§6-3 绝热过程 *多方过程

1. 绝热过程

系统在状态变化过程中始终与外界没有热交换。

$$Q = 0 \quad or \quad \mathrm{d}Q = 0$$

$$A = -(E_2 - E_1) = -\frac{M}{\mu} C_V (T_2 - T_1)$$

绝热膨胀过程中，系统对外作的功，是靠内能减少实现的，故温度降低；绝热压缩过程中，外界对气体作功全用于增加气体内能，故温度上升。

绝热过程方程:

$$pV^{\gamma} = C_1$$

$$TV^{\gamma-1} = C_2$$

$$T^{-\gamma} p^{\gamma-1} = C_3$$

注意：P、V、T同时变化

绝热线

$A \to C$ 等温过程

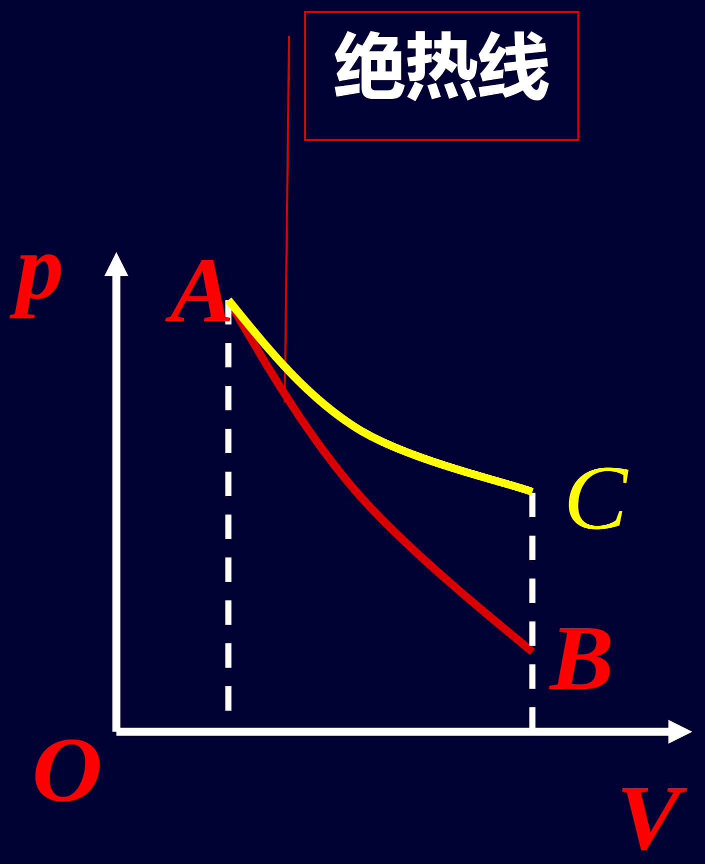
V增加，T不变

所以P降低

$A \to B$ 绝热过程

V增加，T降低

所以P降得更低

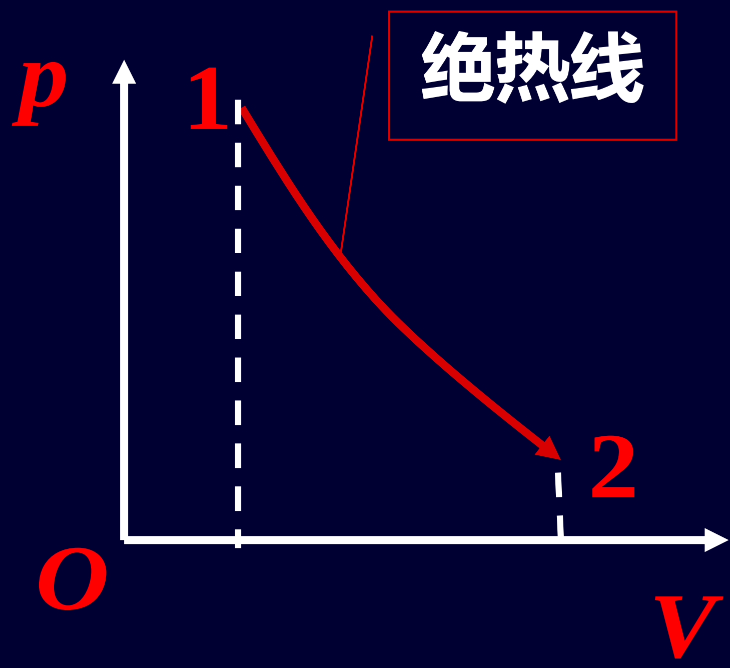


等温线、绝热线的斜率分别为：

$$\left.\begin{aligned}\left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V}\right)_T &= -\frac{p}{V}\\ \left(\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}V}\right)_Q &= -\gamma\frac{p}{V}\end{aligned}\right\}$$

绝热线比等温线陡。

系统从 **1-2** 为绝热过程，据绝热方程，可得过程中的 ***p—V*** 关系。



$$p = V^{-\gamma} p_1 V_1^{\gamma} = V^{-\gamma} p_2 V_2^{\gamma}$$

系统对外作功为：

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \, \mathrm{d}V = p_1 V_1^{\gamma} \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} \, \mathrm{d}V$$

$$= \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-\gamma} = -\Delta E$$

注意：

$$C_Q = \frac{dQ}{dT} = 0$$

2.绝热过程方程的推导

对绝热过程，据热力学第一定律，有

$$\mathrm{d}A = -\mathrm{d}E$$

即 $$p\mathrm{d}V = -\frac{M}{\mu} C_v \mathrm{d}T$$

状态方程 $$pV = \frac{M}{\mu} RT$$

$$p\mathrm{d}V + V\mathrm{d}p = \frac{M}{\mu} R\mathrm{d}T$$

消去dT 得 $$(C_V + R)p\mathrm{d}V = -C_V V\mathrm{d}p$$

$$(C_V + R) p \,\mathrm{d}V = -C_V V \,\mathrm{d}\, p$$

$$\because \quad C_V + R = C_p \qquad\qquad C_p / C_V = \gamma$$

$$\therefore \quad \frac{\mathrm{d}p}{p} + \gamma \frac{\mathrm{d}V}{V} = 0$$

$$\therefore \ln p + \gamma \ln V = C$$

$$\left.\begin{aligned} pV^{\gamma} &= C_1 \\ TV^{\gamma-1} &= C_2 \\ T^{-\gamma} p^{\gamma-1} &= C_3 \end{aligned}\right\} \text{绝热过程方程}$$

例题1：设有氧气8g，体积为$0.41\times10^{-3}m^3$，温度为300K。如氧气作绝热膨胀，膨胀后的体积为$4.1\times10^{-3}\ m^3$。

问：气体作功多少？氧气作等温膨胀，膨胀后 的体积也是$4.1\times10^{-3}m^3$，问这时气体作功多少？

解:氧气的质量为M=0.008kg，摩尔质量M_{mol}=0.032kg。原来温度T_1=300K。令T_2为氧气绝热膨胀后的温度，则有：

$$A=\frac{M}{M_{mol}}C_v\left(T_1-T_2\right)$$

根据绝热方程中 T 与V 的关系式：

$$V_1^{\gamma-1}T_1=V_2^{\gamma-1}T_2$$

得：
$$T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

以T_1=300K,V_1 = 0.41×10^{-3} m^3, V_2 = 4.1×10^{-3} m^3 及γ=1.40代入上式，得：

$$T_2 = 300\left(\frac{1}{10}\right)^{1.40-1} K = 119K$$

因i=5,所以$C_v = iR/2 = 20.8J(mol \cdot K)$，可得：

$$A = \frac{M}{M_{mol}} C_v \left(T_1 - T_2\right) = \frac{1}{4} \times 20.8 \times 181J$$

$$= 941J$$

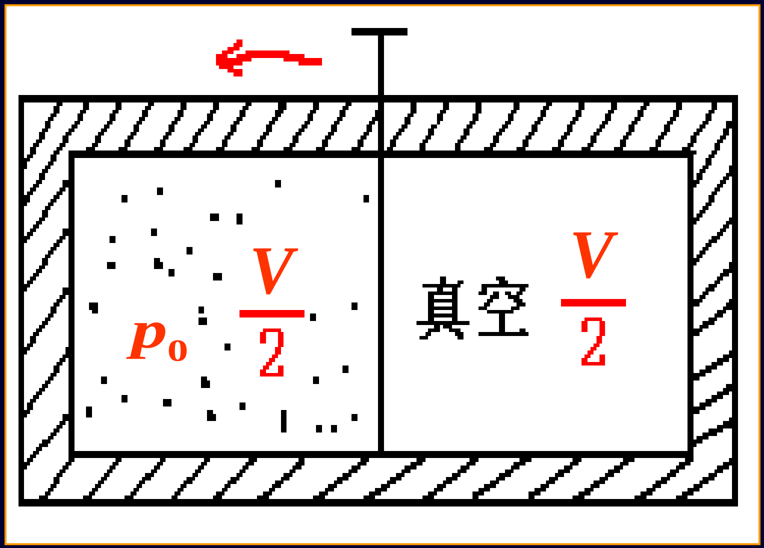
如氧气作等温膨胀，气体所作的功为

$$A = \frac{M}{M_{mol}} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{4} \times 8.31 \times 300 \ln 10 J$$

$$= 1.44 \times 10^3 J$$

例2：

理想气体自由膨胀，去掉隔板实现平衡后压强 $p = ?$



解：

绝热过程 $Q = 0$

自由膨胀 $A = 0$

$\Delta E = 0 \quad \Delta T = 0 \quad T_2 = T_1$

$$\therefore \quad p_1 V_1 = p_2 V_2 \qquad p_2 = \frac{p_0}{2}$$

* 绝热方程对非静态过程不适用

3.多方过程

气体的许多过程，即不是等值过程，也不是绝热过程，其压力和体积的关系满足如下关系

$$PV^n = C$$

n 称为多方指数，这类过程称为多方过程。

作功 $$A = \int_{v_1}^{v_2} P\mathrm{d}v = \int_{v_1}^{v_2} \frac{p_1 v_1{}^n}{v^n}\mathrm{d}v = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n-1}$$

对一摩尔气体

$$\mathrm{d}Q = \mathrm{d}E + P\mathrm{d}V$$

$$\mathrm{d}E = C_V \mathrm{d}T$$

利用多方方程和状态方程：

$$dA = PdV = -RdT/(n-1)$$

故： $$dQ = C_y dT - RdT/(n-1)$$

定义 $C_m = dQ/dT$ 为多方过程的摩尔热容，则

$$C_m = C_v - \frac{R}{n-1} = \frac{n-\gamma}{(n-1)(\gamma-1)}R$$ 为一常数

讨论：

$n=0$， $C_m=C_p$， 等压过程；
$n=1$， $C_m=\infty$， 等温过程；
$n=\gamma$， $C_m=0$， 绝热过程；
$n=\infty$， $C_m=C_V$， 等体过程；