

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\left(\frac{4}{\sqrt[3]{2}}\right)^{\frac{6}{5}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)=x^3-2x^2-4x$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+5}{x-1}$ 의 값은?

[2점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

3. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin^2\theta = \frac{4}{5}$ 일 때, $\frac{\tan\theta}{\cos\theta}$ 의 값은?

[3점]

- ① $-3\sqrt{5}$ ② $-2\sqrt{5}$ ③ $-\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{5}$

4. $\int_1^2 (3x+4)dx + \int_1^2 (3x^2-3x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

5. 함수

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)^2 - 3 & (x < 1) \\ 2x - 1 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

6. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$4(S_4 - S_2) = S_6 - S_4, \quad a_3 = 12$$

일 때, S_3 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

7. 상수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + k$ 의 극솟값이 -17 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

8. 함수 $f(x)=x^2+1$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x=0$, $x=1$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 점 $(1, f(1))$ 을 지나고 기울기가 $m(m\geq 2)$ 인 직선이 이등분할 때, 상수 m 의 값은?
[3점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

9. 좌표평면 위에 두 점 $A(4, \log_3 a)$, $B\left(\log_2 2\sqrt{2}, \log_3 \frac{3}{2}\right)$ 이 있다. 선분 AB를 3:1로 외분하는 점이 직선 $y=4x$ 위에 있을 때, 양수 a 의 값은? [4점]

① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

10. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $(x-1)g(x)=|f(x)|$ 를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이고 $g(3)=0$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

11. 모든 항이 자연수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_5 - b_5 = a_6 - b_7 = 0$$

이다. $a_7 = 27$ 이고 $b_7 \leq 24$ 일 때, $b_1 - a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

12. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = -3t^2 + at, \quad v_2(t) = -t + 1$$

이다. 출발한 후 두 점 P, Q가 한 번만 만나도록 하는 양수 a 에 대하여 점 P가 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=3$ 까지 움직인 거리는? [4점]

- ① $\frac{29}{2}$ ② 15 ③ $\frac{31}{2}$ ④ 16 ⑤ $\frac{33}{2}$

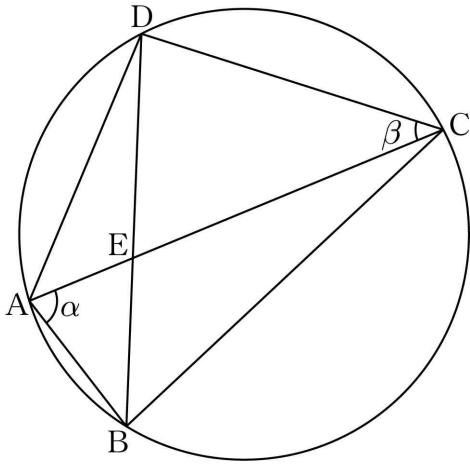
13. 그림과 같이 한 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$\overline{AB}=4, \overline{BC}=2\sqrt{30}, \overline{CD}=8$

이다. $\angle BAC=\alpha, \angle ACD=\beta$ 라 할 때, $\cos(\alpha+\beta)=-\frac{5}{12}$ 이다.

두 선분 AC와 BD의 교점을 E라 할 때, 선분 AE의 길이는?

(단, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}, 0<\beta<\frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\frac{\sqrt{26}}{2}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $\frac{\sqrt{30}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

14. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x\leq 1) \\ f(x-1)+2 & (x>1) \end{cases}$$

은 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선의 방정식이 $y=2x+1$ 이다. $g'(t)=2$ 인 서로 다른 모든 실수 t 의 값의 합은? [4점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{n} & (n \text{이 } a_n \text{의 약수인 경우}) \\ 3a_n + 1 & (n \text{이 } a_n \text{의 약수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 = 2$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① 254 ② 264 ③ 274 ④ 284 ⑤ 294

단 답 형

16. 방정식 $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27^{x-8}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.
[3점]

17. 함수 $f(x) = (x^2 + 3x)(x^2 - x + 2)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 과 상수 c 에 대하여

$$\sum_{n=1}^9 ca_n = 16, \quad \sum_{n=1}^9 (a_n + c) = 24$$

일 때, $\sum_{n=1}^9 a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 상수 $a, b (a > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x) = |\sin a\pi x + b|$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $60(a+b)$ 의 값을 구하시오. [3점]

- (가) $f(x) = 0$ 이고 $|x| \leq \frac{1}{a}$ 인 모든 실수 x 의 값의 합은 $\frac{1}{2}$ 이다.
- (나) $f(x) = \frac{2}{5}$ 이고 $|x| \leq \frac{1}{a}$ 인 모든 실수 x 의 값의 합은 $\frac{3}{4}$ 이다.

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^2 = 2 \int_3^x (t^2 + 2t)f(t) dt$$

를 만족시킬 때, $\int_{-3}^0 f(x) dx$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M - m$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x-3} + a & (x < 2) \\ |5\log_2 x - b| & (x \geq 2) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $g(t)$ 의 치역은 $\{0, 1, 2\}$ 이다.
 (나) $g(t) = 2$ 인 자연수 t 의 개수는 6이다.

22. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + x & (f(x) \geq 0) \\ 2f(x) & (f(x) < 0) \end{cases}$$

이라 할 때, 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 가 $x=t$ 에서 불연속인 실수 t 의 개수는 1이다.
 (나) 함수 $g(x)$ 가 $x=t$ 에서 미분가능하지 않은 실수 t 의 개수는 2이다.

$f(-2) = -2$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 의 두 초점 사이의 거리는? [2점]

- ① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

24. 좌표공간의 점 $A(3, -1, a)$ 를 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 B라 하자. 점 $C(-3, b, 4)$ 에 대하여 선분 BC를 1:2로 내분하는 점이 x 축 위에 있을 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

25. 두 벡터 \vec{a} , \vec{b} 에 대하여

$$|2\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{13}, \quad |\vec{a} - \vec{b}| = 1, \quad |\vec{a}| = \sqrt{2}$$

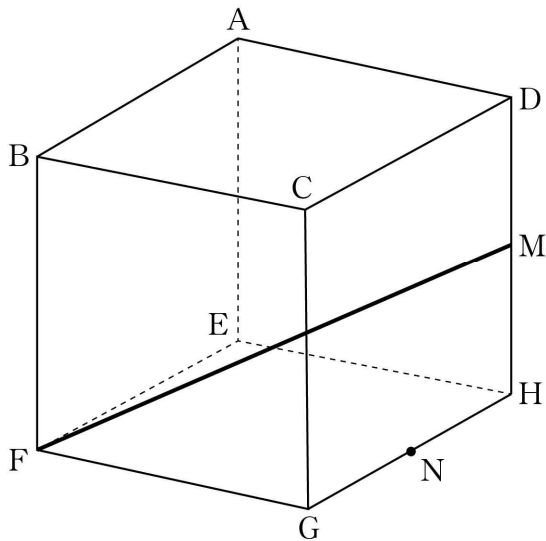
일 때, $|\vec{a} + \vec{b}|$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

26. 포물선 $y^2 = 12x$ 의 초점 F를 지나고 기울기가 양수인 직선이 포물선과 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AF} : \overline{BF} = 3 : 1$ 일 때, 이 포물선 위의 점 A에서의 접선의 y절편은? [3점]

- ① $\sqrt{15}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

27. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 에서 모서리 DH 의 중점을 M , 모서리 GH 의 중점을 N 이라 하자. 선분 FM 위의 점 P 에 대하여 선분 NP 의 길이가 최소일 때, 선분 NP 의 평면 FHM 위로의 정사영의 길이는? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{2}}{8}$

28. 좌표평면의 두 점 $A(9, 0)$, $B(8, 1)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 점 X 의 집합을 S 라 하자.

- (가) $|\overrightarrow{AX}|=2$
(나) $|\overrightarrow{OB}+k\overrightarrow{BX}|=4$ 를 만족시키는 실수 k 가 존재한다.

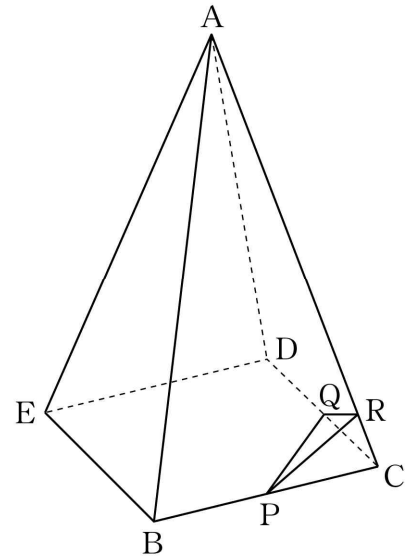
집합 S 에 속하는 점 중에서 x 좌표가 최대인 점을 P 라 하자. 두 벡터 \overrightarrow{OP} , \overrightarrow{BP} 가 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{10}$

단답형

29. 장축의 길이가 8이고 두 초점이 $F(2, 0)$, $F'(-2, 0)$ 인 타원을 C_1 이라 하자. 장축의 길이가 12이고 두 초점이 F , $P(a, 0)$ ($a > 2$)인 타원을 C_2 라 하자. 두 타원 C_1 과 C_2 가 만나는 점 중 y 좌표가 양수인 점을 Q 라 하자. $\overline{F'Q}$, \overline{FQ} , \overline{PQ} 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $a = p + q\sqrt{10}$ 이다. $p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 정수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형을 밑면으로 하고 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{AD} = \overline{AE} = 4$ 인 정사각뿔 $A-BCDE$ 가 있다. 두 선분 BC , CD 의 중점을 각각 P , Q 라 하고, 선분 CA 를 1:7로 내분하는 점을 R 이라 하자. 네 점 C , P , Q , R 을 모두 지나는 구 위의 점 중에서 직선 AB 와의 거리가 최소인 점을 S 라 하자. 삼각형 ABS 의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이가 $p + q\sqrt{2}$ 일 때, $60 \times (p + q)$ 의 값을 구하시오. (단, p , q 는 유리수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.