

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 8x + 7$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_4}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} = 30$$

을 만족시킬 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5x + a & (x < -2) \\ x^2 - a & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $f(x)=(x^2+1)(3x^2-x)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8
- ② 10
- ③ 12
- ④ 14
- ⑤ 16

6. $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)=-\frac{1}{5}$ 일 때, $\frac{\sin\theta}{1-\cos^2\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① -5
- ② $-\sqrt{5}$
- ③ 0
- ④ $\sqrt{5}$
- ⑤ 5

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt=3x^3+2x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7
- ② 9
- ③ 11
- ④ 13
- ⑤ 15

8. 두 실수 $a = 2\log \frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$, $b = \log 2$ 에 대하여 $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $f(x) = 3x^2 - 16x - 20$ 에 대하여

$$\int_{-2}^a f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx$$

일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

10. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = a\cos bx + 3$ 이

$x = \frac{\pi}{3}$ 에서 최댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a + b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x=t^3-\frac{3}{2}t^2-6t$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의
점 P의 가속도는? [4점]

- ① 18
- ② 15
- ③ 12
- ④ 9
- ⑤ 6

12. $a_1=2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1=2$ 인 등차수열 $\{b_n\}$ 이
모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}}=\frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 120
- ② 125
- ③ 130
- ④ 135
- ⑤ 140

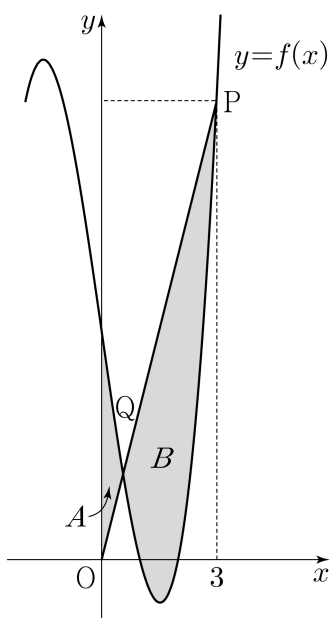
13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(1) = f(2) = 0, \quad f'(0) = -7$$

을 만족시킨다. 원점 O 와 점 $P(3, f(3))$ 에 대하여 선분 OP 가 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자.

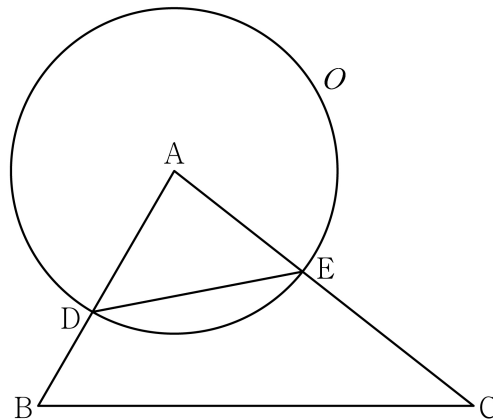
곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 OQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $B-A$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{39}{4}$ ③ $\frac{41}{4}$ ④ $\frac{43}{4}$ ⑤ $\frac{45}{4}$



14. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 선분 AB 위에 $\overline{AD}:\overline{DB}=3:2$ 인 점 D 를 잡고, 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원을 O , 원 O 와 선분 AC 가 만나는 점을 E 라 하자.

$\sin A:\sin C=8:5$ 이고, 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가 $9:35$ 이다. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PBC 의 넓이의 최댓값은? (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $18 + 15\sqrt{3}$ ② $24 + 20\sqrt{3}$ ③ $30 + 25\sqrt{3}$
④ $36 + 30\sqrt{3}$ ⑤ $42 + 35\sqrt{3}$

15. 상수 $a(a \neq 3\sqrt{5})$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} x^3+ax^2+15x+7 & (x\leq 0) \\ f(x) & (x>0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) x 에 대한 방정식 $g'(x)\times g'(x-4)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2)+g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3)=\log_4(3x-5)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=9x^2+4x$ 이고 $f(1)=6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 12$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 $\frac{7}{27}$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 과 직선 $y = x$ 가 만나는 점의 x 좌표를 k 라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$x > k \text{인 모든 실수 } x \text{에 대하여}$$

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} \text{이고 } f(f(x)) = 3x \text{이다.}$$

$f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

22. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수 m 의 최솟값은 3이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

짜수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sin^2 x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^{10} \frac{x+2}{x+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $10 + \ln 5$ ② $10 + \ln 7$ ③ $10 + 2\ln 3$
④ $10 + \ln 11$ ⑤ $10 + \ln 13$

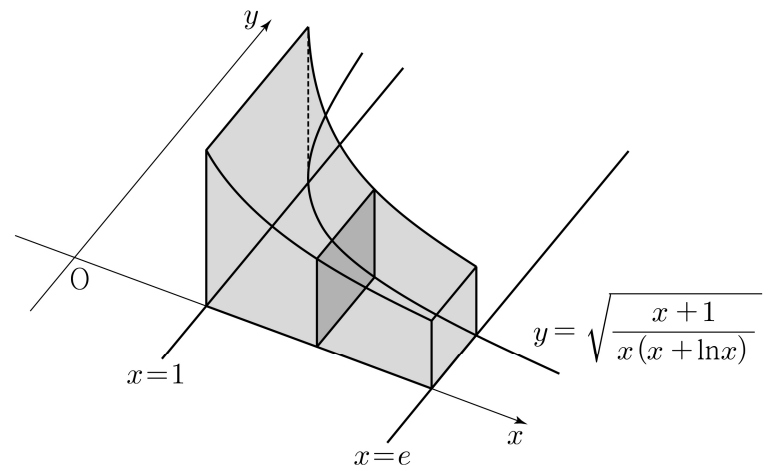
25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{n^2+3} = 1$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n^2+n} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\frac{x+1}{x(x+\ln x)}}$ 과 x 축 및 두 직선

$x=1$, $x=e$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\ln(e+1)$ ② $\ln(e+2)$ ③ $\ln(e+3)$
 ④ $\ln(2e+1)$ ⑤ $\ln(2e+2)$

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x)=f(e^x)+e^x$$

이라 하자. 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선이 x 축이고 함수 $g(x)$ 가 역함수 $h(x)$ 를 가질 때, $h'(8)$ 의 값은?
 [3점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x)=-x+e^{1-x^2}$$

이다. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. $g(1)+g'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}e+\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}e+\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}e+\frac{5}{6}$
 ④ $\frac{2}{3}e+\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}e+\frac{2}{3}$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k} \right) > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 두 상수 a ($1 \leq a \leq 2$), b 에 대하여 함수

$f(x) = \sin(ax + b + \sin x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 0$, $f(2\pi) = 2\pi a + b$

(나) $f'(0) = f'(t)$ 인 양수 t 의 최솟값은 4π 이다.

함수 $f(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대인 α 의 값 중 열린구간 $(0, 4\pi)$ 에 속하는 모든 값의 집합을 A 라 하자. 집합 A 의 원소의 개수를 n , 집합 A 의 원소 중 가장 작은 값을 α_1 이라 하면,

$n\alpha_1 - ab = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.