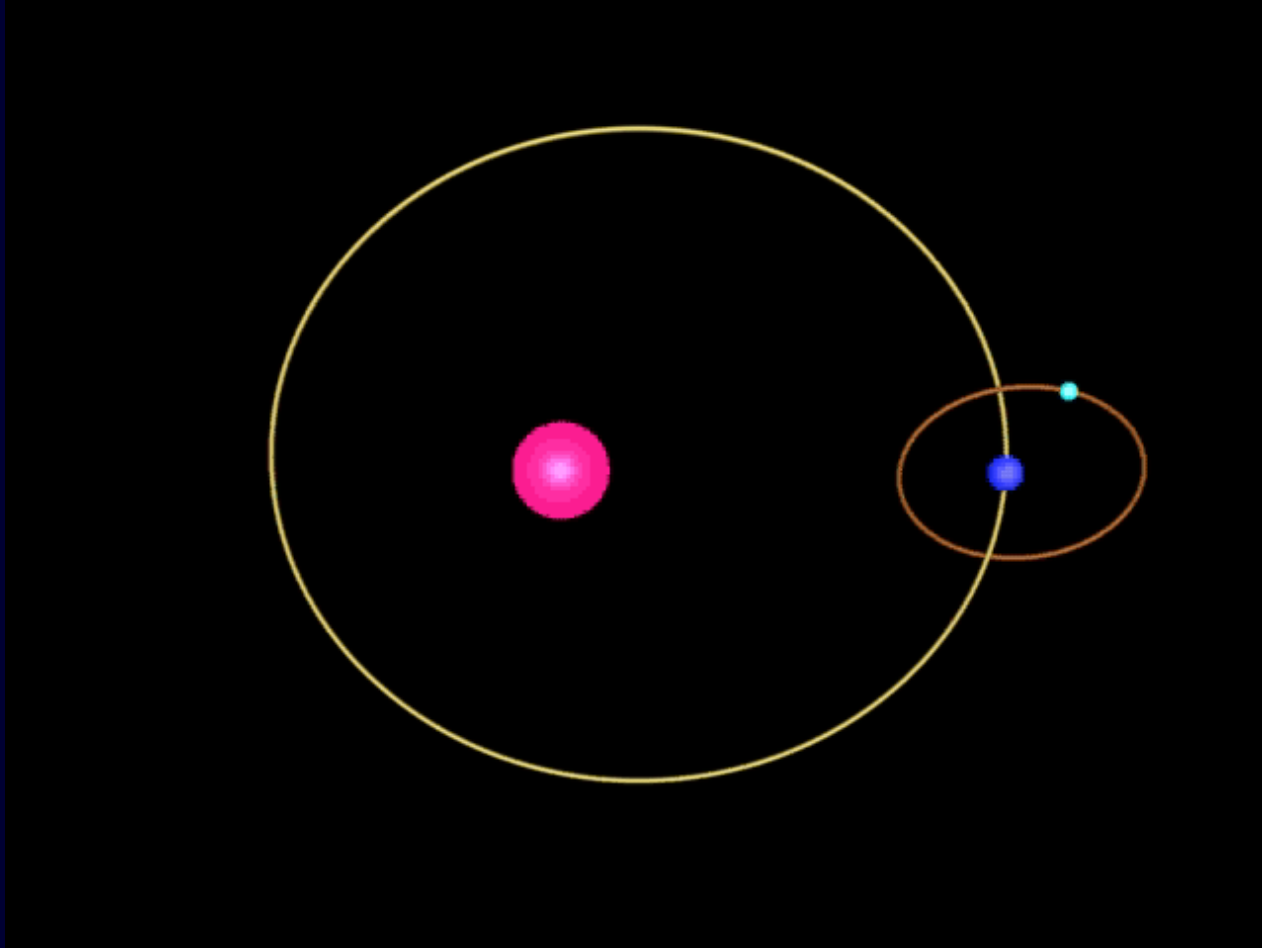


§ 1-5 运动描述的相对性 伽利略坐标变换



太阳、地球、月球系统

运动是**绝对的**，运动的描述具有**相对性**。在不同参考系中研究同一物体的运动状态会完全不同。

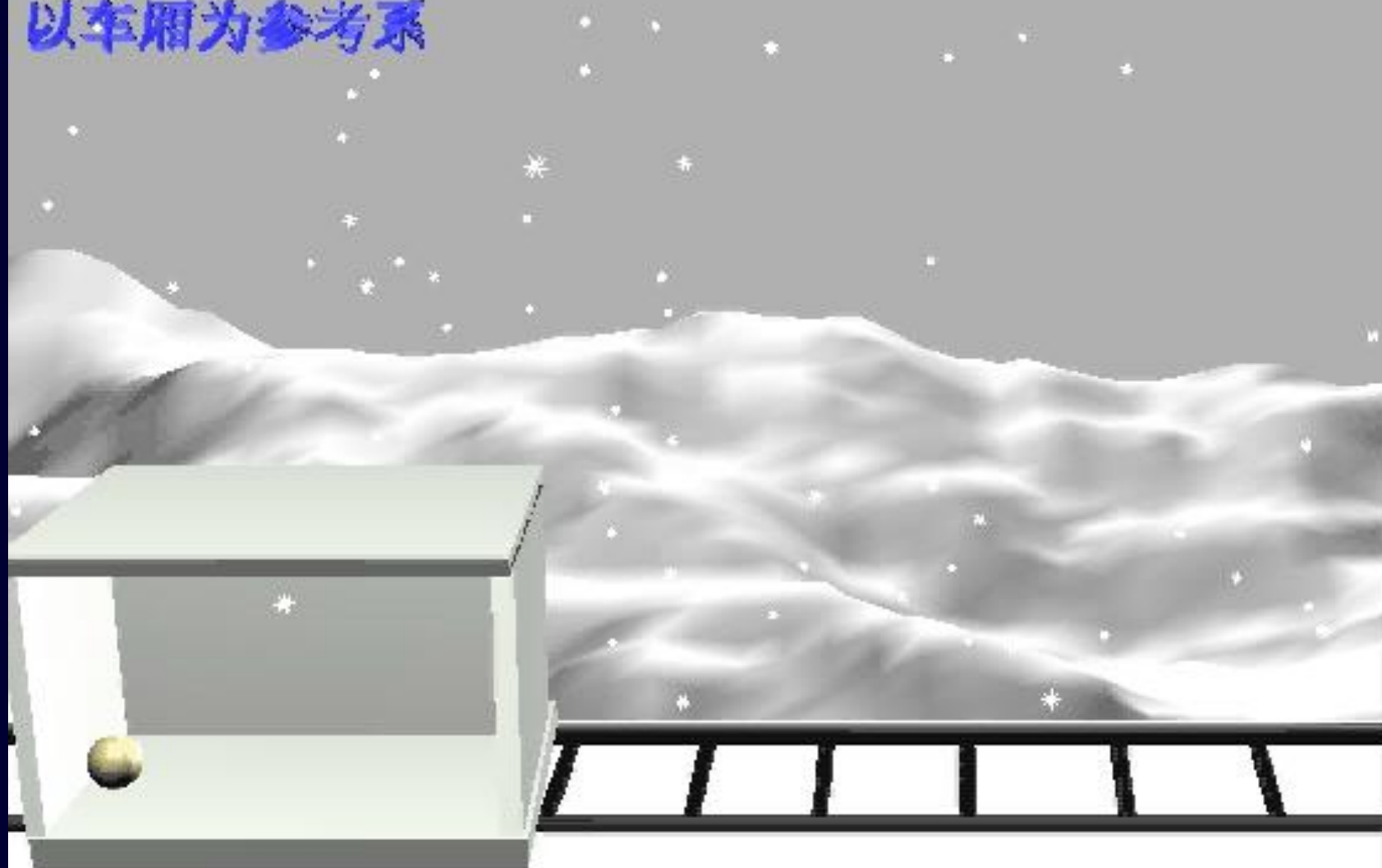


例：火车在其轨道上运动，一小球在车厢内运动。以**火车及静止的地面**为**参考系**来研究小球的运动情况。

以地为参考系



以车厢为参考系



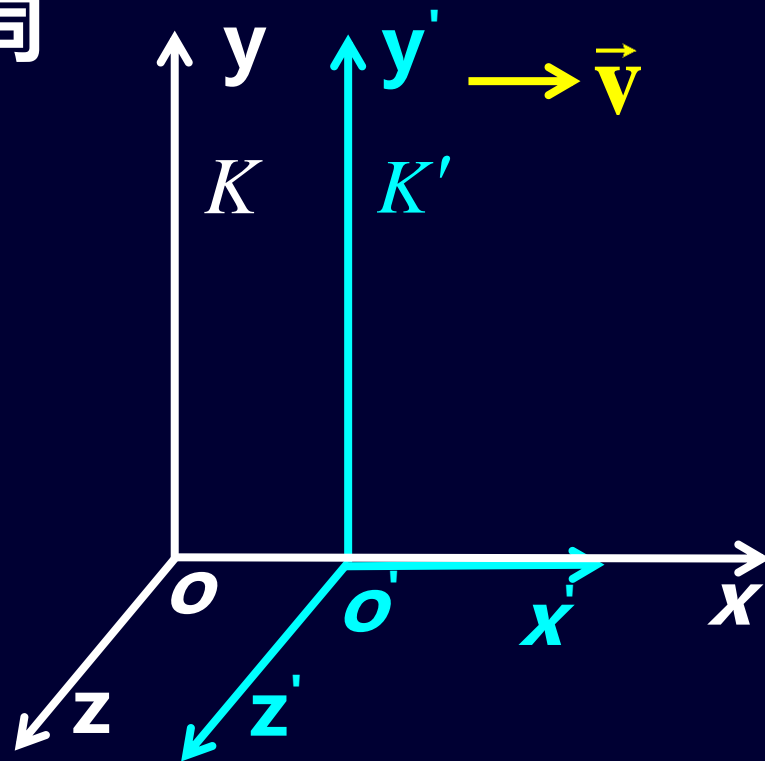
1. 伽利略坐标变换

运动的**绝对性**与运动描述的**相对性**,使得不同参考系对同一个**运动描述**的结果不同。

两个参考系中的坐标系

K 和 K'

它们相对作**匀速直线运动**。



那么其结果之间是否有某种联系呢?

设 $t = 0$ 时刻两坐标原点重合, 任意时刻 t 有 $\vec{R} = \vec{v}t$

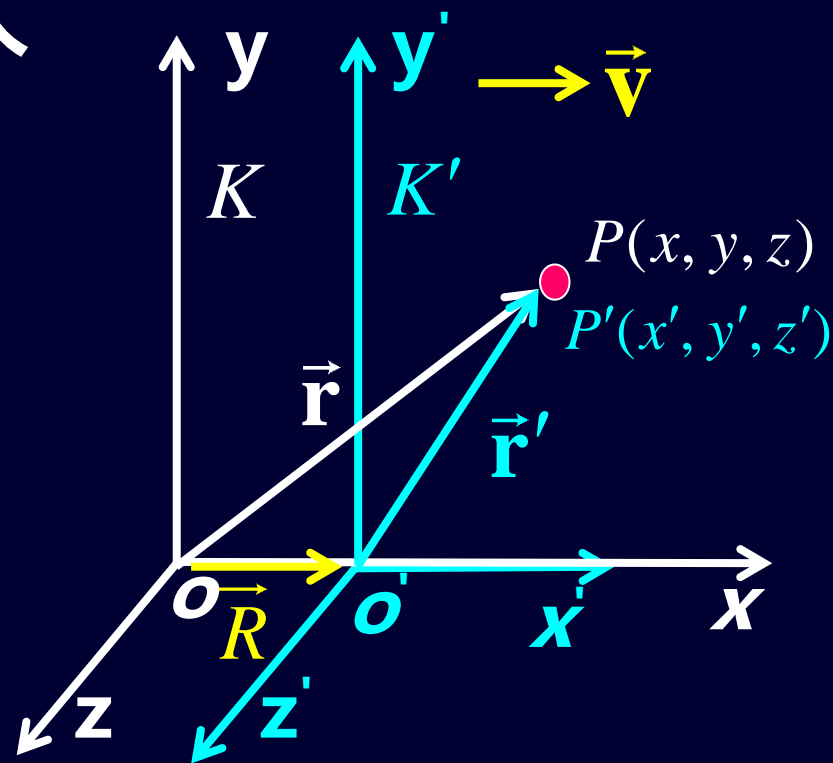
同一个质点 P (或 P') 在两个坐标系中对应的位置矢量:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{r}' = x'\vec{i}' + y'\vec{j}' + z'\vec{k}'$$

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{R}$$

且 $t = t'$



成立的条件:
绝对时空观!

绝对时空观

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{R} = \vec{r} - \vec{v}t$$

$$t' = t$$

P (或 P') 在 K 系和 K' 系的空间坐标、时间坐标的对应关系为：

$$\left. \begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned} \right\}$$

伽利略坐标变换式


2. 速度变换

将位矢合成公式 $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}t$ 对时间求一次导数

考虑到 $t' = t$

$$\left. \begin{aligned} v'_x &= v_x - v \\ v'_y &= v_y \\ v'_z &= v_z \end{aligned} \right\}$$

伽利略速度变换


$$v_{pk} = v_{pk'} + v_{k'k}$$

3. 加速度变换

将伽利略**速度变换**对时间求一次导数

考虑到 $t' = t$

$$\left. \begin{aligned} a'_x &= a_x \\ a'_y &= a_y \\ a'_z &= a_z \end{aligned} \right\}$$

伽利略**加速度变换**

这里等于零

$$\overrightarrow{a_{pk}} = \overrightarrow{a_{pk'}} + \overrightarrow{a_{k'k}}$$

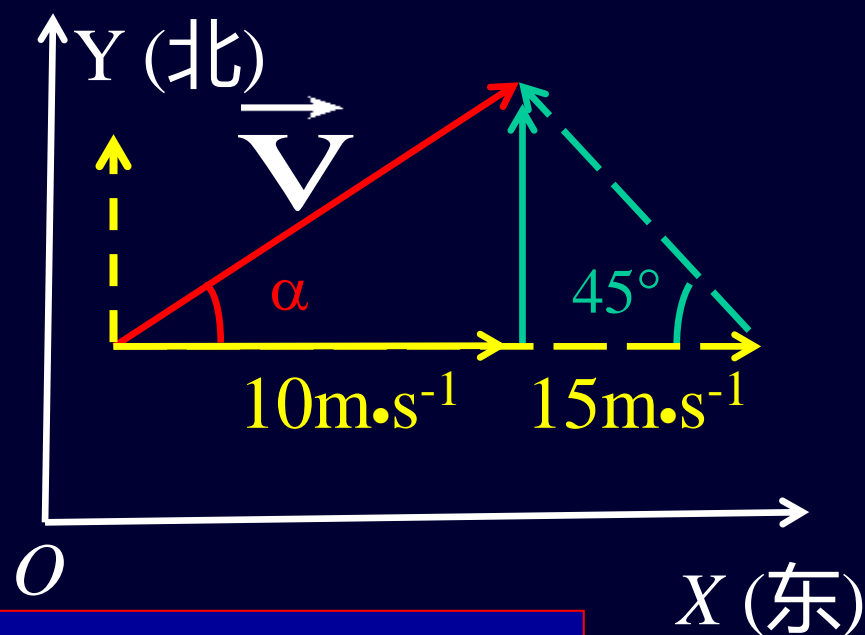
例1: 某人骑摩托车向东前进，其速率为 $10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时觉得有南风，当其速率为 $15\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 时，又觉得有东南风，试求风速。

解: 取风为研究对象，**骑车人**和地面作为两个相对运动的参考系。

根据速度变换公式得到:

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = \vec{v}_{\text{风地1}} = \vec{v}_{\text{风人1}} + \vec{v}_{\text{人地1}}$$

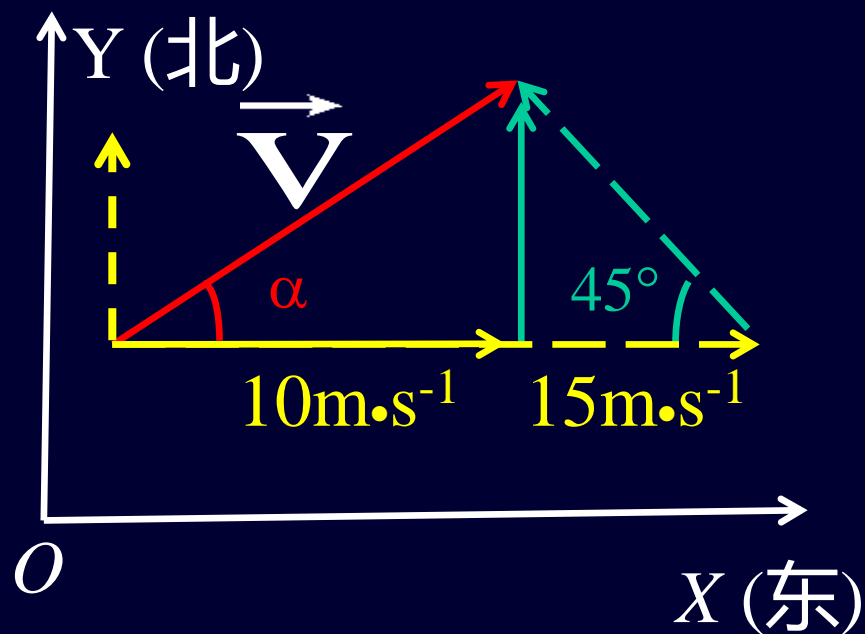
$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = \vec{v}_{\text{风地2}} = \vec{v}_{\text{风人2}} + \vec{v}_{\text{人地2}}$$



已知:

$$\vec{v}_{\text{风人1}} = 0\vec{i} + v_{\text{风人1x}}\vec{j}$$

$$\vec{v}_{\text{人地1}} = 10\vec{i} + 0\vec{j}$$



$$\vec{v}_{\text{风人2}} = -v_{\text{风人2x}}\vec{i} + v_{\text{风人2y}}\vec{j} \quad \text{且} \quad v_{\text{风人2y}} = v_{\text{风人2x}}$$

$$\vec{v}_{\text{人地2}} = 15\vec{i} + 0\vec{j}$$

由

$$\vec{v} = \vec{v}_{\text{风人1}} + \vec{v}_{\text{人地1}} = \vec{v}_{\text{风人2}} + \vec{v}_{\text{人地2}}$$

$$(0\vec{i} + v_{\text{风人1y}}\vec{j}) + (10\vec{i} + 0\vec{j}) = (-v_{\text{风人2x}}\vec{i} + v_{\text{风人2y}}\vec{j}) + (15\vec{i} + 0\vec{j})$$

解得

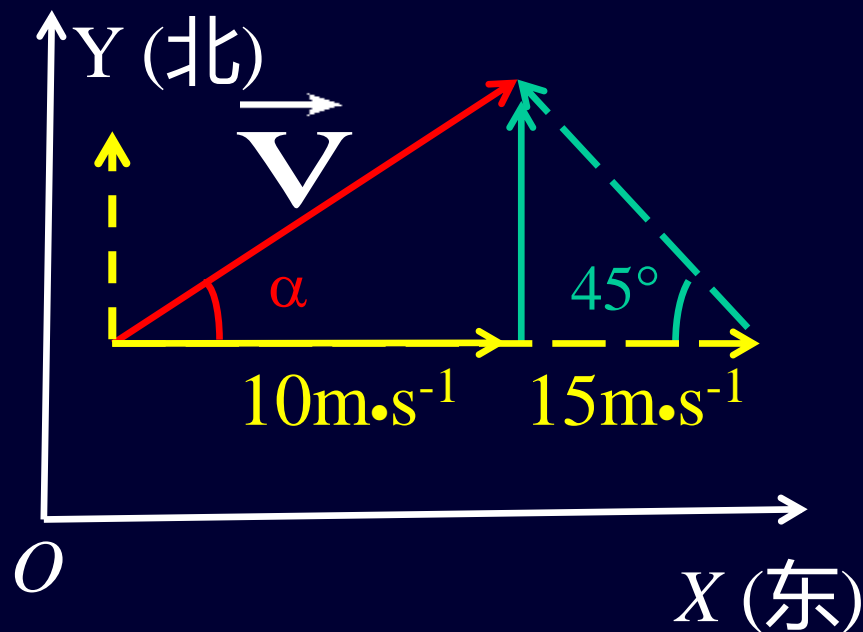
$$v_{\text{风人2x}} = v_{\text{风人2y}} = 5$$

$$v_{\text{风人1y}} = v_{\text{风人2y}} = 5$$

$$\vec{v} = 10\vec{i} + 5\vec{j}$$

风速的大小:

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{10^2 + 5^2} \\ &= 11.2(m/s) \end{aligned}$$



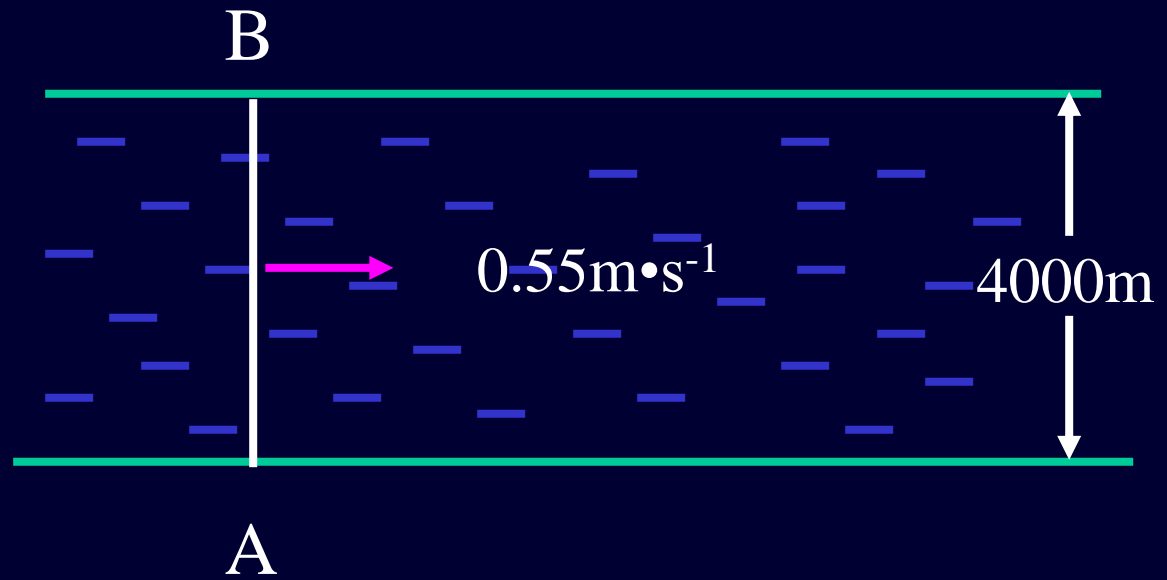
风速的方向:

$$\alpha = \arctg \frac{5}{10} = 26^{\circ}34'$$

为东偏北 $26^{\circ}34'$

例2：一人能在静水中以 $1.1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的速率划船前进，
今欲横渡一宽度为 4000m 、水流速度为
 $0.55\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ 的大河。

- (1) 若要达到河正对岸的一点，应如何确定划行方向？需要多少时间？
- (2) 如希望用最短的时间过河，应如何确定划行方向？船到达对岸的位置在何处？



解： (1) 相对运动的问题，以船A为研究对象，分别选择岸k、水k'作为参考系。

要求： 船对岸的速度方向应垂直于河岸

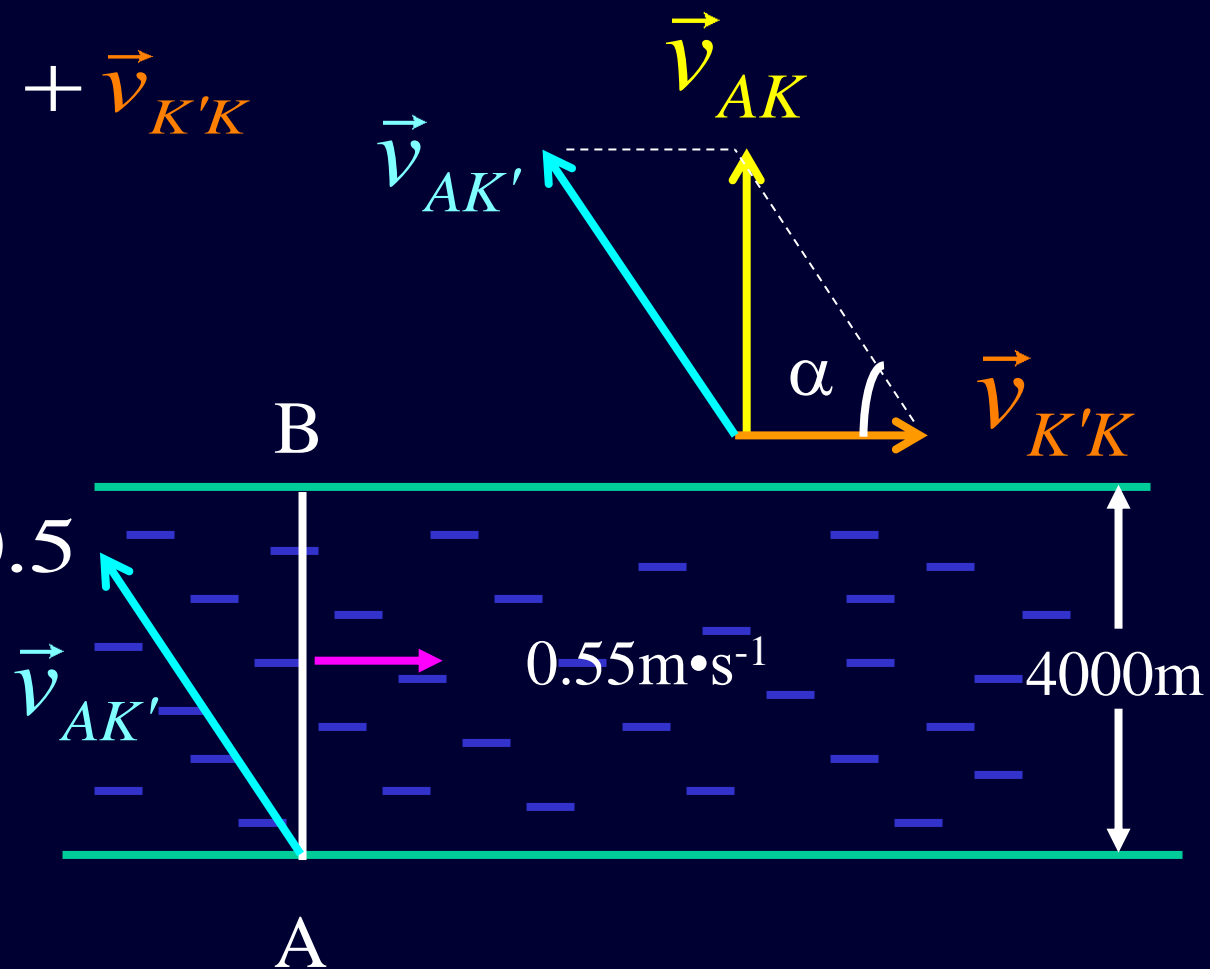
$$\vec{v}_{AK} = \vec{v}_{AK'} + \vec{v}_{K'K}$$

$$\cos \alpha = \left| \frac{v_{K'K}}{v_{AK'}} \right|$$

$$= \frac{0.55}{1.1} = 0.5$$

$$\alpha = \arccos 0.5$$

$$= 60^\circ$$



需要时间:

$$v_{AK} = v_{AK'} \sin 60^\circ$$

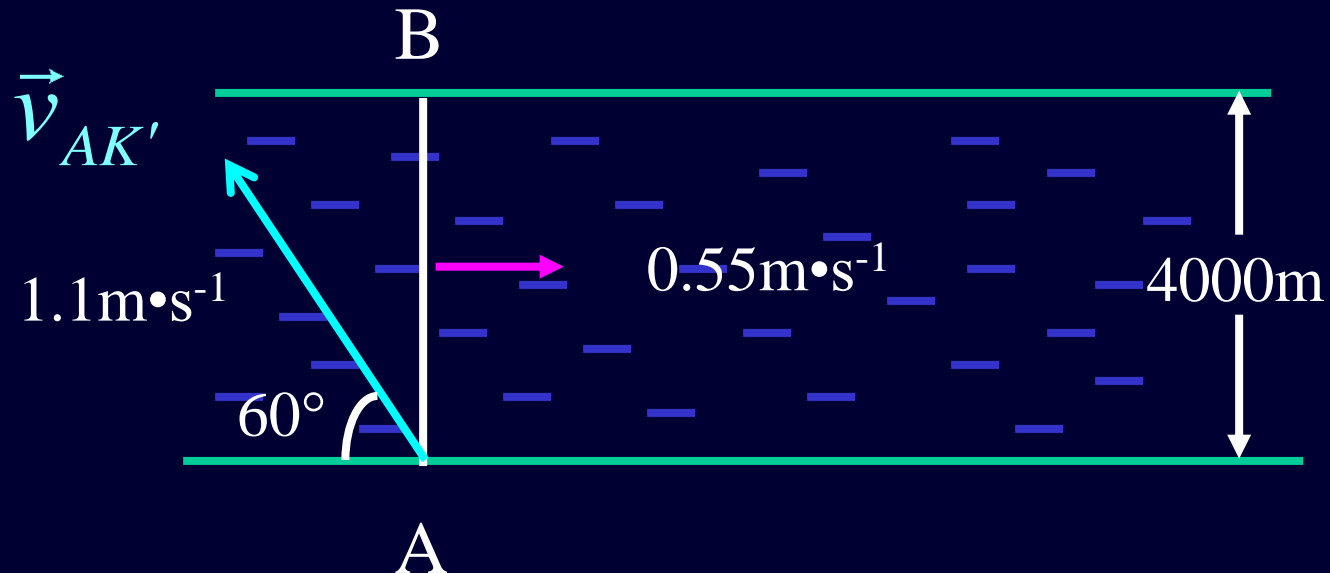
$$= 1.1 \times \sqrt{3} / 2$$

$$\approx 0.95 (m/s)$$

$$t = 4000 / 0.95$$

$$\approx 4.2 \times 10^3 (s)$$

$$\approx 70 (min)$$



(2) 由速度合成图

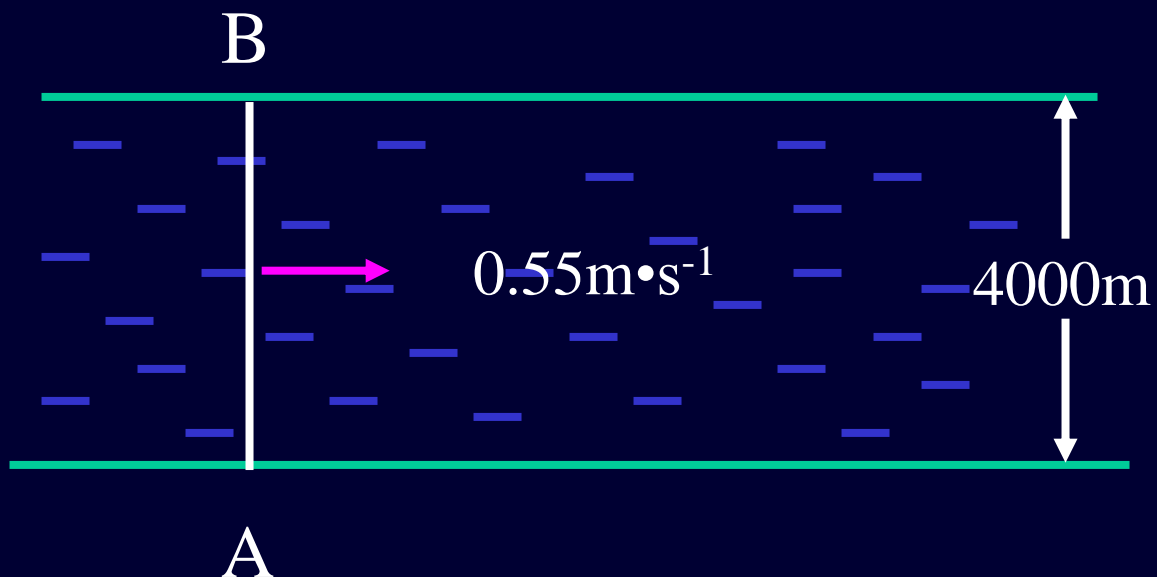
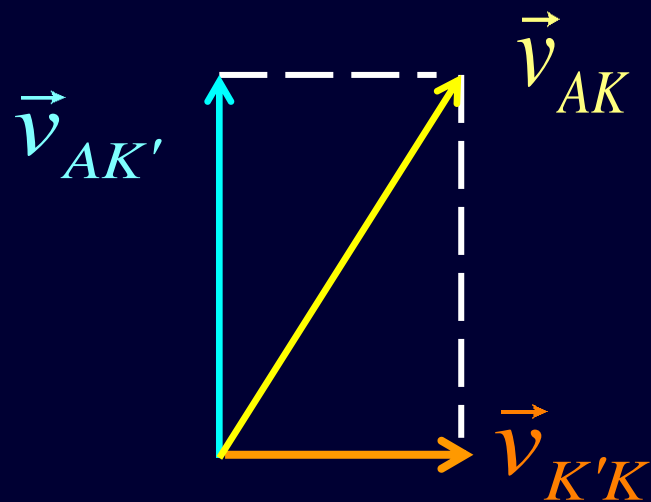
$\vec{v}_{AK'}$ 垂直于河岸的方向，
需要的时间最短。

$$t = 4000 / v_{AK'}$$

$$= 4000 / 1.1$$

$$\approx 3.6 \times 10^3 (s)$$

$$\approx 61(\text{min})$$

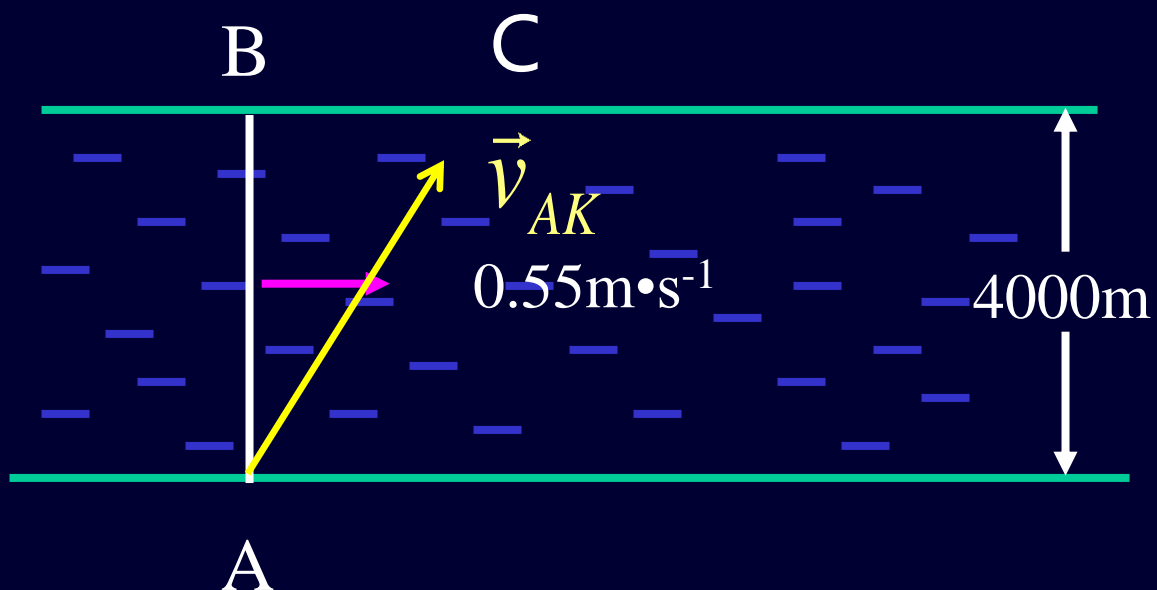
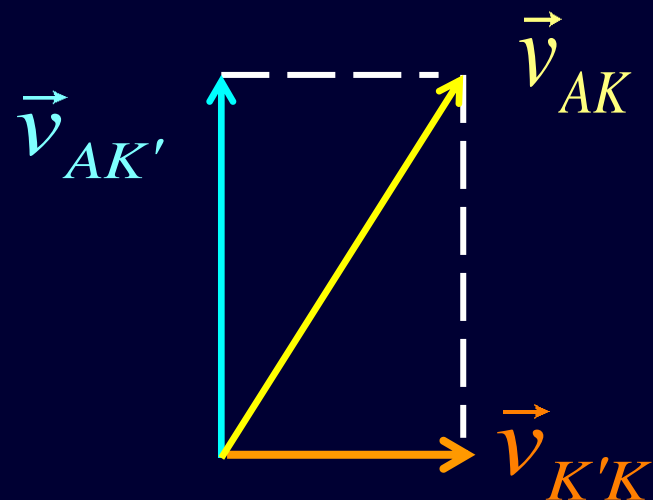


根据相对运动速度关系

$$\vec{v}_{AK} = \vec{v}_{AK'} + \vec{v}_{K'K}$$

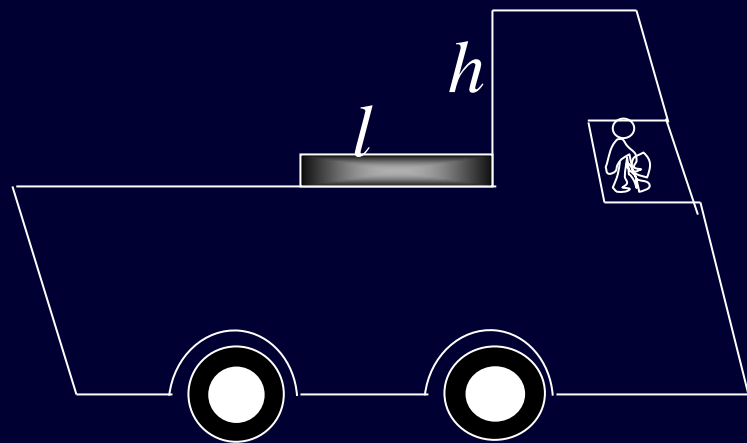
利用几何关系:

$$\begin{aligned} BC &= \frac{v_{KK'}}{v_{AK'}} AB \\ &= \frac{0.55}{1.1} \times 4000 \\ &= 2.0 \times 10^3 (m) \end{aligned}$$



补例：一货车在行驶过程中，遇到 5m/s 竖直下落的大雨，车上仅靠挡板平放有长为 $l=1\text{m}$ 的木板。如果木板上表面距挡板最高端的距离 $h=1\text{m}$ ，问货车以多大的速度行驶，才能使木板不致淋雨？

解：车在前进的过程中，雨相对于车向后下方运动，使雨不落在木板上，挡板最上端处的雨应飘落在木板的最左端的左方。



$$\alpha = 45^\circ$$

$$v = |v_{\text{地车}}| = |v_{\text{雨地}}| = 5(\text{m/s})$$

