

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»  
Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Дисциплина «Дискретная математика»

## **Курсовая работа**

Часть 2

Вариант 55

Студент  
Баукин Максим Александрович  
Р3132

Преподаватель  
Поляков Владимир Иванович

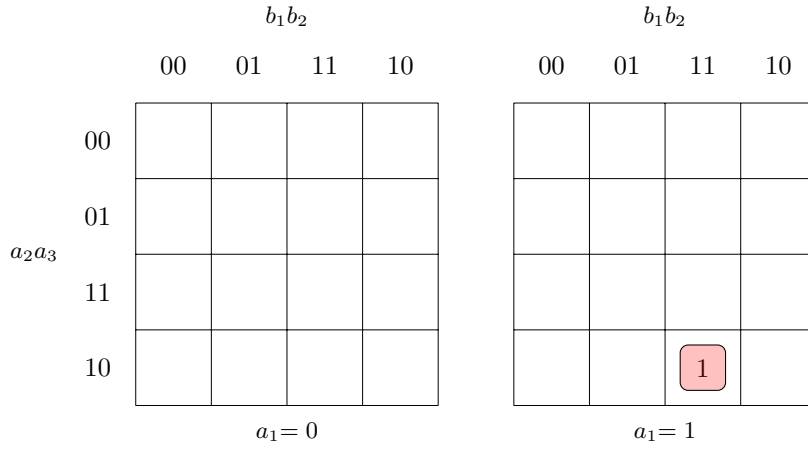
## Задание

Построить комбинационную схему реализующую функцию  $C = (A \bmod 7 + B) \bmod 9$  ( $C$  — 4 бита,  $A$  — 3 бита,  $B$  — 2 бита). При переносе устанавливается бит  $e$ .

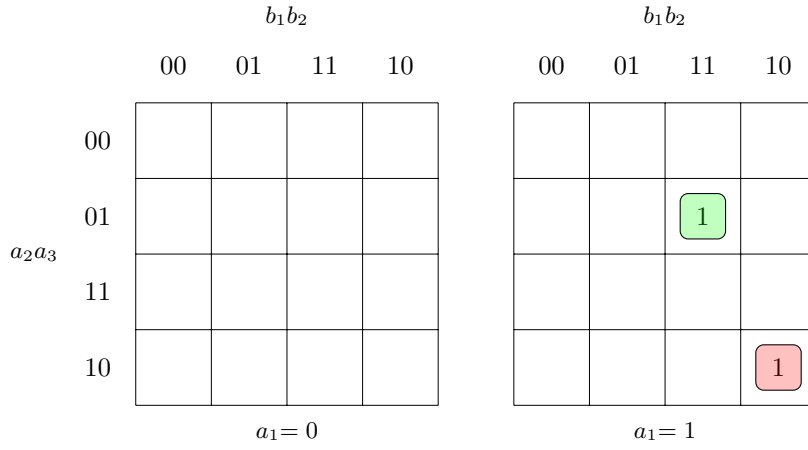
## Таблица истинности

№	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$e$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_4$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1
2	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
3	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1
4	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
5	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
7	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
9	0	1	0	0	1	0	0	0	1	1
10	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	0	0	1	0	1
12	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1
13	0	1	1	0	1	0	0	1	0	0
14	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
16	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
17	1	0	0	0	1	0	0	1	0	1
18	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0
19	1	0	0	1	1	0	0	1	1	1
20	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1
21	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0
22	1	0	1	1	0	0	0	1	1	1
23	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
24	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0
25	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1
26	1	1	0	1	0	0	1	0	0	0
27	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0
28	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
29	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1
30	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0
31	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1

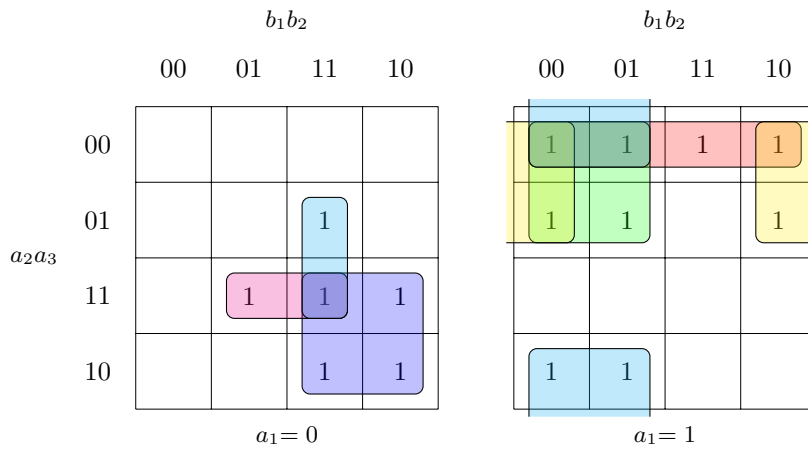
# Минимизация булевых функций на картах Карно



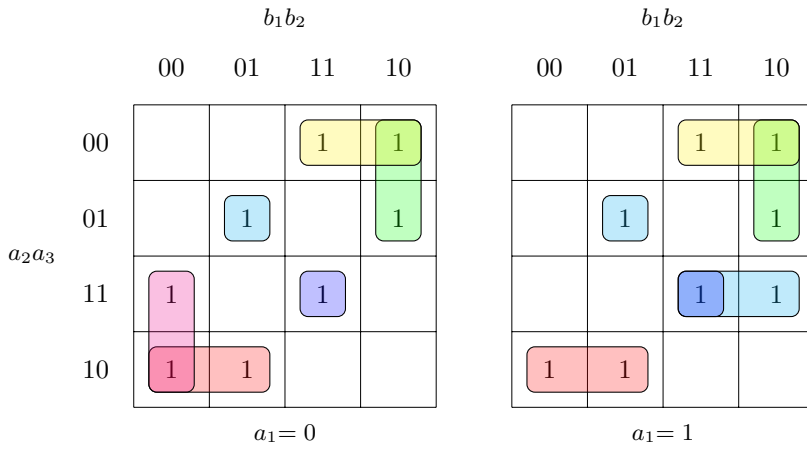
$$e = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 5)$$



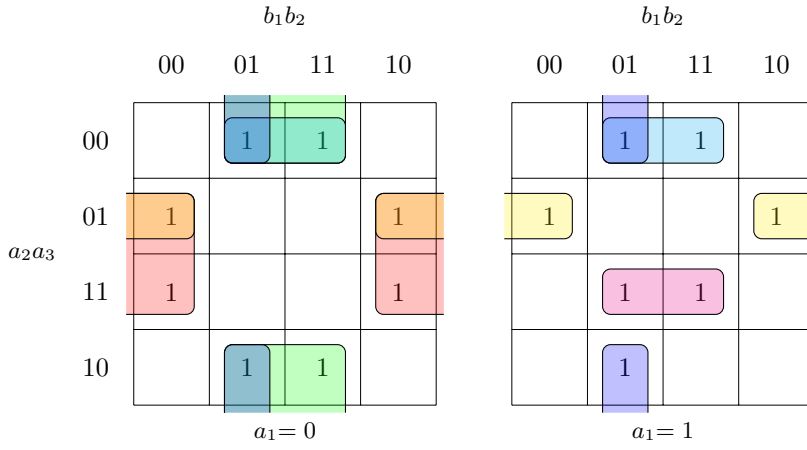
$$c_1 = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 12)$$



$$c_2 = a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_2 \vee \bar{a}_1 a_3 b_1 b_2 \quad (S_Q = 30)$$



$$c_3 = a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 \quad (S_Q = 32)$$



$$c_4 = \bar{a}_1 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_3 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 \quad (S_Q = 25)$$

## Преобразование системы булевых функций

$$\begin{cases} e = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_2 a_3 b_1 b_2 & (S_Q^{c_1} = 12) \\ c_2 = a_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_1 \vee a_1 \bar{a}_2 \bar{b}_2 \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 \vee \bar{a}_1 a_2 a_3 b_2 \vee \bar{a}_1 a_3 b_1 b_2 & (S_Q^{c_2} = 30) \\ c_3 = a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_2 b_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_1 \vee a_1 a_2 a_3 b_1 \vee a_2 a_3 b_1 b_2 \vee \bar{a}_1 a_2 \bar{b}_1 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 32) \\ c_4 = \bar{a}_1 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_1 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 \bar{a}_3 b_2 \vee \bar{a}_3 \bar{b}_1 b_2 \vee a_1 a_2 a_3 b_2 & (S_Q^{c_4} = 25) \end{cases} \quad (S_Q = 104)$$

Проведем раздельную факторизацию системы.

$$\begin{cases} e = a_1 a_2 \bar{a}_3 b_1 b_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = a_1 b_1 (a_2 \bar{a}_3 \bar{b}_2 \vee \bar{a}_2 a_3 b_2) & (S_Q^{c_1} = 11) \\ c_2 = \bar{a}_1 a_3 b_2 (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \bar{a}_2 (\bar{a}_3 \vee \bar{b}_1 \vee \bar{b}_2) \vee a_1 \bar{a}_3 \bar{b}_1 \vee \bar{a}_1 a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 22) \\ c_3 = a_2 \bar{b}_1 (\bar{a}_3 \vee \bar{a}_1 \bar{b}_2) \vee \bar{a}_2 b_1 (\bar{a}_3 \vee \bar{b}_2) \vee a_2 a_3 b_1 (a_1 \vee b_2) \vee \bar{a}_2 a_3 \bar{b}_1 b_2 & (S_Q^{c_3} = 26) \\ c_4 = \bar{a}_3 b_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2 \vee \bar{b}_1) \vee a_3 \bar{b}_2 (\bar{a}_1 \vee \bar{a}_2) \vee a_1 a_2 a_3 b_2 & (S_Q^{c_4} = 18) \end{cases} \quad (S_Q = 82)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_0 = a_3 b_2, \quad \overline{\varphi_0} = \overline{a_3} \vee \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = a_1 a_2 \overline{a_3} b_1 b_2 & (S_Q^e = 5) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \overline{a_2} \vee a_2 \overline{a_3} \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{a_1} (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee a_1 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = \varphi_0 \overline{a_2} \overline{b_1} \vee a_2 \overline{b_1} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{b_2}) \vee \overline{\varphi_0} \overline{a_2} b_1 \vee a_2 a_3 b_1 (a_1 \vee b_2) & (S_Q^{c_3} = 23) \\ c_4 = \varphi_0 a_1 a_2 \vee a_3 \overline{b_2} (\overline{a_1} \vee \overline{a_2}) \vee \overline{a_3} b_2 (\overline{a_1} \vee \overline{a_2} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_4} = 17) \end{cases}$$

$$(S_Q = 78)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_1 = a_1 a_2, \quad \overline{\varphi_1} = \overline{a_1} \vee \overline{a_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_1 = a_1 a_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = \varphi_1 \overline{a_3} b_1 b_2 & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \overline{a_2} \vee a_2 \overline{a_3} \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{a_1} (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee a_1 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = \varphi_0 \overline{a_2} \overline{b_1} \vee a_2 \overline{b_1} (\overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{b_2}) \vee \overline{\varphi_0} \overline{a_2} b_1 \vee a_2 a_3 b_1 (a_1 \vee b_2) & (S_Q^{c_3} = 23) \\ c_4 = \varphi_0 \varphi_1 \vee \overline{\varphi_1} a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 (\overline{\varphi_1} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_4} = 13) \end{cases}$$

$$(S_Q = 76)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_2 = a_3 (a_1 \vee b_2), \quad \overline{\varphi_2} = \overline{a_3} \vee \overline{a_1} \overline{b_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = a_3 (a_1 \vee b_2) & (S_Q^{\varphi_2} = 4) \\ \varphi_1 = a_1 a_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = \varphi_1 \overline{a_3} b_1 b_2 & (S_Q^e = 4) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_0 \overline{a_2} \vee a_2 \overline{a_3} \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 10) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{a_1} (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee a_1 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_3 = \varphi_0 \overline{a_2} \overline{b_1} \vee \varphi_2 a_2 b_1 \vee \overline{\varphi_2} a_2 \overline{b_1} \vee \overline{\varphi_0} \overline{a_2} b_1 & (S_Q^{c_3} = 16) \\ c_4 = \varphi_0 \varphi_1 \vee \overline{\varphi_1} a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 (\overline{\varphi_1} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_4} = 13) \end{cases}$$

$$(S_Q = 74)$$

Проведем совместную декомпозицию системы.

$$\varphi_3 = \varphi_0 \overline{a_2}$$

$$\begin{cases} \varphi_2 = a_3 (a_1 \vee b_2) & (S_Q^{\varphi_2} = 4) \\ \varphi_1 = a_1 a_2 & (S_Q^{\varphi_1} = 2) \\ \varphi_0 = a_3 b_2 & (S_Q^{\varphi_0} = 2) \\ e = \varphi_1 \overline{a_3} b_1 b_2 & (S_Q^e = 4) \\ c_2 = \varphi_0 \overline{a_1} (a_2 \vee b_1) \vee a_1 \overline{a_2} (\overline{\varphi_0} \vee \overline{b_1}) \vee a_1 \overline{a_3} \overline{b_1} \vee \overline{a_1} a_2 b_1 & (S_Q^{c_2} = 20) \\ c_4 = \varphi_0 \varphi_1 \vee \overline{\varphi_1} a_3 \overline{b_2} \vee \overline{a_3} b_2 (\overline{\varphi_1} \vee \overline{b_1}) & (S_Q^{c_4} = 13) \\ \varphi_3 = \varphi_0 \overline{a_2} & (S_Q^{\varphi_3} = 2) \\ c_1 = a_1 b_1 (\varphi_3 \vee a_2 \overline{a_3} \overline{b_2}) & (S_Q^{c_1} = 8) \\ c_3 = \varphi_3 \overline{b_1} \vee \varphi_2 a_2 b_1 \vee \overline{\varphi_0} \overline{a_2} b_1 \vee \overline{\varphi_2} a_2 \overline{b_1} & (S_Q^{c_3} = 15) \end{cases}$$

$$(S_Q = 73)$$

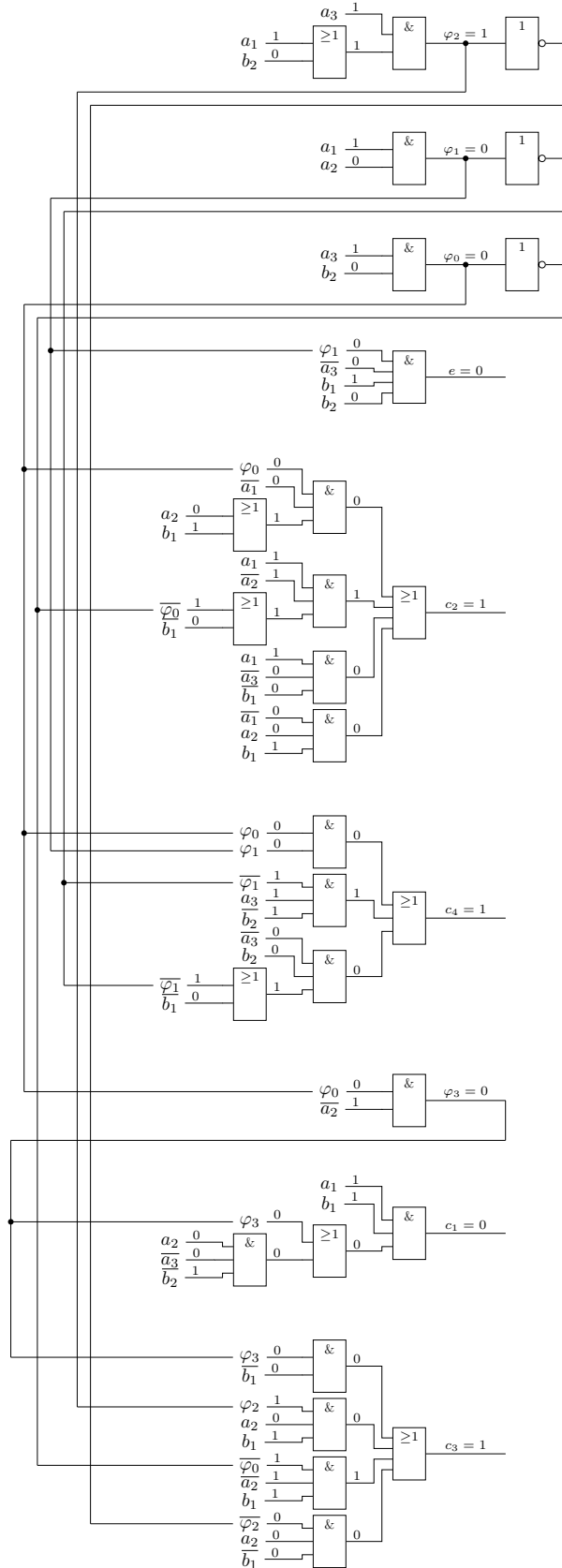
# Синтез комбинационной схемы в булевом базисе

Будем анализировать схему на следующем наборе аргументов:

$$a_1 = 1, a_2 = 0, a_3 = 1, b_1 = 1, b_2 = 0$$

Выходы схемы из таблицы истинности:

$$e = 0, c_1 = 0, c_2 = 1, c_3 = 1, c_4 = 1$$



Цена схемы:  $S_Q = 73$ . Задержка схемы:  $T = 5\tau$ .