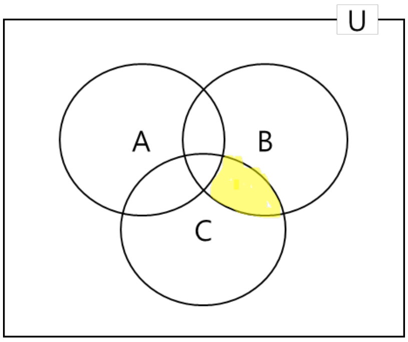
Assignment 2 정답

- **학번:**

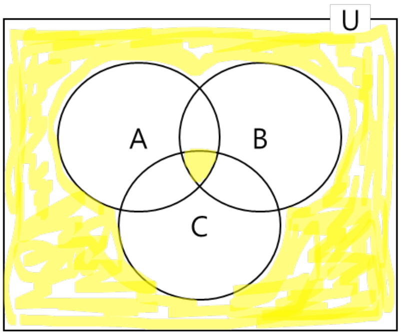
- **이름:**

1. 다음 벤 다이어그램에서 빗금친 부분이 나타내는 집합의 식을 구하여라.

(a) $\bar{A} \cap (B \cap C)$



(b) $U - ((A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C))$



2. 다음 관계에 대한 질문에 답하시오.

(a) A = {a, b, c} 이고 R은 A에 대한 관계이다. R의 관계 행렬이 다음과 같을 때,
R이 동치 관계인지를 판별하시오.

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) 주대각 원소가 모두 1이므로, R은 반사 관계이다.

(2) $(2,3) \in R$ 이면, $(3,2) \in R$ 이다. $(3,2) \in R$ 이면, $(2,3) \in R$ 이다. (주대각 원소에 대해서도 성립)

그러므로 R은 대칭 관계이다.

(3) $(1,1) \in R$ 이고, $(1,1) \in R$ 이면, $(1,1) \in R$ 이다.

$(2,2) \in R$ 이고, $(2,2) \in R$ 이면, $(2,2) \in R$ 이다.

$(3,3) \in R$ 이고, $(3,3) \in R$ 이면, $(3,3) \in R$ 이다.

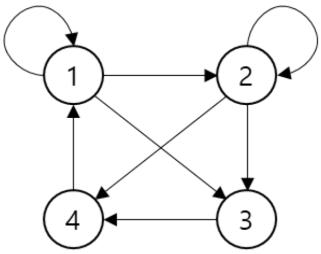
$(2,2) \in R$ 이고, $(2,3) \in R$ 이면, $(2,3) \in R$ 이다.

$(3,2) \in R$ 이고, $(2,2) \in R$ 이면, $(3,2) \in R$ 이다.

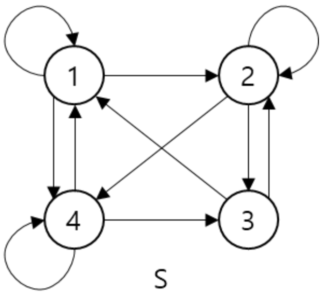
그러므로 R은 추이 관계이다.

→ 즉, 반사 관계, 대칭 관계, 추이 관계를 만족하므로 동치 관계임을 알 수 있다.

(b) R과 S의 유향 그래프가 다음과 같을 때, $\overline{R}$, $R \cup S$, $R \cap S$, S^{-1}를 각각 구하시오.



R



S

$\overline{R}$ = {(1,4), (2,1), (3,1), (3,2), (3,3), (4,2), (4,3), (4,4)}

$R \cup S$ = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (4,1), (4,3), (4,4)}

$R \cap S$ = {(1,1), (1,2), (2,2), (2,3), (2,4), (4,1)}

S^{-1} = {(1,1), (2,1), (4,1), (2,2), (3,2), (4,2), (2,3), (1,3), (4,4), (1,4), (3,4)}

(c) $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$이다. A에 대한 관계 R의 관계 행렬이 다음과 같을 때, 연결 관계를 와샬 알고리즘을 이용하여 구하시오.

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$W_0 = \begin{pmatrix} 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&0&0&0&0 \\ 0&1&0&0&1 \end{pmatrix} \quad W_1 = \begin{pmatrix} 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&1 \end{pmatrix} \quad W_2 = \begin{pmatrix} 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&1 \end{pmatrix}$$

$$W_3 = \begin{pmatrix} 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 0&0&0&1&1 \\ 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&1 \end{pmatrix} \quad W_4 = \begin{pmatrix} 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 1&0&0&1&1 \\ 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&1 \end{pmatrix} \quad W_5 = \begin{pmatrix} 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&0 \\ 1&1&0&1&1 \\ 1&0&0&1&0 \\ 0&1&0&0&1 \end{pmatrix}$$

3. 다음 함수와 순열에 대해 답하시오.

(a) A = B = C = **R** 이고, $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$를 $f(a) = 2a + 1, g(b) = \frac{b}{3}$ 으로 정의할 때, $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$이 성립함을 보이시오.

→ $f^{-1}(a) = \frac{a-1}{2}$, $g^{-1}(b) = 3b$, $(g \circ f)^{-1}(a) = \frac{3a-1}{2}$ 이다.

또한, $f^{-1} \circ g^{-1}(a) = f^{-1}(3a) = \frac{3a-1}{2}$ 이다.

그러므로 $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$ 이다.

(b) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 일 때, 순환적 순열의 곱 $(1, 4, 6, 7) \cdot (2, 4, 5, 6) \cdot (1, 4)$를 계산하시오.

→ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 3 & 6 & 5 & 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ x $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 4 & 3 & 5 & 6 & 2 & 7 & 8 \end{pmatrix}$ x $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 3 & 2 & 6 & 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}$ x $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 4 & 2 & 3 & 1 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}$

= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 6 & 7 & 4 & 8 \end{pmatrix}$