Documentation afin de calculer le point moyen d'un nuage de points

---

*Suite au cours de **qualité de dévelopement**, j'ai réalisé la documentation permettant de calculer le **point moyen** d'un nuage de points vu en cours de Modélisation*

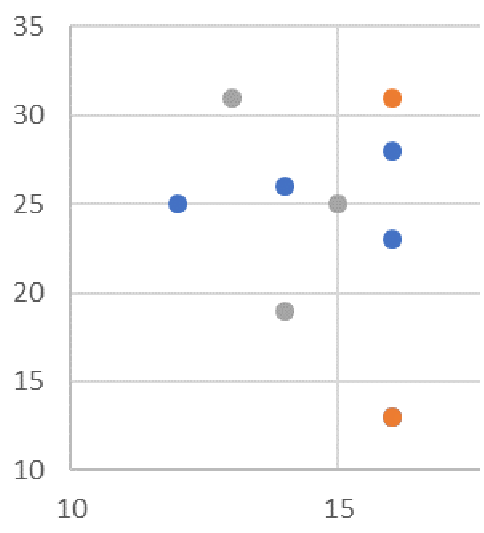
Sommaire

1. `Calcul de l'équation selon les points du nuage`
2. `Calcul du gradient afin de trouver les points critiques (coordonnées du point moyen)`
3. `Vérification par le calcul de la Matrice Hessienne`

Introduction

La documentation suivante permet de déterminer **le point central** d'un nuage de points, grâce à leurs coordonnées dans un repère orthonormé. [1]

Introduction Pour comprendre les calculs des points moyens nous allons utiliser un exemple d'application :



Le nuage de point précédents représente l'age des galinacées`(x)` selon leur nombre`(y)`. Nous voulons déterminer le nombre et l'âge moyen selon chaque espèces que comporte la ferme.

[1] Vidéo d'Yvan Monka.

Pour cela nous allons faire une liste des points présents sur le graphique selon chaque espèce :

poulet : $(12;25),(14;26),(16;23),(16;27)$

canard : $(16;13),(16;31)$

dinde : $(13;31),(14;19),(15;25)$

I - Calcul de l'équation selon les points du nuage Pour chaque espèce :

En utilisant la formule permettant de calculer le point moyen entre deux points, on obtient :

[f(x,y) = (x-coordX)^{2} + (y-coordY)^{2}]

poulet : $f(x,y) = (x-12)^2 + (y-25)^2 + (x-14)^2 + (y-26)^2 + (x-16)^2 + (y-23)^2 + (x-16)^2 + (y-27)^2$

canard : $f(x,y) = (x-16)^2 + (y-13)^2 + (x-16)^2 + (y-31)^2$

dinde $f(x,y) = (x-13)^2 + (y-31)^2 + (x-14)^2 + (y-19)^2 + (x-15)^2 + (y-25)^2$
Il faut donc maintenant développer les équations :

poulet : $4x^2 - 116x + 4y^2 - 202y + 3477$

canard : $2x^2 - 64x + 2y^2 - 88y + 1642$

dinde : $3x^{2} -84x + 3y^{2} - 150y + 2537 $

Si vous avez obtenu le bon résultat vous pouvez validé : - [ ] Validé :tada:

2. Calcul du gradient afin de trouver les points critiques (coordonnées du point moyen) Pour chaque équation obtenue on calcule la dérivée par x et par y :

poulet :

$f(x,y) = 4x^2 - 116x + 4y^2 - 202y + 3477$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 8x - 116$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 8y - 202$

canard :

$f(x,y) = 2x^2 - 64x + 2y^2 - 88y + 1642$

$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 4x - 64$

$\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 4y - 88$

dinde :

$f(x,y) = 3x^2 - 84x + 3y^2 - 150y + 2537$

$\dfrac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 6x - 84$

$\dfrac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6y - 150$

On peut maintenant chercher les points moyens de chaque espèces, pour trouver le point x et le point y on prend la dérivée et on cherche quand x ou y = 0 :

poulet :

$8x - 116 = 0$

$8x = 116$

$\dfrac{8x}{8} = \dfrac{116}{8}$

$x = 14.5$

$8y - 202 = 0$

$8y = 202$

$\dfrac{8y}{8} = \dfrac{202}{8}$

$y = 25.25$

Le point moyen des poulets est de coordonnées : $(x = 14.5, y = 25.25)$

canard : $4x - 64 = 0$

$4x = 64$

$\dfrac{4x}{4} = \dfrac{64}{4}$

$x = 16$

$4y - 88 = 0$

$4y = 88$

$\dfrac{4y}{4} = \dfrac{88}{4}$

$y = 22$

Le point moyen des poulets est de coordonnées : $(x = 16, y = 22)$

dinde : $6x - 84 = 0$

$6x = 84$
$\frac{6x}{6} = \frac{84}{6}$
$x = 14$

$6y - 150 = 0$

$6y = 150$

$\frac{6y}{6} = \frac{150}{6}$

$y = 25$

Le point moyen des poulets est de coordonnées : $(x = 14, y = 25)$

Si vous avez obtenu le bon résultat vous pouvez validé : - [ ] Validé :tada:

3. Calcul du gradient afin de trouver les points critiques (coordonnées du point moyen) Afin de vérifier que nous avons le point moyen minimal, il faut dérivée la dérivée de x et de y une nouvelle fois :

poulet : $|\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 8x-116||\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 8y-202|$ |:———:|:———:|:———: $|\frac{\partial š f}{\partial x}(x,y) = 8|\frac{\partial š f}{\partial x \partial y}(x,y) = 0|\frac{\partial š f}{\partial y}(x,y) = 8|$

La matrice Hessienne est :

$$M = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = 8 \times 8 - 0 \times 0 = 64$$

Le point est le point moyen minimum car f > 0 et M > 0

canard : $|\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 4x - 64||\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 4y - 88|$ |:———:|:———:|:———: $|\frac{\partial š f}{\partial x}(x,y) = 4|\frac{\partial š f}{\partial x \partial y}(x,y) = 0|\frac{\partial š f}{\partial y}(x,y) = 4|$

La matrice Hessienne est :

$$M = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = 4 \times 4 - 0 \times 0 = 16$$

Le point est le point moyen minimum car f > 0 et M > 0

dinde : $|\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 6x - 84||\frac{\partial f}{\partial y}(x,y) = 6y - 150|$ |:———:|:———:|:———: $|\frac{\partial š f}{\partial x}(x,y) = 6|\frac{\partial š f}{\partial x \partial y}(x,y) = 0|\frac{\partial š f}{\partial y}(x,y) = 6|$

La matrice Hessienne est :

$$M = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix} = 6 \times 6 - 0 \times 0 = 36$$

Le point est le point moyen minimum car f > 0 et M > 0

Pour aller plus loin