§5-3 气体动理论的压强公式

1.理想气体微观模型

力学假设

(1)气体分子当作质点，不占体积，体现气态的特性。

(2)气体分子的运动遵从牛顿力学的规律；

(3)分子之间除碰撞的瞬间外，无相互作用力，碰撞为弹性碰撞；一般情况下，忽略重力。

大量分子组成的气体系统的统计假设：

（1）分子的速度各不相同，而且通过碰撞不断变化着；

（2）平衡态时分子按位置的分布是均匀的，即分子数密度到处一样，不受重力影响；

$$n=\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}V}=\frac{N}{V}$$

$\mathrm{d}V$—**体积元（宏观小，微观大）**

（3）平衡态时分子的速度按方向的分布是各向均匀的。

$$\overline{v_x}=\overline{v_y}=\overline{v_z}$$

$$\overline{v_x^2}=\overline{v_y^2}=\overline{v_z^2}=\frac{\overline{v^2}}{3}$$

$$\overline{v_x}=\frac{\sum_i n_i v_{ix}}{\sum_i n_i}$$

$$\overline{v_x^2}=\frac{\sum_i n v_{ix}^2}{\sum_i n_i}$$

2. 速率分布函数

把速率区间 $(0, \infty)$ 分为许多相等的小区间，统计每个小区间内的分子数占总分子数的百分比，就成了分子的速率分布。设总分子数 N，速率区间为 ,该速率区间内分子数dN，可定义一个函数：

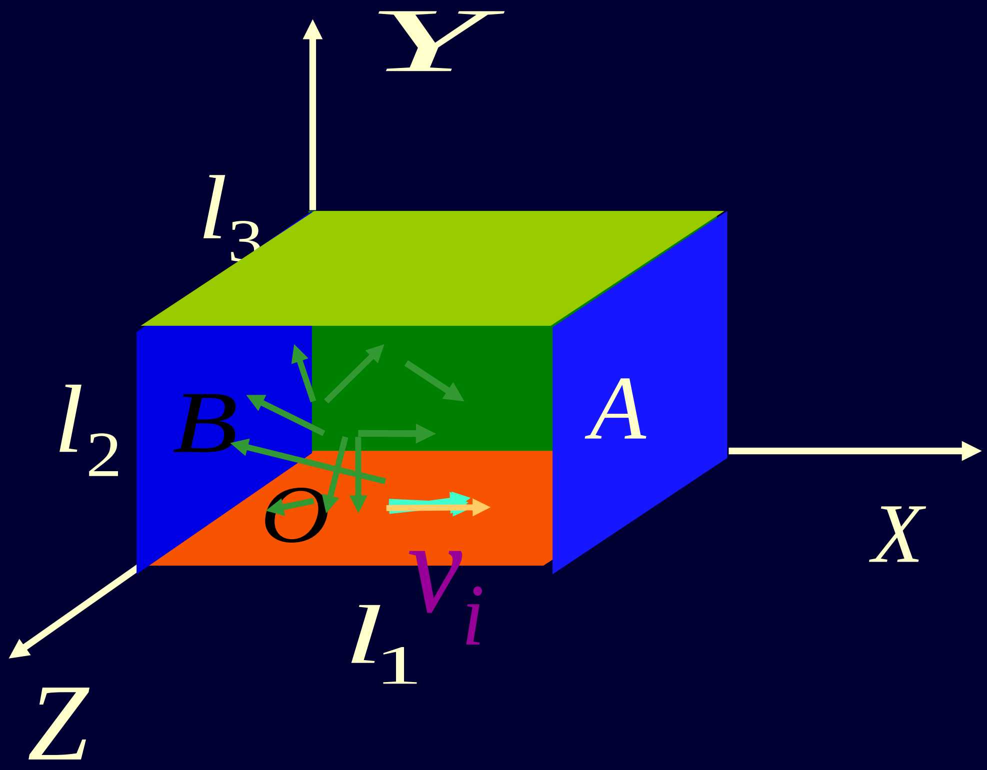
$$v \to v + dv \qquad f(v) = \frac{\mathrm{d}N}{N\,\mathrm{d}v}$$

速率在 v附近单位速率区间内分子数占总分子数的比例。

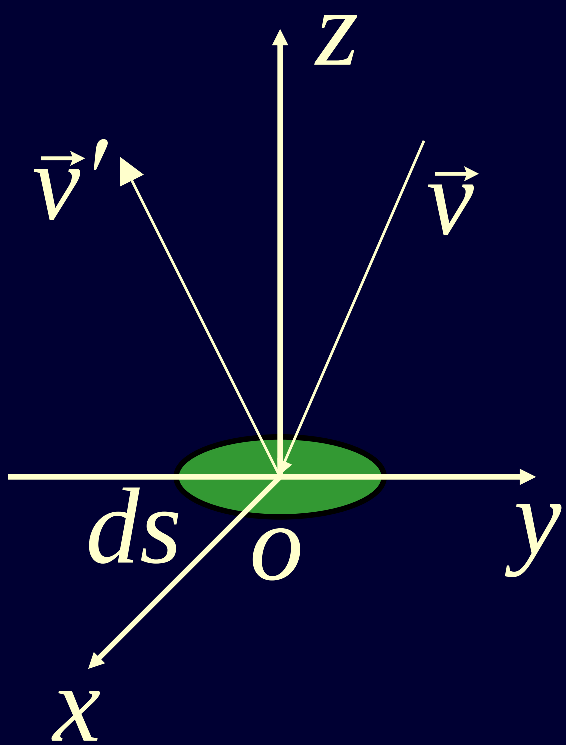
满足 $\int_0^{\infty} f(v)\mathrm{d}v = 1$

3. 压强公式的推导

器壁所受压强等于大量分子在单位时间内对其单位面积所施加的冲量。



(1) 单个分子施与面 *A* 面的冲量



一个分子以速度v一次碰撞，在 x方向的动量改变为：

$$\Delta P_{ix} = -mv_{ix} - mv_{ix} = -2mv_{ix}$$

据动量定理和牛顿第三定律，

该分子对A面施加的冲量　　与

等值反向，即 $_{ix}$　　ΔP_{ix}

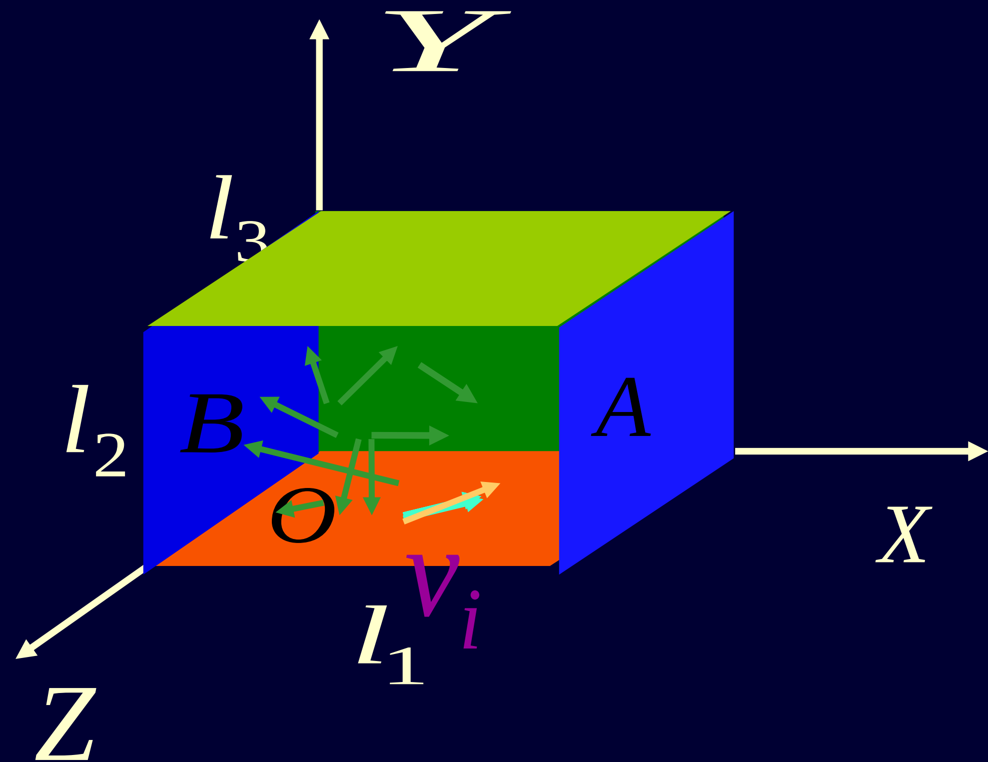
$$I_{ix} = -\Delta P_{ix} = 2mv_{ix}$$

$$p=\frac{2}{3}n\left(\frac{1}{2}m\overline{v^{2}}\right)=\frac{2}{3}n\overline{\omega}$$

该式是理想气体的压强公式，它反映了宏观量与微观量的统计平均值 和 ($\overline{\omega}$或)的关系，说明压强是一个统计概念。

4. 压强公式的简单推导

器壁所受压强等于大量分子在单位时间内对其单位面积所施加的冲量。

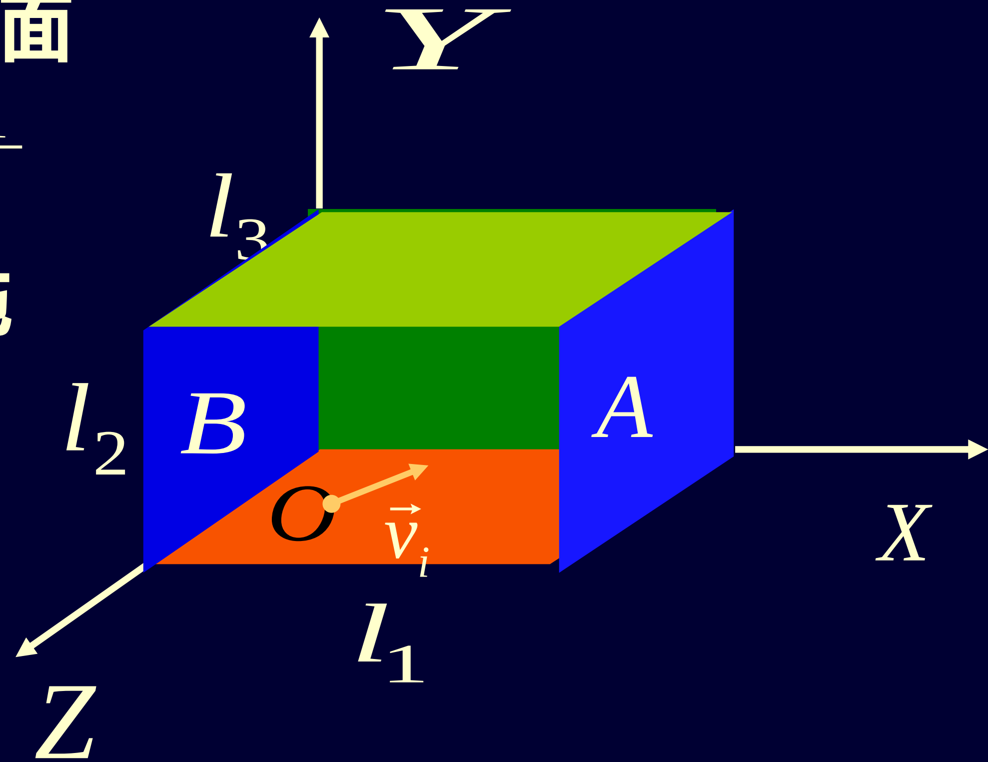


第i个分子连续两次与A面碰撞的时间间隔为：$\dfrac{2l_1}{v_{ix}}$

在Δt时间内第i个分子施与A面的冲量为：

$$\Delta I_x = I_{ix}\cdot\Delta t/(\frac{2l_1}{v_{ix}})$$

$$=\frac{mv_{ix}^2}{l_1}\cdot\Delta t$$



容器内N个分子在Δt时间内施与A面的冲量为：

$$I_x=\sum_{i=1}^{N} I_{ix}=\sum_{i=1}^{N}\frac{mv_{ix}^2}{l_1}\cdot\Delta t$$

应用统计规律

据压强定义面受到的压强为：

$$P=\frac{I_x}{l_2 l_3\cdot\Delta t}=\frac{m}{l_1 l_2 l_3}\sum_{i=1}^{N}v_{ix}^2=\boxed{\frac{N}{l_1 l_2 l_3}}\cdot m\cdot\boxed{\left(\frac{\sum_{i=1}^{N}v_{ix}^2}{N}\right)}$$

$$n=\frac{N}{l_1 l_2 l_3}$$

$$\overline{v_x^2}=\frac{\sum_{i=1}^{N}v_{ix}^2}{N}$$

$$P=nm\overline{v_x^2}$$

$$P = nm\overline{v_x^2}$$

应用统计规律

$$P = \frac{1}{3}nm\overline{v^2}$$

$$\overline{v_x^2} = \frac{1}{3}\overline{v^2}$$

$$P = \frac{2}{3}n\overline{\omega}$$

$$\overline{\omega} = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$$