

Documentation afin de calculer le point moyen d'un nuage de points

*Suite au cours de **qualité de développement**, j'ai réalisé la documentation permettant de calculer le **point moyen** d'un nuage de points vu en cours de Modélisation*

Sommaire

1. Calcul de l'équation selon les points du nuage
2. Calcul du gradient afin de trouver les points critiques (coordonnées du point moyen)
3. Vérification par le calcul de la Matrice Hessienne

Contexte

La documentation suivante permet de déterminer le **point central** d'un nuage de points, grâce à leurs coordonnées dans un repère orthonormé.

Introduction

Pour comprendre les calculs des points moyens nous allons utiliser un exemple d'application :

Le nuage de point précédents représente l'âge des galinacées(**x**) selon leur nombre(**y**). Nous voulons déterminer le nombre et l'âge moyen selon chaque espèces que comporte la ferme.

Pour cela nous allons faire une liste des points présents sur le graphique selon chaque espèce :

poulet :

$(12; 25), (14; 26), (16; 23), (16; 27)$

canard :

$(16; 13), (16; 31)$

dinde :

$(13; 31), (14; 19), (15; 25)$

I - Calcul de l'équation selon les points du nuage

Pour chaque espèce :

En utilisant la formule permettant de calculer le point moyen entre deux points, on obtient :

$$f(x, y) = (x - \text{coordX})^2 + (y - \text{coordY})^2$$

poulet :

$$f(x, y) = (x-12)^2 + (y-25)^2 + (x-14)^2 + (y-26)^2 + (x-16)^2 + (y-23)^2 + (x-16)^2 + (y-27)^2$$

canard :

$$f(x, y) = (x - 16)^2 + (y - 13)^2 + (x - 16)^2 + (y - 31)^2$$

dinde

$$f(x, y) = (x - 13)^2 + (y - 31)^2 + (x - 14)^2 + (y - 19)^2 + (x - 15)^2 + (y - 25)^2$$

Il faut donc maintenant développer les équations :

poulet :

$$4x^2 - 116x + 4y^2 - 202y + 3477$$

canard :

$$2x^2 - 64x + 2y^2 - 88y + 1642$$

dinde :

$$3x^2 - 84x + 3y^2 - 150y + 2537$$

II - Calcul du gradient afin de trouver les points critiques (coordonnées du point moyen)

Pour chaque équation obtenue on calcule la dérivée par x et par y :

poulet :

$$f(x, y) = 4x^2 - 116x + 4y^2 - 202y + 3477$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 8x - 116$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 8y - 202$$

canard :

$$f(x, y) = 2x^2 - 64x + 2y^2 - 88y + 1642$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 4x - 64$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 4y - 88$$

dinde :

$$f(x, y) = 3x^2 - 84x + 3y^2 - 150y + 2537$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 6x - 84$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 6y - 150$$

On peut maintenant chercher les points moyens de chaque espèces, pour trouver le point x et le point y on prend la dérivée et on cherche quand x ou y = 0 :

poulet :

$$8x - 116 = 0$$

$$8x = 116$$

$$\frac{8x}{8} = \frac{116}{8}$$

$$x = 14.5$$

$$8y - 202 = 0$$

$$8y = 202$$

$$\frac{8y}{8} = \frac{202}{8}$$

$$y = 25.25$$

Le point moyen des poulets est de coordonnées :

$$(x = 14.5, y = 25.25)$$

canard :

$$4x - 64 = 0$$

$$4x = 64$$

$$\frac{4x}{4} = \frac{64}{4}$$

$$x = 16$$

$$4y - 88 = 0$$

$$4y = 88$$

$$\frac{4y}{4} = \frac{88}{4}$$

$$y = 22$$

Le point moyen des poulets est de coordonnées :

$$(x = 16, y = 22)$$

dinde :

$$6x - 84 = 0$$

$$6x = 84$$

$$\frac{6x}{6} = \frac{84}{6}$$

$$x = 14$$

$$6y - 150 = 0$$

$$6y = 150$$

$$\frac{6y}{6} = \frac{150}{6}$$

$$y = 25$$

Le point moyen des poulets est de coordonnées :

$$(x = 14, y = 25)$$

III - Calcul du gradient afin de trouver les points critiques (coordonnées du point moyen)

Afin de vérifier que nous avons le point moyen minimal, il faut dériver la dérivée de x et de y une nouvelle fois :

poulet :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 8x - 116$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = 8$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 8y - 202$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = 8$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = 0$$

La matrice Hessienne est :

$$\det(M) = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} = 8 \times 8 - 0 \times 0 = 64$$

Le point est le point moyen minimum car $f > 0$ et $M > 0$

canard :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 4x - 64$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = 4$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 4y - 88$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 4$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = 0$$

La matrice Hessienne est :

$$\det(M) = \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{vmatrix} = 4 \times 4 - 0 \times 0 = 16$$

Le point est le point moyen minimum car $f > 0$ et $M > 0$

dinde :

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = 6x - 84$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) = 6$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = 6y - 150$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = 6$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x, y) = 0$$

La matrice Hessienne est :

$$\det(M) = \begin{vmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} = 6 \times 6 - 0 \times 0 = 36$$

Le point est le point moyen minimum car $f > 0$ et $M > 0$

Pour aller plus loin

Vidéo d'Yvan Monka.

À propos

Projet réalisé en 3ème année de BUT Informatique - 2024

Statut du projet : Terminé

Description du projet

Le projet a été réalisé pour créer une documentation utilisant Mkdocs, exclusivement en Markdown, dans le cadre du cours de qualité de développement.

Contact

- **LinkedIn:** Emma Guilbert
- **GitHub:** Guilbert Emma
- **Email:** emmaguilbert4@gmail.com

Sources

- YouTube YouNup