

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Домашняя работа 7 по дисциплине «Основы дискретной математики»

УМНОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ С ПЛАВАЮЩЕЙ ЗАПЯТОЙ

Вариант №50

Выполнил: Баукин Максим Александрович

Группа: Р3132

Принимающий: Поляков Владимир Иванович

Должность: доцент факультета ПИиКТ

Г. Санкт-Петербург 2024

1,6	0,019
-----	-------

Задача:

1. Заданные числа A (множимое) и B (множитель) представить в форматах $\Phi 1$ и $\Phi 2$ с укороченной мантиссой (12 двоичных разрядов). Метод округления выбирается произвольно.

Примечание: общее число разрядов в формате – 20.

2. Выполнить операцию умножения операндов в формате $\Phi 1$, используя метод ускоренного умножения мантисс на два разряда множителя.
3. Выполнить операцию умножения операндов в формате $\Phi 2$, используя метод ускоренного умножения мантисс на четыре разряда множителя.
4. Результаты представить в форматах операндов, перевести в десятичную систему счисления и проверить их правильность.
5. Определить абсолютную и относительную погрешности результатов и обосновать их причину.
6. Сравнить погрешности результатов аналогичных операций для форматов $\Phi 1$ и $\Phi 2$ и объяснить причины их сходства или различия.

Выполнение:

1. Формат $\Phi 1$

$$A = (1,6)_{10} = (1,99999A)_{16} = (0,199999A)_{16} \cdot 16^1$$

0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$B = (0,019)_{10} = (0,04DD2F)_{16} = (0,4DD2F)_{16} \cdot 16^{-1}$$

0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$\text{Sign}C = \text{Sign}A \oplus \text{Sign}B.$$

$$X_A = P_A + d; X_B = P_B + d;$$

$$X_C = X_A + X_B - d;$$

$$P_C + d = \frac{P_A + d + P_B}{P_C} + d - d.$$

$$P_C = 0$$

№	Операнды	СЧП (старшие разряды)	В/СЧП (младшие разряды)	Признак коррекции
0	СЧП	0000000000000000	010011011101	0
1	[M _A] _{пр}	000000110011010	M _A	0
	СЧП	000000110011010	010011011101	
	СЧП→2	000000001100110	100100110111	
2	[-M _A] _{доп}	1111110001100110	-M _A	1
	СЧП	111111011001100	100100110111	
	СЧП→2	111111110110011	001001001101	
3	[2M _A] _{пр}	000001100110100	2M _A	0
	СЧП	000001011100111	001001001101	
	СЧП→2	000000010111001	110010010011	
4	[-M _A] _{доп}	1111110001100110	-M _A	1
	СЧП	111111100011111	110010010011	
	СЧП→2	111111111000111	111100100100	
5	[M _A] _{пр}	000000110011010	M _A	0
	СЧП	000000101100001	111100100100	
	СЧП→2	000000001011000	011111001001	
6	[M _A] _{пр}	000000110011010	M _A	0
	СЧП	000000111110010	011111001001	
	СЧП→2	000000001111100	100111110010	
7	СЧП	000000001111100	100111110010	0

	M_C	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	
--	-------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	--

$$X_C = X_C - 1$$

$$C = (0,7C9)_{16} \cdot 16^{-1} = 0,03041077.$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 0,0304 - 0,03041077 = -0,00001077$$

$$\delta C = \left| \frac{-0,00001077}{0,0304} \right| \cdot 100\% = 0,03541645\%$$

2. Формат Ф2

$$A = (1.6)_{10} = (1,99999A)_{16} = (0,1100110011001101)_2 \cdot 2^1$$

0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$B = (0.019)_{10} = (0,04DD2F)_{16} = (0,10011011101)_2 \cdot 2^{-5}$$

0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$\begin{array}{r} X_A = 10000001 \\ + \\ X_B = 01111011 \\ \hline X_A + X_B = 11111100 \\ - \\ d = 10000000 \\ \hline X_C = 01111100 \end{array}$$

$$P_C = -4$$

№	Операнды	СЧП (старшие разряды)	В/СЧП (младшие разряды)	Признак коррекции
0	СЧП	00000000000000000000	1000110111010	0
	$[2M_A]_{пр}$	00001100110011010		
	$[8M_A]_{пр}$	001110011001101000		
1	СЧП	01000000000000000010	1000110111010	1

	СЧП→4	000000100000000000000000000010010100011011	
	$[-M_A]_{\text{доп}}$	1111110011001100110011	
	$[-4M_A]_{\text{доп}}$	1110011100110011001100	
2	СЧП	111000011111111111111100010100011011	0
	СЧП→4	11111111000111111111111111111100101001	
	$[2M_A]_{\text{пр}}$	000011001100110011010	
	$[8M_A]_{\text{пр}}$	0011001100110101000	
3	СЧП	001111110010000000111111000101001	0
	СЧП→4	00000011111100100000000000001111110010	
	СЧП	00000011111100100000000000000001111110010	

$$X_C = X_C - 1$$

$$C = (0,111110010000)_2 \cdot 2^{-5} = 0,03039551.$$

Определим абсолютную и относительную погрешности результата:

$$\Delta C = 0,0304 - 0,03039551 = 0,00000449$$

$$\delta C = \left| \frac{0,00000449}{0,0304} \right| \cdot 100\% = 0,01477693\%$$

Погрешности результатов вызваны неточным представлением операндов. В формате Ф2 операнды представлены точнее и погрешность меньше.