

## 一 同时的相对性



车厢

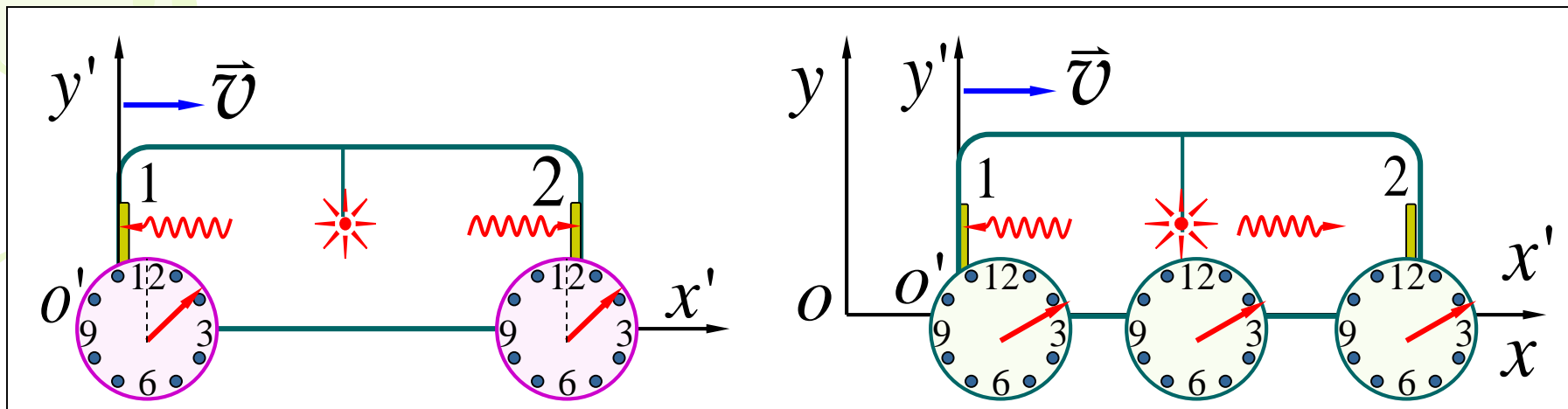
地面

开始

事件 1：车厢后壁接收器接收到光信号。

事件 2：车厢前壁接收器接收到光信号。





	S 系 (地面参考系)	S' 系 (车厢参考系)
事件 1	$(x_1, y_1, z_1, t_1)$	$(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1)$
事件 2	$(x_2, y_2, z_2, t_2)$	$(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2)$

同时  
不同地

$$\begin{cases} \Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0 \\ \Delta x' = x'_2 - x'_1 \neq 0 \end{cases}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{\frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} \neq 0$$

在  $S'$  系 **同时同地** 发生的两事件

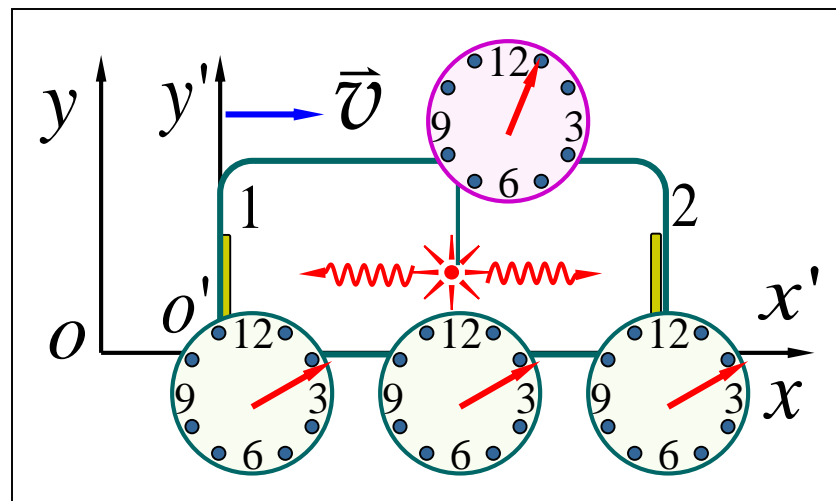
$$\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 0 \quad \Delta x' = x'_2 - x'_1 = 0$$

在  $S$  系

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2} \Delta x'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 0$$

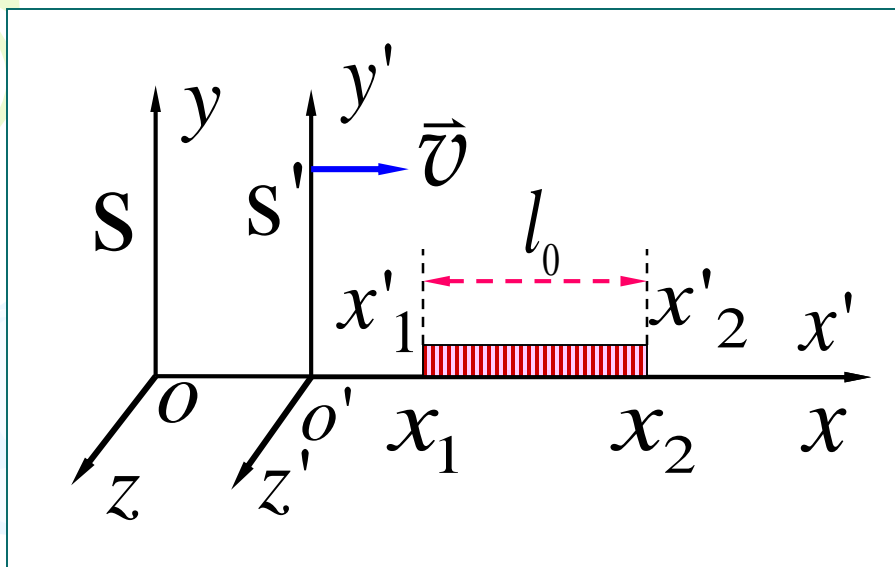
**注意**

此结果反之亦然。



**结论：** 沿两个惯性系运动方向，**不同地点**发生的两个事件，在其中一个惯性系中是**同时**的，在另一惯性系中观察则**不同时**，所以同时具有**相对**意义；只有在**同一地点**，**同一时刻**发生的两个事件，在其他惯性系中观察也是**同时**的。

## 二 长度的收缩



标尺相对  $S'$  系静止

在  $S'$  系中测量

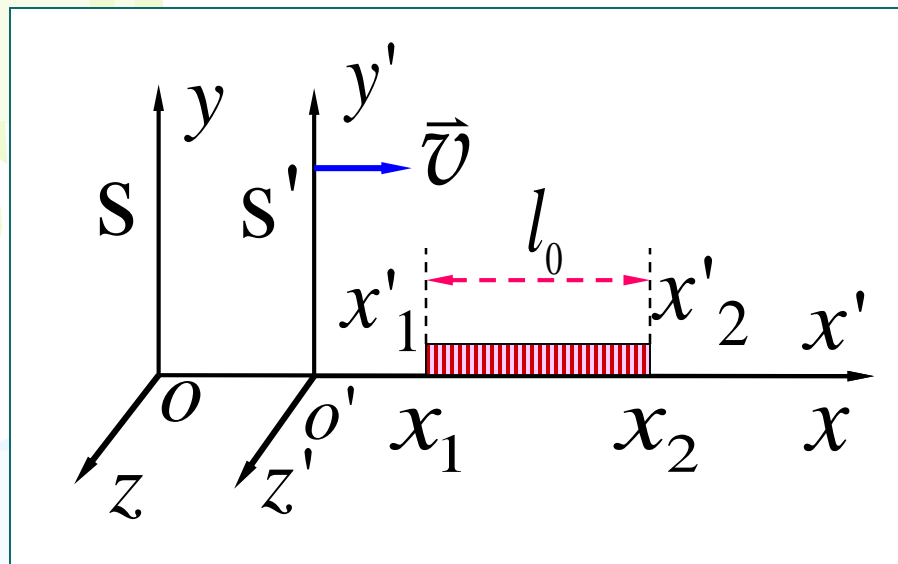
$$l_0 = x'_2 - x'_1 = l'$$

在  $S$  系中测量

$$l = x_2 - x_1$$

测量为两个事件  $(x_1, t_1), (x_2, t_2)$  要求  $t_1 = t_2$

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad x'_2 = \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



$$l_0 = x'_2 - x'_1 = l'$$

$$l = x_2 - x_1$$

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$l = l' \sqrt{1 - \beta^2} < l_0$$

**固有长度**

**固有长度**：物体相对静止时所测得的长度。（**最长**）

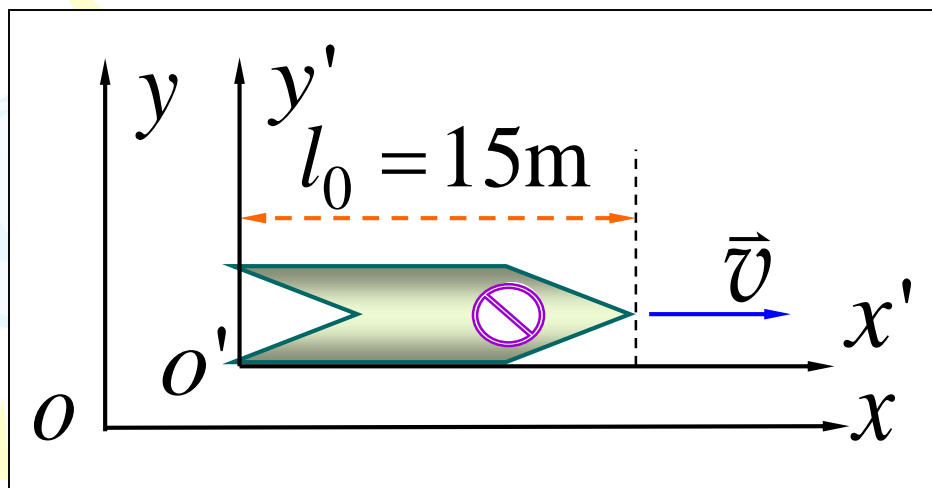
**注意**

长度收缩是一种**相对**效应, 此结果反之亦然。

当  $\beta \ll 1$  时  $l \approx l_0$ 。

**洛伦兹收缩**：**运动**物体在运动方向上长度**收缩**。

**例1** 设想有一光子火箭，相对于地球以速率  $v = 0.95c$  飞行，若以火箭为参考系测得火箭长度为 15 m，问以地球为参考系，此火箭有多长？



$S'$  → 火箭参照系

$S$  → 地面参照系

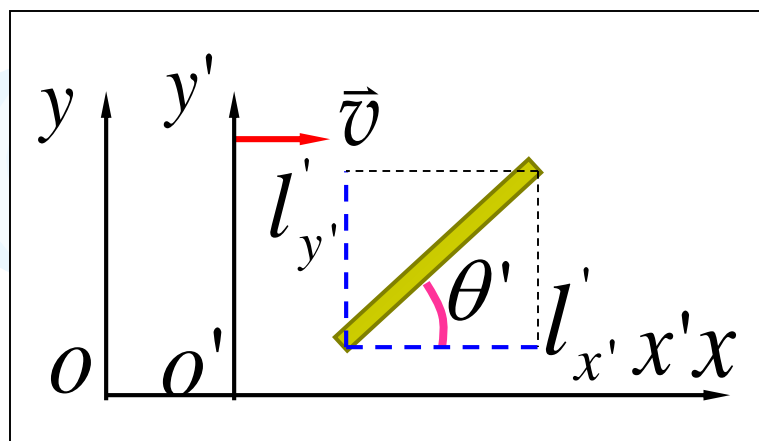
**解：** 固有长度

$$l_0 = 15\text{m} = l'$$

$$l = l' \sqrt{1 - \beta^2}$$

$$l = 15 \sqrt{1 - 0.95^2} \text{m} = 4.68\text{m}$$

**例2** 一长为 1 m 的棒静止地放在  $O'x'y'$  平面内，在  $S'$  系的观察者测得此棒与  $O'x'$  轴成  $45^\circ$  角，试问从  $S$  系的观察者来看，此棒的长度以及棒与  $Ox$  轴的夹角是多少？设想  $S'$  系相对  $S$  系的运动速度  $v = \sqrt{3}c/2$ 。



**解：** 在  $S'$  系  $\theta' = 45^\circ, l' = 1\text{m}$

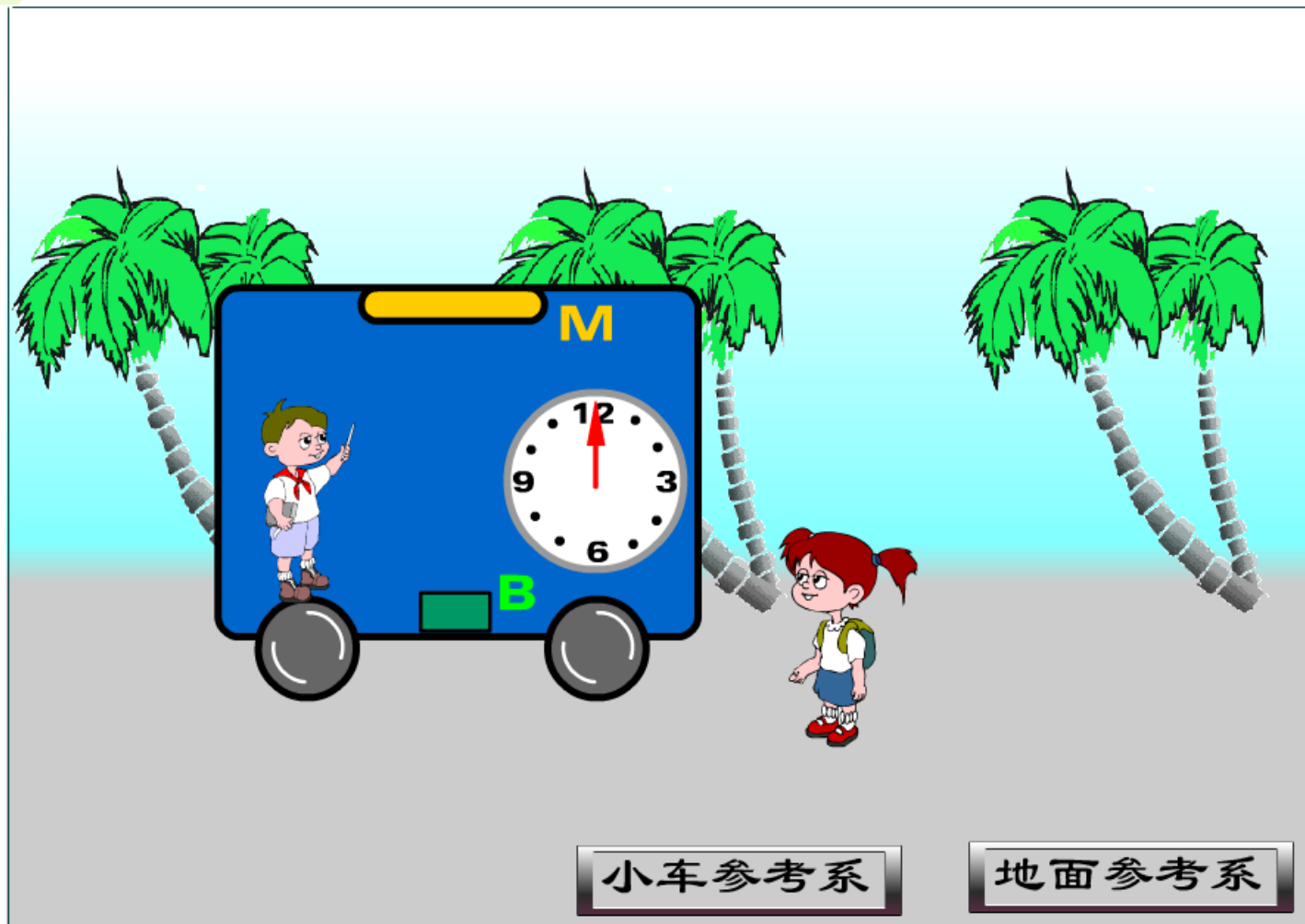
$$l'_{x'} = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m}$$

在  $S$  系  $l_y = l'_{y'} = \sqrt{2}/2\text{m}$

$$l_x = l'_{x'} \sqrt{1 - v^2/c^2} = \sqrt{2}l'/4 \quad v = \sqrt{3}c/2$$

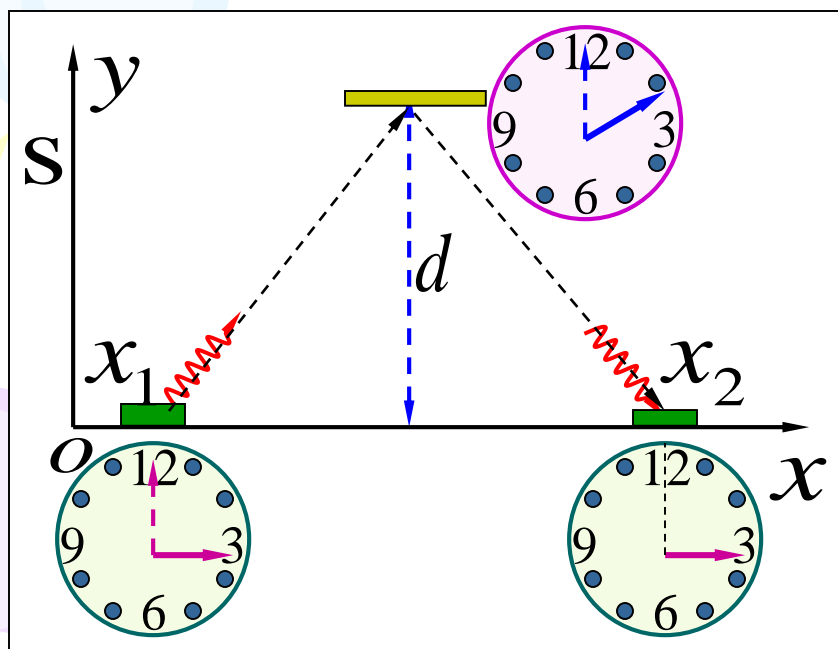
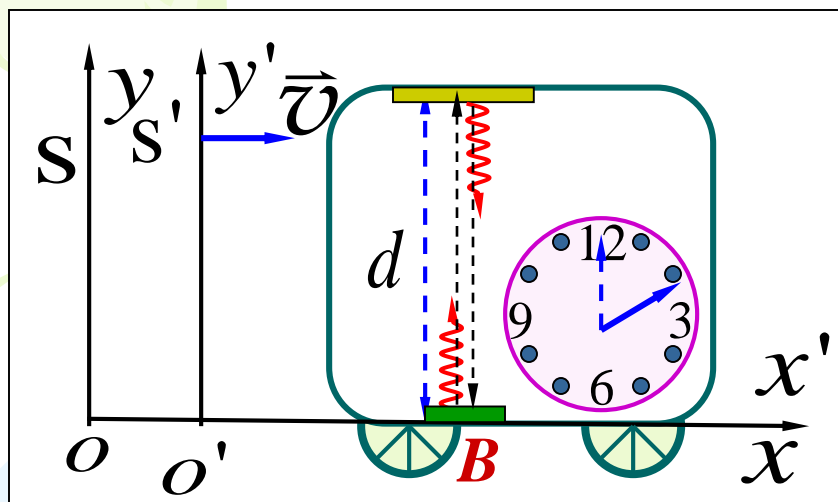
$$l = \sqrt{l_x^2 + l_y^2} = 0.79\text{m} \quad \theta = \arctan \frac{l_y}{l_x} \approx 63.43^\circ$$

## 三 时间的延缓



运动的钟走得慢



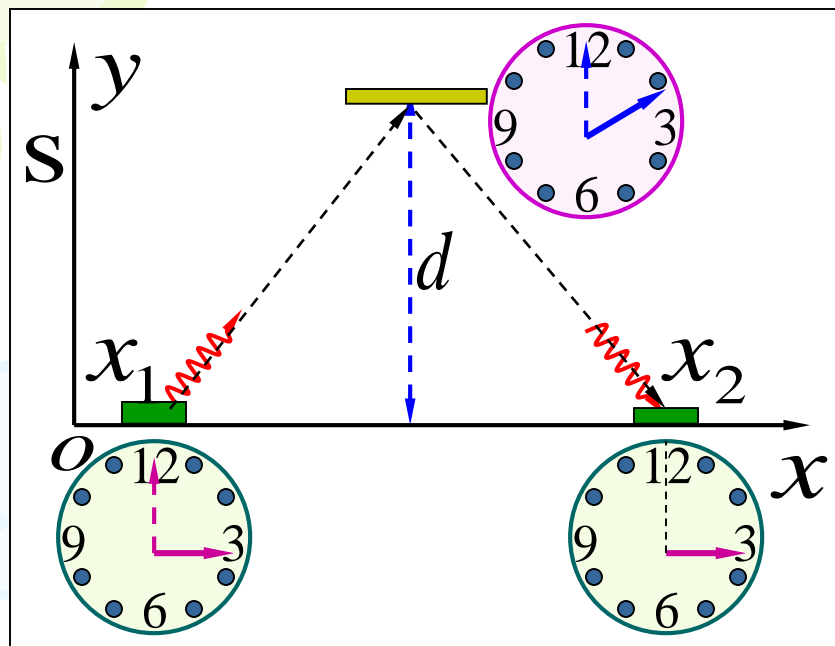


$S'$ 系同一地点  $B$  发生两事件  
 发射一光信号  $(x', t'_1)$   
 接受一光信号  $(x', t'_2)$   
 时间间隔  $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = 2d/c$   
 在  $S$  系中观测两事件

$$(x_1, t_1), (x_2, t_2)$$

$$t_1 = \gamma(t'_1 + \frac{vx'_1}{c^2})$$

$$t_2 = \gamma(t'_2 + \frac{vx'_2}{c^2})$$



$$\Delta t = \gamma \left( \Delta t' + \frac{v \Delta x'}{c^2} \right)$$

$$\because \Delta x' = 0$$

$$\therefore \Delta t = t_2 - t_1 = \gamma \Delta t'$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

**固有时间**：同一地点发生的两事件的时间间隔。

$$\Delta t > \Delta t' = \Delta t_0$$

固有时间

**时间延缓**：运动的钟走得慢。



注意

- 1) 时间延缓是一种相对效应。
- 2) 时间的流逝不是绝对的，运动将改变时间的进程。（例如新陈代谢、放射性的衰变、寿命等。）
- 3)  $v \ll c$  时， $\Delta t \approx \Delta t'$ 。

### 狭义相对论的时空观

- 1) 两个事件在不同的惯性系看来，他们的空间关系是相对的，时间关系也是相对的，只有将空间和时间联系在一起才有意义。
- 2) 时—空不互相独立，而是不可分割的整体。
- 3) 光速  $c$  是建立不同惯性系间时空变换的纽带。

**例3** 设想有一光子火箭以  $v = 0.95c$  速率相对地球作直线运动，若火箭上宇航员的计时器记录他观测星云用去 10 min，则地球上的观察者测得此事用去多少时间？

**解：** 设火箭为  $S'$  系、地球为  $S$  系

$$\Delta t' = 10 \text{ min}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{10}{\sqrt{1 - 0.95^2}} \text{ min} = 32.01 \text{ min}$$

运动的钟似乎走慢了。

**补例1：**固有长度为5m的飞船以 $u=9000\text{m/s}$ 相对地面匀速飞行时，在地面上测得飞船的长度为多少？

**解：**

$$l = l' \sqrt{1 - u^2 / c^2} = 4.9999999998m$$

**相对论效应不明显**



**补例2：**试从 $\pi$ 介子在其中静止的参考系来考虑 $\pi$ 介子的平均寿命。

**解：** $u=0.99c$  实验室中测得飞行的距离 $l=52m$ 为固有长度。而在 $\pi$ 介子参考系中测量此距离为

$$l = l' \sqrt{1 - u^2 / c^2} = 7.3m$$

而实验室飞过这段距离所用的时间为

$$\Delta t' = l' / u = 2.5 \times 10^{-8} (s)$$

即为静止的 $\pi$ 介子的平均寿命。

补例3:  $\mu$ 子  $\rightarrow$  电子 + 中微子, 大气层厚9000米,  
 $\mu$ 子的固有寿命  $\Delta\tau = 2 \times 10^{-6}$ 秒,  $u = 0.998c$ ,  
若不考虑相对论效应, 只能走600米。

以地面系: 
$$\Delta t = \frac{\Delta\tau}{\sqrt{1 - u^2 / c^2}} = 3.17 \times 10^{-5} \text{秒}$$

$$l_0 = u\Delta t \cong 9500 \text{米}$$

以 $\mu$ 子系: 
$$l = l_0 \sqrt{1 - u^2 / c^2} = 600 \text{米}$$

