

# 《数理逻辑导引》讨论

2021 年 4 月 18 日

第 12 页中间的  $s$  和  $t$  最好是

$$s = \langle s_0, \dots, s_{|s|-1} \rangle$$

和

$$s * t = \langle s_0, \dots, s_{|s|-1}, t_0, \dots, t_{|t|-1} \rangle.$$

如若不然,  $\Sigma^*$  和脚注③中对  $s * t$  的定义就说不通了. 这里  $\Sigma^*$  的定义很巧妙, 正因为一个自然数是按照引言里被定义成所有小于它的自然数组成的集合, 所以  $s: n \rightarrow \Sigma$  这样的写法才是有意义的. 而且  $\Sigma^*$  还包含了空字符串, 因为  $0 = \emptyset$ , 所以  $\Sigma^*$  包含一个空函数. 自然数  $n$  是  $\{0, 1, \dots, n-1\}$  的一个集合. 脚注③里把  $s * t$  定义成一个分段函数, 其条件里对  $i$  的限制也符合从 0 开始计数的习惯. 当然你可以说用  $s_1$  来表示  $s(0)$ , 也就是用来表示字符串的第 1 个的字符, 但是这样总感觉别扭.

第 13 页定义 1.2、引理 1.1 和定理 1.2 中的  $\langle \langle \neg \rangle \rangle$  都应该是  $\langle \langle, \neg \rangle \rangle$ , 因为引理 1.2 (前缀引理) 证明里, 用的就是  $\langle \langle, \neg \rangle \rangle$ , 这也符合第 12 页的写法. 如果  $\langle s_0, s_1 \rangle$  可以简记成  $\langle s_0 s_1 \rangle$ , 可以在脚注里说明一下, 我是看到前缀引理里的写法才确信自己没有理解错这个记号的意思.

第 13 页在介绍前缀引理之前可以先给出前缀和真前缀的定义, 我第一次看到这里就郁闷了, 怎么还没定义就直接使用前缀这个概念了. 我根据前缀引理的证明反推出前缀和真前缀的如下定义. 两个字符串  $s$  和  $t$ , 我们说  $t$  是  $s$  的一个前缀当且仅当

- (1)  $|t| \leq |s|$  且
- (2) 对于所有的  $i < |t|$ , 都有  $s(i) = t(i)$ .

特别地, 当  $|t| < |s|$  时, 我们说  $t$  是  $s$  的一个真前缀. 日常语言里用到前缀后缀这样的词都是按照语义或者结构来划分的, 这里的前缀明显是专业里的特别用法, 所以需要给出定义. 对于我这种没有老师, 只能通过阅读来自学数理逻辑的人, 遇到这种情况, 真的会很困惑.