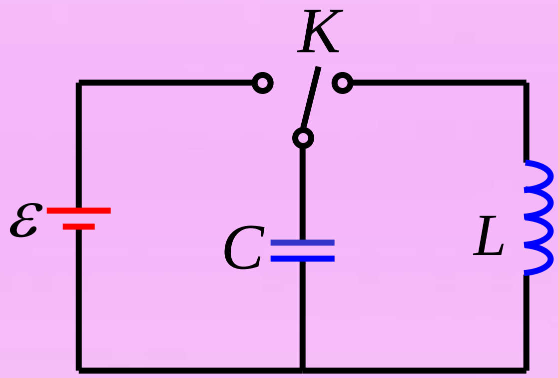
1.*LC*电路的振荡

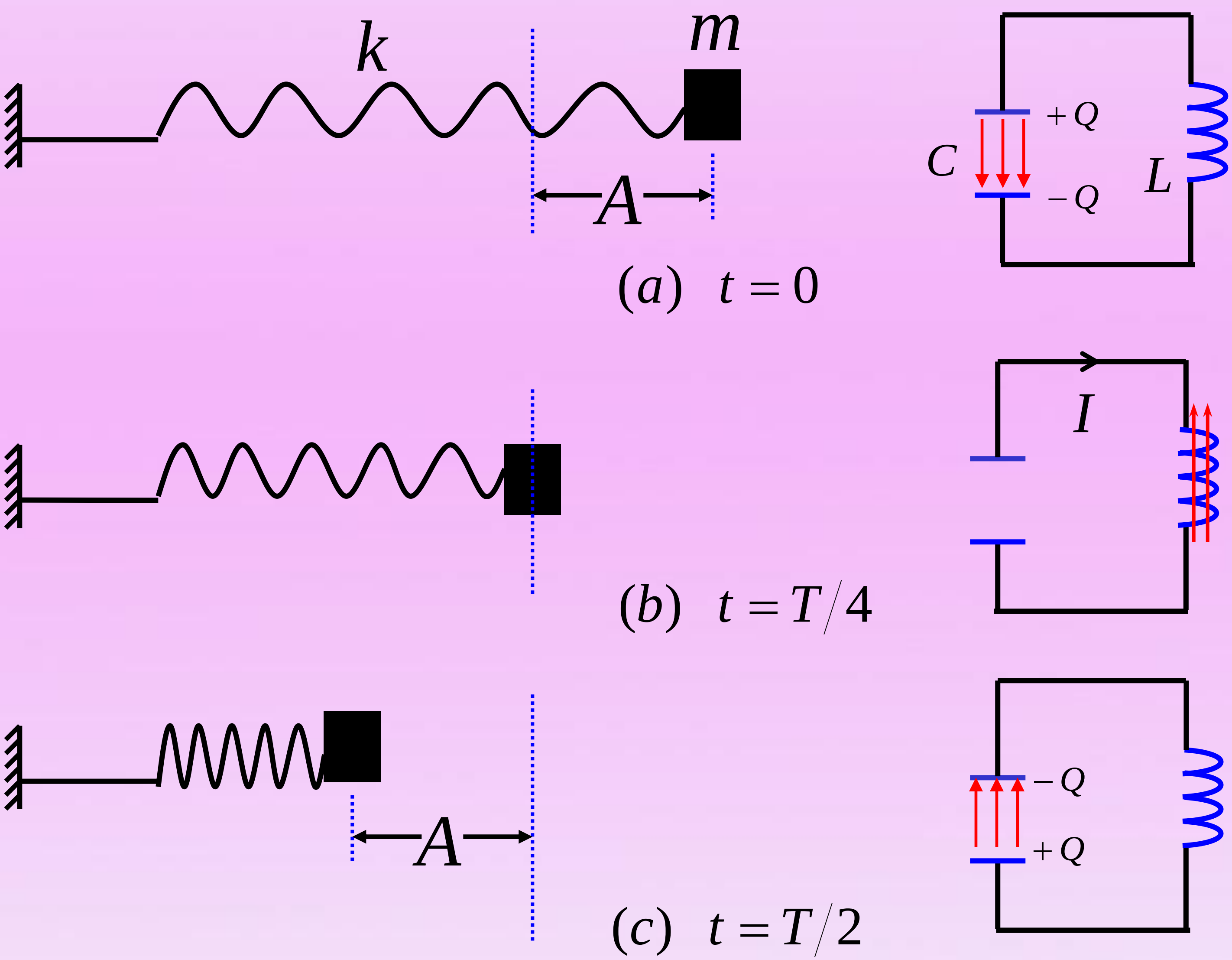
电路中电压和电流的周期性变化称为**电磁振荡**。



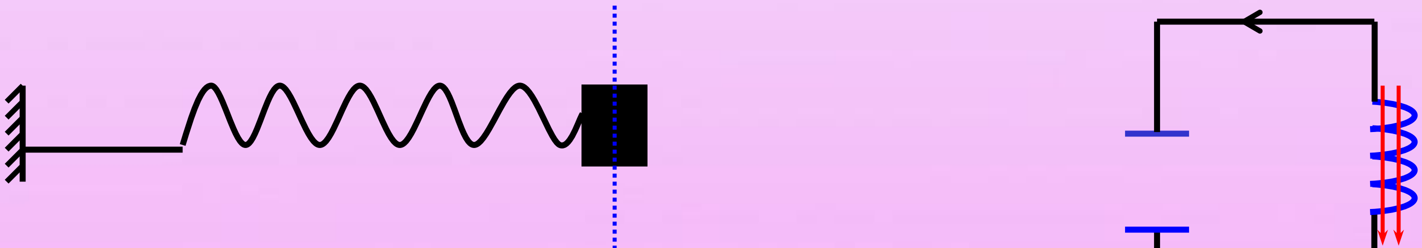
*LC*振荡电路

向左合上开关*K*，使电源给电容器充电，然后将开关*K* 接通*LC* 回路，出现电磁振荡效应。

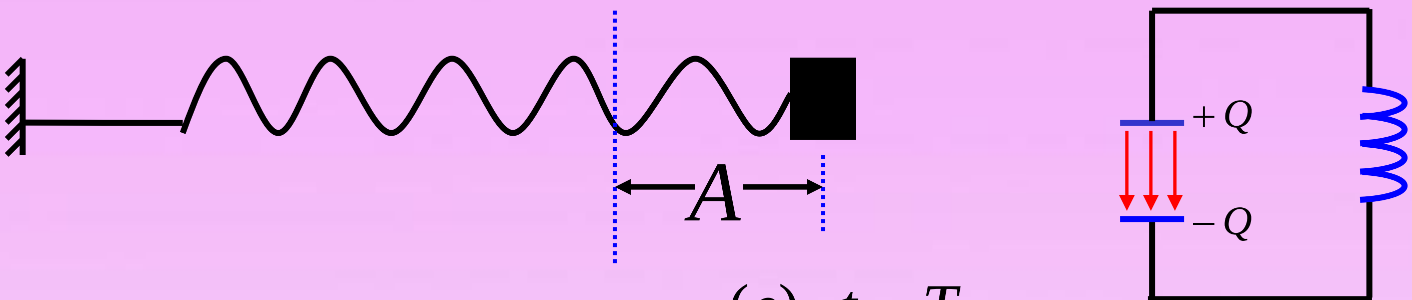
LC 回路与弹簧振子振动的类比



*LC*回路与弹簧振子振动的类比



(d) $t = 3T/4$



(e) $t = T$

在*LC*电路中，电荷与电流(电场能量与磁场能量)随时间作周期性变化，且不断相互转换。若电路中无能量损耗，这种变化将一直持续下去，这种现象称为无阻尼自由振荡。

设某一时刻电容器极板上电量为 q,电路中电流为 i，取 LC 回路的顺时针方向为电流正向，得到

$$L\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=\frac{q}{C},\quad i=-\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}$$ (因 $\mathrm{d}q<0$)

$$\Rightarrow\ \frac{\mathrm{d}^2q}{\mathrm{d}t^2}=-\frac{1}{LC}q \qquad \Rightarrow\ q=Q_0\cos(\omega t+\phi_0)$$

ω^2

Q_0是**电荷振幅**，ϕ是**振荡初相**，均由初始条件确定。

LC 回路**自由振荡角频率** $\omega^2=1/LC$

$$\Rightarrow\ T=2\pi\sqrt{LC} \qquad \gamma=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

将电量表达式对时间求导，得到电流表达式：

$$i=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=-\omega Q_0\sin(\omega t+\phi_0)=I_0\cos(\omega t+\phi_0+\pi/2)$$

其中$I_0=\omega Q_0$为**电流振幅**。

从前述分析结果可知，电量和电流都作简谐振动。

设t 时刻电容器极板上电量为q，相应的**电场能量**为：

$$W_e=\frac{q^2}{2C}=\frac{Q_0^2}{2C}\cos^2(\omega t+\phi_0)$$

此刻电流为i，则线圈中的**磁场能量**为：

$$W_m=\frac{1}{2}Li^2=\frac{L\omega^2Q_0^2}{2}\sin^2(\omega t+\phi_0)$$

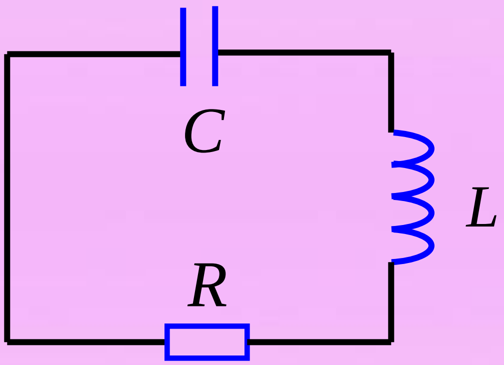
将电场和磁场能量相加，并利用 $\omega^2 = 1/LC$ 得

$$W = W_{\mathrm{e}} + W_{\mathrm{m}} = \frac{Q_0^2}{2C}$$

上式表明，尽管电能和磁能均随时间变化，但总能量守恒。

2. 阻尼振荡

事实上，任何电路都有电阻，LC电路应为LCR电路。



将LCR 振荡与机械振动相类比，得:

$$L\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2}+R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}+\frac{q}{C}=0$$

在小阻尼条件下($R < 2\sqrt{L/C}$)得:

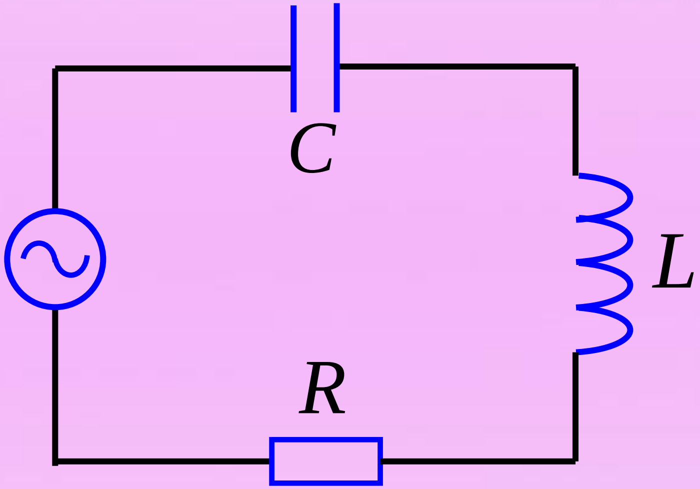
$$q = Q_0 \mathrm{e}^{-\frac{R}{2L}t} \cos(\omega' t + \phi_0')$$

$$\omega' = \sqrt{1/LC - (R/2L)^2}$$

在*LCR*电路中，能量不仅以电场能和磁场能的形式相互转换，而且还要转变为焦耳热，同时还有部分能量以电磁波的形式辐射出去。若没有电源对电路提供能量，则*LCR*电路中电荷或电流作减幅振荡。

3. 受迫振荡 电共振

LRC 电路在外加周期性电动势持续作用下产生的振荡，称为受迫振荡。



电动势 $\varepsilon(t)=\varepsilon_0\cos\omega t$

受迫振荡微分方程：

$$L\frac{\mathrm{d}^2 q}{\mathrm{d}t^2}+R\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}+\frac{q}{C}=\varepsilon_0\cos\omega t$$

稳态解 $q=Q_0\cos(\omega t+\phi_0)$

$$i = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \phi_0) = I_0 \cos(\omega t + \phi_0')$$

其中 $I_0 = \dfrac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}$， $\operatorname{tg}\phi_0' = \left(\dfrac{1}{\omega C} - \omega L\right)\Big/R$

ωL —感抗　　$1/\omega C$ —容抗　　$\omega L - 1/\omega C$ —电抗

$\sqrt{R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2}$ —阻抗

当电路满足 $\omega L = 1/\omega C$ 时，电流振幅最大，这种现象称为**电共振**。

$\omega = \sqrt{1/LC}$　　电流振幅最大值 ε_0/R 。

4. 力电类比

鉴于电磁振荡和机械振动的规律类似，应用力电类比可把电磁振荡和机械振动对应起来，具体关系如下表所示：

机械振动	电磁振荡(串联电路)
位移 x	电荷 q
速度 v	电流 i
质量 m	电感 L
劲度系数 k	电容的倒数 $1/C$
阻力系数 γ	电阻 R
驱动力 F	电动势 ε
弹性势能 $kx^2/2$	电场能量 $q^2/2C$
动能 $mv^2/2$	磁场能量 $Li^2/2$

4. 力电类比

鉴于电磁振荡和机械振动的规律类似，应用力电类比可把电磁振荡和机械振动对应起来，具体关系如下表所示：

机械振动	电磁振荡(串联电路)
位移 x	电荷 q
速度 v	电流 i
质量 m	电感 L
劲度系数 k	电容的倒数 $1/C$
阻力系数 γ	电阻 R
驱动力 F	电动势 ε
弹性势能 $kx^2/2$	电场能量 $q^2/2C$
动能 $mv^2/2$	磁场能量 $Li^2/2$