同学们好！

静电场　教学基本要求

一、掌握电场强度和电势的概念，理解电场强度是矢量点函数，而电势则是标量点函数；

二、理解高斯定理及静电场的环路定理，表明静电场是有源场和保守场；

三、掌握用叠加原理及高斯定理求解带电系统电场强度的方法；

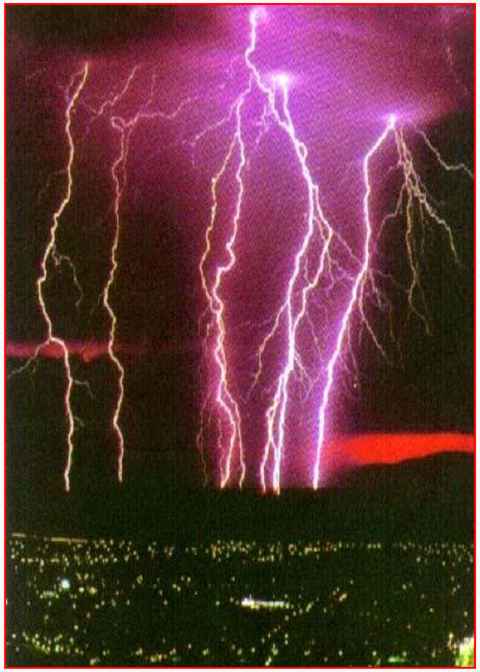
四、掌握用点电荷和叠加原理以及电势的定义式求解带电系统电势的方法；能用电场强度与电势梯度的关系求解较简单带电系统的电场强度；

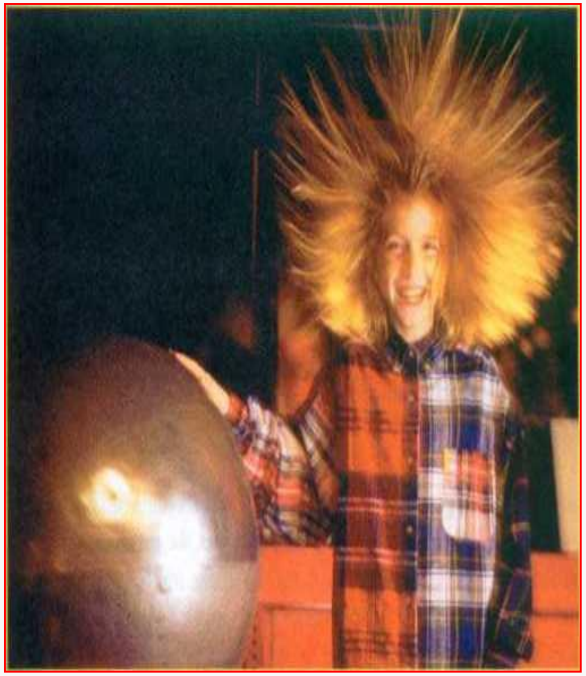
五、理解和掌握有导体及介质的电荷及电场分布。

电荷 库仑定律

一、电荷

摩擦起电和雷电：对电的最早认识。





电荷：

实物的一种属性。

三个基本性质：

- 自然界存在两种电荷：正电荷和负电荷。

  同性相斥，异性相吸。

- 电荷守恒（微观世界的一个基本定律）。

- 电荷的量子化。

星期三 9:35 PM 15

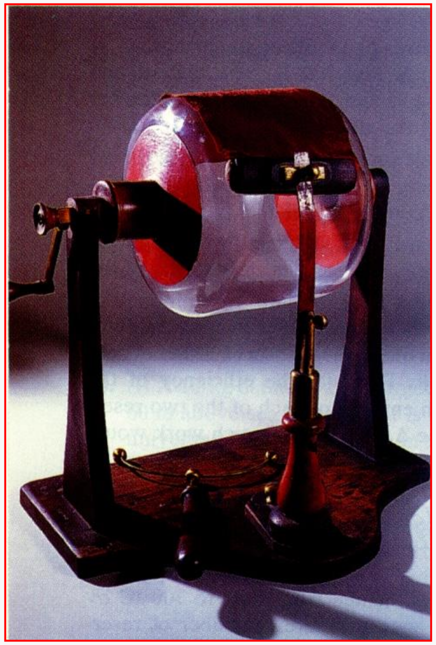
二、电荷守恒定律

在孤立系统中，正负电荷的代数和保持不变。

- 强调是正负电荷的代数和不变
- 电荷守恒定律是物理学的基本定律之一

如： $^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\mathrm{Th}(钍) + {}^{4}_{2}\mathrm{He}$

$$\gamma(光子) \rightarrow e^{+} + e^{-}$$



起电机

电荷量子化

最小 ... C

q ... ⋯

●强 ... 电

荷

验上

● 宏 ... $>e$

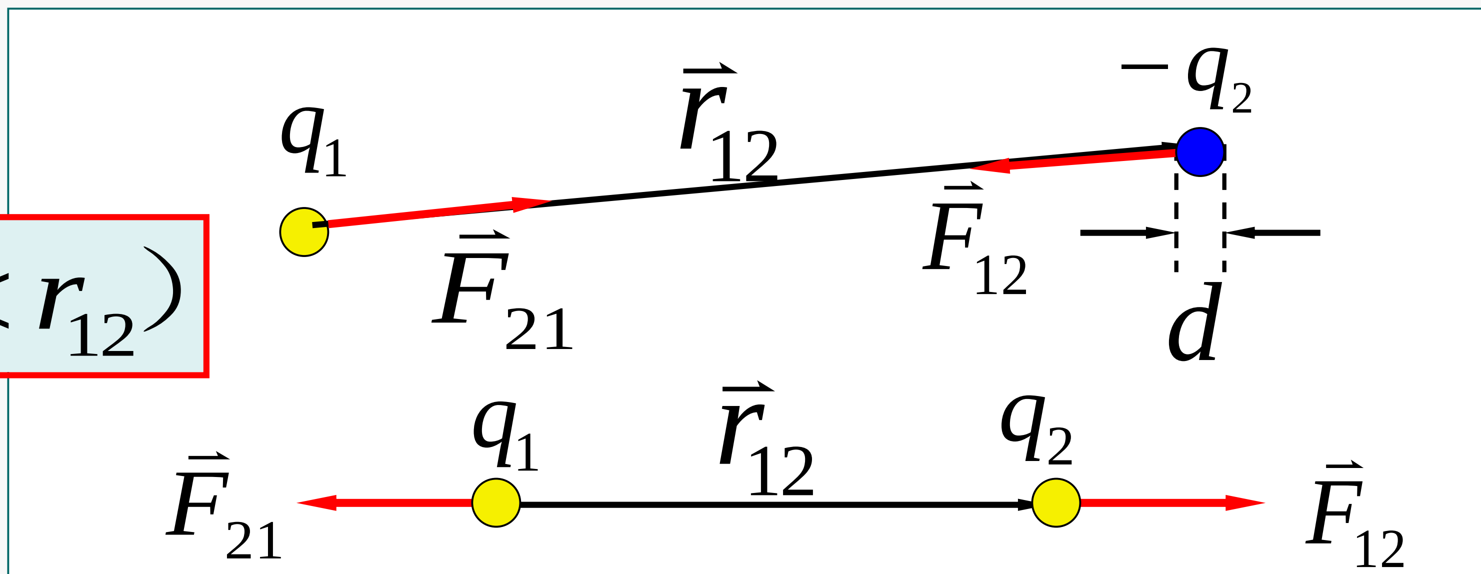
准连续。

密立根
Robert Andrews Millikan
1868-1953
美国物理学家

点电荷模型

- 不考虑大小和分布状况而可看作集中于一点的电荷。
- 点电荷的位置可以方便地在坐标上标出。
- 实际有许多情况可以近似成点电荷。

$$(d << r_{12})$$

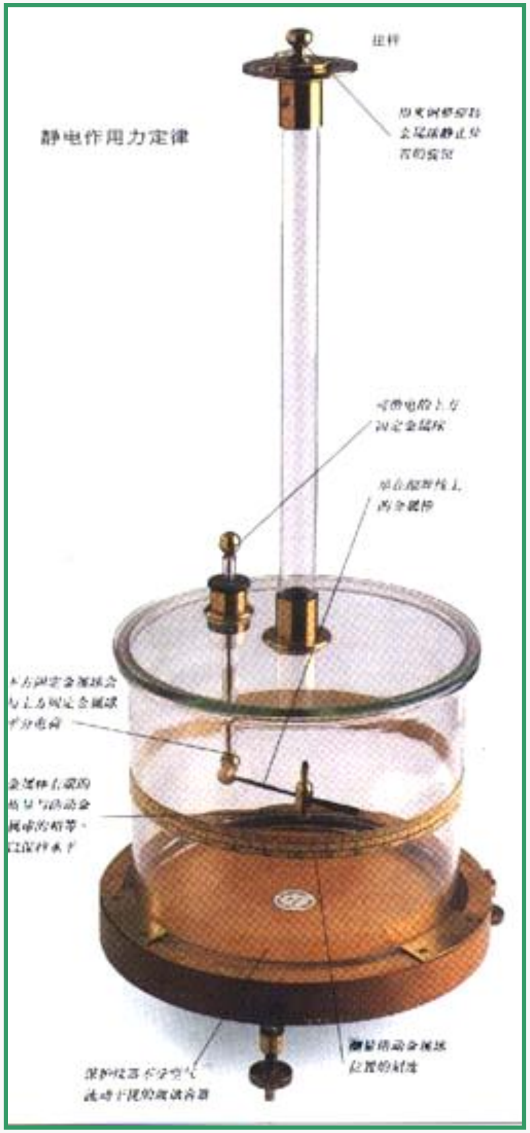


库仑生平

库仑(Charles-Augustin de Coulomb, 1736～1806)法国工程师、物理学家。1736年6月14日生于法国昂古莱姆。就读于美西也尔工程学校，后进入皇家军事工程队当工程师。

科学成就

1773年发表有关材料强度的论文。1777年开始研究静电和磁力问题，发明扭秤。1779年对摩擦力进行分析，提出有关润滑剂的科学理论。1785-1789年，用扭秤测量静电力和磁力，导出著名的库仑定律。

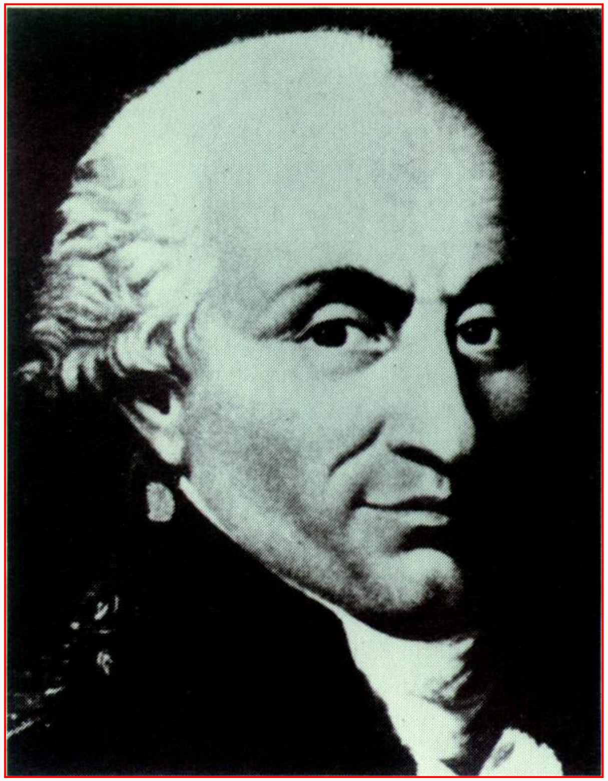


扭秤

星期三 9:35 PM 15

三、 库仑定律 (1785年)

在真空中，两个静止点电荷之间相互作用力与这两个点电荷的电荷量q_1和q_2的乘积成正比，而与这两个点电荷之间的距离r_{12}（或r_{21}）的平方成反比，作用力的方向沿着这两个点电荷的连线，同号相斥，异号相吸。

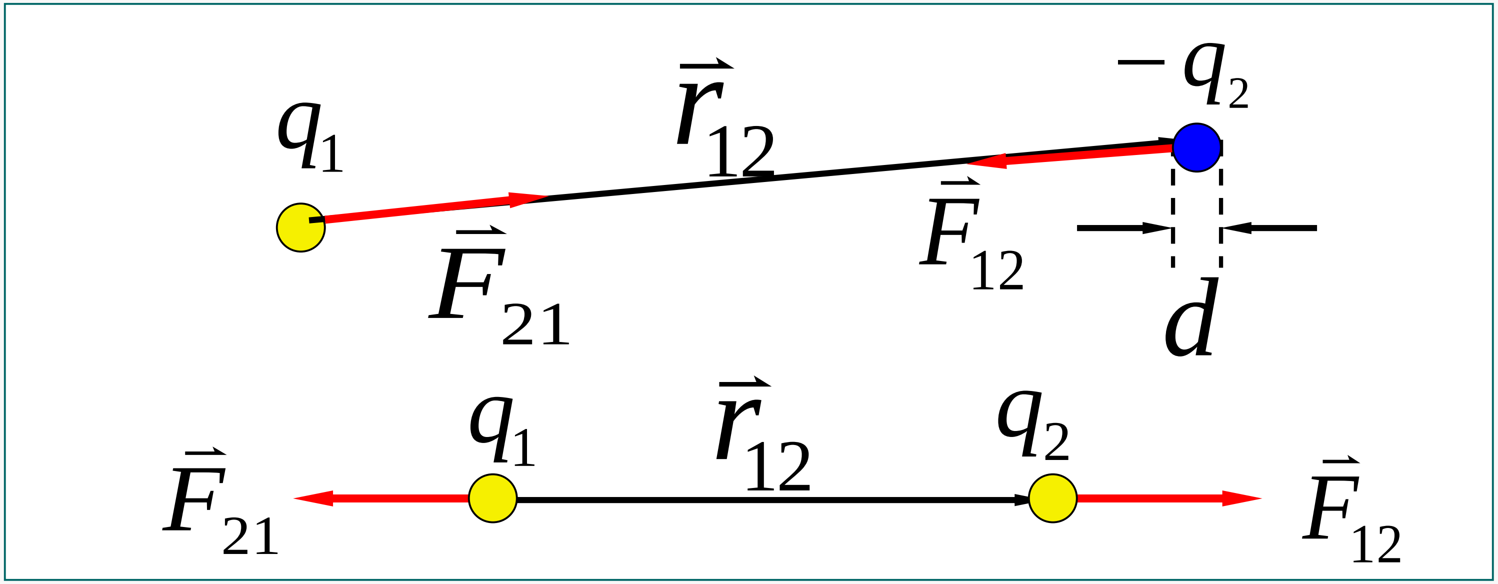


库 仑
Charles-Augustin de Coulomb
1736～1806年
法国工程师
物理学家

库仑定律

$$\boxed{\vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}\hat{\vec{r}}_{12} = -\vec{F}_{21}}$$

SI制 $k = 8.98755\times10^{9}\,N\cdot m^{2}\cdot C^{-2}$



几点说明：

- 适用于点电荷、矢量性与叠加性；
- 满足“平方反比律”。

  称为“库仑力”或“静电力”；
- 虽然满足牛顿第三定律，但不是一对作用力与反作用力；
- 单位制有理化 $k=\dfrac{1}{4\pi\,\varepsilon_0}$

$$\varepsilon_0=8.8542\times10^{-12}C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}$$

（为真空电容率）

例：试计算基态氢原子内电子和质子之间的静电力和万有引力，并比较两者的大小。（ r ＝0. 529×10^{-10}m）

解：

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} = 8.22\times10^{-8}\,N$$

$$F_{\mathrm{g}} = G\frac{m_{\mathrm{e}}m_{\mathrm{p}}}{r^2} = 3.63\times10^{-47}\,\mathrm{N}$$

$$\frac{F_e}{F_g} = 2.26\times10^{39}$$

（微观领域中，万有引力比库仑力小得多，可忽略不计.）

又例：设原子核中的两个质子相距4.0×10^{-15}m，求此两个质子之间的静电力。

解:按库仑定律计算为

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} = 14N$$

原子核内质子间的斥力很大。质子之所以能组成原子核，是由于核内存在着远比斥力强的引力（核力）。

原子核的结合力远大于原子的结合力，原子的结合力又远大于相同条件下的万有引力。

电场 电场强度

一、电场

- 直观上看，电场是给电荷以作用力的物理场。若空间某一区域内各点具有给予在该点的静止电荷的作用力的属性，就说该区域存在着电场。

电荷 ⟷ 场 ⟷ 电荷

- 从本质上说：电场是物质的一种存在形式，具有能量、动量和质量。

- 场是一种特殊形态的物质

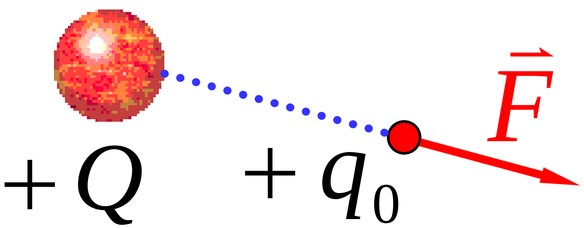
场
实物
物 质

- 本章只讨论相对于观察者静止的电荷在其周围空间产生的电场即**静电场**。

二、电场强度

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

电场中某点的电场强度等于**单位正电荷**在该点所受的电场力。



$$\begin{cases} +Q\text{：场源电荷} \\ +q_0\text{：试验电荷} \end{cases}$$

（试验电荷为点电荷、且足够小，对原电场几乎无影响）

- 单位 $N \cdot C^{-1}$ 或 $V \cdot m^{-1}$
- 电荷 q 在电场中受力 $\vec{F} = q\vec{E}$

三、电场强度的计算

（1）点电荷的电场

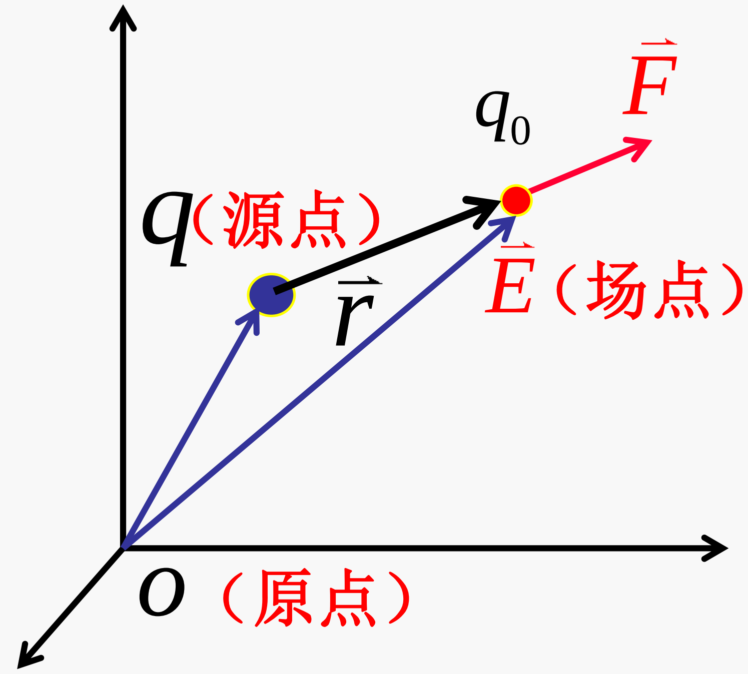
（2）场强叠加原理和点电荷系的电场

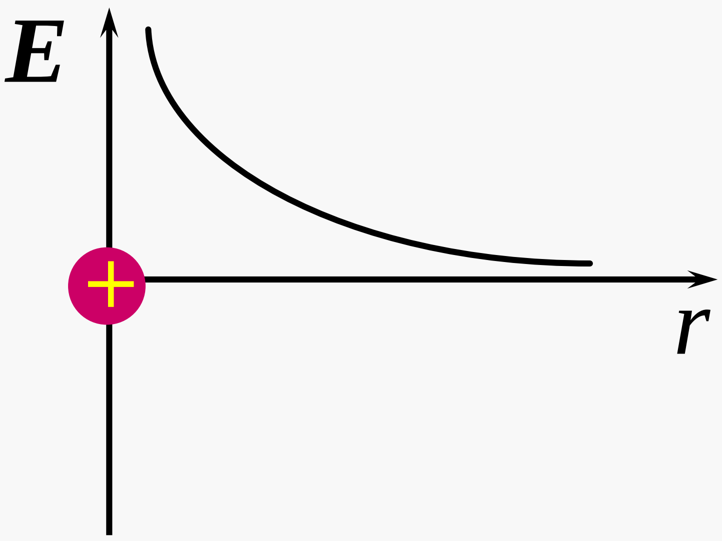
（3）连续分布电荷的电场

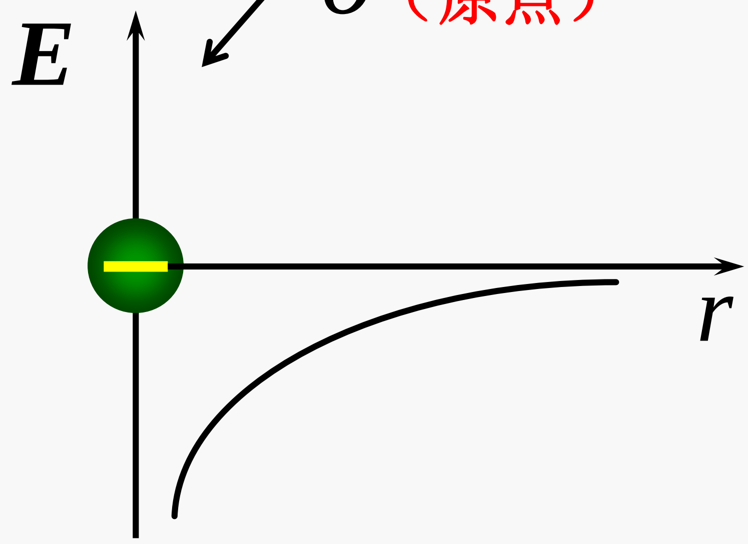
（1）点电荷的电场

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q}{r^2}\hat{\vec{r}}$$

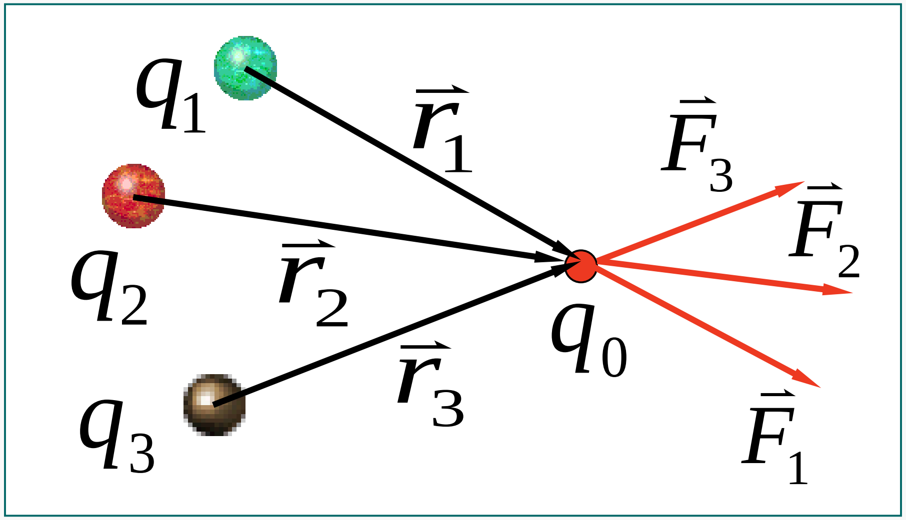
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{\vec{r}}$$







（2）电场强度叠加原理



点电荷 q_i 对 q_0 的作用力

$$\vec{F}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i q_0}{r_i^2}\hat{\vec{r}}_i$$

由力的叠加原理得 q_0 所受合力 $\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i$

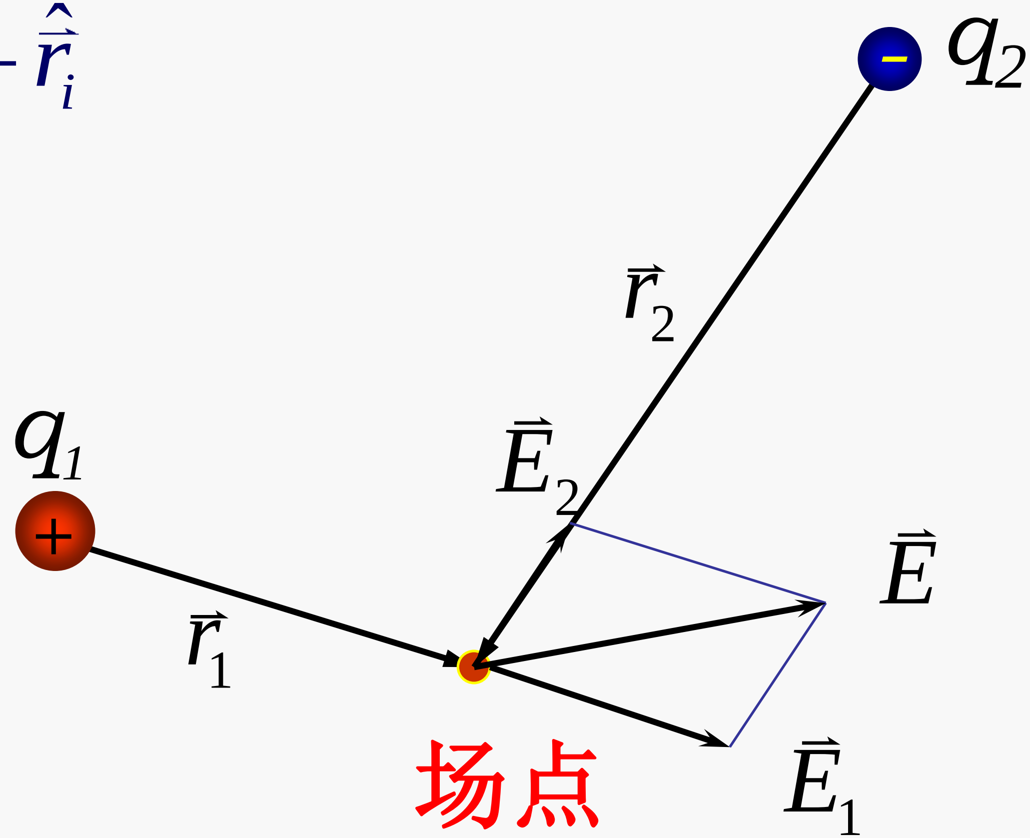
故 q_0 处总电场强度 $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \sum_i \frac{\vec{F}_i}{q_0}$

电场强度的叠加原理 $\boxed{\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i}$

点电荷系的电场

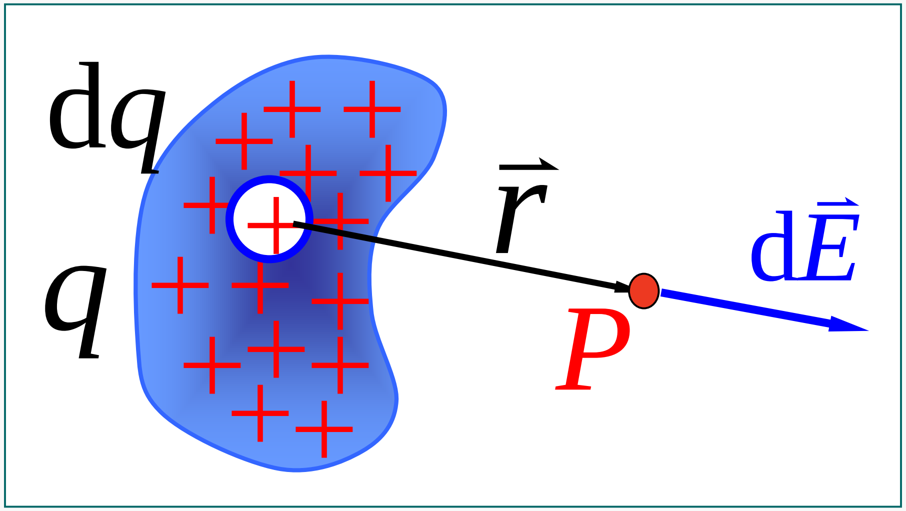
$$\vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{\vec{r}}_i$$

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$



电荷连续分布情况

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r^2}\hat{\vec{r}}$$



$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\hat{\vec{r}}}{r^2}dq$$

电荷**体**密度 $\rho = \frac{dq}{dV}$

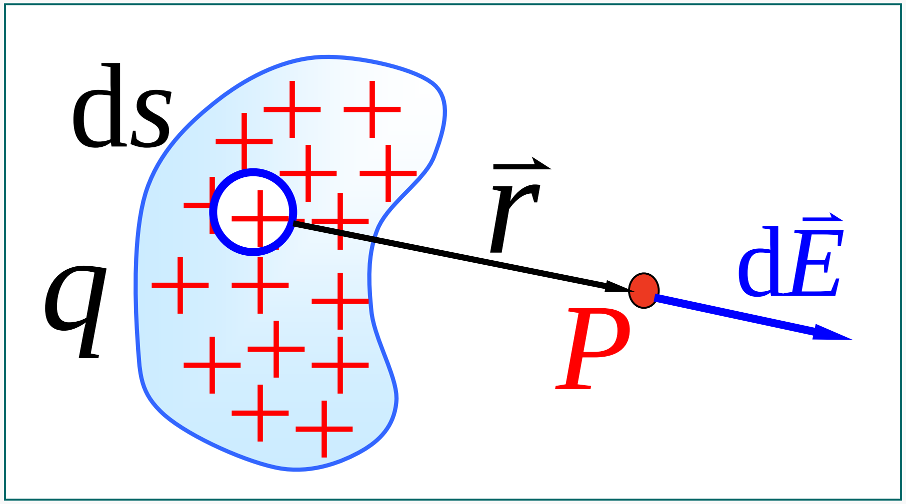
点 P 处电场强度

$$\boxed{\vec{E} = \int_V \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\rho\hat{\vec{r}}}{r^2}dV}$$

星期三 9:35 PM 15

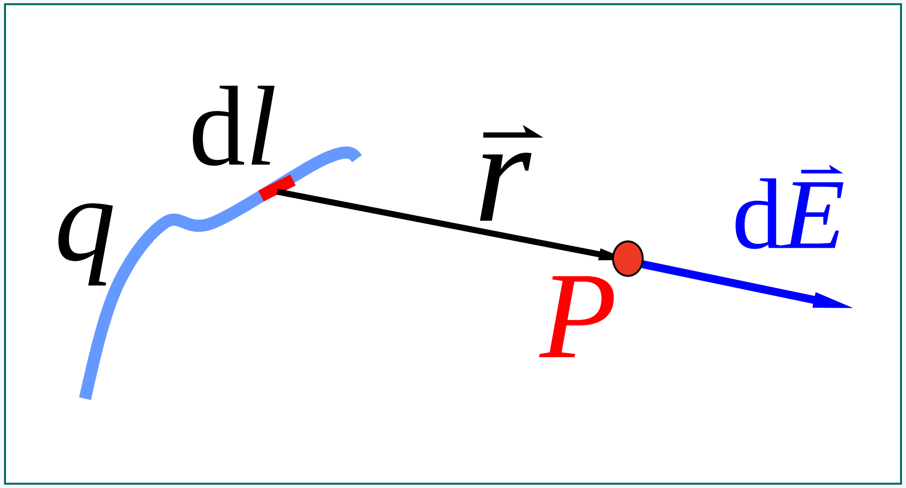
电荷面密度 $\sigma = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}s}$

$$\vec{E} = \int_S \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\hat{\vec{r}}}{r^2}\mathrm{d}s$$



电荷线密度 $\lambda = \dfrac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}l}$

$$\vec{E} = \int_l \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\hat{\vec{r}}}{r^2}\mathrm{d}l$$

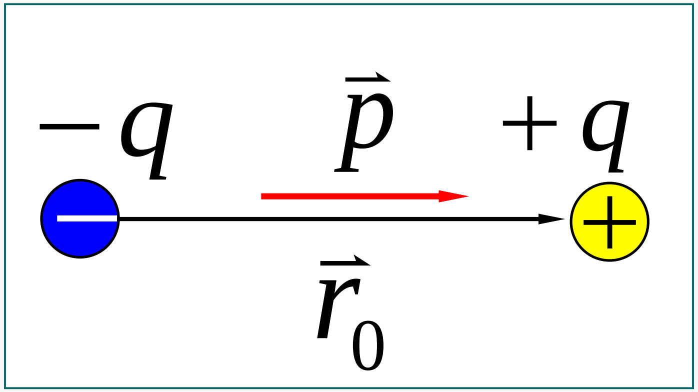


星期三 9:35 PM 15

例：电偶极子的电场强度

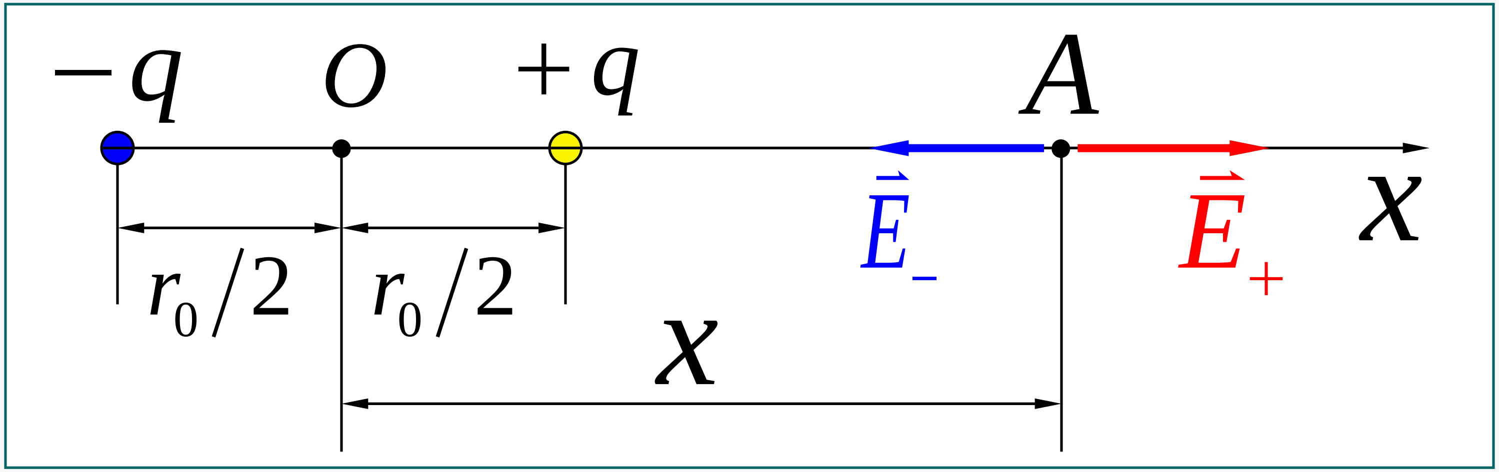
电偶极子的轴 $\vec{r}_0$

电偶极矩（电矩）$\vec{p} = q\vec{r}_0$



讨 论

（1）电偶极子轴线延长线上一点的电场强度

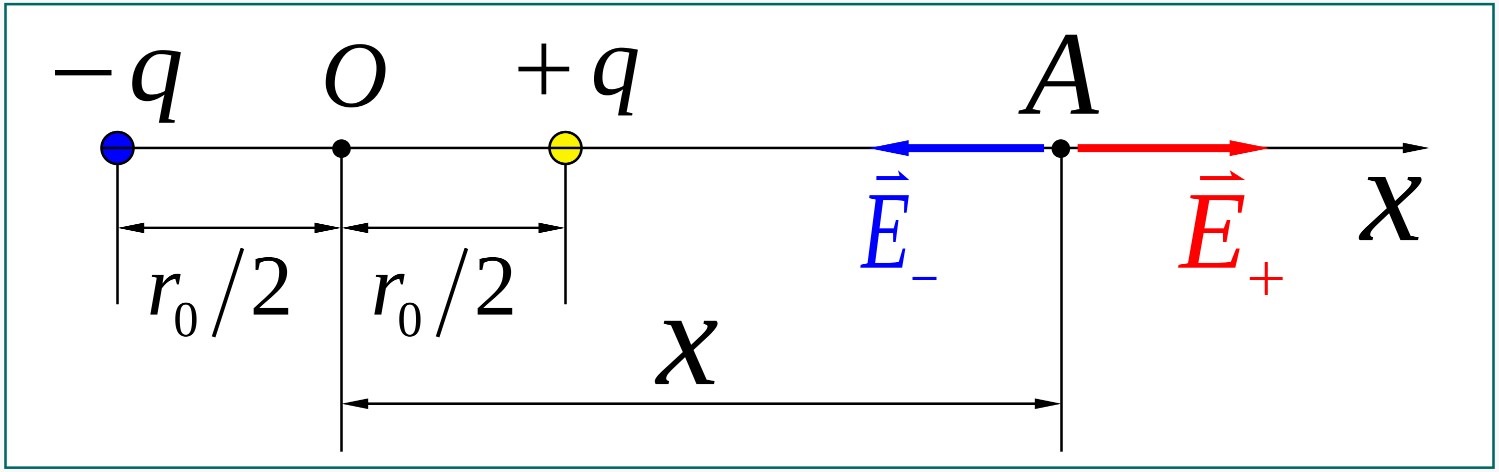


$$\vec{E}_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x - r_0/2)^2}\vec{i}, \quad \vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(x + r_0/2)^2}\vec{i}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{2xr_0}{(x^2 - r_0^2/4)^2}\right]\vec{i}$$

$\boxed{x >> r_0}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2r_0 q}{x^3}\vec{i}} \boxed{= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\vec{p}}{x^3}}$$

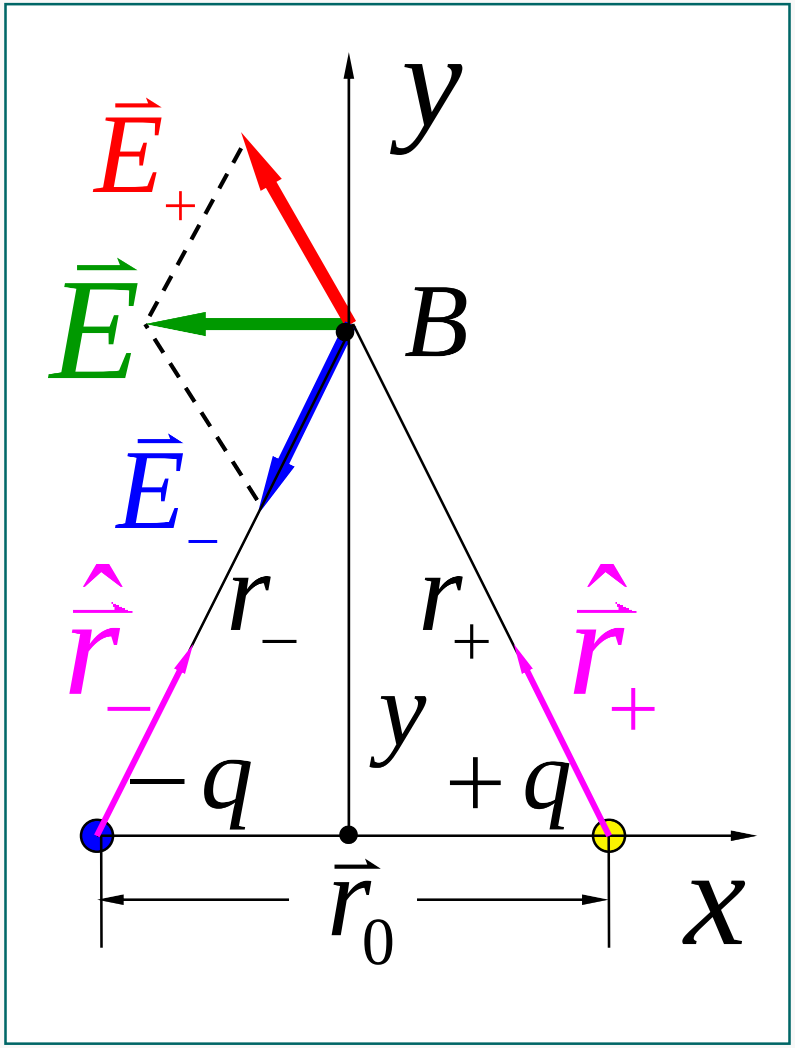


（2）电偶极子轴线的中垂线上一点的电场强度

$$\begin{cases} \vec{E}_+ = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r_+^2}\hat{\vec{r}}_+ \\ \vec{E}_- = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r_-^2}\hat{\vec{r}}_- \end{cases}$$

$$r_+ = r_- = r = \sqrt{y^2 + \left(\frac{r_0}{2}\right)^2}$$

$$\begin{cases} \hat{\vec{r}}_+ = (-r_0/2\vec{i} + y\vec{j})/r \\ \hat{\vec{r}}_- = (r_0/2\vec{i} + y\vec{j})/r \end{cases}$$

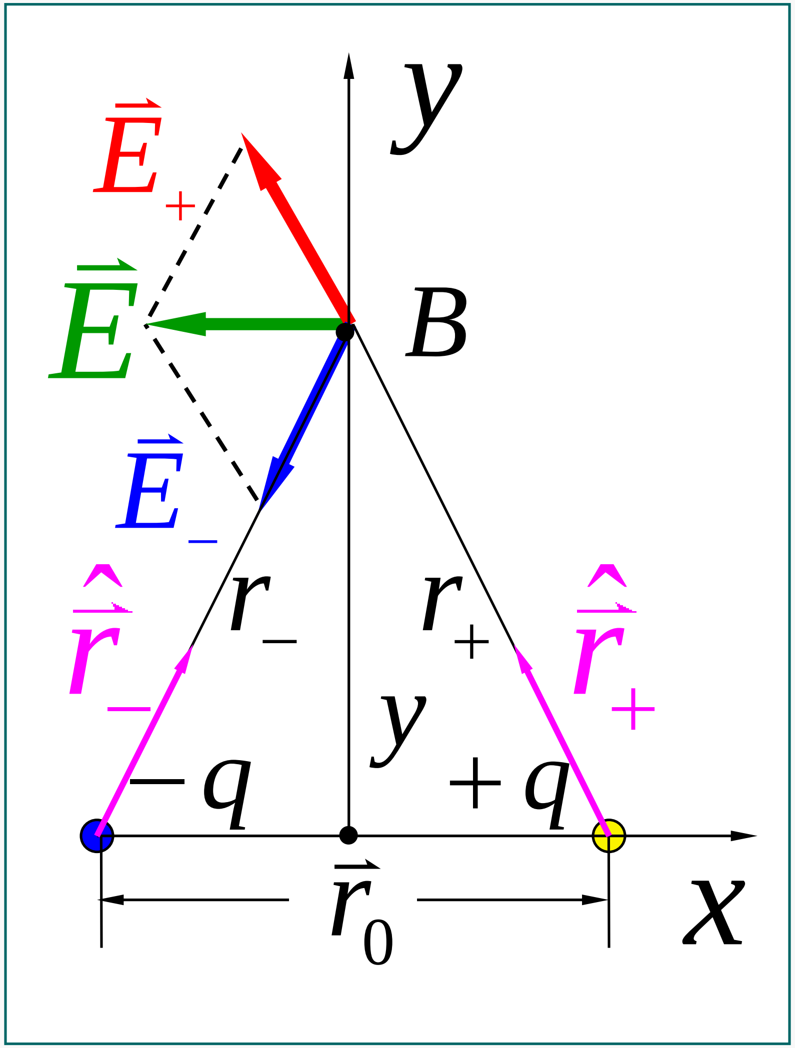


星期三 9:35 PM 15

$$\begin{cases} \vec{E}_+ = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^3}(y\vec{j} - \dfrac{r_0}{2}\vec{i}) \\ \vec{E}_- = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^3}(y\vec{j} + \dfrac{r_0}{2}\vec{i}) \end{cases}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr_0\vec{i}}{r^3}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr_0\vec{i}}{(y^2 + \frac{r_0^2}{4})^{3/2}}$$



$y >> r_0$

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qr_0\vec{i}}{y^3}$$

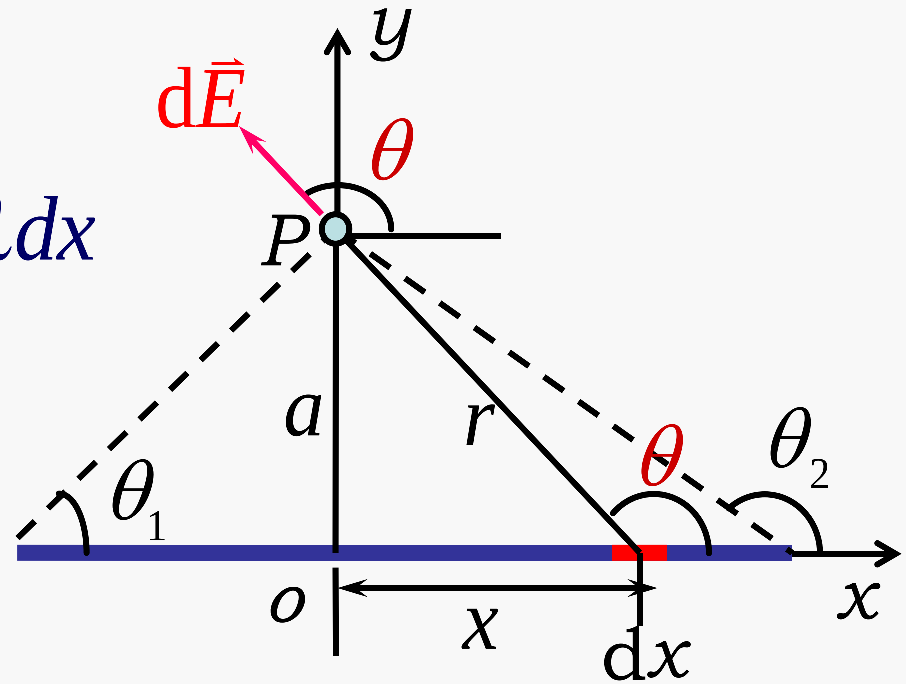
$$= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\vec{p}}{y^3}$$

连续带电体的电场例题

- 均匀带电直线的电场
- 均匀带电圆环轴线上的电场
- 均匀带电圆盘轴线上的电场

例：求一均匀带电直线在P点的电场。

解： 建立直角坐标系



取线元 dx　　带电 $dq = \lambda dx$

$$\boxed{dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}}$$

将 $d\vec{E}$ 投影到坐标轴上

$$dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\cos\theta$$

$$dE_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda dx}{r^2}\sin\theta$$

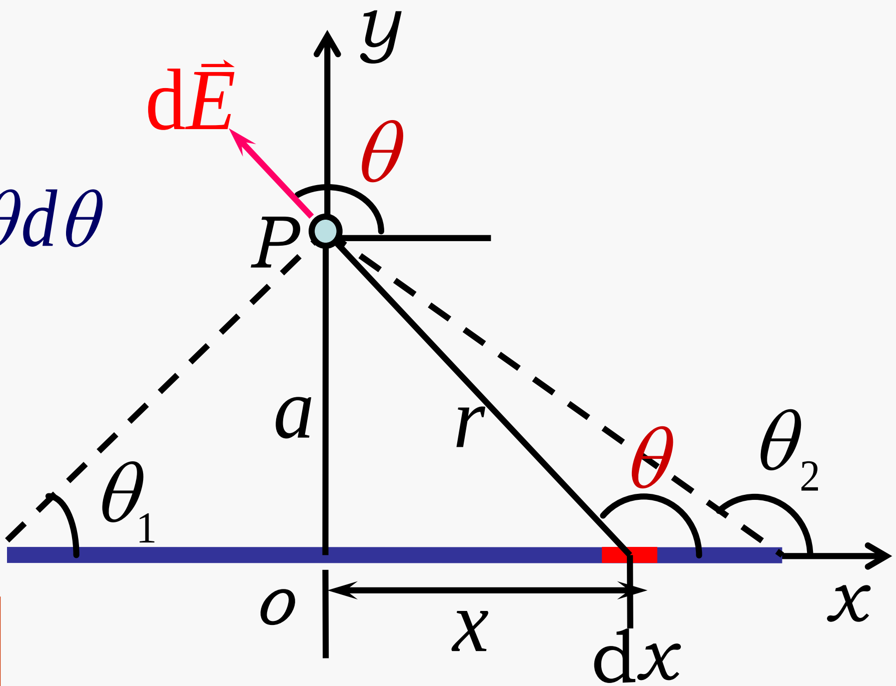
$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r^2}\cos\theta dx$$

$$E_y = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r^2}\sin\theta dx$$

积分变量代换

$$r = a/\sin\theta \qquad x = -actg\theta \qquad dx = a\csc^2\theta d\theta$$

代入积分表达式



$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\frac{\cos\theta}{a^2\csc^2\theta}a\csc^2\theta d\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\cos\theta \mathrm{d}\theta$$

$$\boxed{= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)}$$

同理可算出 $\boxed{E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)}$

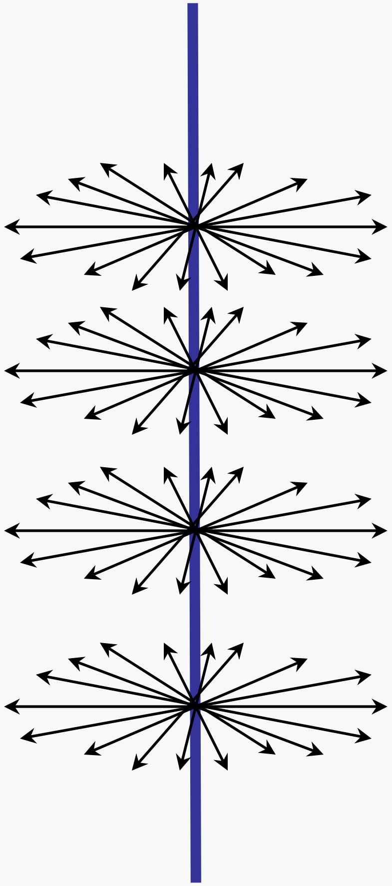
星期三 9:35 PM 15

讨论：

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\sin\theta_2 - \sin\theta_1)$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

当直线长度 $L \to \infty \Rightarrow \begin{cases} \theta_1 \to 0 \\ \theta_2 \to \pi \end{cases}$



$$E_x = 0$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} \times 2 = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

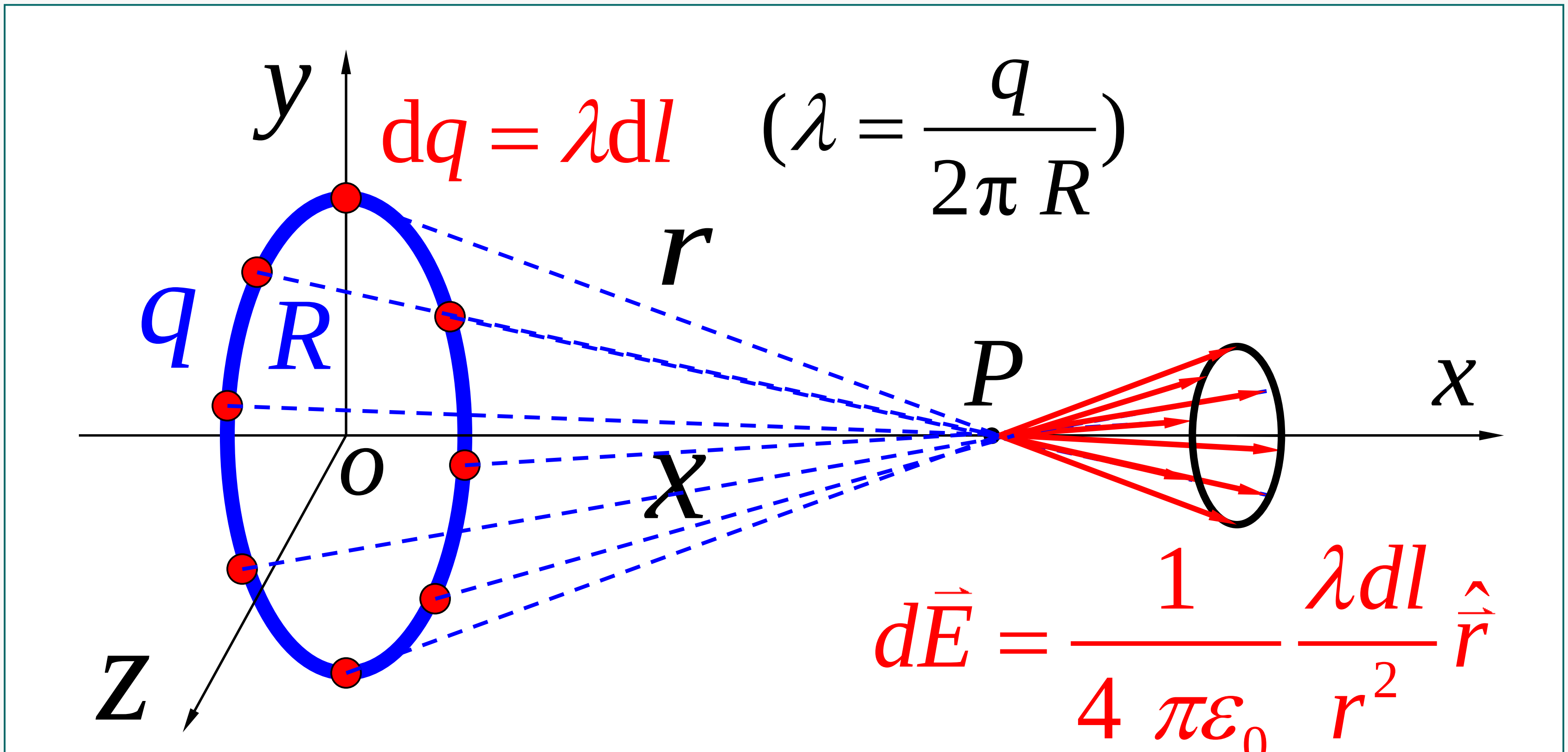
无限长均匀带电直线的场强：

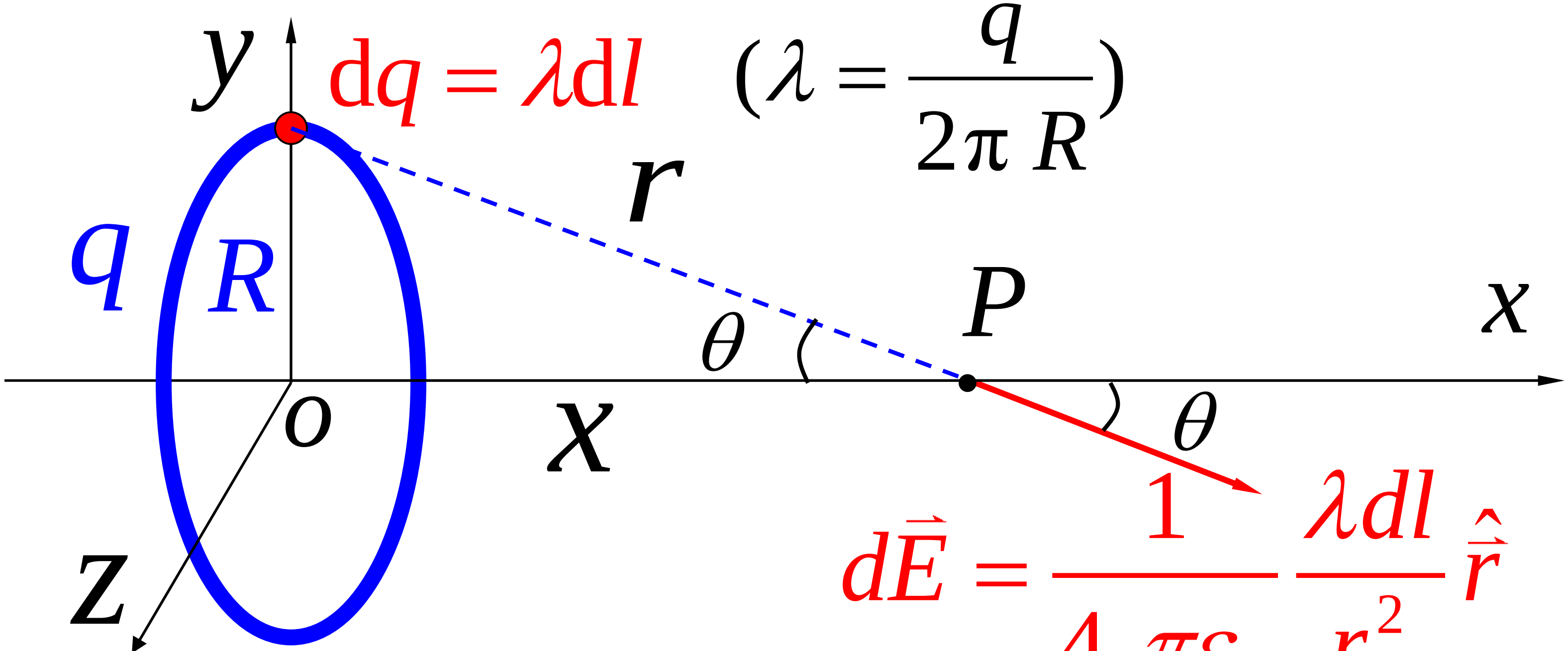
$$E = E_y = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a}$$

例：求一均匀带电圆环轴线上任一点x处的电场。

解：

$$\mathrm{d}E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathrm{d}q}{r^2}$$





$$\mathrm{d}q = \lambda \mathrm{d}l \quad (\lambda = \frac{q}{2\pi R})$$

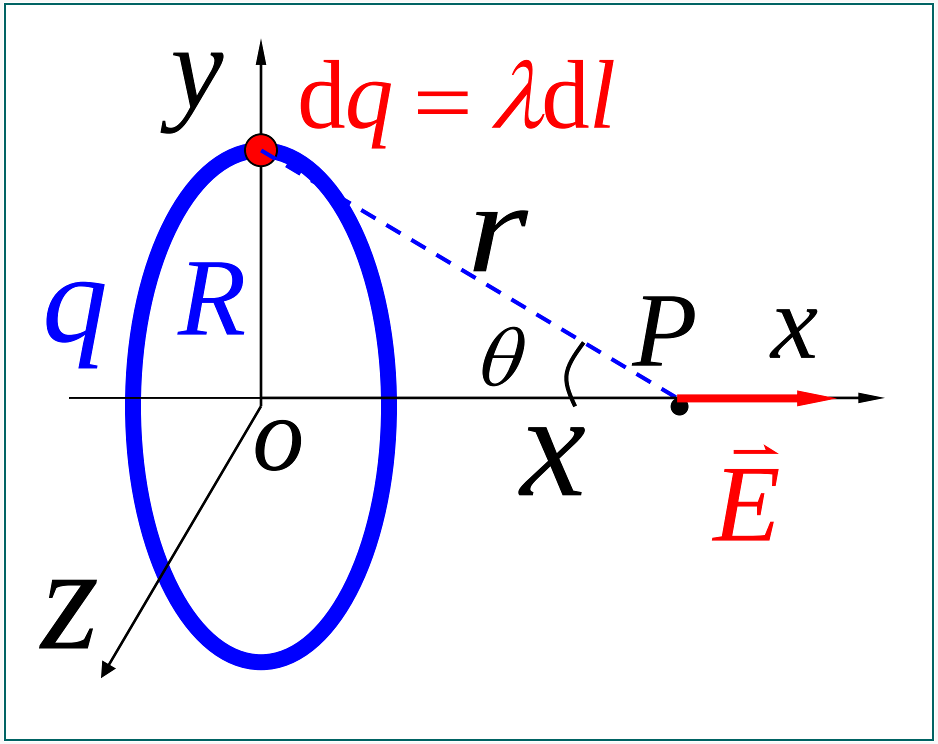
$$\mathrm{d}\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda \mathrm{d}l}{r^2}\hat{\vec{r}}$$

$$E = \int_l \mathrm{d}E_x = \int_l \mathrm{d}E\cos\theta = \int \frac{\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cdot\frac{x}{r}$$

$$= \int_0^{2\pi R}\frac{x\lambda \mathrm{d}l}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \boxed{\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0 (x^2+R^2)^{3/2}}}$$

星期三 9:35 PM 15

$$E=\frac{qx}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$



讨论

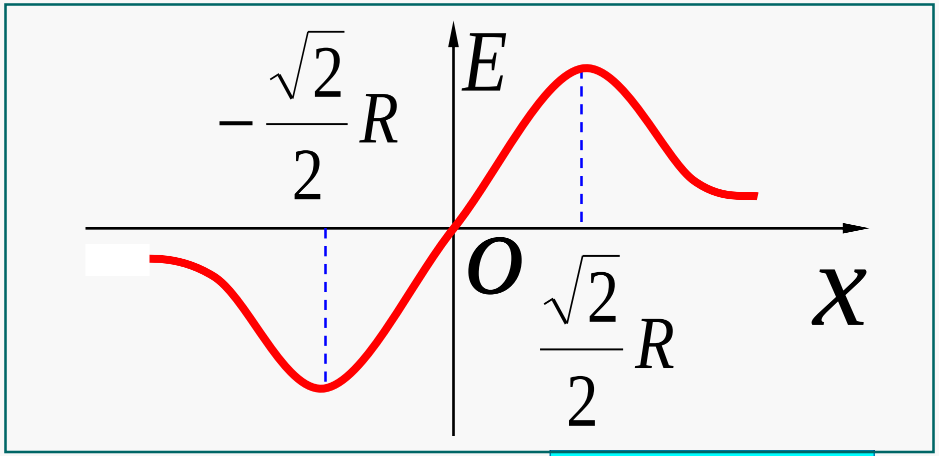
（1） $x>>R$

$$E\approx\frac{q}{4\pi\,\varepsilon_0 x^2}$$

（点电荷电场强度）

（2） $x\approx 0,\quad E_0\approx 0$

（3） $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}=0,\quad x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}R$



例：均匀带电薄圆盘轴线上的电场强度.

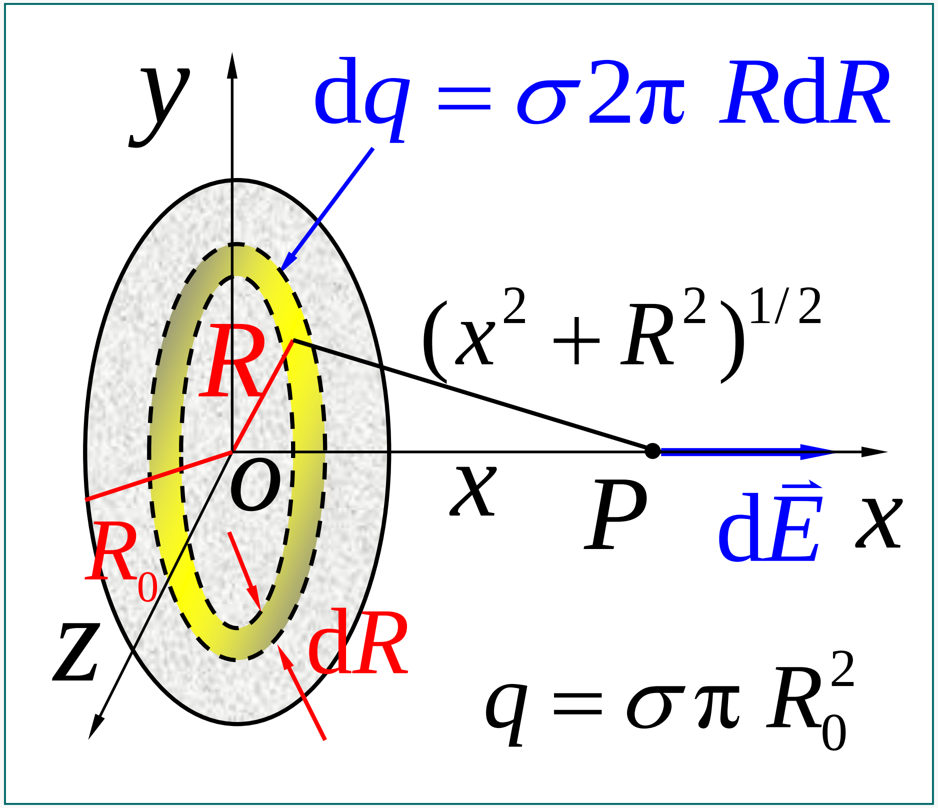
有一半径为 R_0, 电荷均匀分布的薄圆盘, 其电荷面密度为 σ 。求通过盘心且垂直盘面的轴线上任意一点处的电场强度。

解： 由上例

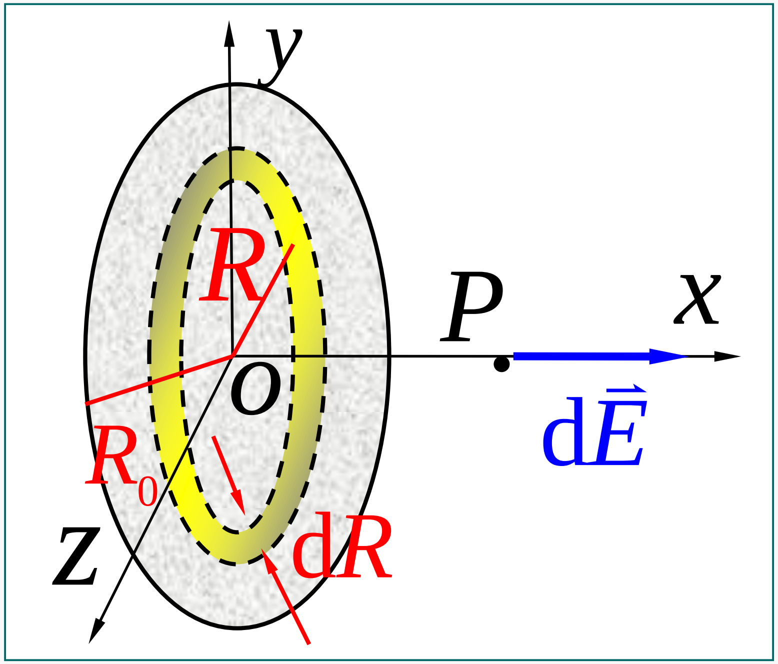
$$E=\frac{\boxed{q}\,x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$\mathrm{d}E_x=\frac{\boxed{\mathrm{d}q}\cdot x}{4\pi\varepsilon_0(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xR\mathrm{d}R}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$



$$\mathrm{d}E_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{xR\mathrm{d}R}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$



$$E = \int \mathrm{d}E_x$$

$$= \frac{\sigma x}{2\varepsilon_0}\int_0^{R_0}\frac{R\mathrm{d}R}{(x^2+R^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2+R_0^2}}\right)$$

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R_0^2}}\right)$$

讨 论

$$x \ll R_0 \qquad \boxed{E \approx \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

无限大均匀带电平面的电场强度

$$x \gg R_0 \qquad E \approx \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$

（点电荷电场强度）

$$\left[\left(1+\frac{R_0^2}{x^2}\right)^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{R_0^2}{x^2}+\cdots\right]$$

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+R_0^2}}\right)$$

讨 论

$x << R_0$

$$\boxed{E\approx\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}}$$

无限大均匀带电平面的电场强度

$x >> R_0$

$$E\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$$（点电荷电场强度）

$$\left[(1+\frac{R_0^2}{x^2})^{-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2}\cdot\frac{R_0^2}{x^2}+\cdots\right]$$