

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
«Национальный исследовательский университет ИТМО»
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Дисциплина «Дискретная математика»

Курсовая работа
Часть 2
Вариант 55

Студент
Баукин Максим Александрович
Р3132

Преподаватель
Поляков Владимир Иванович

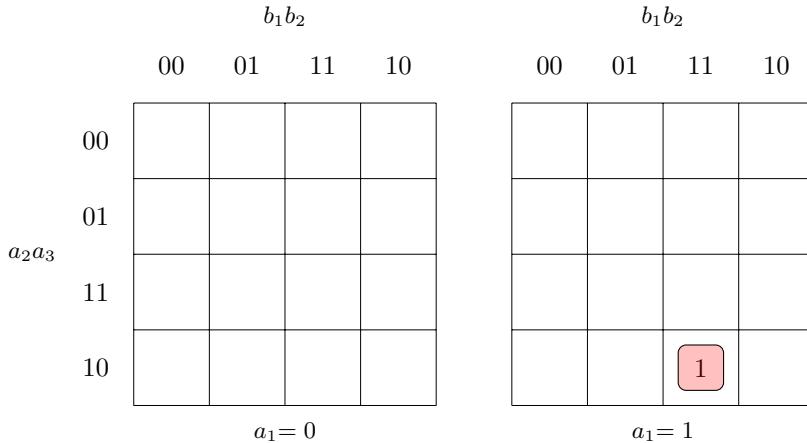
Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию $C = (A \bmod 7 + B) \bmod 9$ (C — 4 бита, A — 3 бита, B — 2 бита). При переносе устанавливается бит e .

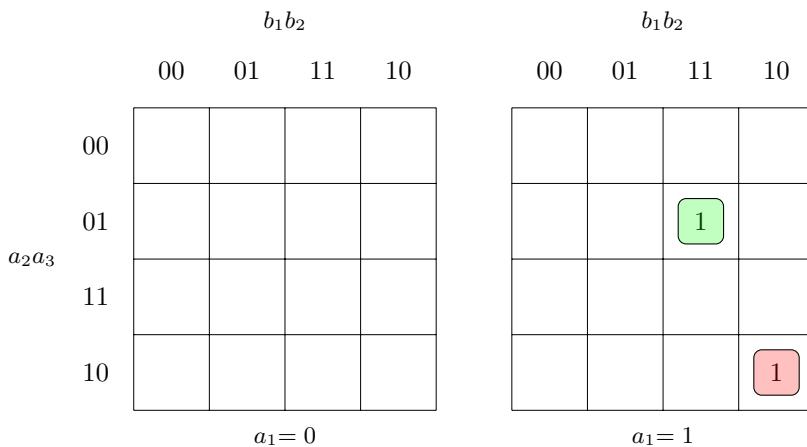
Таблица истинности

№	a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	e	c_1	c_2	c_3	c_4
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
7	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
10	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
12	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
13	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
14	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
16	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
18	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1
20	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
21	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
22	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
23	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
24	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
25	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1
26	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
28	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
29	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1
30	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
31	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1

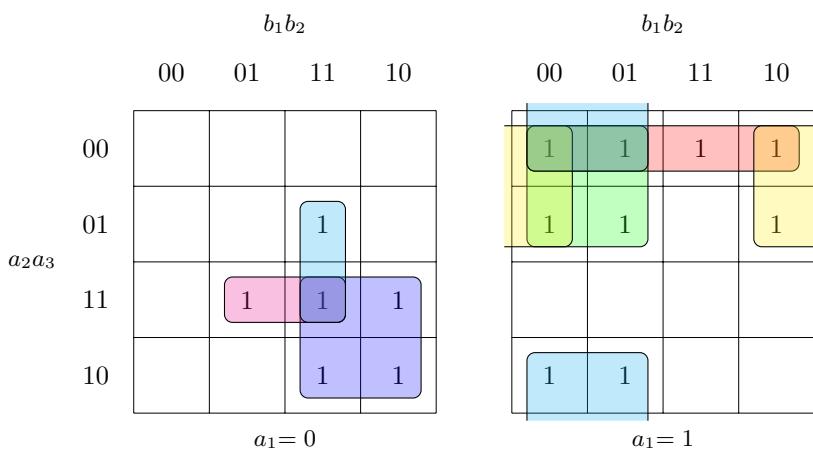
Минимизация булевых функций на картах Карно



$$e = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 5)$$



$$c_1 = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 12)$$



$$c_2 = a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_2 \vee \bar{a}_1 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 30)$$

		$b_1 b_2$						$b_1 b_2$			
		00	01	11	10			00	01	11	10
		00		1		1	00		1		1
$a_2 a_3$	01		1			01		1			1
	11	1		1		11			1	1	
	10	1	1			10	1	1			
		$a_1 = 0$		$a_1 = 1$							

$$c_3 = a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 \quad (S_Q = 32)$$

		$b_1 b_2$						$b_1 b_2$			
		00	01	11	10			00	01	11	10
		00		1		1	00		1		1
$a_2 a_3$	01	1				01			1		1
	11		1			11			1	1	
	10		1	1		10	1	1			
		$a_1 = 0$		$a_1 = 1$							

$$c_4 = \bar{a}_1 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_3 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 \quad (S_Q = 25)$$

Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} e = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 a_3 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 12) \\ c_2 = a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_2 \vee \bar{a}_1 a_3 b_1 b_2 & (S_Q^{c_2} = 30) \\ c_3 = a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \\ \quad \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 32) \\ c_4 = \bar{a}_1 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_3 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 & (S_Q^{c_4} = 25) \end{cases} \quad (S_Q = 104)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} e = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = a_1 b_1 (a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 a_3 b_2) & (S_Q^{c_1} = 11) \\ c_2 = \bar{a}_1 a_3 b_2 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\bar{a}_3 \vee \bar{b}_1 \vee \bar{b}_2) \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 22) \\ c_3 = a_2 \bar{b}_1 (\bar{a}_3 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_2) \vee \bar{a}_2 b_1 (\bar{a}_3 \vee \bar{b}_2) \vee a_2 a_3 b_1 (a_1 \vee b_2) \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 26) \\ c_4 = \bar{a}_3 b_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1) \vee a_3 \bar{b}_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2) \vee a_1 a_2 a_3 b_2 & (S_Q^{c_4} = 18) \end{cases} \quad (S_Q = 82)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \bar{a}_2 \vee a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_2) & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = \varphi_0 \bar{a}_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\varphi_0 \vee \bar{b}_1) \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = \varphi_0 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_2 \bar{b}_1 (\bar{a}_3 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_2) \vee \varphi_0 \bar{a}_2 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 (a_1 \vee b_2) & (S_Q^{c_3} = 23) \\ c_4 = \varphi_0 a_1 a_2 \vee a_3 \bar{b}_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2) \vee \bar{a}_3 b_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1) & (S_Q^{c_4} = 17) \\ (S_Q = 78) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{cases} \varphi_1 = a_1 a_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = \varphi_1 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \bar{a}_2 \vee a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_2) & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = \varphi_0 \bar{a}_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\varphi_0 \vee \bar{b}_1) \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = \varphi_0 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_2 \bar{b}_1 (\bar{a}_3 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_2) \vee \varphi_0 \bar{a}_2 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 (a_1 \vee b_2) & (S_Q^{c_3} = 23) \\ c_4 = \varphi_0 \varphi_1 \vee \bar{\varphi}_1 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_3 b_2 (\bar{\varphi}_1 \vee \bar{b}_1) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ (S_Q = 76) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{cases} \varphi_2 = a_3 (a_1 \vee b_2), & \bar{\varphi}_2 = \bar{a}_3 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_2 \\ \varphi_1 = a_1 a_2 & (S_Q^{\varphi_2} = 4) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ e = \varphi_1 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \bar{a}_2 \vee a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_2) & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = \varphi_0 \bar{a}_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\varphi_0 \vee \bar{b}_1) \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = \varphi_0 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee \varphi_2 a_2 b_1 \vee \bar{\varphi}_2 a_2 \bar{b}_1 \vee \bar{\varphi}_0 \bar{a}_2 b_1 & (S_Q^{c_3} = 16) \\ c_4 = \varphi_0 \varphi_1 \vee \bar{\varphi}_1 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_3 b_2 (\bar{\varphi}_1 \vee \bar{b}_1) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ (S_Q = 74) \end{cases}$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\begin{cases} \varphi_3 = \varphi_0 \bar{a}_2 & \\ \varphi_2 = a_3 (a_1 \vee b_2) & (S_Q^{\varphi_2} = 4) \\ \varphi_1 = a_1 a_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = \varphi_1 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 4) \\ c_2 = \varphi_0 \bar{a}_1 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\varphi_0 \vee \bar{b}_1) \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_4 = \varphi_0 \varphi_1 \vee \bar{\varphi}_1 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_3 b_2 (\bar{\varphi}_1 \vee \bar{b}_1) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ \varphi_3 = \varphi_0 \bar{a}_2 & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_3 \vee a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_2) & (S_Q^{c_1} = 8) \\ c_3 = \varphi_3 \bar{b}_1 \vee \varphi_2 a_2 b_1 \vee \bar{\varphi}_0 \bar{a}_2 b_1 \vee \bar{\varphi}_2 a_2 \bar{b}_1 & (S_Q^{c_3} = 15) \\ (S_Q = 73) \end{cases}$$

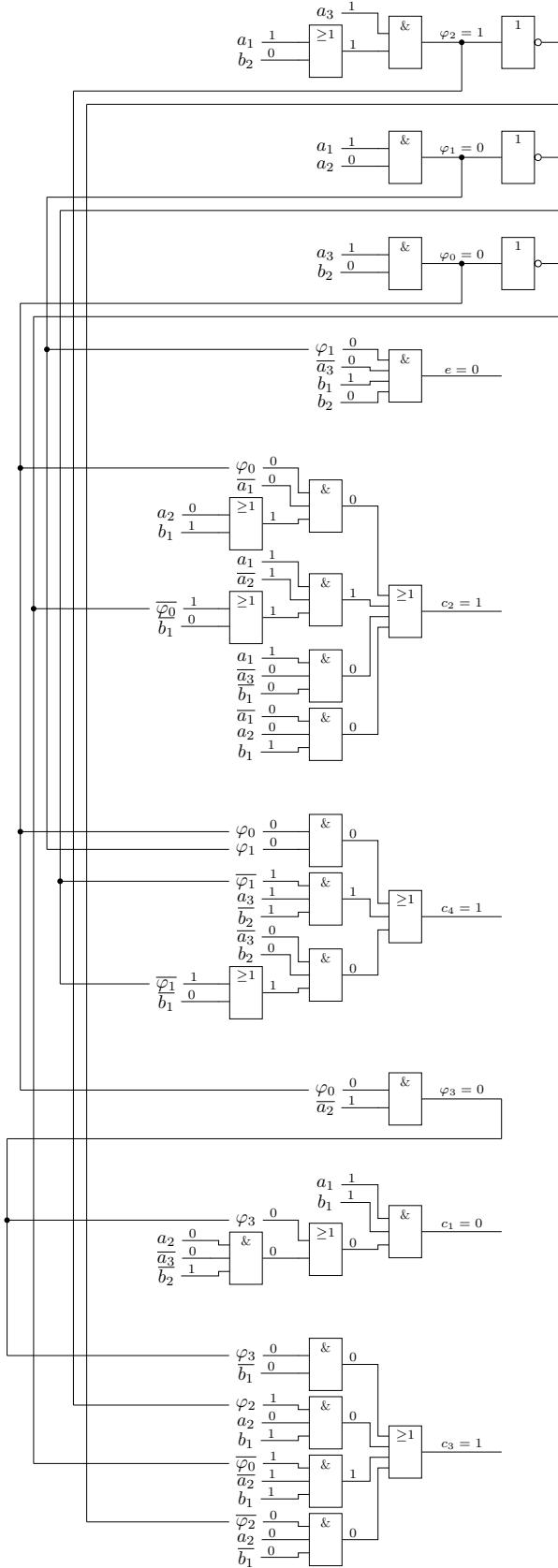
Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1, b_1 = 1, b_2 = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 0, c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1$$



Цена схемы: $S_Q = 73$. Задержка схемы: $T = 5\tau$.