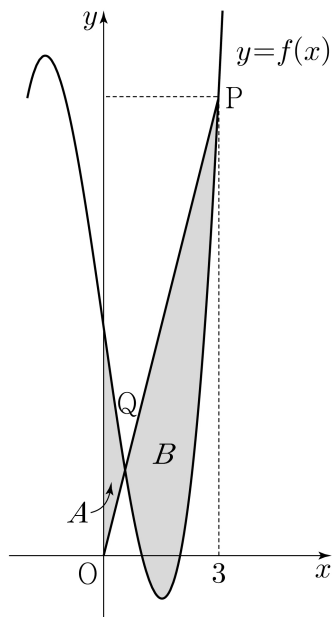
- ① 120
- ② 125
- ③ 130
- ④ 135
- ⑤ 140

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(1) = f(2) = 0, \quad f'(0) = -7$$

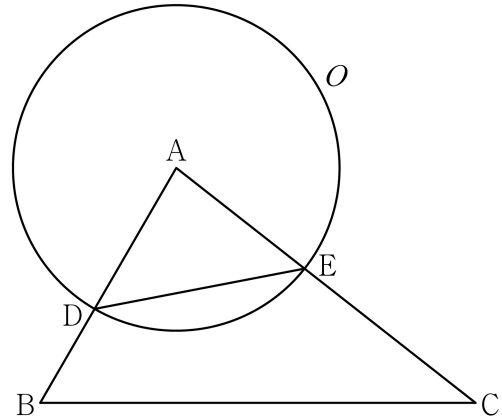
을 만족시킨다. 원점 O 와 점 $P(3, f(3))$ 에 대하여 선분 OP 가 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 OQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $B-A$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{39}{4}$ ③ $\frac{41}{4}$ ④ $\frac{43}{4}$ ⑤ $\frac{45}{4}$



14. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 선분 AB 위에 $\overline{AD}:\overline{DB}=3:2$ 인 점 D 를 잡고, 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원을 O , 원 O 와 선분 AC 가 만나는 점을 E 라 하자.

$\sin A:\sin C=8:5$ 이고, 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가 $9:35$ 이다. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PBC 의 넓이의 최댓값은? (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $18 + 15\sqrt{3}$ ② $24 + 20\sqrt{3}$ ③ $30 + 25\sqrt{3}$
④ $36 + 30\sqrt{3}$ ⑤ $42 + 35\sqrt{3}$

15. 상수 $a(a \neq 3\sqrt{5})$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) x 에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3) = \log_4(3x-5)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 + 4x$ 이고 $f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 12$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 $\frac{7}{27}$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 과 직선 $y = x$ 가 만나는 점의 x 좌표를 k 라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$x > k \text{인 모든 실수 } x \text{에 대하여}$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} \text{이고 } f(f(x)) = 3x \text{이다.}$$

$f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

22. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수 m 의 최솟값은 3이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

짜수형

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (k, 3)$, $\vec{b} = (1, 2)$ 에 대하여 $\vec{a} + 3\vec{b} = (6, 9)$ 일 때, k 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$ 이고, 준선이 $x = -1$ 인 포물선이 점 $(3, a)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 좌표공간의 두 점 $A(a, b, 6)$, $B(-4, -2, c)$ 에 대하여 선분 AB를 3:2로 내분하는 점이 z 축 위에 있고, 선분 AB를 3:2로 외분하는 점이 xy 평면 위에 있을 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

26. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선 $x = \frac{1}{n}$ 이 두 타원

$$C_1 : \frac{x^2}{2} + y^2 = 1, \quad C_2 : 2x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

과 만나는 제1사분면 위의 점을 각각 P, Q라 하자.

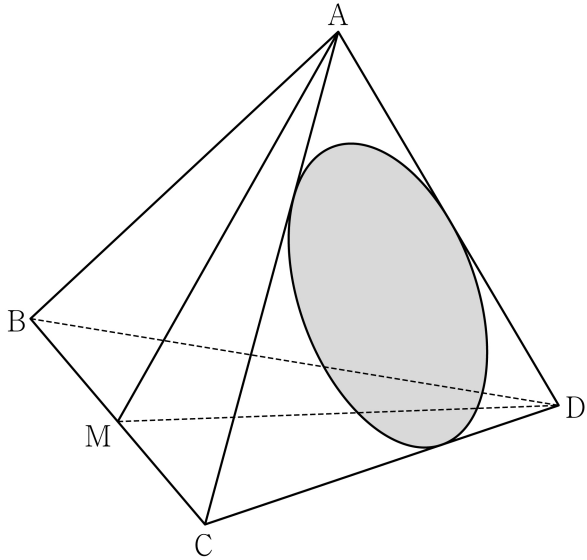
타원 C_1 위의 점 P에서의 접선의 x 절편을 α ,

타원 C_2 위의 점 Q에서의 접선의 x 절편을 β 라 할 때,

$6 \leq \alpha - \beta \leq 15$ 가 되도록 하는 모든 n 의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

27. 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 4\sqrt{5}$ 인 사면체 ABCD 에 대하여 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 삼각형 AMD가 정삼각형이고 직선 BC는 평면 AMD와 수직일 때, 삼각형 ACD에 내접하는 원의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는? [3점]



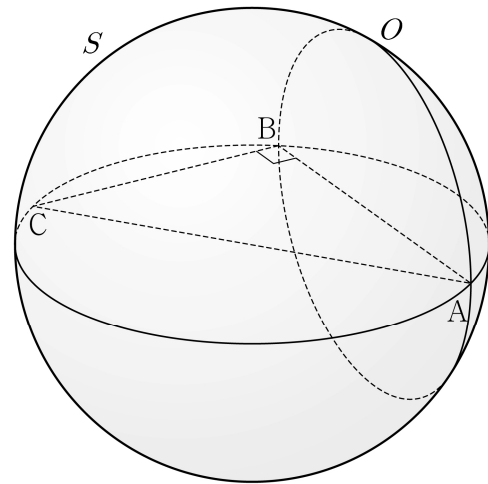
- ① $\frac{\sqrt{10}}{4}\pi$ ② $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{8}\pi$
 ④ $\frac{\sqrt{10}}{10}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{12}\pi$

28. 좌표공간에 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 6$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 구 S가 있다. 직선 AB를 포함하고 평면 ABC에 수직인 평면이 구 S와 만나서 생기는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 중에서 직선 AC까지의 거리가 4인 서로 다른 두 점을 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

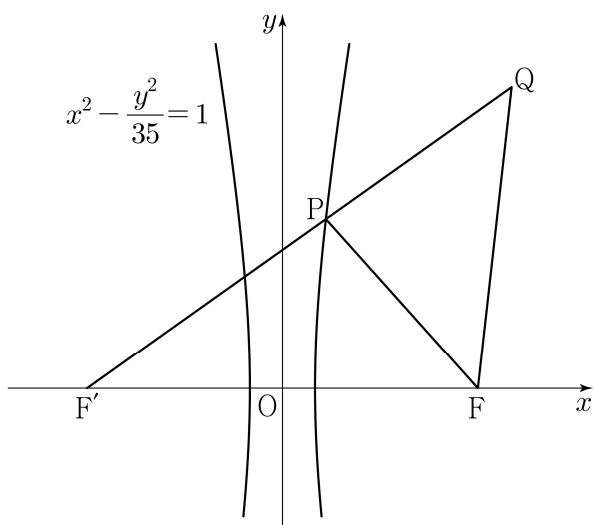
[4점]

- ① $\sqrt{43}$ ② $\sqrt{47}$ ③ $\sqrt{51}$ ④ $\sqrt{55}$ ⑤ $\sqrt{59}$



단답형

29. 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{35} = 1$ 이 있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여 직선 PF' 위에 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 인 점 Q 를 잡자. 삼각형 $QF'F$ 와 삼각형 $FF'P$ 가 서로 닮음일 때, 삼각형 PFQ 의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{5}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{PF'} < \overline{QF'}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



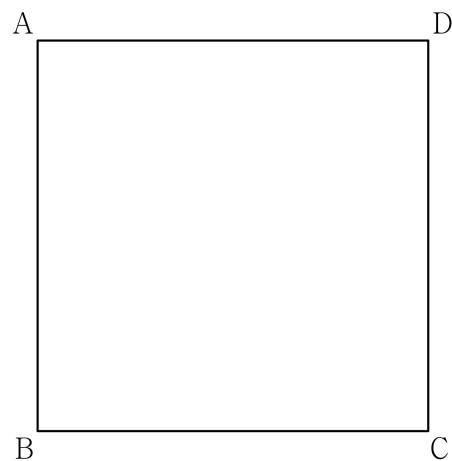
30. 좌표평면에 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{XB} + \overrightarrow{XC}| = |\overrightarrow{XB} - \overrightarrow{XC}|$$

를 만족시키는 점 X 가 나타내는 도형을 S 라 하자. 도형 S 위의 점 P 에 대하여

$$4\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PD}$$

를 만족시키는 점을 Q 라 할 때, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 하자. $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.