Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Калужский филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

Факультет «Машиностроительный»

Кафедра МК10 «Высшая математика и физика»

Домашнее задание № 1
по курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»
на тему
«Основные понятия теории вероятностей»

Вариант 17

Выполнил студент гр. ИУК5-42Б Ли Роман Владиславович

Проверил Супельняк М.И.

Домашнее задание сдано	______________ дата	______________ подпись студента
Домашнее задание проверено	______________ дата	______________ подпись студента
Домашнее задание принято	______________ дата	______________ подпись студента
Домашнее задание защищено	______________ дата	______________ подпись студента

Количество рейтинговых баллов ______________

Калуга, 2024 г.

Задача 1

На некоторое обслуживающее устройство поступают две заявки. Каждая может поступить в любой момент времени в течение T минут. Время обслуживания первой заявки составляет $\tau 1$ минут, второй – $\tau 2$ минут. При поступлении заявки на занятое устройство она не принимается. При поступлении заявки на свободное устройство даже в последний момент времени T она обслуживается. При одновременном поступлении на устройство обе заявки отклоняются. Найти вероятность того, что:

а) обе заявки будут обслужены;

б) будет обслужена ровно одна заявка.

Дано

$T = 170$ мин

$\tau_1 = 75$ мин

$\tau_2 = 15$ мин

$A = \{$обслужены две заявки$\}$

$B = \{$обслужена одна заявка$\}$

Найти $P(A)$, $P(B)$

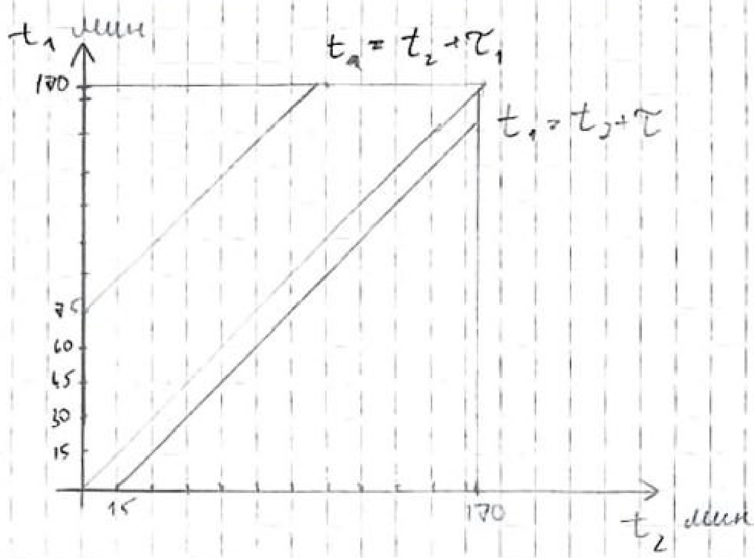
Решение

t_1, t_2 – время поступления заявок.

$t_1 \in [0, T]$, $t_2 \in [0, T]$

Тогда $\Omega = \{(t_1, t_2): 0 \le t_1 \le T, 0 \le t_2 \le T\}$

$mes\, \Omega = T^2$



Если $C = \{$заявки не обнаружены$\}$, то A, B, C являются попарно несовместными событиями, образующими полную группу, т.е.

$$\Omega = A + B + C,$$

$$P(A) + P(B) + P(C) = P(\Omega) = 1$$

Событию C благоприятствуют все элементарные исходы, при которых $t_1 = t_2$, поэтому

$C = \{(t_1, t_2): t_1 = t_2,\ 0 \le t_2 \le T\}$, $\operatorname{mes} C = 0$, $P(C) = \frac{\operatorname{mes} C}{\operatorname{mes} \Omega} = \frac{0}{T^2} = 0$

В таком случае

$$P(B) = 1 - P(A)$$

Если $t_2 > t_1$, т.е. первая заявка поступает раньше второй, то событию A благоприятствуют все элементарные исходы, при которых $t_2 - t_1 > \tau_1$.

Если $t_1 > t_2$, т.е. вторая заявка поступает раньше первой, то событию A благоприятствуют все элементарные исходы, при которых $t_1 - t_2 > \tau_2$.

В таком случае

$A = \{(t_1, t_2): 0 \leq t_1 \leq T, 0 \leq t_2 \leq T, t_2 - t_1 > \tau_1$

при $t_2 > t_1$, $t_1 - t_2 > \tau$ при $t_1 > t_2\}$;

$\text{mes } A = \frac{(T-\tau_1)^2}{2} + \frac{(T-\tau_2)^2}{2}$ о;

$P(A) = \frac{\text{mes } A}{\text{mes } \Omega} = \frac{(T-\tau_1)^2 + (T-\tau_2)^2}{2T^2} = \frac{(170-75)^2 + (170-15)^2}{2T^2} =$

$= \frac{95^2 + 155^2}{2 \cdot 170^2} = \frac{9025 + 24025}{57800} = \frac{33050}{57800} =$

$= \frac{661}{1156} \approx 0{,}572$

$P(B) = 1 - \frac{661}{1156} = \frac{495}{1156} \approx 0{,}428$

Ответ: $P(A) = 0{,}572$

$P(B) = 0{,}428$.

Задача 2

В отдел технического контроля поступает партия, содержащая *N* изделий, среди которых имеется *M* бракованных. Контролер для контроля отбирает 3 изделия, при этом в бракованном изделии он обнаруживает брак с вероятностью *p*. Патия бракуется, если среди трех отобранных для проверки изделий обнаружено хотя бы одно бракованное изделие. Найти вероятность того, что данная партия изделий будут забракована.

Дано

$N = 22$

$M = 4$

$p = 0{,}96$

$A = \{$партия забракована$\}$

Найти: $P(A)$

Решение:

Вероятность пропуска брака в бракованном изделии

$q = 1 - p = 1 - 0{,}96 = 0{,}04.$

Пусть $H_n = \{$среди отобранных изделий n бракованных$\}$, $n = \overline{0,3}$.

Тогда: $$P(H_n) = \frac{C_M^n C_{N-M}^{3-n}}{C_N^3},$$

$$P(\bar{A}/H_n) = q^n$$

$$P(A/H_n) = 1 - P(\bar{A}/H_n) = 1 - q^n, \quad n = \overline{0,3}$$

По помощ формуле вероятности

$$P(A) = \sum_{n=0}^{3} P(H_n) P(A|H_n) = \sum_{n=0}^{3} \frac{C_M^n C_{N-M}^{3-n}}{C_N^3}(1-q^n)$$

$$C_{22}^3 = \frac{22!}{3! \cdot 19!} = \frac{\overset{10}{\cancel{20}} \cdot \overset{7}{\cancel{21}} \cdot 22}{\cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 1540$$

$$C_4^0 = 1 \ ; \ C_4^1 = \frac{4!}{3!} = 4 \ ; \ C_4^2 = \frac{4!}{2!2!} = 6 \ ; \ C_4^3 = \frac{4!}{3!} = 4$$

$$C_{18}^3 = \frac{18!}{3! \cdot 15!} = \frac{\overset{8}{\cancel{16}} \cdot 17 \cdot \overset{6}{\cancel{18}}}{\cancel{2} \cdot \cancel{3}} = 816$$

$$C_{18}^2 = \frac{18!}{2! \cdot 16!} = \frac{17 \cdot 18}{2} = 153.$$

$$C_{18}^1 = \frac{18!}{17!} = 18$$

$$C_{18}^0 = 1$$

$$P(H_0) = \frac{1 \cdot 816}{1540} \approx 0{,}530 \qquad P(A|H_0) = 1 - 0{,}04^0 = 0$$

$$P(H_1) = \frac{4 \cdot 153}{1540} \approx 0{,}397 \qquad P(A|H_1) = 1 - 0{,}04^1 = 0{,}96$$

$$P(H_2) = \frac{6 \cdot 18}{1540} \approx 0{,}070 \qquad P(A|H_2) = 1 - 0{,}04^2 \approx 0{,}998$$

$$P(H_3) = \frac{4 \cdot 1}{1540} \approx 0{,}003 \qquad P(A|H_3) = 1 - 0{,}04^3 \approx 1$$

$$P(A) = 0{,}530 \cdot 0 + 0{,}397 \cdot 0{,}96 + 0{,}07 \cdot 0{,}998 + 0{,}003 \approx$$

$$\approx 0{,}454$$

Ответ: $P(A) \approx 0{,}454$.

Задача 3

На заводе элементы рекуператора сваривают только два сварщика. Первый сварщик сваривает за смену $m1$ элементов, второй сварщик – $m2$ элементов. Вероятность качественного выполнения сварки у первого сварщика составляет $p1$, а у второго $p2$. Какова вероятность того, что один элемент рекуператора будет сварен качественно? Если элемент рекуператора сварен качественно, что вероятнее: его варил первый сварщик или второй?

Дано

$m_1 = 16$

$m_2 = 31$

$p_1 = 0{,}88$

$p_2 = 0{,}82$

$A = \{$элемент сварен качественно$\}$

$H_1 = \{$элемент сваривал первый сварщик$\}$

$H_2 = \{$элемент сваривал второй сварщик$\}$

Найти: $P(A)$, $P(H_1/A)$, $P(H_2/A)$

Решение.

По классической формуле вероятности:

$$P(H_1) = \frac{m_1}{m_1+m_2} = \frac{16}{16+31} = \frac{16}{47} \approx 0{,}340; \quad P(H_2) = \frac{m_2}{m_2+m_1} = \frac{31}{47} \approx 0{,}660$$

По формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) = P(H_1)p_1 + P(H_2)p_2 = 0{,}34 \cdot 0{,}88 + 0{,}66 \cdot 0{,}82 = 0{,}84$$

По формуле Бейеса

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1)P(A/H_1)}{P(A)} = \frac{P(H_1)p_1}{P(A)} = \frac{0{,}88 \cdot 0{,}34}{0{,}84} \approx$$

$$\approx 0{,}356$$

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2)P(A|H_2)}{P(A)} = 1 - \frac{P(H_1)P(A|H_1)}{P(A)} =$$

$$= 1 - P(H_1|A) = 1 - 0{,}356 = 0{,}644$$

Следовательно более вероятно, что качественно сваренный элемент сваривал второй сварщик.

Ответ: $P(A) = 0{,}84$, $P(H_1|A) = 0{,}356$, $P(H_2|A) = 0{,}644$.

Задача 4

Цех турбинных лопаток производит за день n лопаток, среди которых k рабочих лопаток, а остальные – сопловые. Лопатки в конце дня складируются в общий ящик, из которого на следующий день в цехе общей сборки последовательно достают наугад m лопаток. Найти вероятность того, что среди выбранных лопаток окажется ровно l рабочих, если выборка производится

а) без возвращения (выбранная лопатка не возвращается в ящик);

б) с возвращением (выбранная лопатка возвращается в ящик).

Дано:

$n = 12$

$k = 9$

$m = 4$

$l = 3$

A = { среди выбранных лопаток l рабочих }

H_1 = { выборка производится без возвращения }

H_2 = { выборка производится с возвращением }

Найти: $P(A/H_1)$, $P(A/H_2)$

Решение:

Если выборка производится без возвращения, то вероятность $P(A/H_1)$ определяется по классической формуле. Для этого находим число способов

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!} = \frac{12!}{4!(12-4)!} = \frac{12!}{4!\cdot 8!} = \frac{9\cdot 10\cdot 11\cdot 12}{2\cdot 3\cdot 4} = 495$$

которыми можно извлечь m лопаток из n лопаток;

число способов:

$$C_k^l = \frac{k!}{l!(k-l)!} = \frac{9!}{3!\,6!} = \frac{7\cdot 8\cdot 9}{2\cdot 3} = 84$$

которыми можно извлечь l рабочих лопаток из k рабочих лопаток

число способов:

$$C_{n-k}^{m-l} = \frac{(n-k)!}{(m-l)!((n-k)-(m-l))!} = \frac{3!}{1!\cdot 2!} = \frac{2\cdot 3}{2} = 3$$

которыми можно извлечь $m-l$ сопловых лопаток из $n-k$ сопловых лопаток.

Тогда $P(A|H_1) = \frac{C_k^l C_{n-k}^{m-l}}{C_n^m} = \frac{84 \cdot 3}{495} \approx 0,51.$

Если выборка производится с возвращением, то извлечение лопаты соответствует схеме Бернулли с вероятностью успеха

$$p = \frac{k}{n} = \frac{9}{12} = 0,75$$

и вероятность неудачи

$$q = 1 - p = 1 - 0,75 = 0,25$$

В таком случае $P(A|H_2)$ определяется по формуле Бернулли

$$P(A|H_2) = P_m(l) = C_n^l p^l q^{m-l} = \frac{m!}{l!(m-l)!} p^l q^{m-l} =$$

$$= \frac{4!}{3! \cdot 1!} 0,75^3 \cdot 0,25^1 = 4 \cdot 0,421875 \cdot 0,25 \approx 0,423$$

Ответ: $P(A|H_1) = 0,$

$P(A|H_2) = 0,423$

Задача 5

Вероятность изготовления бракованной детали токарем равна p. Необходимо определить:

а) минимальное количество деталей, которое необходимо изготовить токарю, чтобы вероятность получения хотя бы одной бракованной детали составляла не менее P;

б) вероятность того, что среди n деталей будет ровно k бракованных деталей;

в) вероятность того, что среди n деталей будет не менее $k1$ и не более $k2$ бракованных деталей.

Дано:

$p = 0,14$

$P = 0,35$

$n = 199$

$k = 31$

$k_1 = 27$

$k_2 = 28$

Найти: m, $P(k)$, $P_n(k_1, k_2)$

Решение:

Изготовление деталей соответствует схеме Бернулли.

Вероятность изготовления качественной детали

$$q = 1 - p = 1 - 0,14 = 0,86$$

Вероятность получение хотя бы одной бракованной детали в партии из m деталей составляет

$$1 - q^m \geq P$$

Отсюда следует, что

$$q^m \leq 1 - P,$$

$$m \ln q \leq \ln(1 - P),$$

$$m \geq \frac{\ln(1-P)}{\ln q} = \frac{\ln(0,65)}{\ln(0,86)} \approx 2,856$$

Поскольку $m \in N$, то $m = 3$

Вероятности $P_n(k)$ и $P_n(k_1, k_2)$ вычисляются с помощью формулы Бернулли.

Поскольку $n > 100$, $np > 10$ и $nq > 10$, то $P_n(k)$ может быть найдена по локальной формуле Муавра-Лапласа

$$P_n(k_1, k_2) \approx \Phi(x_2) - \Phi(x_1)$$

где $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$; $\hat{\Phi}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-x^2/2} dx$;

$$x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}} = \frac{31 - 199 \cdot 0{,}14}{\sqrt{199 \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}86}} = 0{,}641;$$

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{27 - 199 \cdot 0{,}14}{\sqrt{199 \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}86}} = -0{,}176$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{28 - 199 \cdot 0{,}14}{\sqrt{199 \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}86}} = 0{,}029$$

Значения $\varphi(x)$, $\hat{\Phi}(x_1)$, $\hat{\Phi}(x)$, $\hat{\Phi}(x_2)$ определяются линейной интерполяцией по табличным значениям с использованием зависимостей $\varphi(-x) = \varphi(x)$, $\hat{\Phi}(-x) = -\hat{\Phi}(x)$

$$\varphi(0{,}641) \approx \varphi(0{,}64) + \frac{\varphi(0{,}65) - \varphi(0{,}64)}{0{,}65 - 0{,}64}(0{,}641 - 0{,}64) =$$

$$= 0{,}32506 + \frac{0{,}32297 - 0{,}32506}{0{,}01}(0{,}001) =$$

$$\approx 0{,}325$$

$$\hat{\Phi}(-0{,}176) = -\hat{\Phi}(0{,}176) \approx -\left[\hat{\Phi}(0{,}17) + \frac{\hat{\Phi}(0{,}18) - \hat{\Phi}(0{,}17)}{0{,}18 - 0{,}17} \cdot (0{,}176 - 0{,}17)\right] = -\left[0{,}06749 + \frac{0{,}07142 - 0{,}06749}{0{,}01} \cdot 0{,}006\right] =$$

$$= -0{,}070$$

$$\hat{\Phi}(0{,}029) \approx \hat{\Phi}(0{,}02) + \frac{\hat{\Phi}(0{,}03) - \hat{\Phi}(0{,}02)}{0{,}03 - 0{,}02}(0{,}029 - 0{,}02) =$$

$$= 0{,}00798 + \frac{0{,}01197 - 0{,}00798}{0{,}01} 0{,}009 \approx 0{,}012$$

В таком случае

$$P_n(k) = \frac{0{,}325}{\sqrt{199 \cdot 0{,}14 \cdot 0{,}86}} = 0{,}066$$

$$P_n(k_1, k_2) = 0{,}012 - (-0{,}070) = 0{,}082$$

Ответ: $m = 3$, $P_n(k) = 0{,}066$, $P_n(k_1, k_2) = 0{,}082$.

Задача 6

Каждая из независимых случайных величин X и Y принимает свои возможные значения с одинаковой вероятностью. Для случайной величины $Z = Z(X, Y)$ найдите ряд распределения, функцию распределения $F(z)$, математическое ожидание $\mathrm{M}(Z)$, дисперсию $\mathrm{D}(Z)$, стандартное отклонение $\sigma(Z)$ и постройте график функции $F(z)$. Вид функции $Z(X, Y)$ зависит от параметра γ.

γ	1	2	3	4	5	6	7
$Z(X,Y)$	$X+Y$	$X-Y$	$\lvert X-Y\rvert$	$\max(X,Y)$	$\min(X,Y)$	$X+2Y$	$2X-Y$

Дано:

X	0	3	6
p	1/3	1/3	1/3

Y	2	3	5
p	1/3	1/3	1/3

$\gamma = 1$

Н-ти $F(z)$, $M(Z)$, $D(Z)$, $\sigma(Z)$

Решение:

Составим таблицу значений функции $Z =$ ... для возможных значений двумерной случайной величины $(X, Y) = (x_i, y_j)$, $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,3}$

X \ Y	2	3	5
0	2	3	5
3	5	6	8
6	8	9	11

Возможные значения z_k случайной величины Z и их частоты m_k заносим в таблицу

k	1	2	3	4	5	6	7
z_k	2	3	5	6	8	9	11
m_k	1	1	2	1	2	1	1

Поскольку X и Y независимые случайные величины, то $P(X = x_i, Y = y_j) = P(X = x_i)\,P(Y = y_j) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$, $i = \overline{1,3}$, $j = \overline{1,3}$

откуда $P_k = P(Z = z_k) = \sum\limits_{\substack{z(x_i, y_j) = z_k \\ i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,3}}} P(X = x_i, Y = y_j) =$

$= \sum\limits_{\substack{z(x_i, y_j) = z_k \\ i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,3}}} \frac{1}{9} = \frac{m_k}{9}$, $k = \overline{1,7}$

Находим вероятности

$p_1 = 1/9$, $p_2 = 1/9$, $p_3 = 2/9$, $p_4 = 1/9$, $p_5 = 2/9$
$p_6 = \frac{1}{9}$, $p_7 = 1/9$

и строим ряд распределения случайной величины Z

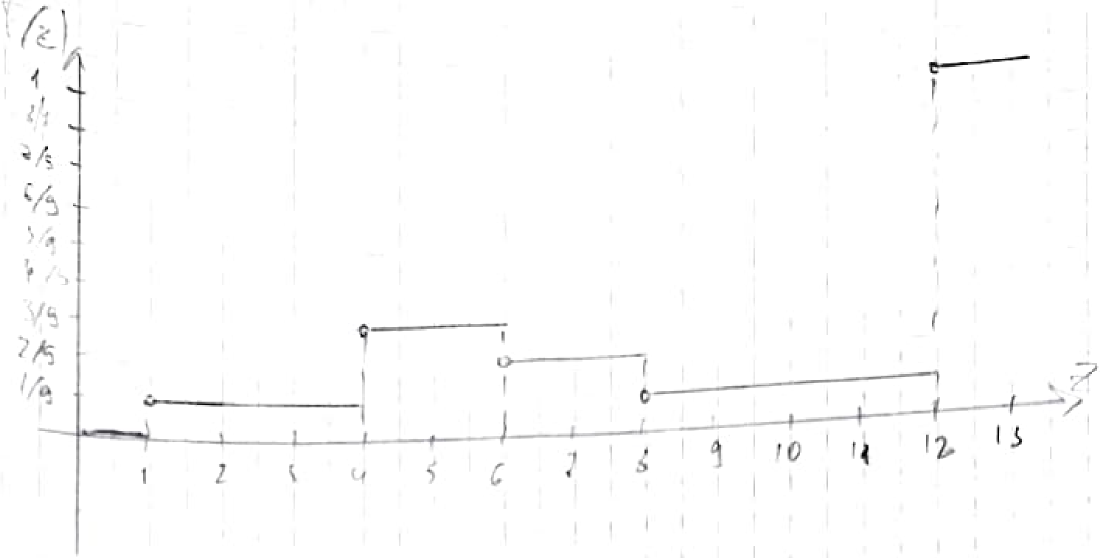
Z	2	3	5	6	8	9	11
p	1/9	1/9	2/9	1/9	2/9	1/9	1/9

Определим функцию распределения

$$F(z) = P(Z < z_i) = \begin{cases} 0, & z \le z_1, \\ \sum_{i=0}^{k-1}, & z_{k-1} < z < z_k,\ k = \overline{2, n} \\ 1, & z > z_n \end{cases}$$

для наш-его ряда распределения

$$F(z) = \begin{cases} 0, & z \le 1 \\ 1/9, & 1 < z \le 2 \\ 1/9, & 2 < z \le 4 \\ 3/9, & 4 < z \le 6 \\ 2/9, & 6 < z \le 8 \\ 1/9, & 8 < z \le 10 \\ 1/9, & 10 < z \le 12 \\ 1, & z > 12 \end{cases}$$



С помощью ряда распределения вычисляем числовые характеристики Z:

$$M(Z) = \sum_{k=1}^{n} z_k p_k = 2\cdot\frac{1}{9} + 3\cdot\frac{1}{9} + 5\cdot\frac{2}{9} + 6\cdot\frac{1}{9} + 8\cdot\frac{2}{9} + 9\cdot\frac{1}{9} + 11\cdot\frac{1}{9} \approx 6{,}333;$$

$$M(Z^2) = \sum_{k=1}^{n} z_k^2 p_k = 4\cdot\frac{1}{9} + 9\cdot\frac{1}{9} + 25\cdot\frac{2}{9} + 36\cdot\frac{1}{9} + 64\cdot\frac{2}{9} + 81\cdot\frac{1}{9} + 121\cdot\frac{1}{9} \approx 47{,}667;$$

$$D(Z) = M(Z^2) - M^2(Z) = \frac{429}{9} - \left(\frac{19}{3}\right)^2 = \frac{429-361}{9} = \frac{68}{9} \approx 7{,}556$$

$$\sigma(Z) = \sqrt{D(Z)} = \sqrt{\frac{68}{9}} = \frac{\sqrt{68}}{3} \approx 2{,}749$$

Ответ: $M(Z) = 6{,}333$;

$M(Z^2) = 47{,}668$

$\sigma(Z) = 2{,}749$.

Задача 7

Непрерывная случайная величина X имеет плотность распределения вероятно стей $f(x)$. Для случайной величины X необходимо:

а) найти функцию распределения $F(x)$ и построить графики функции распределения

$F(x)$ и плотности распределения вероятностей $f(x)$;

б) определить вероятность попадания случайной величины в интервал (α, β);

в) найти математическое ожидание M(X), дисперсию D(X) и стандартное отклонение $\sigma(X)$.

Вид функции $f(x)$ зависит от параметра γ.

γ	1	2	3
$f(x)$	$\begin{cases}\lambda e^{\lambda x}, x \le 0\\ 0, x > 0\end{cases}$	$\begin{cases}\dfrac{\lambda - \lvert x\rvert}{\lambda^2}, \lvert x\rvert \le \lambda\\ 0, \lvert x\rvert > \lambda\end{cases}$	$\dfrac{\lambda e^{-\lambda \lvert x\rvert}}{2}$

Дано:

$\lambda = 1,4$;

$\alpha = -0,56$

$\beta = 0,64$

$\gamma = 2$

Найти: $F(x)$, $P(\alpha < X < \beta)$, $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

Решение

Представим функцию $f(x)$ в виде

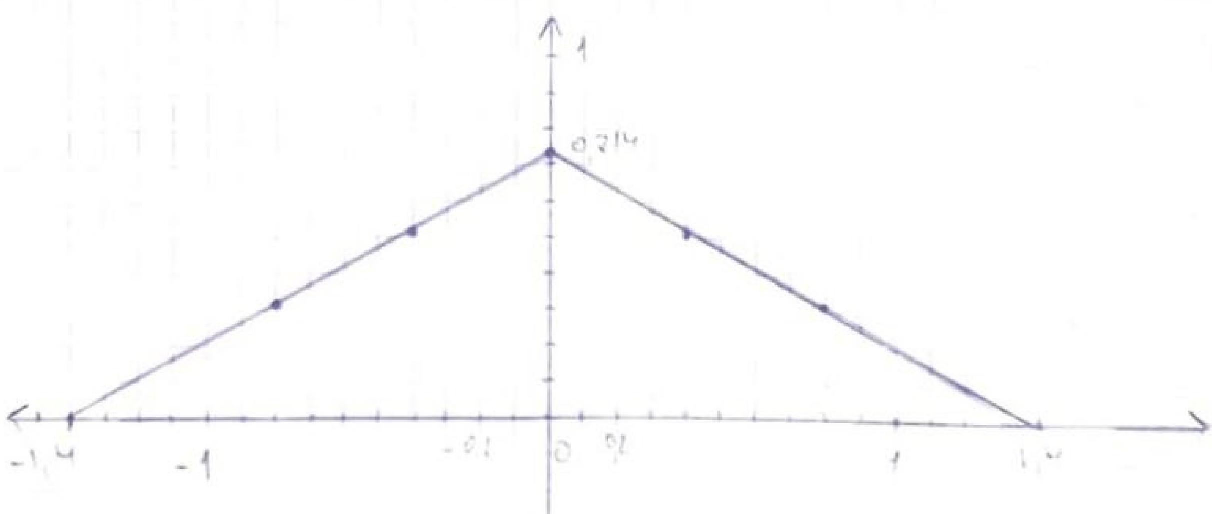
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1,4 - |x|}{1,96}, & |x| \leq 1,4 \\ 0, & |x| > 1,4 \end{cases}$$

Для построения функции учитываем, что

$f(-x) = f(x)$

и находим значение $f(x)$ в точках

x	0	0,4	0,8	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$f(x)$	0,714	0,51	0,31	0,10	0	0	0	0



Определим функцию распределения

$$F(x) = P(X<x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

Для характерных интегралов числовой оси x

при $x \le -1,4$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} 0\,dx = 0$$

при $-1,4 < x \le 0$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{-1,4} f(x)\,dx + \int_{-1,4}^{x} f(x)\,dx =$$

$$= 0 + \int_{-1,4}^{x} \frac{1,4+x}{1,96}\,dx = \left(\frac{1,4x}{1,96} + \frac{x^2}{2\cdot 1,96}\right)\Bigg|_{-1,4}^{x} =$$

$$= \frac{x^2}{3,92} + \frac{1,4x}{1,96} - \left(-\frac{1,4\cdot 1,4}{1,96} + \frac{1,4^2}{2\cdot 1,96}\right) = \frac{x^2+2,8x}{3,92} + \frac{1}{2}$$

при $0 < x \le 1,4$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{-1,4} f(x)\,dx + \int_{-1,4}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{x} f(x)\,dx =$$

$$= 0 + \frac{1}{2} + \int_{0}^{x} \frac{1,4-x}{1,96}\,dx = \frac{1}{2} + \left(\frac{1,4x}{1,96} - \frac{x^2}{2\cdot 1,96}\right)\Bigg|_{0}^{x} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1,4x}{1,96} - \frac{x^2}{2\cdot 1,96} = \frac{2,8x - x^2}{3,92} + \frac{1}{2}$$

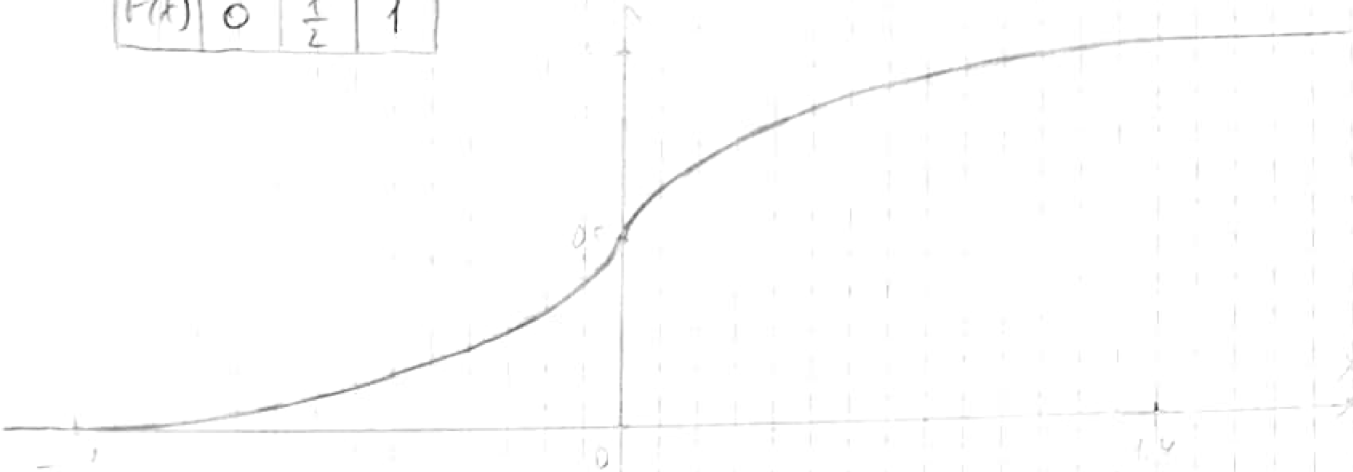
при $x > 1,4$

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{-1,4} f(x)\,dx + \int_{-1,4}^{0} f(x)\,dx + \int_{0}^{1,4} f(x)\,dx + \int_{1,4}^{\infty} f(x)\,dx$$

$$= 0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 0 = 1$$

Для построения графика функции $F(x)$ находим значения $F(x)$ в точках:

x	$-1,4$	0	$1,4$
$F(x)$	0	$\frac{1}{2}$	1



$$P(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = F(0,84) - F(-0,56) =$$
$$= 0,92 - 0,18 = 0,74$$

Определяем числовые характеристики X

$$M(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{-1,4} x \cdot 0\,dx + \int_{-1,4}^{0} \frac{1,4x + x^2}{1,96}\,dx + \int_{0}^{1,4} \frac{1,4x - x^2}{1,96} +$$
$$\int_{1,4}^{\infty} x \cdot 0\,dx = \left(\frac{1,4x^2}{3,92} + \frac{x^3}{5,88}\right)\Bigg|_{-1,4}^{0} + \left(\frac{1,4x^2}{3,92} - \frac{x^3}{5,88}\right)\Bigg|_{0}^{1,4} =$$
$$= -\cancel{\frac{1,4(-1,4)^2}{3,92}} - \cancel{\frac{(-1,4)^3}{5,88}} + \cancel{\frac{1,4(1,4)^2}{3,92}} - \cancel{\frac{(1,4)^3}{5,88}} = 0$$

$$M(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{-1,4} x^2 \cdot 0\,dx + \int_{-1,4}^{0} \frac{1,4x^2 + x^3}{1,96}\,dx + \int_{0}^{1,4} \frac{1,4x^2 - x^3}{1,96}\,dx$$
$$+ \int_{1,4}^{\infty} x^2 \cdot 0\,dx = \left(\frac{1,4x^3}{5,88} + \frac{x^4}{7,84}\right)\Bigg|_{-1,4}^{0} + \left(\frac{1,4x^3}{5,88} - \frac{x^4}{7,84}\right)\Bigg|_{0}^{1,4} =$$
$$= -\frac{1,4(-1,4)^3}{5,88} - \frac{(-1,4)^4}{7,84} + \frac{1,4\cdot(1,4)^3}{5,88} - \frac{(1,4)^4}{7,84} =$$
$$= \frac{2\cdot(1,4)^4}{5,88} - 2\frac{(1,4)^4}{7,84} \approx 0,327$$

$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = 0,327 - 0 = 0,327$

$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{0,327} \approx 0,572$

Ответ: $P(\alpha < x < \beta) = 0,74$;

$M(x) = 0$,

$D(x) = 0,327$

$\sigma(x) = 0,572$,