

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Домашняя работа 2 по дисциплине «Дискретная математика»

Вариант №9

Выполнил: Баукин Максим Александрович

Поток: 1

Группа: Р3132

Принимающий: Поляков Владимир Иванович

Должность: доцент факультета ПИиКТ

Г. Санкт-Петербург 2024

V/V	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8	e9	e10	e11	e12
e1	0			1		3		1	1	1		1
e2		0		1					1			
e3			0		5	3	1			4	1	2
e4	1	1		0				3	5			2
e5			5		0	5	2		1	5		3
e6	3		3		5	0			5	4	3	
e7			1		2		0	1	2	3	2	
e8	1			3			1	0	3	2	2	
e9	1	1		5	1	5	2	3	0			
e10	1		4		5	4	3	2		0		
e11			1			3	2	2			0	1
e12	1		2	2	3						1	0

V/V	e ₁	e ₂	e ₃	e ₄	e ₅	e ₆	e ₇	e ₈	e ₉	e ₁₀	e ₁₁	e ₁₂
e ₁	0			1		3		1	1	1		1
e ₂		0		1					1			
e ₃			0		5	3	1			4	1	2
e ₄	1	1		0				3	5			2
e ₅			5		0	5	2		1	5		3
e ₆	3		3		5	0			5	4	3	
e ₇			1		2		0	1	2	3	2	
e ₈	1			3			1	0	3	2	2	
e ₉	1	1		5	1	5	2	3	0			
e ₁₀	1		4		5	4	3	2		0		
e ₁₁			1			3	2	2			0	1
e ₁₂	1		2	2	3						1	0

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e_1 ко всем остальным вершинам

Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

1. $l(e_1) = 0^+$; $l(e_i) = \infty$, для всех $i \neq 1$, $p = e_1$

Результаты итерации запишем в таблицу

	1
e_1	0^+
e_2	∞
e_3	∞
e_4	∞
e_5	∞
e_6	∞
e_7	∞
e_8	∞
e_9	∞
e_{10}	∞
e_{11}	∞
e_{12}	∞

2. $\Gamma e_1 = \{e_4, e_6, e_8, e_9, e_{10}, e_{12}\}$ - все пометки временные, уточним их:

$$l(e_4) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_6) = \min(\infty, 0^+ + 3) = 3$$

$$l(e_8) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_9) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_{10}) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$l(e_{12}) = \min(\infty, 0^+ + 1) = 1$$

$$3. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_4) = 1;$$

4. Вершина e_4 получает постоянную пометку $l(e_4) = 1^+$, $p = e_4$

	1	2
e_1	0^+	
e_2	∞	∞
e_3	∞	∞
e_4	∞	1^+
e_5	∞	∞
e_6	∞	3
e_7	∞	∞
e_8	∞	1
e_9	∞	1
e_{10}	∞	1
e_{11}	∞	∞
e_{12}	∞	1

5. Не все вершины имеют постоянные пометки

$$\Gamma e_4 = \{e_1, e_2, e_8, e_9, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_2, e_8, e_9, e_{12} — уточняем их:

$$l(e_2) = \min(\infty, 1^+ + 1) = 2$$

$$l(e_8) = \min(1, 1^+ + 3) = 1$$

$$l(e_9) = \min(1, 1^+ + 5) = 1$$

$$l(e_{12}) = \min(1, 1^+ + 2) = 1$$

$$6. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_8) = 1;$$

7. Вершина e_8 получает постоянную пометку $l(e_8) = 1^+, p = e_8$

	1	2	3
e_1	0^+		
e_2	∞	∞	2
e_3	∞	∞	∞
e_4	∞	1^+	
e_5	∞	∞	∞
e_6	∞	3	3
e_7	∞	∞	∞
e_8	∞	1	1^+
e_9	∞	1	1
e_{10}	∞	1	1
e_{11}	∞	∞	∞
e_{12}	∞	1	1

8. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_8 = \{e_1, e_4, e_7, e_9, e_{10}, e_{11}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_7, e_9, e_{10}, e_{11} — уточняем их:

$$l(e_7) = \min(\infty, 1^+ + 1) = 2$$

$$l(e_9) = \min(1, 1^+ + 3) = 1$$

$$l(e_{10}) = \min(1, 1^+ + 2) = 1$$

$$l(e_{11}) = \min(\infty, 1^+ + 2) = 3$$

$$9. I(e_i^+) = \min[I(e_i)] = l(e_9) = 1$$

10. Вершина e_9 получает постоянную пометку $l(e_9) = 1^+$, $p = e_9$

	1	2	3	4
e_1	0^+			
e_2	∞	∞	2	2
e_3	∞	∞	∞	∞
e_4	∞	1^+		
e_5	∞	∞	∞	2
e_6	∞	3	3	3
e_7	∞	∞	∞	2
e_8	∞	1	1^+	
e_9	∞	1	1	1^+
e_{10}	∞	1	1	1
e_{11}	∞	∞	∞	3
e_{12}	∞	1	1	1

11. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_9 = \{e_1, e_2, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8\}$$

Временные пометки имеют вершины e_2, e_5, e_6, e_7 - уточняем их:

$$l(e_2) = \min[2, 1^+ + 1] = 2;$$

$$l(e_5) = \min[\infty, 1^+ + 1] = 2;$$

$$l(e_6) = \min[3, 1^+ + 5] = 3;$$

$$l(e_7) = \min[2, 1^+ + 2] = 2.$$

$$12. I(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_{10}) = 1$$

13. Вершина e_{10} получает постоянную отметку $I(e_{10}) = 1^+$, $p = e_{10}$

	1	2	3	4	5
e ₁	0 ⁺				
e ₂	∞	∞	2	2	2
e ₃	∞	∞	∞	∞	∞
e ₄	∞	1 ⁺			
e ₅	∞	∞	∞	2	2
e ₆	∞	3	3	3	3
e ₇	∞	∞	∞	2	2
e ₈	∞	1	1 ⁺		
e ₉	∞	1	1	1 ⁺	
e ₁₀	∞	1	1	1	1 ⁺
e ₁₁	∞	∞	∞	3	3
e ₁₂	∞	1	1	1	1

14. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_{10}} = \{e_1, e_3, e_5, e_6, e_7, e_8\}$$

Временные пометки имеют вершины e₃, e₅, e₆, e₇ - уточняем их:

$$l(e_3) = \min(\infty, 1^+ + 4) = 5$$

$$l(e_5) = \min(2, 1^+ + 5) = 2$$

$$l(e_6) = \min(3, 1^+ + 4) = 3$$

$$l(e_7) = \min(2, 1^+ + 3) = 2$$

$$15. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_{12}) = 1$$

16. Вершина e₁₂ получает постоянную отметку $l(e_{12}) = 1^+$, $p = e_{12}$

	1	2	3	4	5	6
e ₁	0 ⁺					
e ₂	∞	∞	2	2	2	2
e ₃	∞	∞	∞	∞	∞	5
e ₄	∞	1 ⁺				
e ₅	∞	∞	∞	2	2	2
e ₆	∞	3	3	3	3	3
e ₇	∞	∞	∞	2	2	2
e ₈	∞	1	1 ⁺			
e ₉	∞	1	1	1 ⁺		
e ₁₀	∞	1	1	1	1 ⁺	
e ₁₁	∞	∞	∞	3	3	3
e ₁₂	∞	1	1	1	1	1 ⁺

17. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_{12}} = \{e_1, e_3, e_4, e_5, e_{11}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_3, e_5, e_{11} - уточняем их:

$$l(e_3) = \min(5, 1^+ + 2) = 3$$

$$l(e_5) = \min(2, 1^+ + 3) = 2$$

$$l(e_{11}) = \min(3, 1^+ + 1) = 2$$

$$18. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_2) = 2$$

19. Вершина e_2 получает постоянную отметку $l(e_2) = 2^+$, $p = e_2$

	1	2	3	4	5	6	7
e_1	0^+						
e_2	∞	∞	2	2	2	2	2^+
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3
e_4	∞	1^+					
e_5	∞	∞	∞	2	2	2	2
e_6	∞	3	3	3	3	3	3
e_7	∞	∞	∞	2	2	2	2
e_8	∞	1	1^+				
e_9	∞	1	1	1^+			
e_{10}	∞	1	1	1	1^+		
e_{11}	∞	∞	∞	3	3	3	2
e_{12}	∞	1	1	1	1	1^+	

$$20. \Gamma_{e_2} = \{e_4, e_9\}$$

Все смежные вершины имеют постоянные отметки, уточнение не требуется.

$$21. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_5) = 2$$

22. Вершина e_5 получает постоянную отметку $l(e_5) = 2^+$, $p = e_5$

	1	2	3	4	5	6	7	8
e ₁	0 ⁺							
e ₂	∞	∞	2	2	2	2	2 ⁺	
e ₃	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3
e ₄	∞	1 ⁺						
e ₅	∞	∞	∞	2	2	2	2	2 ⁺
e ₆	∞	3	3	3	3	3	3	3
e ₇	∞	∞	∞	2	2	2	2	2
e ₈	∞	1	1 ⁺					
e ₉	∞	1	1	1 ⁺				
e ₁₀	∞	1	1	1	1 ⁺			
e ₁₁	∞	∞	∞	3	3	3	2	2
e ₁₂	∞	1	1	1	1	1 ⁺		

23. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_5} = \{e_3, e_6, e_7, e_9, e_{10}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины e₃, e₆, e₇ - уточняем их:

$$l(e_3) = \min(3, 2^+ + 5) = 3$$

$$l(e_6) = \min(3, 2^+ + 5) = 3$$

$$l(e_7) = \min(2, 2^+ + 2) = 2$$

$$24. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_7) = 2$$

25. Вершина e₇ получает постоянную отметку $l(e_7) = 2^+$, $p = e_7$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
e ₁	0 ⁺								
e ₂	∞	∞	2	2	2	2	2 ⁺		
e ₃	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3
e ₄	∞	1 ⁺							
e ₅	∞	∞	∞	2	2	2	2	2 ⁺	
e ₆	∞	3	3	3	3	3	3	3	3
e ₇	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2 ⁺
e ₈	∞	1	1 ⁺						
e ₉	∞	1	1	1 ⁺					
e ₁₀	∞	1	1	1	1 ⁺				
e ₁₁	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2
e ₁₂	∞	1	1	1	1	1 ⁺			

26. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_7} = \{e_3, e_5, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_3, e_{11} - уточняем их:

$$l(e_3) = \min(3, 2^+ + 1) = 3$$

$$l(e_{11}) = \min(2, 2^+ + 2) = 2$$

$$27. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_{11}) = 2$$

28. Вершина e_{11} получает постоянную отметку $I(e_{11}) = 2^+, p = e_{11}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
e_1	0^+									
e_2	∞	∞	2	2	2	2	2^+			
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3	3
e_4	∞	1^+								
e_5	∞	∞	∞	2	2	2	2	2^+		
e_6	∞	3	3	3	3	3	3	3	3	3
e_7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2^+	
e_8	∞	1	1^+							
e_9	∞	1	1	1^+						
e_{10}	∞	1	1	1	1^+					
e_{11}	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2	2^+
e_{12}	∞	1	1	1	1	1^+				

29. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma_{e_{11}} = \{e_3, e_6, e_7, e_8, e_{12}\}$$

Временные пометки имеют вершины e_3, e_6 - уточняем их:

$$l(e_3) = \min(3, 2^+ + 1) = 3$$

$$l(e_6) = \min(3, 2^+ + 3) = 3$$

$$30. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_3) = 3$$

31. Вершина e_3 получает постоянную отметку $I(e_3) = 3^+, p = e_3$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
e_1	0^+										
e_2	∞	∞	2	2	2	2	2^+				
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3	3	3^+
e_4	∞	1^+									
e_5	∞	∞	∞	2	2	2	2	2^+			
e_6	∞	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
e_7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2^+		

e_8	∞	1	1^+								
e_9	∞	1	1	1^+							
e_{10}	∞	1	1	1	1^+						
e_{11}	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2	2^+	
e_{12}	∞	1	1	1	1	1^+					

32. Не все вершины имеют постоянные пометки,

$$\Gamma e_3 = \{e_5, e_6, e_7, e_{10}, e_{11}, e_{12}\}$$

Временные пометки имеет вершина e_6 - уточняем её:

$$l(e_6) = \min(3, 3^+ + 3) = 3$$

$$33. l(e_i^+) = \min[l(e_i)] = l(e_6) = 3$$

34. Вершина e_6 получает постоянную отметку $l(e_6) = 3^+$, $p = e_6$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
e_1	0^+											
e_2	∞	∞	2	2	2	2	2^+					
e_3	∞	∞	∞	∞	∞	5	3	3	3	3	3^+	
e_4	∞	1^+										
e_5	∞	∞	∞	2	2	2	2	2^+				
e_6	∞	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3^+
e_7	∞	∞	∞	2	2	2	2	2	2^+			
e_8	∞	1	1^+									
e_9	∞	1	1	1^+								
e_{10}	∞	1	1	1	1^+							
e_{11}	∞	∞	∞	3	3	3	2	2	2	2^+		
e_{12}	∞	1	1	1	1	1^+						

Все метки постоянные.