Departamento de Sistemas e Computação – FURB
Curso de Ciência da Computação
Disciplina de Teoria dos Grafos

Representação de grafos

Prof. Aurélio Hoppe
aureliof@furb.br
http://www.inf.furb.br/~aurelio/

Grupo de Processamento de Imagens,
Análise de dados, Robótica e
Simulação computacional

Bibliografia

Márcia A. Rabuske. **Introdução à Teoria dos Grafos**. Editora da UFSC. 1992

Joan M. Aldous, Robin J. Wilson. **Graphs and Applications**: as introductory approach. Springer. 2001

Thomas Cormen et al. **Algoritmos**: teoria e prática. Ed. Campus. 2004.

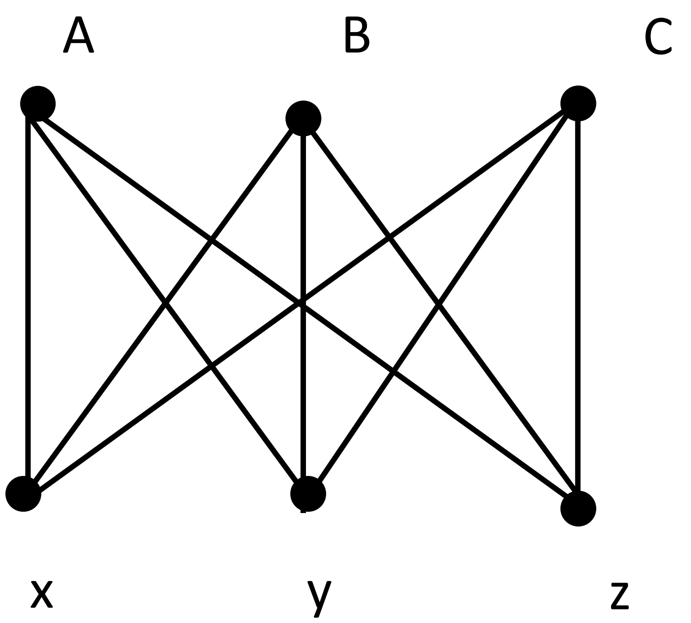
Motivação

Até agora, vimos duas formas de representação de grafos:

- definição dos conjuntos de vértices e arestas;
- representação gráfica.

V = {A, B, C, x, y, z}

E = { (A,x), (A,y), (A,z),
(B,x), (B,y), (B,z),
(C,x), (C,y), (C,z) }



E se quisermos armazenar um grafo em um computador?

Matriz de Adjacência

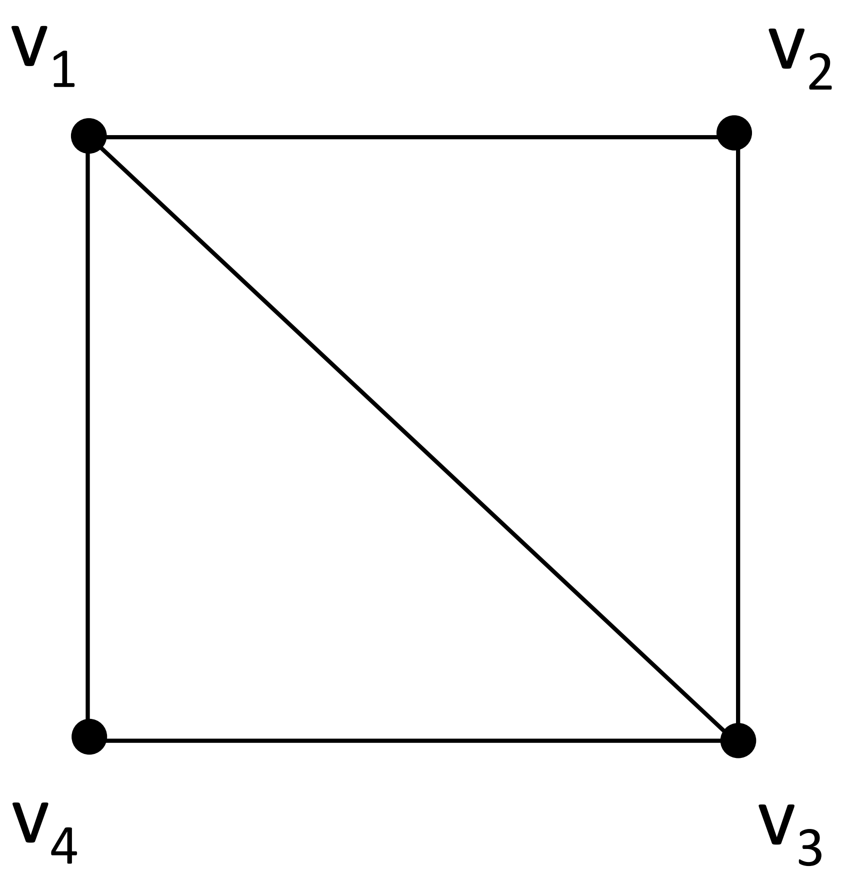
A matriz de adjacência de um grafo simples G = (V, E) é uma matriz quadrada, denotada por [A], de tamanho n x n, com elementos definidos da seguinte forma:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, \ \text{se } (v_i, v_j) \in E \\ 0, \ \text{se } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

Matriz de Adjacência

Grafos não dirigidos:

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{se } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

Em um grafo K_4, como seria a matriz de adjacência?

E em um grafo nulo N_4?

Matriz de Adjacência

Vantagem?

Acesso

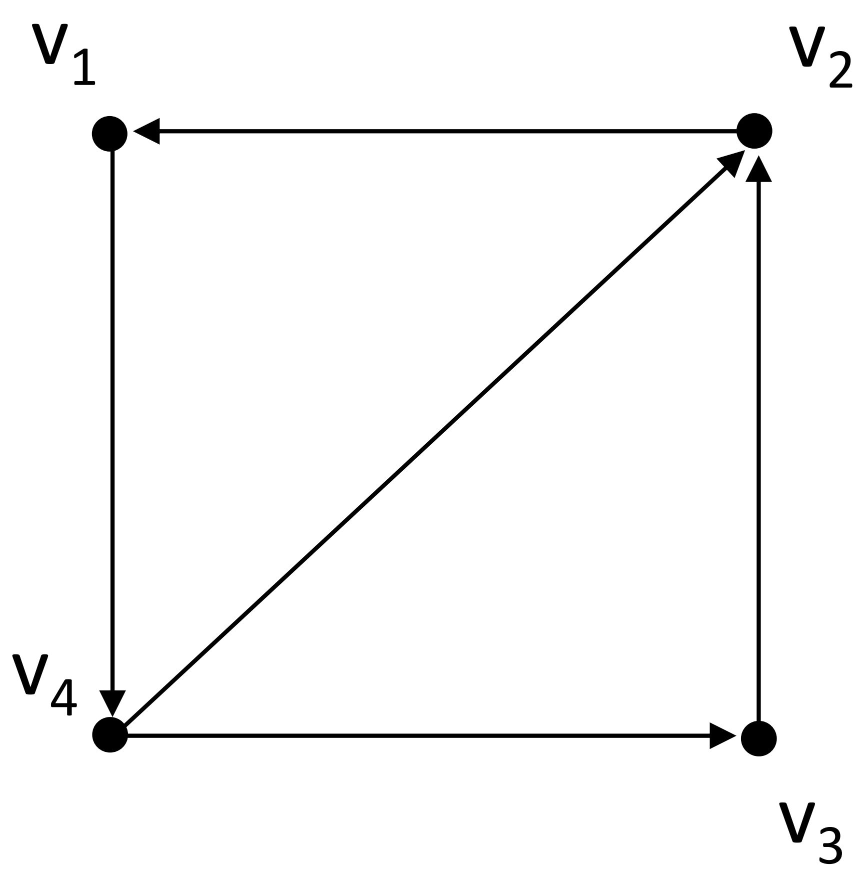
Desvantagem?

Memória

Matriz de Adjacência

Grafos dirigidos:

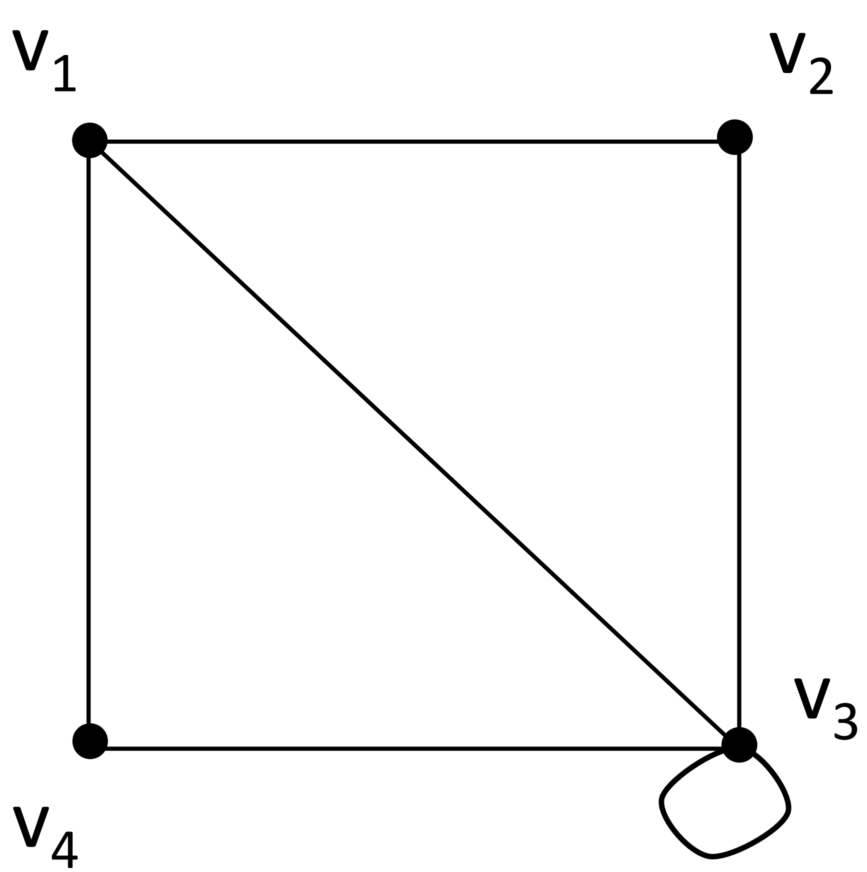
$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{se } (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{se } (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

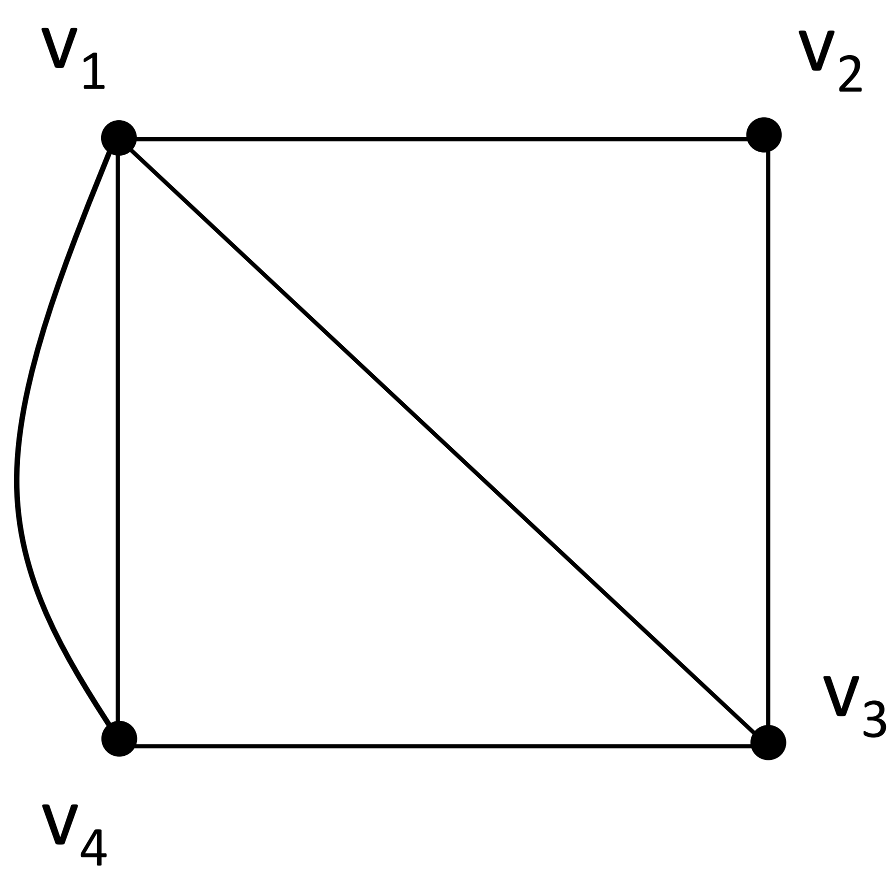
Multigrafos (laço): podemos considerar a matriz de adjacência como uma extensão da definição para grafos simples, onde cada elemento $a_{i,j}$ representa o número de arestas entre os vértices v_i e v_j



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

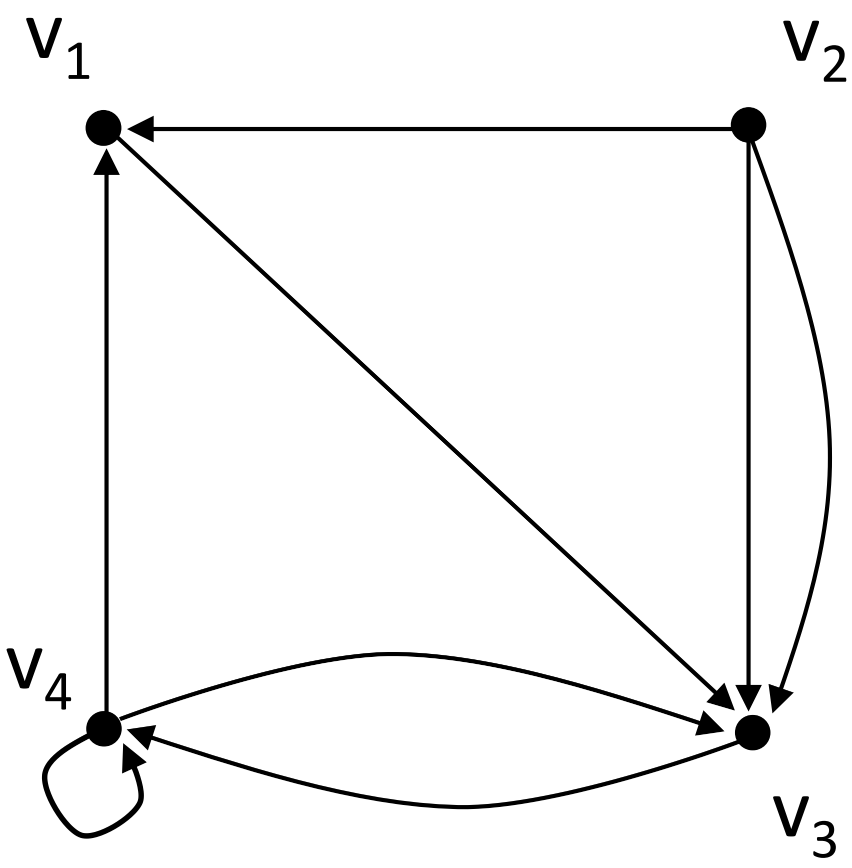
Multigrafos (arestas paralelas)



$$[A] \quad \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

Multigrafos dirigidos:



$$[A] \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

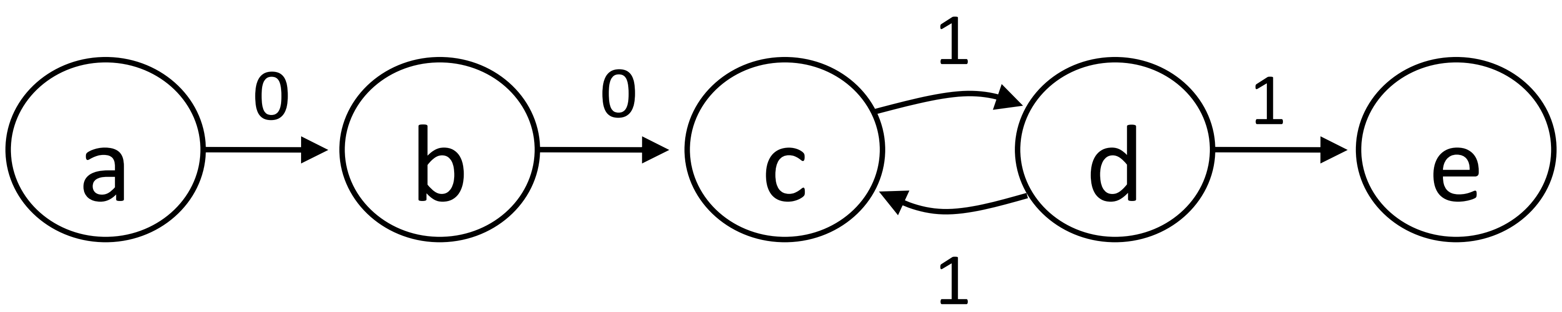
Um grafo simples valorado pode ser representado por sua matriz de custo $W = [\ w_{i\,j}]$, onde

$$w_{i,j} = \begin{cases} \text{custo da aresta, se } (v_i, v_j) \in E \\ 0 \text{ ou } \infty, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

Matriz de Adjacência

Arestas valoradas:

$$w_{i,j} = \begin{cases} \text{custo da aresta, se } (v_i, v_j) \in E \\ 0 \text{ ou } \infty, \text{ caso contrário} \end{cases}$$

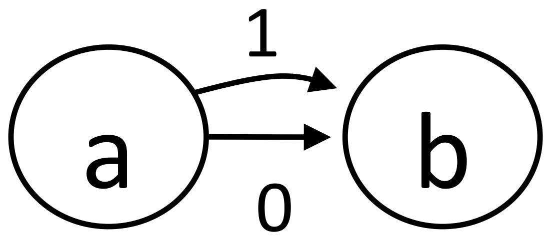


$$[A] \begin{vmatrix} \infty & 0 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & 0 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 1 & \infty \\ \infty & \infty & 1 & \infty & 1 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \end{vmatrix}$$

Matriz de Adjacência

Arestas valoradas e com arestas paralelas:

$$w_{i,j} = \begin{cases} \text{custo da aresta, se } (v_i, v_j) \in E \\ 0 \text{ ou } \infty, \text{ caso contrário} \end{cases}$$



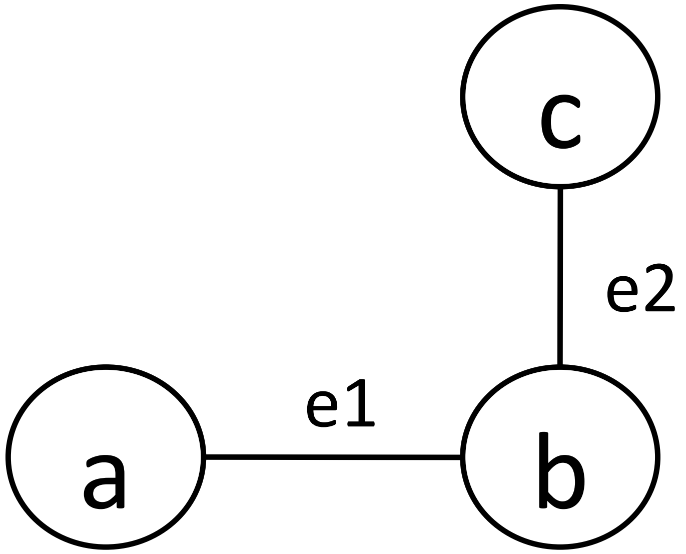
Não é possível sem utilizar estruturas auxiliares

Matriz de Incidência

A matriz de incidência possui a seguinte dimensão:

$|V| \times |A|$

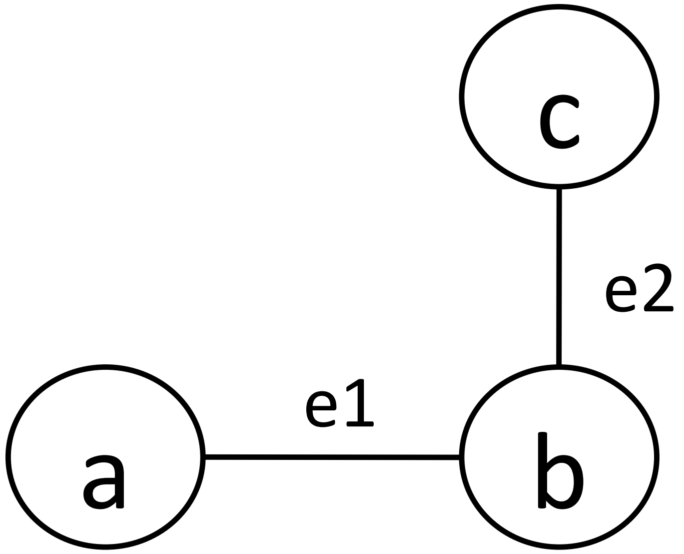
Suponha a matriz $M_{|V| \times |A|}$



$$M_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ se a aresta j incide no vértice i} \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$

Matriz de Incidência

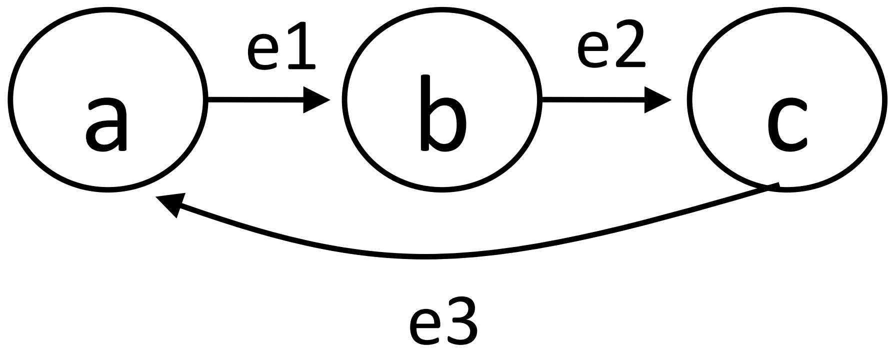
$$M_{i,j} = \begin{cases} 1, \text{ se a aresta } j \text{ incide no vértice } i \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$



$$\begin{array}{c|cc|} & e_1 & e_2 \\ a & 1 & 0 \\ b & 1 & 1 \\ c & 0 & 1 \end{array}$$

Matriz de Incidência

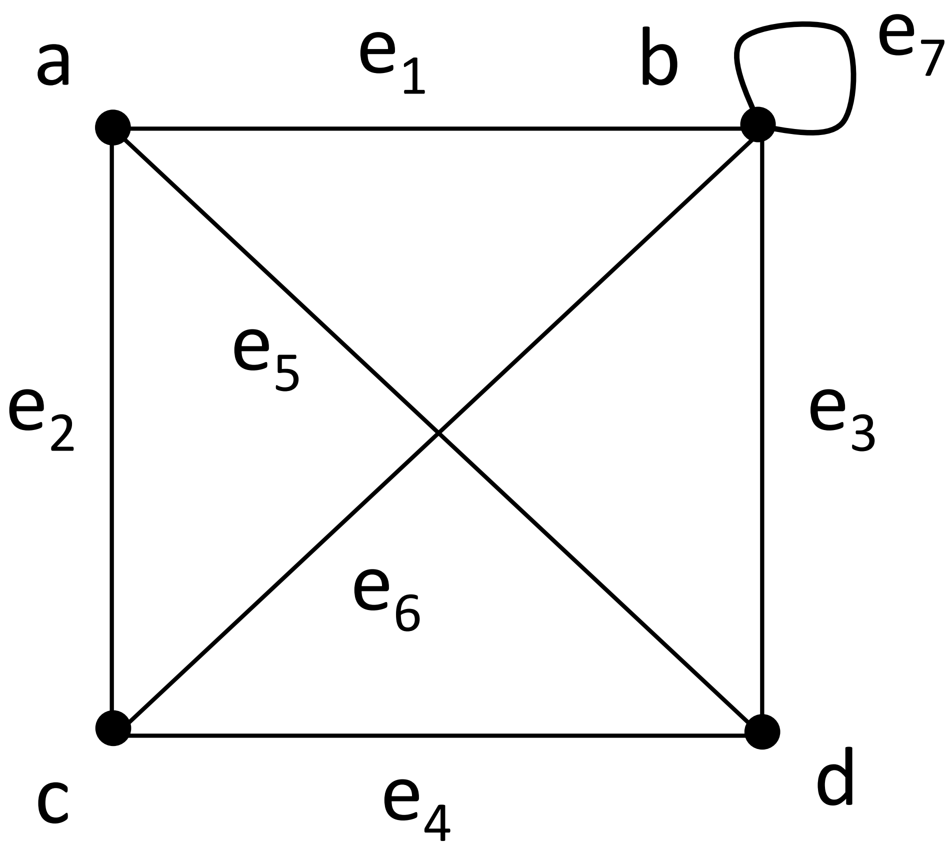
$$M_{i,j} = \begin{cases} -1, \text{ se a aresta j tem como origem o vértice i} \\ +1, \text{ se a aresta j tem como destino o vértice i} \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$



$$\begin{array}{c|ccc|} & e_1 & e_2 & e_3 \\ a & -1 & 0 & +1 \\ b & +1 & -1 & 0 \\ c & 0 & +1 & -1 \end{array}$$

Matriz de Incidência

Multigrafos (laço)

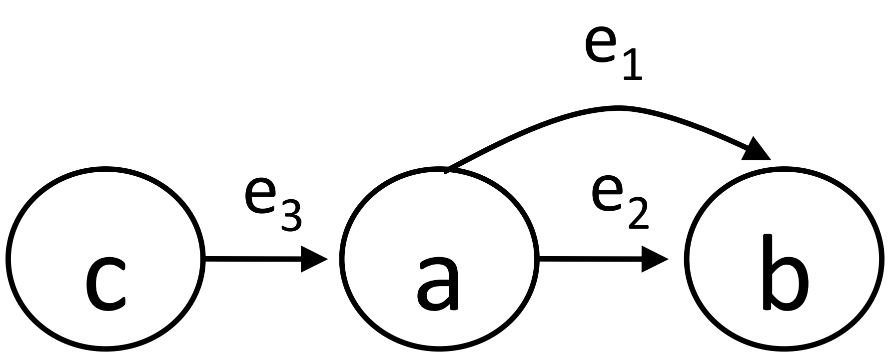


	e_1	e_2	e_3	e_4	e_5	e_6	e_7
a	1	1	0	0	1	0	0
b	1	0	1	0	0	1	2
c	0	1	0	1	0	1	0
d	0	0	1	1	1	0	0

Matriz de Incidência

Multigrafos (arestas paralelas)

$$M_{i,j} = \begin{cases} -1, \text{ se a aresta j tem como origem o vértice i} \\ +1, \text{ se a aresta j tem como destino o vértice i} \\ 0, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$

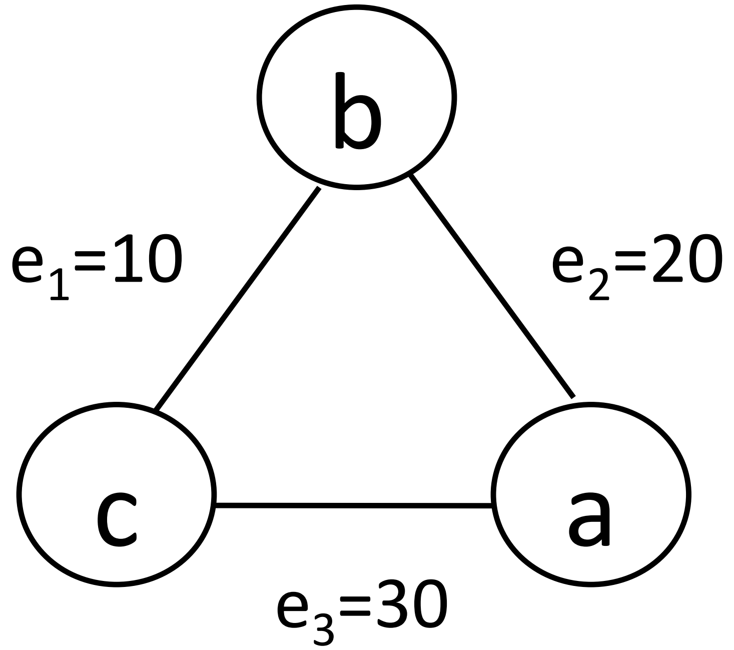


	e_1	e_2	e_3
a	-1	-1	+1
b	+1	+1	0
c	0	0	-1

Matriz de Incidência

Arestas valoradas

$$M_{i,j} = \begin{cases} c_j, \text{ se a aresta j incide no vértice i} \\ \infty, \text{ em caso contrário} \end{cases}$$



$$\begin{array}{c|ccc|} & e_1 & e_2 & e_3 \\ \hline a & \infty & 20 & 30 \\ b & 10 & 20 & \infty \\ c & 10 & \infty & 30 \end{array}$$

Listas de Adjacência

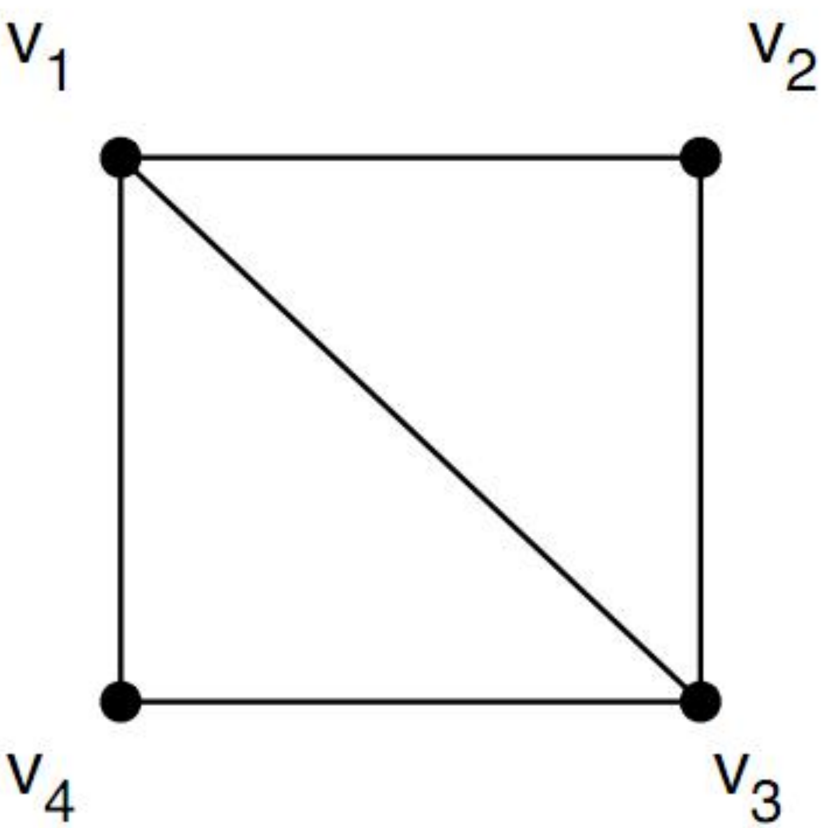
A estrutura de listas de adjacência de um grafo G = (V, E) consiste em um arranjo de *n* listas de adjacência, denotadas por *Adj[v]*, uma para cada vértice *v* do grafo.

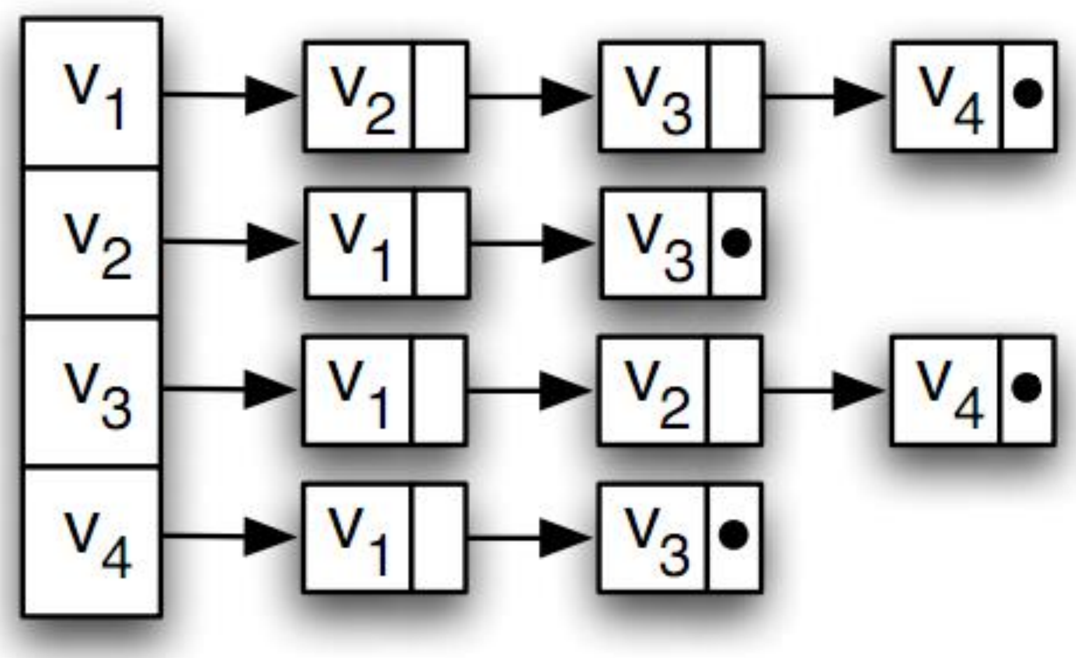
Cada lista *Adj[v]* é composta por referências aos vértices adjacentes a *v*, representando individualmente as arestas do grafo.

As listas *Adj[v]* podem ser armazenadas em vetores, listas encadeadas ou estruturas de conjuntos de vértices.

Listas de Adjacência

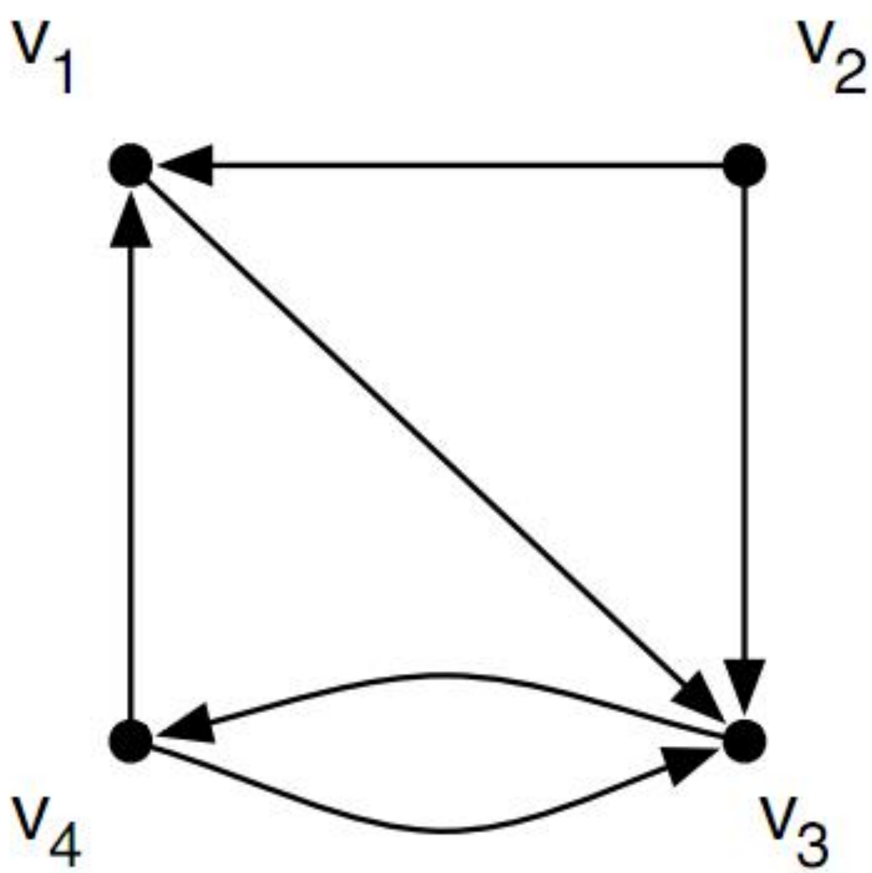
Grafos não dirigidos

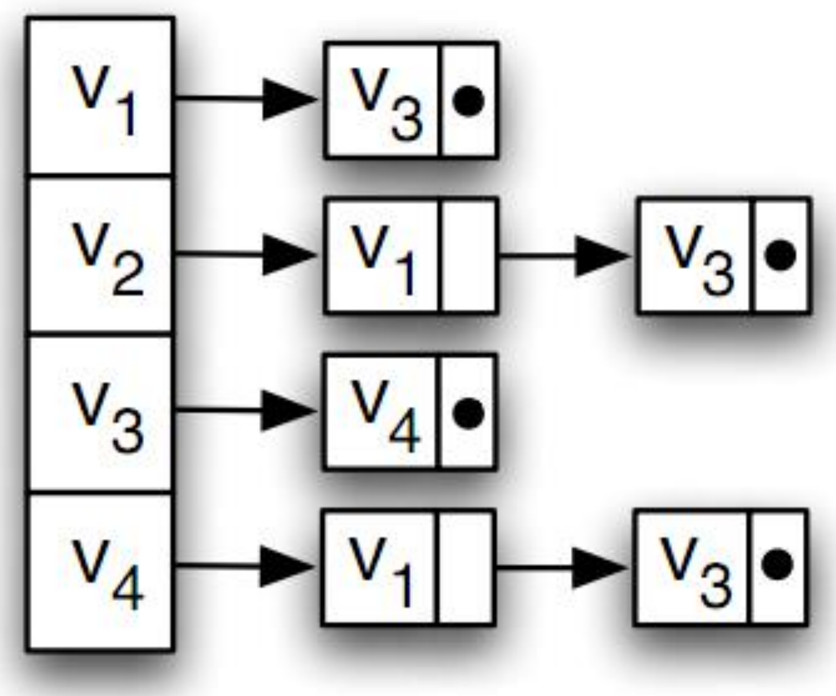




Listas de Adjacência

Grafos dirigidos





Listas de Adjacência

Vantagem?

Memória

Desvantagem?

Acesso

Próxima aula…

ALGORITMOS DE BUSCA