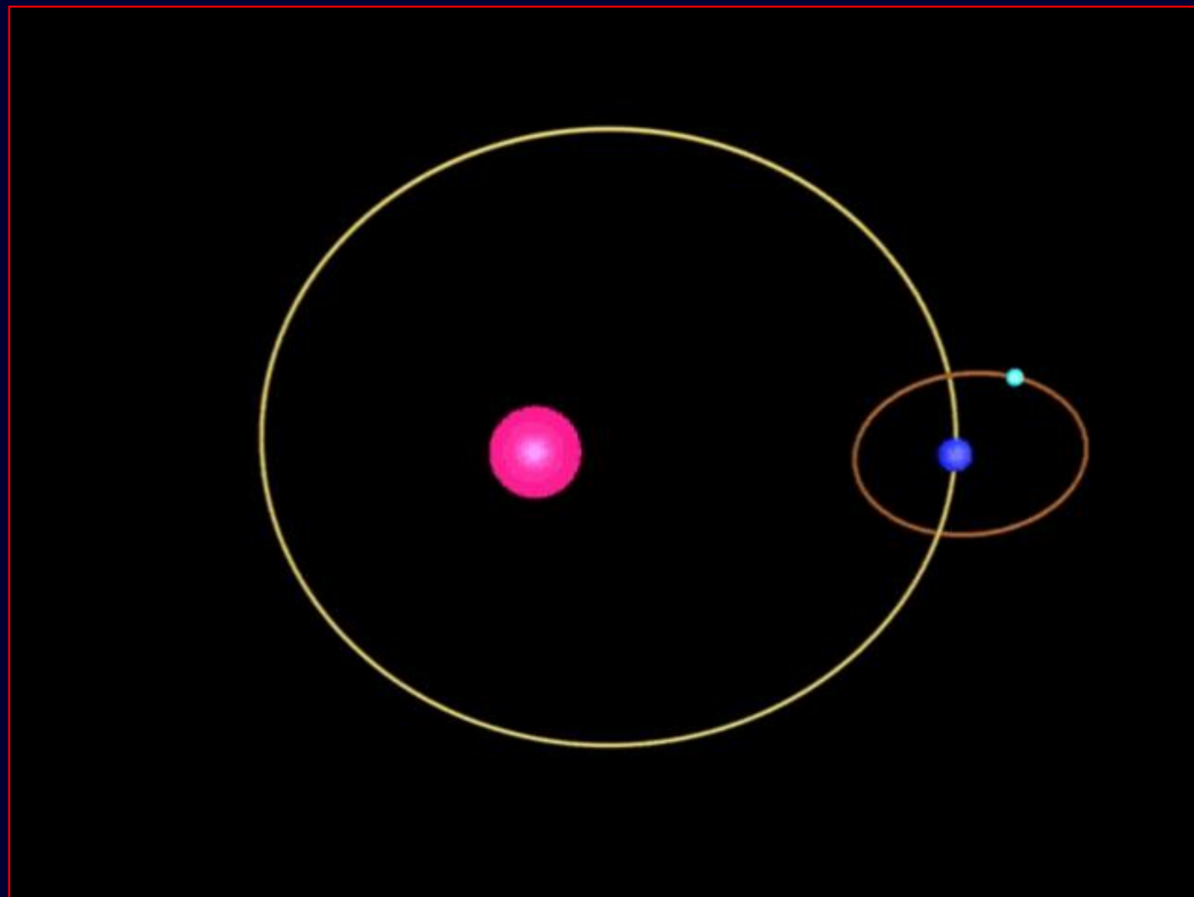
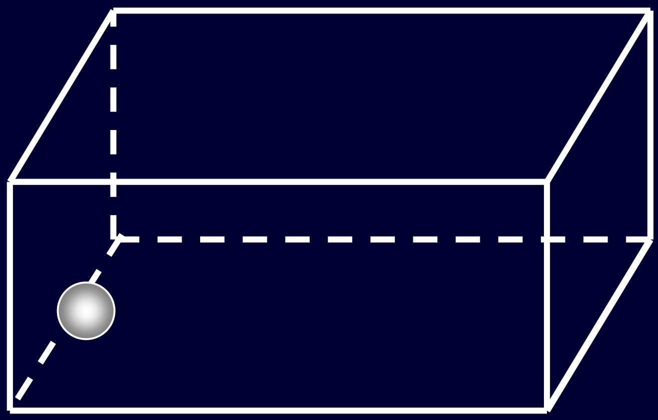
# 运动描述的相对性　伽利略坐标变换



太阳、地球、月球系统

运动是**绝对的**，运动的描述具有**相对性**。在不同参考系中研究同一物体的运动状态会完全不同。



**例：** 火车在其轨道上运动，一小球在车厢内运动。以**火车**及**静止的地面**为**参考系**来研究小球的运动情况。

# 以地为参考系

星期三 10:51 PM 57

# 以车厢为参考系

星期三 10:51 PM 57

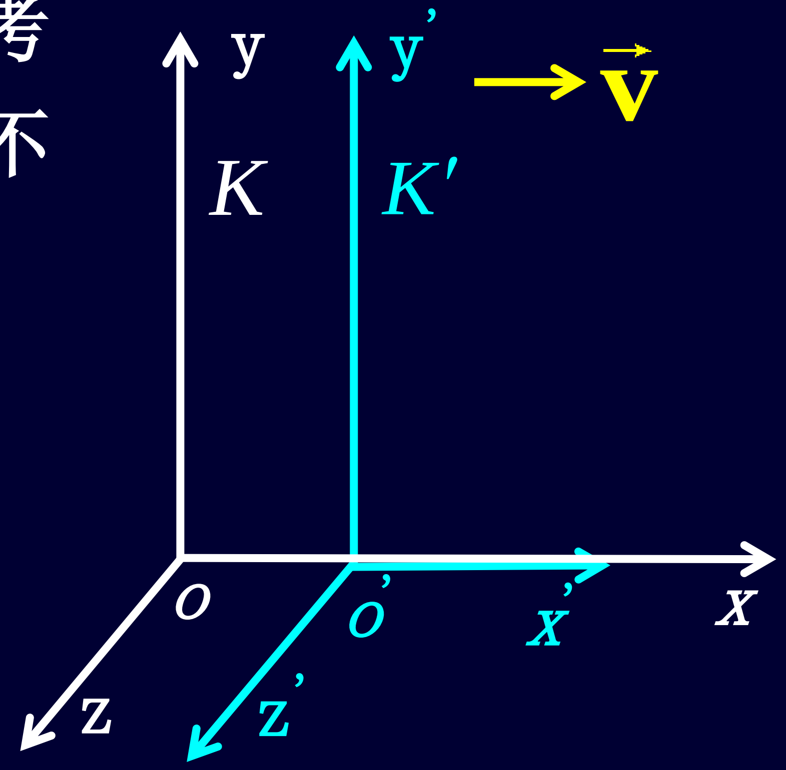
## 1.　伽利略坐标变换

运动的绝对性与运动描述的相对性，使得不同参考系对同一个运动描述的结果不同。

两个参考系中的坐标系

$K$　和　$K'$

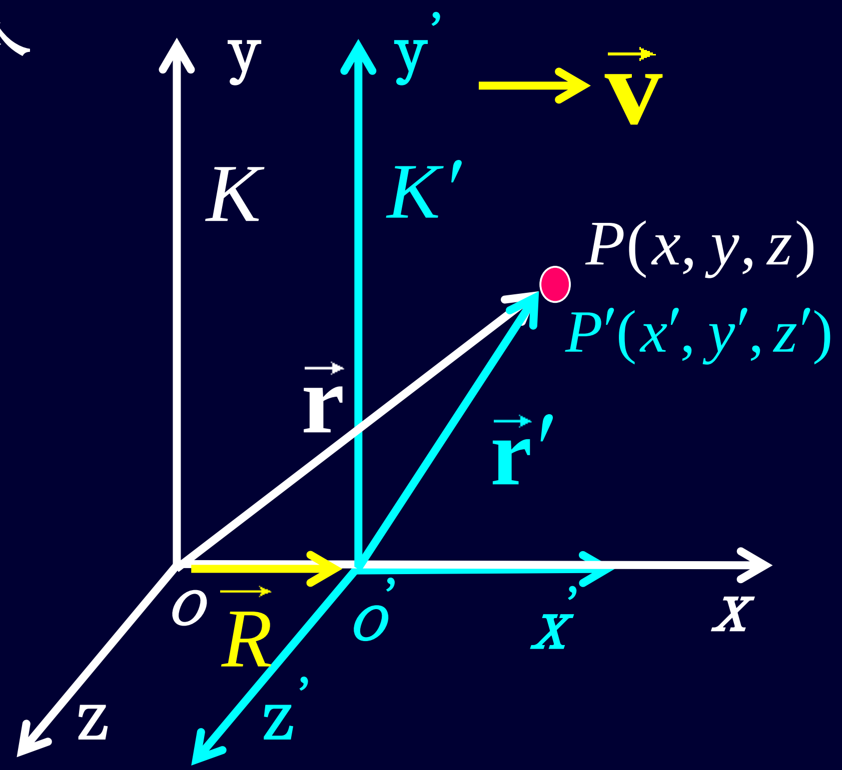
它们相对作匀速直线运动。




那么其结果之间是否有某种联系呢？

设t = 0 时刻两坐标原点重合，任意时刻t 有 $\vec{R}=\vec{v}t$

同一个质点 $P$(或$P'$) 在两个坐标系中对应的位置矢量:




$$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$$

$$\vec{r'}=x'\vec{i}+y'\vec{j}+z'\vec{k}$$

$$\vec{r}=\vec{r'}+\vec{R}$$

且 $t=t'$

成立的条件:
绝对时空观!

## 绝对时空观

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R} = \vec{r} - \vec{v}t$$

$$t' = t$$

$P$(或$P'$)在K在系和 $K'$系的空间坐标、时间坐标的对应关系为:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right\}$$

伽利略坐标变换式

## 2. 速度变换

将位矢合成公式 $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}t$ 对时间求一次导数

考虑到 $t' = t$

$$\left.\begin{aligned} v'_x &= v_x - v \\ v'_y &= v_y \\ v'_z &= v_z \end{aligned}\right\}$$ 伽利略速度变换

$$\boxed{\vec{v}_{相} = \vec{v}_{绝} - \vec{v}_{牵}}$$

## 3. 加速度变换

将伽利略速度变换对时间求一次导数

考虑到 $t' = t$

$$\left.\begin{aligned} a'_x &= a_x \\ a'_y &= a_y \\ a'_z &= a_z \end{aligned}\right\}$$

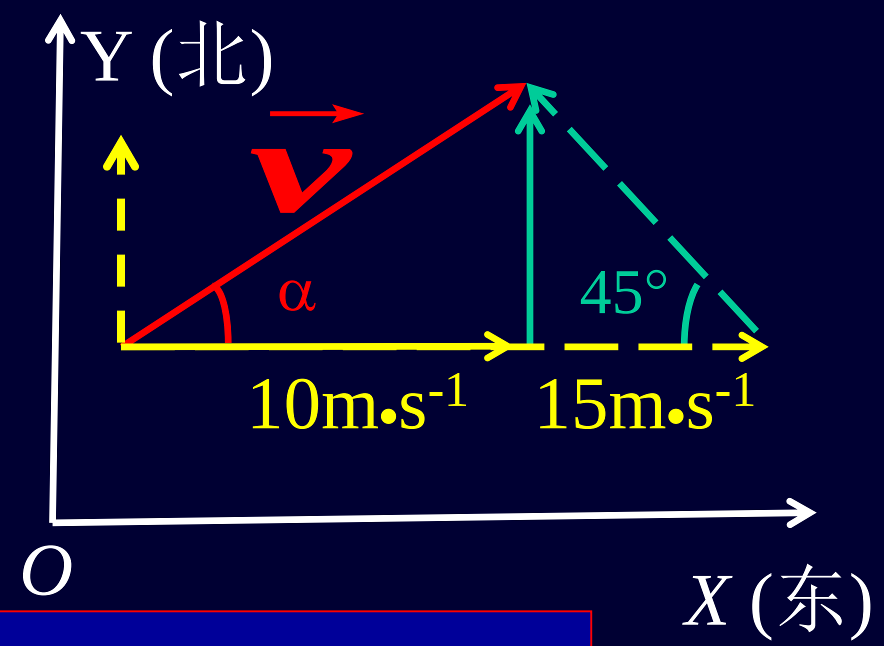
伽利略加速度变换

这里等于零

$$\vec{a}_{\text{相}} = \vec{a}_{\text{绝}} - \vec{a}_{\text{牵}}$$

**例1：** 某人骑摩托车向东前进，其速率为$10\,m\bullet s^{-1}$时觉得有南风，当其速率为$15\,m\bullet s^{-1}$时，又觉得有东南风，试求风速度。

**解**：取风为研究对象，**骑车人**和地面作为两个相对运动的参考系。




根据速度变换公式得到：

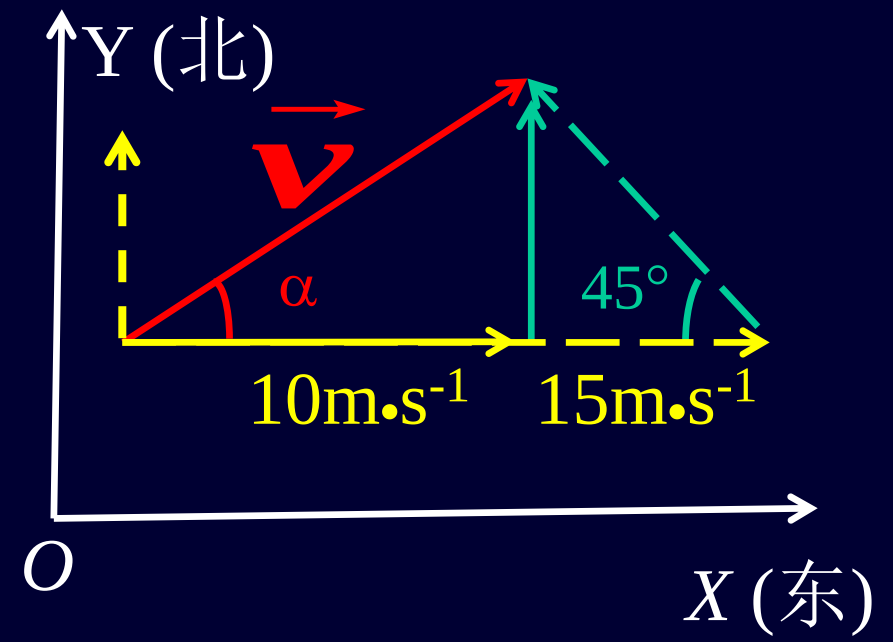
$$\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}=\vec{v}_{风地1}=\vec{v}_{风人1}+\vec{v}_{人地1}$$

$$\vec{v}=v_x\vec{i}+v_y\vec{j}=\vec{v}_{风地2}=\vec{v}_{风人2}+\vec{v}_{人地2}$$

已知:

$$\vec{v}_{风人1}=0\vec{i}+v_{风人1x}\vec{j}$$

$$\vec{v}_{人地1}=10\vec{i}+0\vec{j}$$




$$\vec{v}_{风人2}=-v_{风人2x}\vec{i}+v_{风人2y}\vec{j}$$ 且 $$v_{风人2y}=v_{风人2x}$$

$$\vec{v}_{人地2}=15\vec{i}+0\vec{j}$$

由

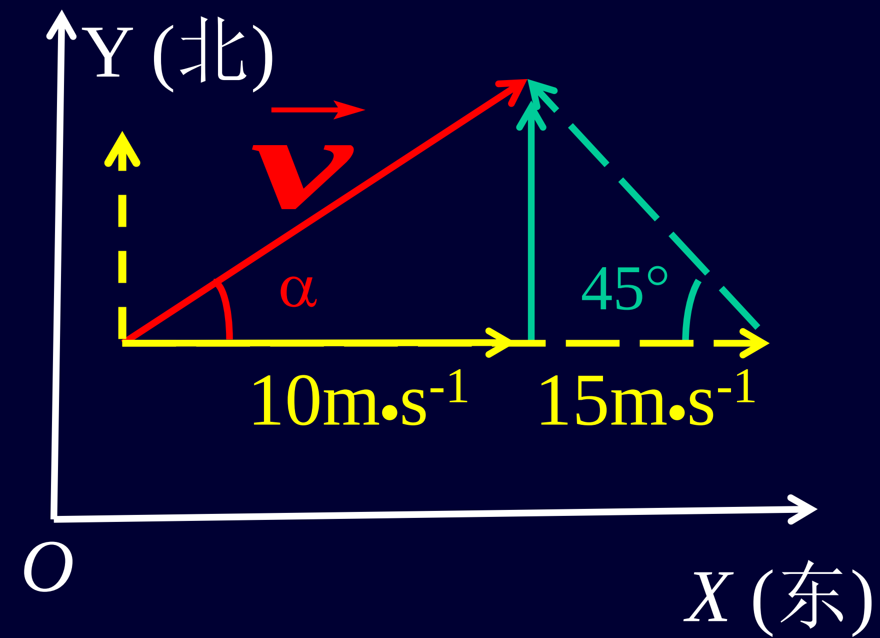
$$\boxed{\vec{v}=\vec{v}_{风人1}+\vec{v}_{人地1}=\vec{v}_{风人2}+\vec{v}_{人地2}}$$

$$(0\vec{i}+v_{风人1y}\vec{j})+(10\vec{i}+0\vec{j})=(-v_{风人2x}\vec{i}+v_{风人2y}\vec{j})+(15\vec{i}+0\vec{j})$$

解得

$$v_{风人2x}=v_{风人2y}=5$$

$$v_{风人1y}=v_{风人2y}=5$$




$$\boxed{\vec{v}=10\vec{i}+5\vec{j}}$$

风速的大小:

$$v=\sqrt{10^2+5^2}$$

$$=11.2(m/s)$$

风速的方向:

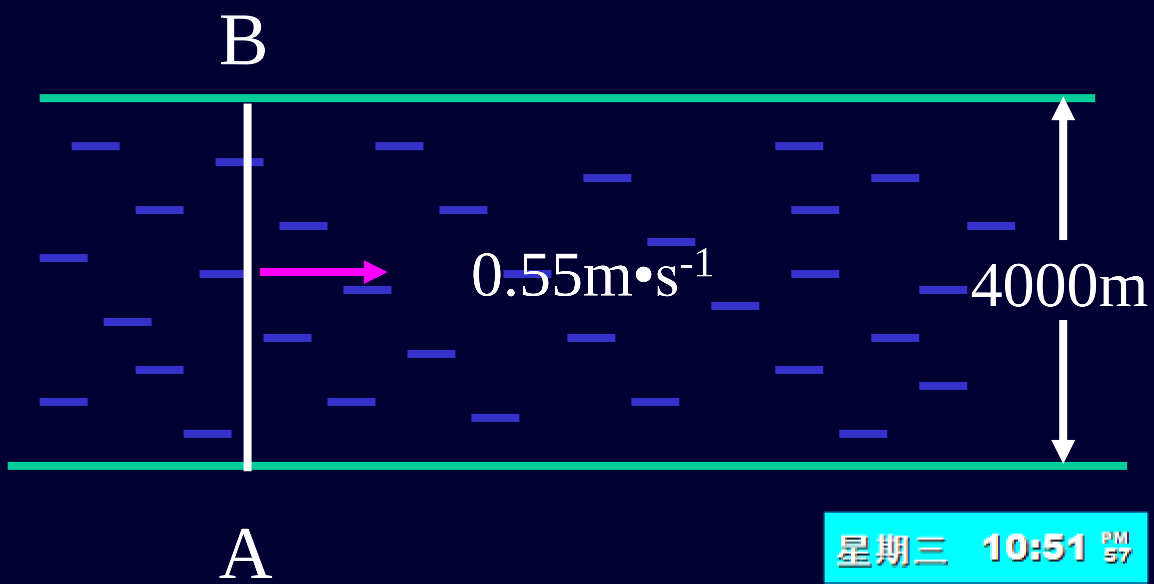
$$\alpha=arctg\frac{5}{10}=26^\circ 34'$$

为东偏北26°34'

例2：一人能在静水中以1.1$m\cdot s^{-1}$的速率划船前进，今欲横渡一宽度为4000m、水流速度为0.55$m\cdot s^{-1}$的大河。

(1)若要达到河正对岸的一点，应如何确定划行方向？需要多少时间？

(2) 如希望用最短的时间过河，应如何确定划行方向？船到达对岸的位置在何处？



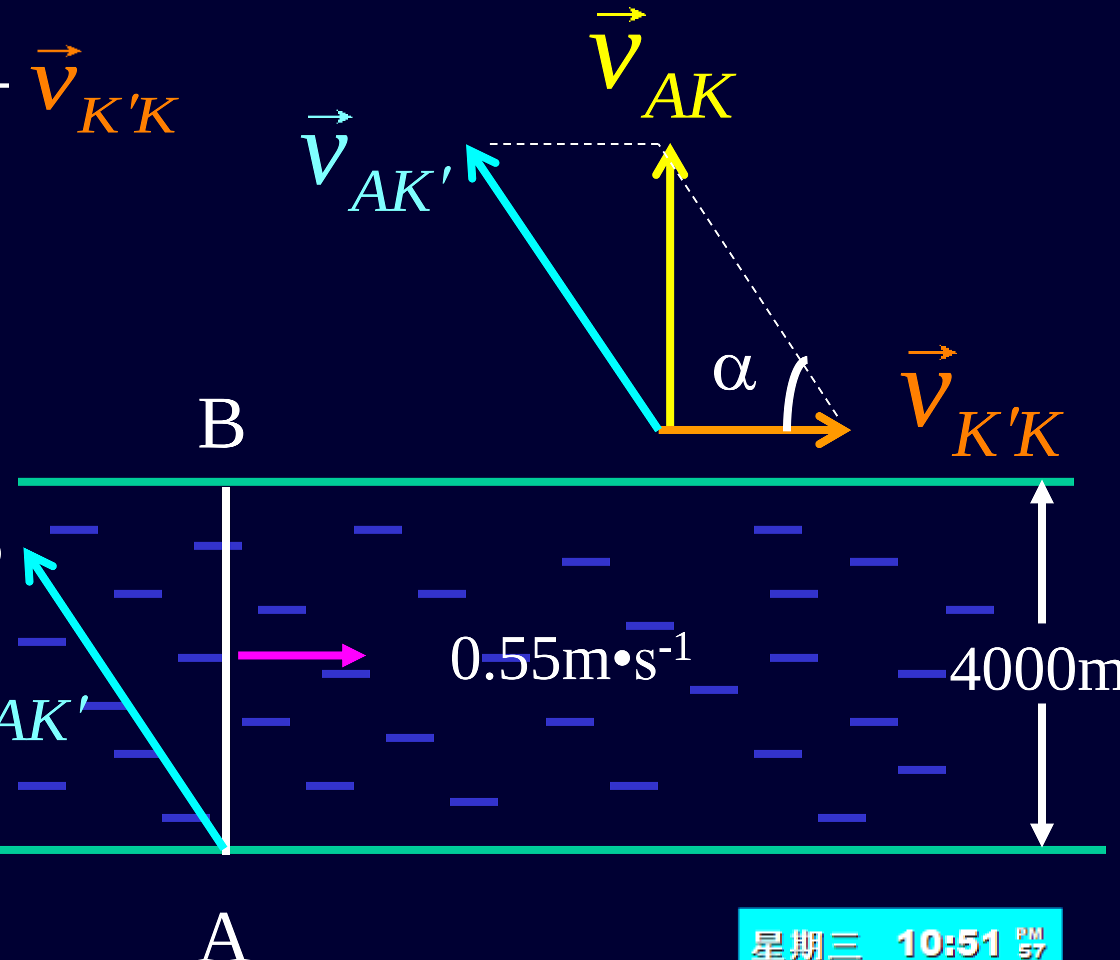
**解：**（1）相对运动的问题，以船$A$为研究对象，分别选择岸k、水k′作为参考系.

**要求：**船对岸的速度方向应垂直于河岸

$$\vec{v}_{AK} = \vec{v}_{AK'} + \vec{v}_{K'K}$$

$$\cos\alpha = \left|\frac{v_{K'K}}{v_{AK'}}\right| = \frac{0.55}{1.1} = 0.5$$

$$\alpha = \arccos 0.5 = 60^\circ$$



需要时间：

$$v_{AK} = v_{AK'} \sin 60^\circ$$

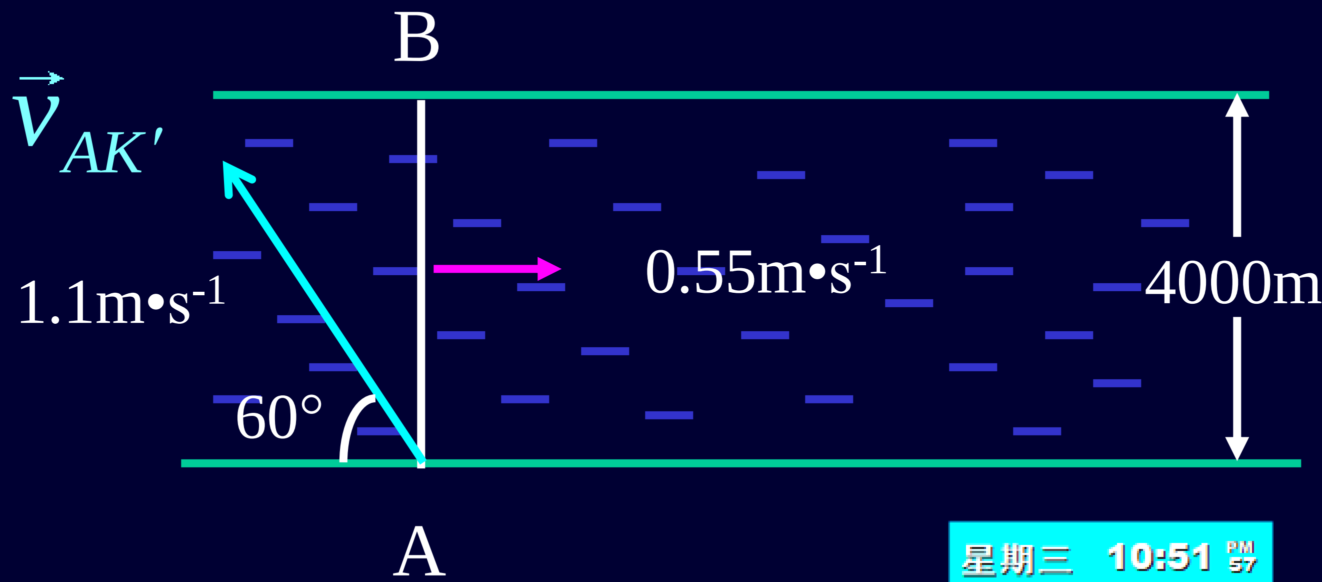
$$= 1.1 \times \sqrt{3}/2$$

$$\approx 0.95(m/s)$$

$$t = 4000/0.95$$

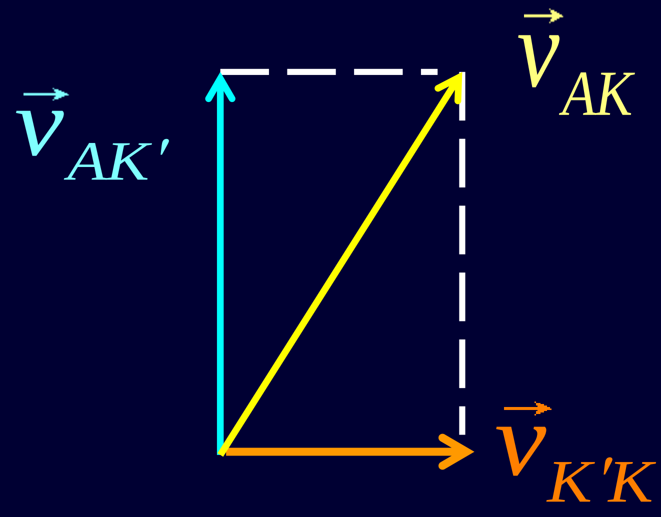
$$\approx 4.2 \times 10^3 (s)$$

$$\approx 70(\min)$$



（2） 由速度合成图

$\vec{v}_{AK'}$ 垂直于河岸的方向，需要的时间最短。

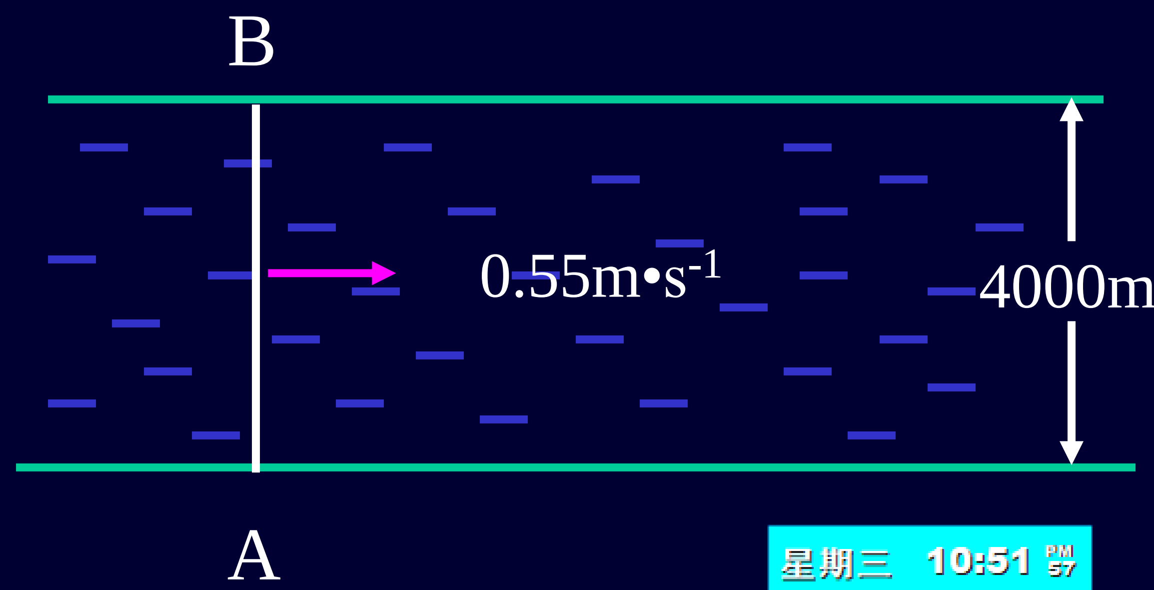



$$t = 4000 / v_{AK'}$$

$$= 4000/1.1$$

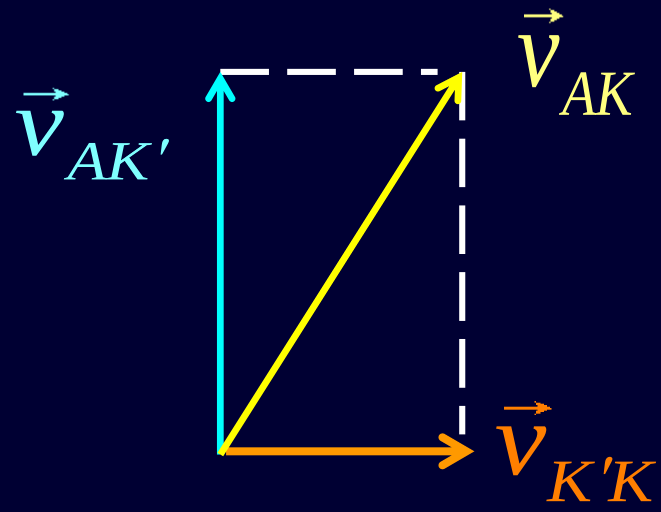
$$\approx 3.6\times10^{3}(s)$$

$$\approx 61(\mathrm{min})$$



根据相对运动速度关系

$$\vec{v}_{AK} = \vec{v}_{AK'} + \vec{v}_{K'K}$$

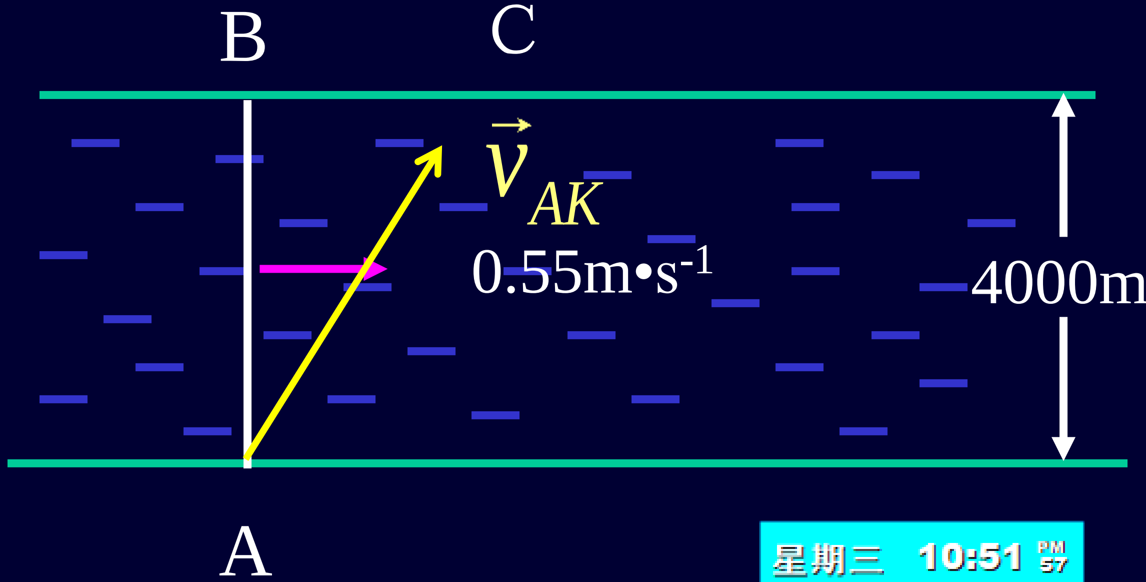



利用几何关系：

$$BC = \frac{v_{KK'}}{v_{AK'}} AB$$

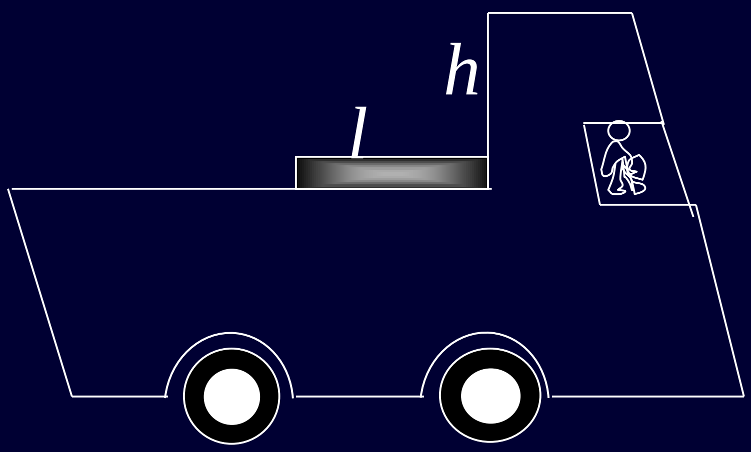
$$= \frac{0.55}{1.1} \times 4000$$

$$= 2.0 \times 10^{3} (m)$$



**补例：** 一货车在行驶过程中，遇到5m/s竖直下落的大雨，车上仅靠挡板平放有长为$l$=1m的木板。如果木板上表面距挡板最高端的距离$h$ =1m，问货车以多大的速度行驶，才能使木板不致淋雨？

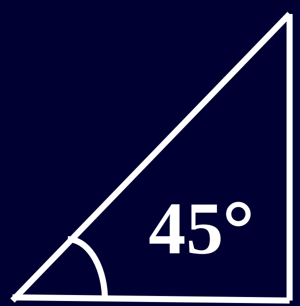
**解：** 车在前进的过程中，雨相对于车向后下方运动，使雨不落在木板上，挡板最上端处的雨应飘落在木板的最左端的左方。

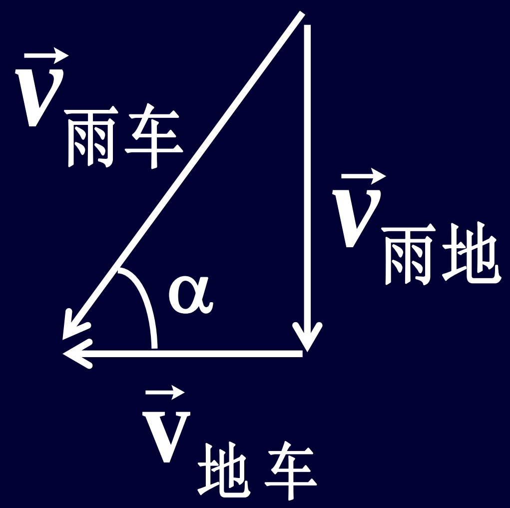


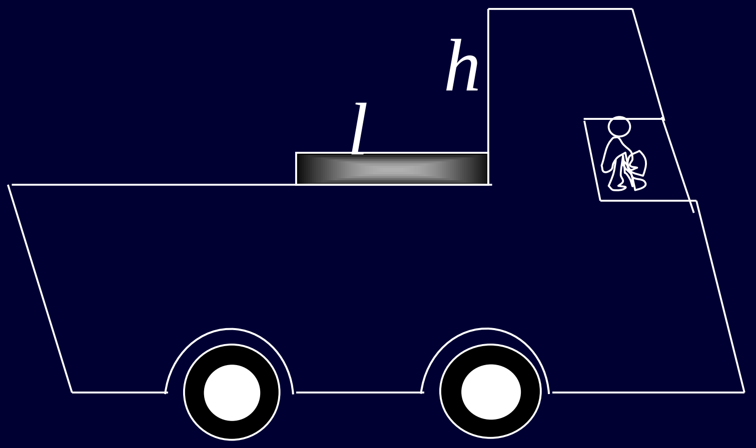

星期三 10:51 PM 57

$$\alpha = 45^\circ$$

$$v_{车} = \left|v_{地车}\right| = \left|v_{雨地}\right| = 5(\mathrm{m/s})$$



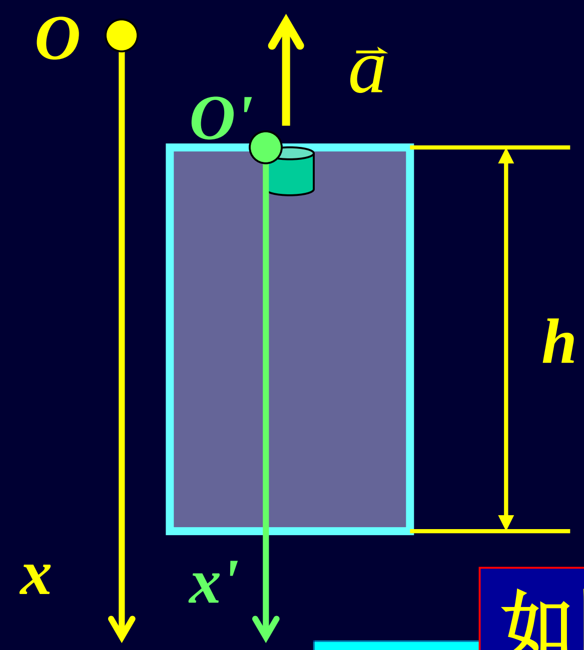



**例** 一升降机以加速度 1.22 m/s2 上升，当一上升速度为2.44m/s时，有一螺母自升降机的天花板松落，天花板与升降机的底板相距 2.74m。计算螺母自天花板落到底板所需的时间及螺母相对于升降机外固定柱的下降距离。

**解** 取螺母刚松落为计时零点.

动点为螺母，取二个坐标系：

升降机和外柱




如图

三种加速度为:

$$\vec{a}_{螺地}=g\vec{i}\ ,\ \vec{a}_{升地}=-a\vec{i}\ ,\ \vec{a}_{螺升}=?$$

$$\vec{a}_{螺地}=\vec{a}_{升地}+\vec{a}_{螺升}\ ,\ \vec{a}_{螺升}=\vec{a}_{螺地}-\vec{a}_{升地}$$

$$\vec{a}_{螺升}=\vec{a}_{螺地}-\vec{a}_{升地}\quad =g+a$$

$$h=\frac{1}{2}a_{螺升}t^2 \Longrightarrow t=\sqrt{\frac{2h}{g+a}}=0.71\,\mathrm{s}$$

$$s=v_0t+\frac{1}{2}a_{螺地}t^2=-0.74(m)$$