

## § 5-4 理想气体的温度公式

### 1. 温度的本质和统计意义

根据理想气体的压强公式和状态方程可导出宏观量温度  $T$  与有关微观量的关系，从而揭示温度的微观实质。

质量为  $M$  的理想气体，分子数为  $N$ ，分子质量为  $m$ ，则有：
$$M = Nm$$

1 mol 气体的分子数为  $N_0$ ，则有  $\mu = N_0 m$

把它们代入理想气体状态方程：

$$PV = \frac{M}{\mu} RT$$

得到

$$P = \frac{N}{V} \frac{R}{N_0} T$$

其中

$$n = \frac{N}{V}$$

$$P = \frac{N}{V} \frac{R}{N_0} T$$

$$P = nkT$$

$$P = \frac{2}{3} n \bar{\omega}$$

$$k = \frac{R}{N_0} = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

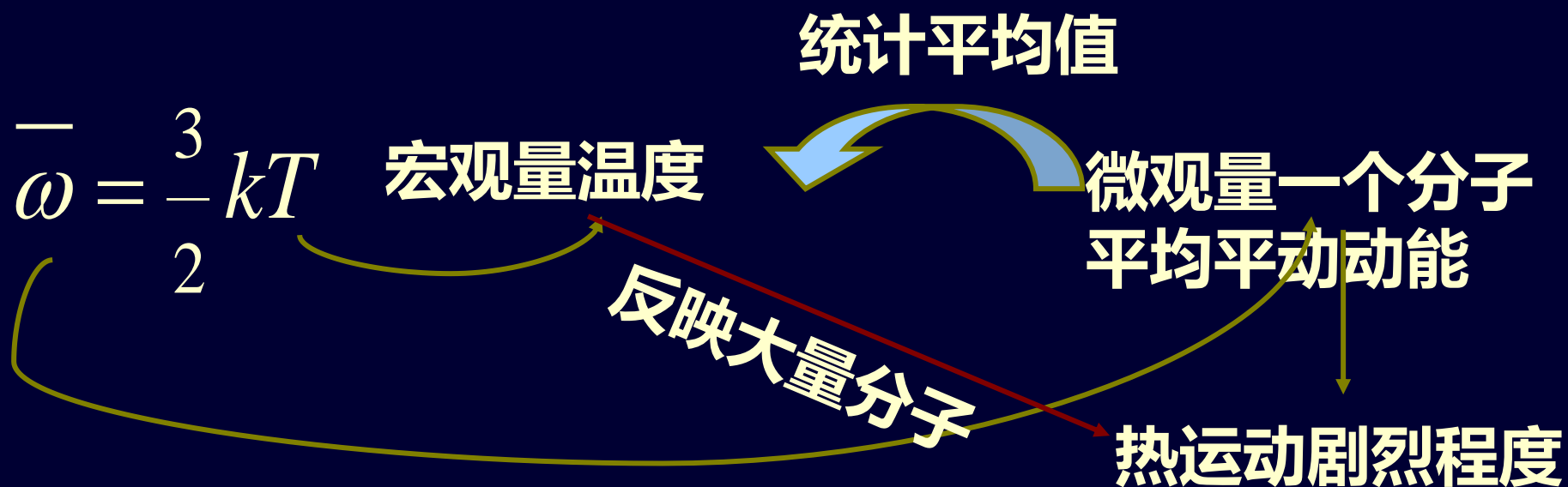
$$\bar{\omega} = \frac{3}{2} kT$$

热力学温标或  
理想气体温标，  
单位：K

理想气体的温度公式。

# 温度的统计意义

## a. 温度实质（统计概念）



b. 温度反映大量分子热运动的剧烈程度。

## 2. 方均根速率

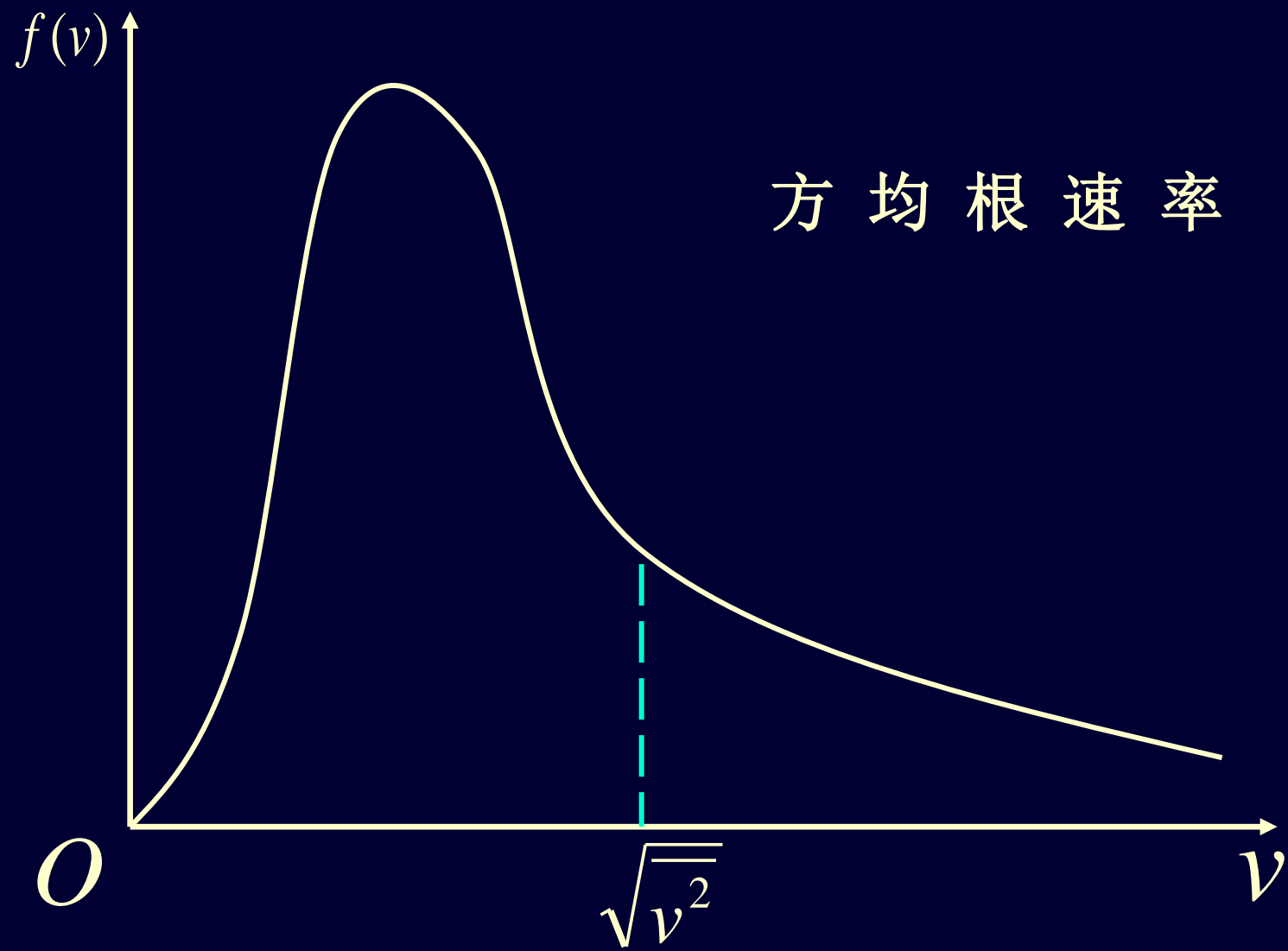
气体分子速率平方的平均值的平方根。

$$\overline{v^2} = \frac{\int_0^N v^2 \mathbf{d}N}{N} = \int_0^\infty v^2 f(v) \mathbf{d}v = \frac{3kT}{m}$$

$$f(v) = \frac{\mathbf{d}N}{N \mathbf{d}v}$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 1.73 \sqrt{\frac{RT}{\mu}}$$

方均根速率:



**例题5-3** 一容器内装有气体，温度为  $27^{\circ}\text{C}$

问：(1) 压强为  $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$  时，在  $1 \text{ m}^3$  中  
有多少个分子；

(2) 在高真空时，压强为  $1.33 \times 10^{-5} \text{ Pa}$ ，  
在  $1 \text{ m}^3$  中有多少个分子？

**解 (1) 按公式  $p=nkT$  可知**

$$(1)n = \frac{p}{kT} = \frac{1.013 \times 10^5}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} \text{ m}^{-3} = 2.45 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$(2)n = \frac{p}{kT} = \frac{1.33 \times 10^{-5}}{1.38 \times 10^{-23} \times 300} \text{ m}^{-3} = 3.21 \times 10^{15} \text{ m}^{-3}$$

**可以看到，两者相差  $10^{10}$  倍**

**例题5-4** 试求氮气分子的平均平动动能和方均根速率

设 (1) 在温度  $t=1000^{\circ}\text{C}$  时,

(2) 在温度  $t=0^{\circ}\text{C}$  时,

(3) 在温度  $t= -150^{\circ}\text{C}$  时?

**解 (1) 在温度  $t=1000^{\circ}\text{C}$  时**

$$\bar{\omega} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 1273 J = 2.63 \times 10^{-20} J$$

$$\sqrt{v^2} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 1273}{28 \times 10^{-3}}} m/s = 1.06 \times 10^3 m/s$$

**(2) 同理在温度  $t=0^{\circ}\text{C}$  时**

$$\bar{\omega} = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 273 J = 5.65 \times 10^{-21} J$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 273}{28 \times 10^{-3}}} m/s = 493 m/s$$

**(3) 在温度  $t = -150^\circ\text{C}$  时**

$$\overline{\omega} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 123 J = 2.55 \times 10^{-21} J$$

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3RT}{M_{mol}}} = \sqrt{\frac{3 \times 8.31 \times 123}{28 \times 10^{-3}}} m/s = 331 m/s$$



**例：**一容器内贮有氧气，其压强  $P = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ ，温度  $t = 27^\circ\text{C}$

(1) 单位体积内的分子数；

(2) 氧分子的质量；

(3) 分子的平均平动动能。

**解：**压强不太大，温度不太低，可视为理想气体。

(1) 由  $P = nkT$  可得到单位体积内的分子数：

$$n = \frac{P}{kT} = 2.45 \times 10^{25} (\text{m}^{-3})$$

(2) 氧气分子的质量：  $m = \frac{\mu}{N_0} = 5.31 \times 10^{-26} (\text{kg})$

(3) 分子平均平动动能：

$$\bar{\omega} = \frac{3}{2} kT = 6.21 \times 10^{-21} (\text{J})$$