2018학년도 2학기

물리학및실험 (US0019)

1부 역 학

7장 회전 운동과 중력의 법칙

상명대학교 융합공과대학

전기공학과

조 수 환 교수

상명대학교 SANGMYUNG UNIVERSITY

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과

Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7. 회전 운동과 중력의 법칙

NASA

7.1 각속도와 각가속도
7.2 등각가속도에서의 회전 운동
7.3 각운동과 선운동 물리량의 관계
7.4 구심 가속도
7.5 뉴턴의 만유인력의 법칙
7.6 케플러의 법칙

지구 둘레로 초당 수천 미터의 속력으로 자유 낙하하는 국제 우주정거장은 중력에 의한 구심력에 의해 궤도 운동을 유지한다.

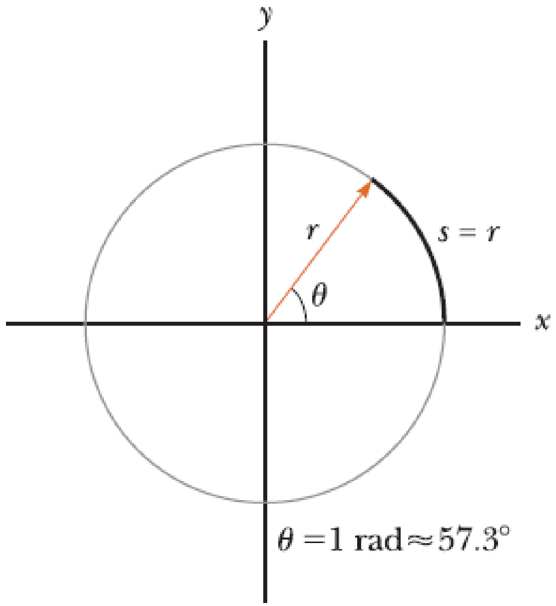
서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.1 각속력과 각가속도 Angular Speed and Angular Acceleration

- 직선 운동 : 변위, 속도, 가속도
- 회전 운동 : 각변위, 각속도, 각가속도
  – 각변위 : 각도(radian)의 차이

$$\theta\,[^\circ] = \frac{\text{원호의 길이}}{\text{원의 둘레}} \times 360^\circ = \frac{s}{2\pi r} \times 360^\circ$$

$$\theta\,[^\circ] : \theta\,[\text{rad}] = 360^\circ : 2\pi \;\rightarrow\; \boxed{s = r\theta\,[\text{rad}]}$$



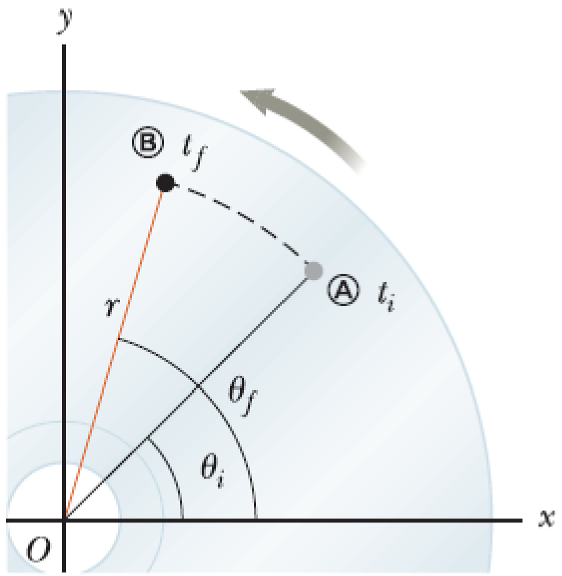


그림 7.3 콤팩트디스크에서 임의의 한 점이 Ⓐ에서 Ⓑ로 이동하면 원반은 각 $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$만큼 회전한다.

한 물체의 각변위 $\Delta\theta$는 나중 각도와 처음 각도의 차이 값이다.

$$\Delta\theta = \theta_f - \theta_i \qquad [7.2]$$

SI 단위: 라디안(rad)

7.1 각속력과 각가속도 Angular Speed and Angular Acceleration

- 회전 운동 : 각변위, 각속도, 각가속도

양의 각속도 방향 : 반시계 방향, 음의 각속도 방향 : 시계 방향

– 평균 각속력

시간 간격 Δt 동안 회전하는 강체의 평균 각속력 $\omega_{\text{평균}}$은 각변위 $\Delta\theta$를 Δt로 나눈 값이다.

$$\omega_{\text{평균}} \equiv \frac{\theta_f - \theta_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad [7.3]$$

SI 단위: 라디안/초(rad/s)

– 순간 각속력

회전하는 강체의 **순간 각속력**(instantaneous angular speed) ω는 시간 간격 Δt가 영으로 접근할 때, 평균 속력 $\Delta\theta/\Delta t$의 극한이다.

$$\omega \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad [7.4]$$

SI 단위: 라디안/초(rad/s)

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과

Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.1 각속력과 각가속도 Angular Speed and Angular Acceleration

- 회전 운동 : 각변위, 각속도, 각가속도

양의 각가속도 방향 : 반시계 방향, 음의 각가속도 방향 : 시계 방향

  – 평균 각가속도

평균 각가속도 $\alpha_{\text{평균}}$은 시간 간격 Δt 동안의 각가속도의 변화량 $\Delta\omega$를 Δt로 나눈 값이다.

$$\alpha_{\text{평균}} \equiv \frac{\omega_f - \omega_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad [7.5]$$

SI 단위: 라디안/제곱초(rad/s^2)

  – 순간 각가속도

순간 각가속도 α는 시간 간격 Δt가 영으로 접근할 때 평균 각가속도 $\Delta\omega/\Delta t$의 극한이다.

$$\alpha \equiv \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad [7.6]$$

SI 단위: 라디안/제곱초(rad/s^2)

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과

Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.1 각속력과 각가속도 Angular Speed and Angular Acceleration

- 강체가 한 고정축을 중심으로 회전할 때 자전거 바퀴가 회전하는 것처럼, 물체 내의 모든 점들은 같은 각속력과 같은 각가속도를 가짐.
- 반면 물체의 접선(선) 속력과 가속도는 한 점에서 회전축까지의 거리에 따라 값이 달라짐.

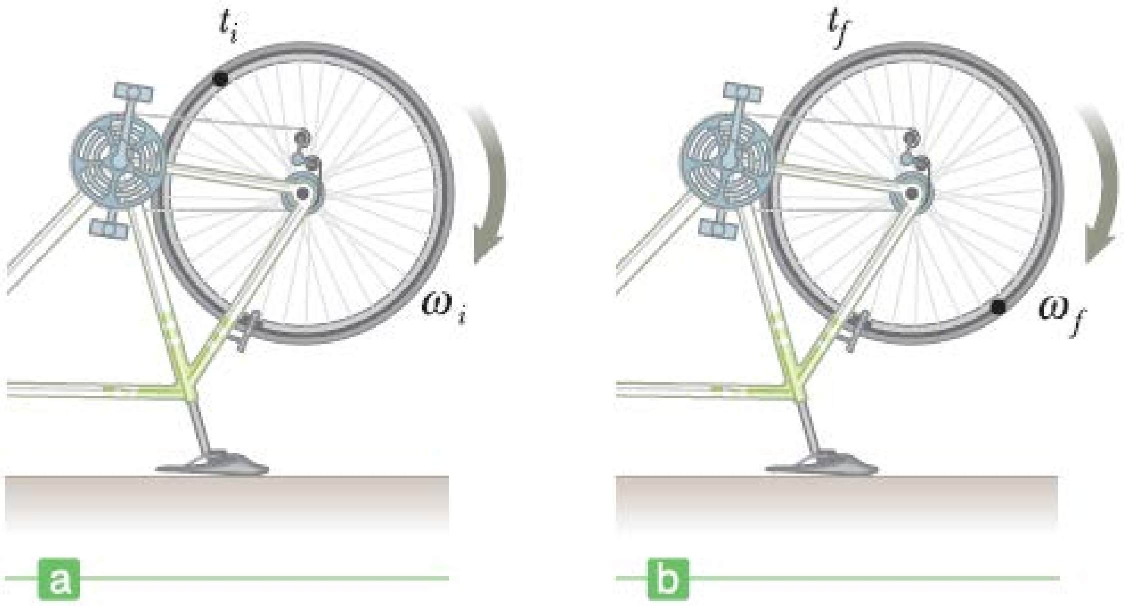


그림 7.4 가속하고 있는 자전거의 바퀴가 (a) 시각 t_i에서는 각속력 ω_i로 (b) 시각 t_f에서는 각속력 ω_f로 회전한다.

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.2 등각가속도에서의 회전 운동 Rotational Motion under Constant Angular Acceleration

등가속도가 a인 선운동(변수: x와 v)	고정축에 대해 등각가속도가 α인 회전 운동 (변수: θ와 ω)	
$v = v_i + at$	$\omega = \omega_i + \alpha t$	[7.7]
$\Delta x = v_i t + \frac{1}{2}at^2$	$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2$	[7.8]
$v^2 = v_i^2 + 2a\,\Delta x$	$\omega^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\,\Delta\theta$	[7.9]

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.3 각운동과 선운동 물리량의 관계 Relations between Angular and Linear Quantities

- 물체는 각도 $\varDelta\theta$ 만큼 회전하고, 점 P는 시간 간격 $\varDelta t$ 동안 호의 길이 $\varDelta s$를 이동한 경우

$$\Delta s = r\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = \frac{\Delta s}{r}$$

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{1}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{r}\frac{ds}{dt} = \frac{v}{r}$$

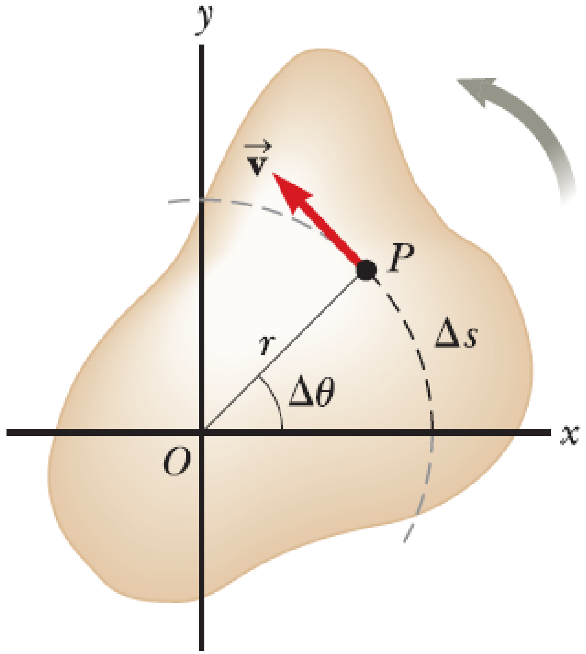


그림 7.5 점 O에서 그림의 평면을 수직으로 통과하는 축(z축)을 회전축으로 하는 물체의 회전. 물체 위의 한 점 P는 점 O를 중심으로 반지름 r의 원으로 회전한다.

– 순간 선속도 : v
  - 크기 : 접선 속력(v_t, Tangential Speed)
    $$v_t = \omega r$$
  - 방향 : 접선의 방향
  - 회전하는 물체 내에 있는 한 점의 접선 속력은 회전축으로부터 점까지의 거리와 각속력의 곱과 같음.
  - 회전하는 물체 내의 모든 점들은 같은 각속력을 갖지만, 같은 선속력(접선 속력)을 갖는 것은 아님.

7.3 각운동과 선운동 물리량의 관계 Relations between Angular and Linear Quantities

- 물체는 각도 $\Delta\theta$ 만큼 회전하고, 점 P는 시간 간격 Δt 동안 호의 길이 Δs를 이동한 경우
  - 접선가속도(a_t) : 접선의 방향

$$\Delta v_t = r\Delta\omega$$

$$\frac{\Delta v_t}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} \rightarrow a_t = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_t}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = r\frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

- 회전하는 물체 내의 한 점의 접선 가속도는 회전축으로부터의 거리와 각가속도의 곱과 같음.

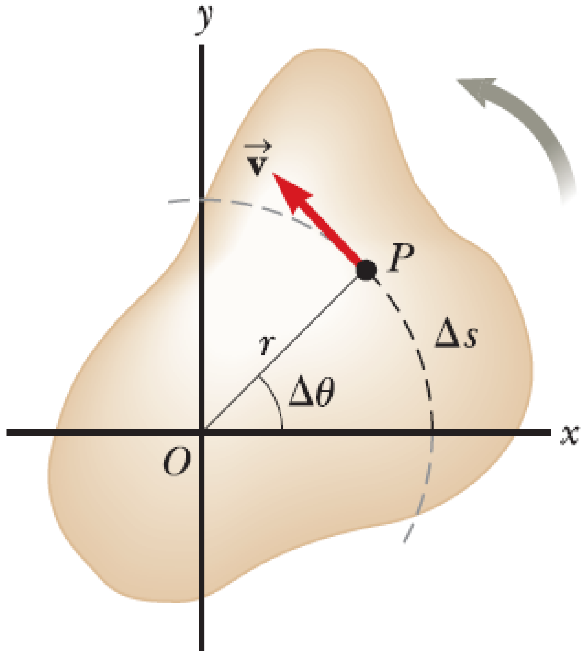


그림 7.5 점 O에서 그림의 평면을 수직으로 통과하는 축(z축)을 회전축으로 하는 물체의 회전. 물체 위의 한 점 P는 점 O를 중심으로 반지름 r의 원으로 회전한다.

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.4 구심 가속도 Centripetal Acceleration

- 자동차가 원형 도로에서 일정한 선속력 v로 회전하는 경우
  - 자동차는 일정한 선속력으로 움직이고 있지만 여전히 가속도를 가짐.
  - 평균 가속도 : 가속도의 방향 = **원의 중심 방향**

    (**구심가속도(a_c)**, Centripetal Acceleration)

$$\boxed{\vec{\mathbf{a}}_{\text{평균}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}_f - \vec{\mathbf{v}}_i}{t_f - t_i}}$$

$$v : \Delta v = r : \Delta s \;\rightarrow\; \frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{r} \;\rightarrow\; \Delta v = v\frac{\Delta s}{r}$$

$$a_{\text{평균}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r}\frac{\Delta s}{\Delta t} \;\rightarrow\; a_c = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{v}{r}\frac{ds}{dt} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$$

  - 전체 가속도의 크기 : $\boxed{a = \sqrt{a_t^2 + a_c^2}}$

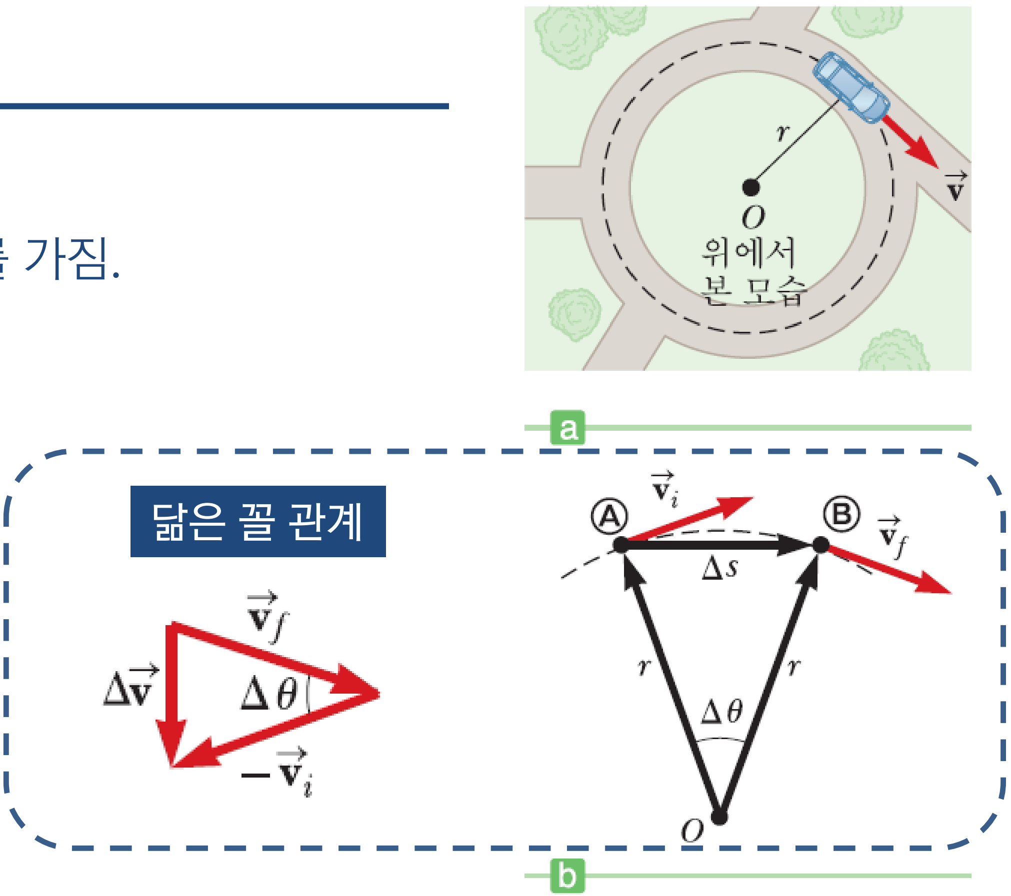


그림 7.6 (a) 일정한 속력으로 움직이고 있는 자동차의 원운동, (b) 자동차가 원형 도로를 따라 Ⓐ에서 Ⓑ로 이동할 때, 속도 벡터의 방향이 변하여 구심 가속도가 생긴다.

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.4 구심 가속도 Centripetal Acceleration

- **각운동 물리량의 벡터 특성**
  - 각운동의 물리량(각변위, 각속도, 각가속도) = 벡터량
  - 각속도 벡터 $\boldsymbol{\omega}$
    - 각속도 벡터 $\boldsymbol{\omega}$의 크기 = 각속력 ω
    - 각속도 벡터 $\boldsymbol{\omega}$의 방향 = 오른손 법칙으로 결정
  - 각가속도 벡터 $\boldsymbol{\alpha}$
    - 각가속도 벡터 $\boldsymbol{\alpha}$의 방향 : 각속력 ω(각속도 벡터 $\boldsymbol{\omega}$의 크기)가 시간에 따라 증가하면 각속도 벡터 $\boldsymbol{\omega}$의 방향과 같은 방향이고, 감소하면 반대 방향임.

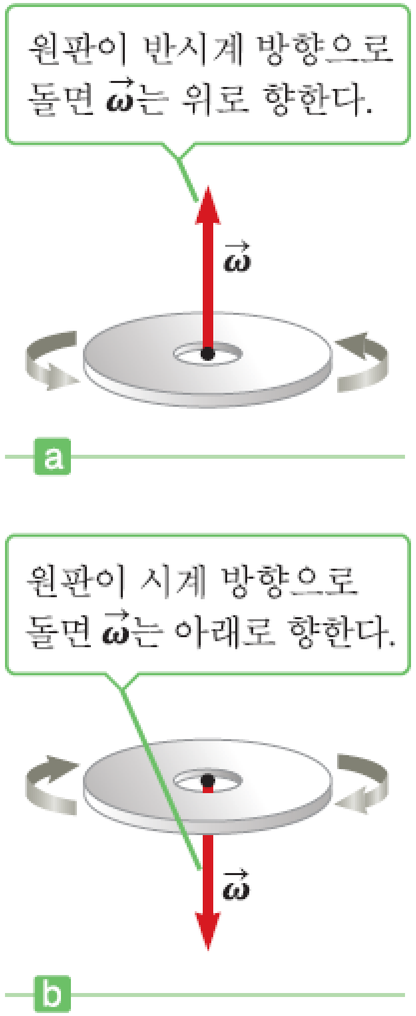


그림 7.9 각속도 벡터 $\vec{\omega}$의 방향은 회전 방향에 따라 결정된다.

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.4 구심 가속도 Centripetal Acceleration

- 구심가속도를 일으키는 힘
  - 물체가 구심가속도를 갖기 위해서는 그 물체에 힘이 작용해야 함.
    - 줄에 매달려 원운동을 하는 공 : 줄의 장력
    - 원형 트랙을 달리는 자동차 : 자동차와 트랙 사이의 마찰력
    - 지구 궤도를 도는 인공위성 : 지구의 중력
  - 지름 방향으로 뉴턴의 제2법칙을 적용 (F = ma)

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

- 구심력을 유발하는 알짜힘은 원 궤도의 중심을 향하며, 속도 벡터의 방향을 변화시킴.
- 그 힘이 사라지면 물체는 곧바로 원 궤도를 이탈하여, 힘이 사라진 지점에서 원의 접선방향으로 직진 운동함.

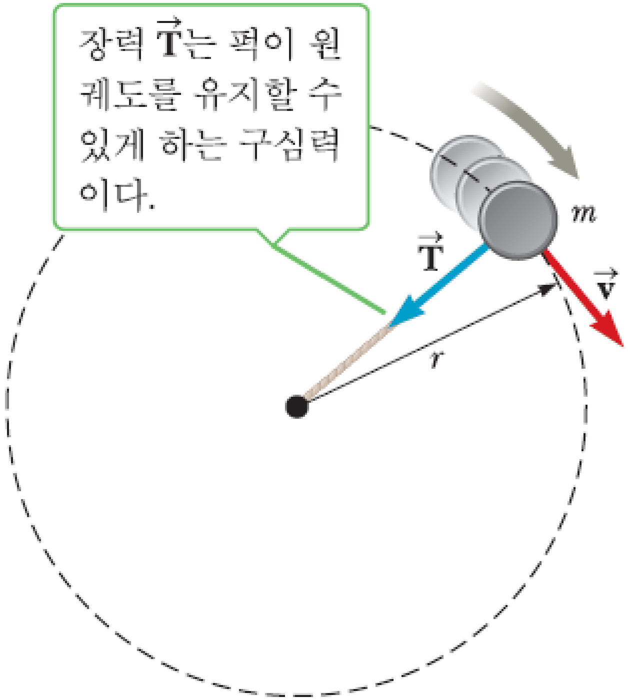


그림 7.10 길이가 r인 줄에 매달려 등속 원운동을 하고 있는 아이스하키 퍽

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과

Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

예제 7.7 데이토나 국제 자동차 경주장

목표 이차원에서 구심력 문제를 푼다.

문제 미국 플로리다 데이토나(Daytona) 국제 자동차 경주장은 매년 봄에 개최되는 데이토나 500 자동차 경주 대회로 유명하다. 경주로는 4층 높이로 기울기가 31.0°이고 반지름이 316 m인 곡선 도로로 되어 있는 것이 특징이다. 만약 자동차가 너무 천천히 지나가면 곡선 도로의 비탈에서 미끄러져 내려가고, 너무 빠르면 비탈을 미끄러져 올라간다. **(a)** 자동차가 비탈을 미끄러져 내려가지도 않고 올라가지도 않도록 경사진 곡선 도로에서의 구심 가속도를 구하라(마찰 무시). **(b)** 자동차의 속력을 계산하라.

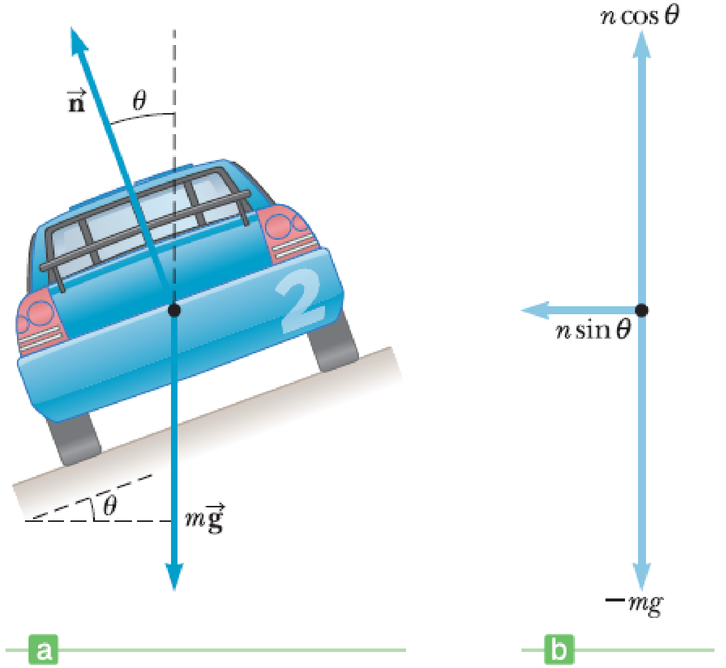


그림 7.12 (예제 7.7) 길바닥이 각 θ만큼 기울어진 곡선 도로를 자동차가 돌게 되면, 차가 원운동을 할 수 있게 하는 구심력은 차에 작용하는 수직 항력의 곡률 반지름 방향 성분이다. 예제에서는 마찰이 무시되었지만, 마찰도 무관하지는 않다. 그림에서 차가 앞으로 나가는 방향은 종이면으로 들어가는 방향이다. (a)는 차에 작용하는 힘을 나타낸 것이고, (b)는 힘의 성분을 나타낸 것이다.

7.4 구심 가속도 Centripetal Acceleration

- 겉보기 힘
  - 원심력 : 중심에서 이탈하는 힘, 적절한 구심력이 없는 경우 나타남.
  - 지름 방향에서 멀어지는 힘으로 착각하기 쉬움.

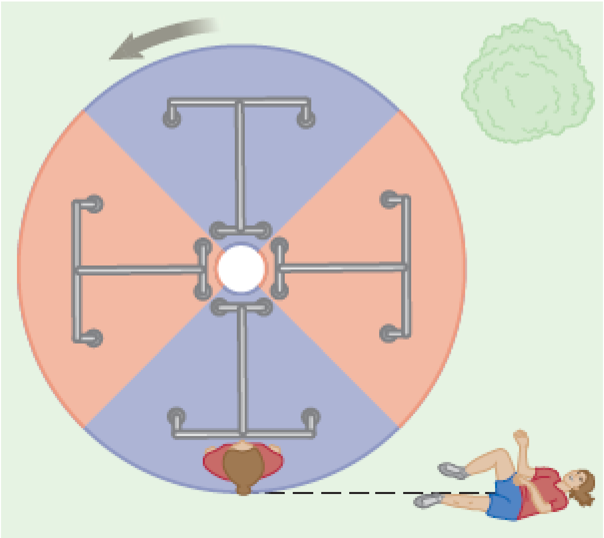


그림 7.14 손잡이를 놓친 학생이 회전 목마의 테두리의 접선을 따라 나가 떨어지고 있다.

7.5 뉴턴의 만유인력의 법칙 Newtonian Gravitation

- 만유인력의 법칙

질량이 m_1과 m_2인 두 물체가 거리 r만큼 떨어져 있다면, 중력 F는 둘을 연결하는 선을 따라 작용하고 크기는 다음과 같이 주어진다.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad [7.20]$$

여기서 $G = 6.673 \times 10^{-11}\,\mathrm{kg^{-1} \cdot m^3 \cdot s^{-2}}$는 **만유인력 상수**(constant of universal gravitation)라고 하는 비례 상수이다. 중력은 항상 인력이다.

– 역제곱의 법칙 : 만유인력은 거리의 제곱에 반비례함.

– 구형 물체가 구 밖의 한 입자에 작용하는 중력은 구 전체 질량이 그 중심에 집중되어 있는 경우와 같음 = 가우스의 법칙

– 중력가속도는 지구 표면으로부터의 거리(고도)에 따라 달라짐. (가속도가 변함)

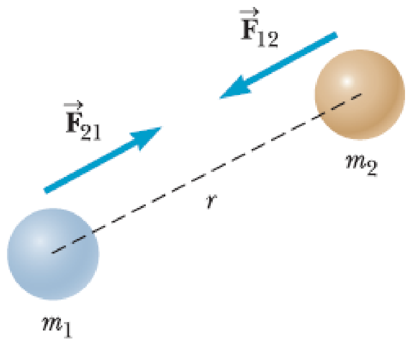


그림 7.15 두 입자 사이의 중력은 인력이며 두 입자를 연결하는 선을 따라 작용한다. 뉴턴의 제3법칙에 따라 $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$임을 주목하라.

표 7.1 고도에 따른 자유 낙하 가속도 g

높이(km)[a]	g(m/s^2)
1 000	7.33
2 000	5.68
3 000	4.53
4 000	3.70
5 000	3.08
6 000	2.60
7 000	2.23
8 000	1.93
9 000	1.69
10 000	1.49
50 000	0.13

7.5 뉴턴의 만유인력의 법칙 Newtonian Gravitation

- 중력 위치에너지의 재점검
  - 중력에 대한 위치에너지 : PE = mgh 는 물체가 지구의 표면 부근에 있을 경우에만 유효
  - 지구 표면으로부터 멀리 떨어진 물체에 대해 중력 위치에너지는 만유인력의 법칙을 활용함.

지구의 중심으로부터 거리 r인 위치에서 질량이 m인 물체의 중력 위치 에너지는

$$PE = -G\frac{M_E m}{r} \qquad [7.21]$$

이고, M_E와 R_E는 각각 지구의 질량과 반지름이고, $r > R_E$이다.

SI 단위: 줄(J)

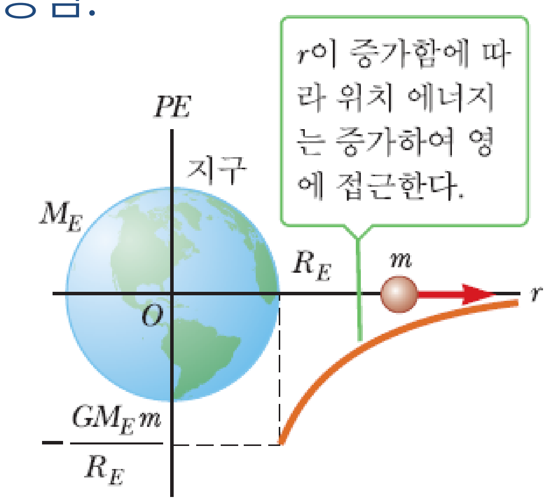


그림 7.17 질량 m이 지구 중심으로부터 지름 방향으로 멀어져 감에 따라, 지표에서의 지구–질량 계의 위치 에너지 $PE = -(GM_E m/R_E)$는 그래프에 나타나 있는 것처럼 m이 지구로부터 멀어져 감에 따라 증가하여 영에 접근한다.

- 중력 위치에너지는 질량이 m인 물체를 만유인력을 거슬러 지구로부터 r만큼 떨어지 곳에 놓기 위해 중력이 한 일의 음의 값과 같음.
- 외력이 없는 상태에서 중력이 한 일 : $W = Fd = G\frac{M_E m}{r^2} \times r = G\frac{M_E m}{r}$

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

예제 7.10 지구 근처의 소행성

목표 중력 위치 에너지를 사용하여 중력이 떨어지는 물체에 한 일을 계산한다.

문제 질량 $m = 1.00 \times 10^9$ kg인 소행성이 먼 우주(거의 무한대)로부터 지구로 떨어진다. **(a)** 소행성이 지구로부터 4.00×10^8 m 지점(달보다 더 먼)에 도달할 때 위치 에너지의 변화를 구하라. 또한 중력이 한 일을 구하라. **(b)** 처음에 소행성이 충분히 먼 지점에서 정지해 있다고 가정하여 위의 지점에서 소행성의 속력을 구하라. **(c)** 같은 지점에서 어떤 외부 힘에 의해 소행성의 속력이 (b)에서 구한 속력의 반으로 줄었다면 외부 힘이 소행성에 한 일은 얼마인가?

(a) $$\Delta PE = PE_f - PE_i = -\frac{GM_E m}{r_f} - \left(-\frac{GM_E m}{r_i}\right)$$
$$= GM_E m\left(-\frac{1}{r_f} + \frac{1}{r_i}\right)$$

(b) $$\Delta KE + \Delta PE = 0$$

(c) $$W = \Delta KE + \Delta PE$$

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

- 중력 위치에너지의 재점검

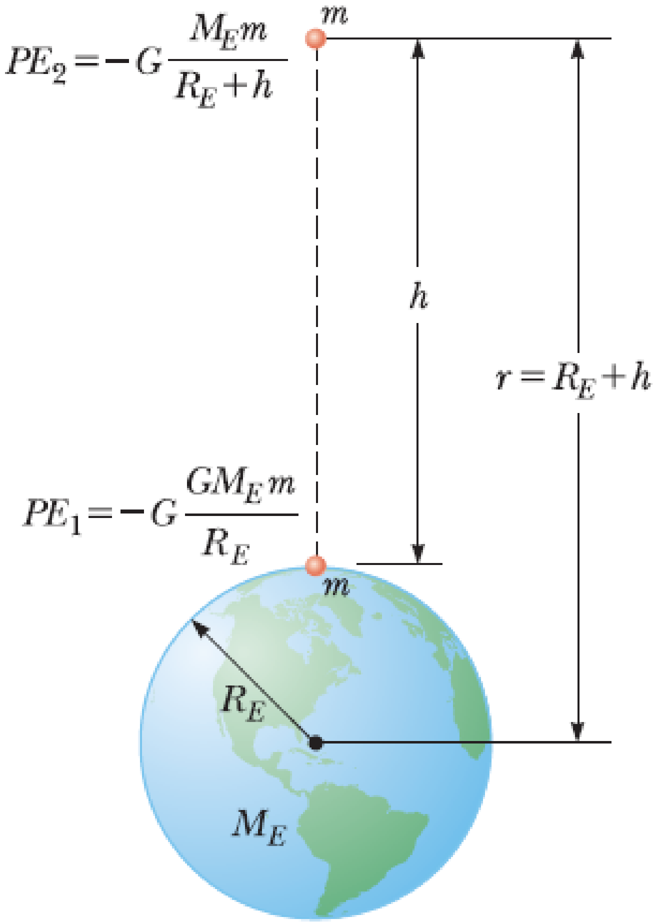
$$PE_2 - PE_1 = -G\frac{M_E m}{(R_E + h)} - \left(-G\frac{M_E m}{R_E}\right)$$

$$= -GM_E m\left[\frac{1}{(R_E + h)} - \frac{1}{R_E}\right]$$

$$PE_2 - PE_1 = \frac{GM_E mh}{R_E(R_E + h)} \qquad \frac{1}{R_E(R_E + h)} \cong \frac{1}{R_E^2}$$

지표에서의 자유 낙하 가속도는 $g = GM_E/R_E^2$

$$\boxed{PE_2 - PE_1 \cong mgh}$$



상명대학교 SANGMYUNG UNIVERSITY
서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.5 뉴턴의 만유인력의 법칙 Newtonian Gravitation

- **탈출 속력**
  - 질량이 m인 물체를 지표면의 수직방향으로 초속 v_i로 쏘아올리는 경우

$$KE_i + PE_i = \frac{1}{2}mv_i^2 - \frac{GM_E m}{R_E}$$

  - 공기 저항 무시, 초속이 충분히 커서 지구로부터 거리가 무한대가 됨에 따라
    - $v_f = 0$ → 운동에너지 = 0
    - $R_E + h = \infty$ → 위치에너지 = 0

$$KE_f + PE_f = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{GM_E m}{R_E + h} = 0$$

  - 이 때의 초속 : $v_{탈출}$

$$KE_i + PE_i = \frac{1}{2}mv_{탈출}^2 - \frac{GM_E m}{R_E}$$

$$\frac{1}{2}mv_{탈출}^2 - \frac{GM_E m}{R_E} = \boxed{KE_i + PE_i = KE_f + PE_f} = 0$$

$$v_{탈출} = \sqrt{\frac{2GM_E}{R_E}}$$

표 7.2 행성과 달의 탈출 속력

행성	$v_{탈출}$(km/s)
수성	4.3
금성	10.3
지구	11.2
달	2.3
화성	5.0
목성	60.0
토성	36.0
천왕성	22.0
해왕성	24.0
명왕성[a]	1.1

[a] 2006년 8월에 국제 천문연합회는 명왕성의 행성 지위를 박탈하여 다른 8개의 행성과 구분하였다. 명왕성은 현재 소행성 세레스처럼 '왜소행성(dwarf planet)'으로 정의한다.

서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

예제 7.11 지구에서 달까지

목표 에너지의 보존을 뉴턴의 일반적인 만유인력의 법칙에 적용한다.

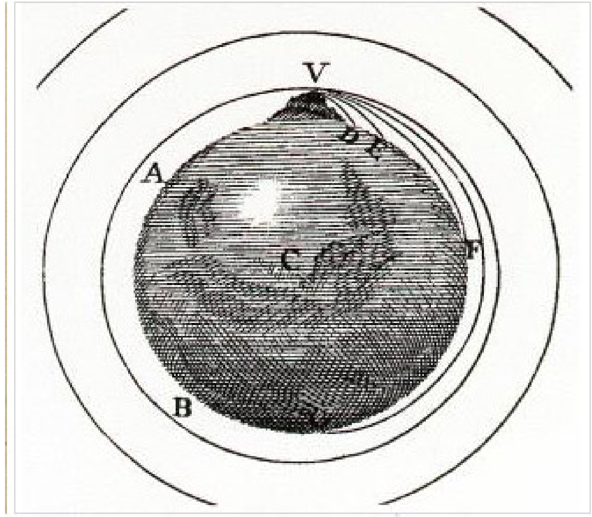
문제 베른(Jules Verne)의 고전 소설 《지구에서 달까지(*From the Earth to the Moon*)》에서는 땅속에 거대한 대포를 만들고 이를 이용하여 우주선을 달까지 발사하였다. **(a)** 우주선이 탈출 속력으로 대포를 이탈할 때 지구 중심으로부터 1.50×10^5 km 높이에서의 속력은 얼마인가? 마찰에 의한 효과는 모두 무시한다. **(b)** 1.00 km 길이의 포신으로 우주선을 탈출 속력에 도달하도록 추진하기 위한 등가속도는 근사적으로 얼마인가?

표 7.2 행성과 달의 탈출 속력

행성	$v_{\text{탈출}}$(km/s)
수성	4.3
금성	10.3
지구	11.2
달	2.3
화성	5.0
목성	60.0
토성	36.0
천왕성	22.0
해왕성	24.0
명왕성[a]	1.1

7.6 케플러의 법칙 Kepler's Laws

- **지구 중심 모형(천동설)**
  - BC 4세기 경, 그리스의 천문학자 아리스토텔레스가 주장
  - AD 2세기 경, 그리스의 천문학자 프톨레마이오스에 의해 발전
- **태양 중심 모형(지동설)**
  - 1543년 폴란드의 천문학자 코페르니쿠스
  - 1609년 갈릴레이가 지지
  - 1609년 케플러가 행성의 운동을 관찰 (케플러의 제1법칙)



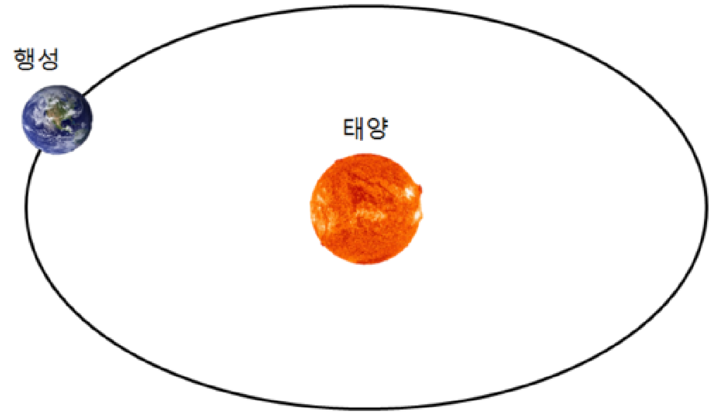
서울시 종로구 홍지문 2길 20 상명대학교 (03016)
융합공과대학 전기공학과
Tel : 02-781-7503
E-mail : shcho@smu.ac.kr

7.6 케플러의 법칙 Kepler's Laws

케플러의 법칙 ►

1. 모든 행성들은 태양을 한 초점으로 한 타원 궤도를 따라 이동한다.
2. 태양과 행성을 잇는 직선은 같은 시간 동안 같은 넓이를 쓸고 지나간다.
3. 행성의 궤도 주기의 제곱은 행성과 태양 사이의 평균 거리의 세제곱에 비례한다.

- **케플러의 제1법칙**
  - 중력이 거리의 제곱에 반비례하는 경우, 행성은 태양을 초점으로 타원 운동을 하게 됨.



7.6 케플러의 법칙 Kepler's Laws

- 케플러의 제2법칙
  - 태양에서 임의의 행성을 잇는 직선이 같은 시간 동안 지나는 면적은 동일함.
  - 각운동량 보존의 법칙과 관련

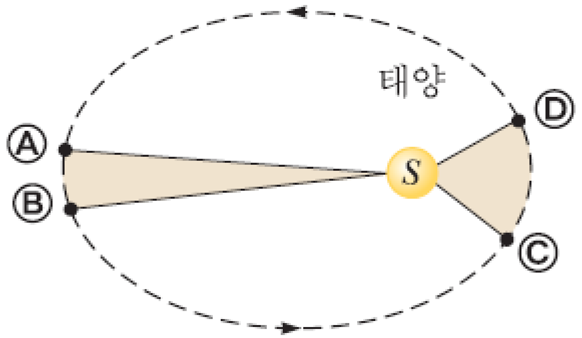


그림 7.20 태양 주위를 도는 타원 궤도에서 점 Ⓐ와 Ⓑ 사이의 시간 간격과 점 Ⓒ와 Ⓓ 사이의 시간 간격이 같다면 행성이 휩쓸고 간 두 넓이는 같다.

- 케플러의 제3법칙
  - 행성의 궤도 주기의 제곱은 행성과 태양 간의 평균 거리의 세제곱에 비례함.
  - 질량 M_s인 태양 주위를 질량 M_p인 행성이 원궤도로 회전한다고 가정

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{r} \qquad \boxed{M_p a_c = \frac{M_p v^2}{r}} = \boxed{\frac{GM_S M_p}{r^2}}$$

구심력을 유발하는 알짜힘 만유인력

  - 궤도 상 행성의 속력 : $v = 2\pi r/T$

$$\frac{GM_S}{r^2} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r}$$

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) r^3 = K_S r^3$$