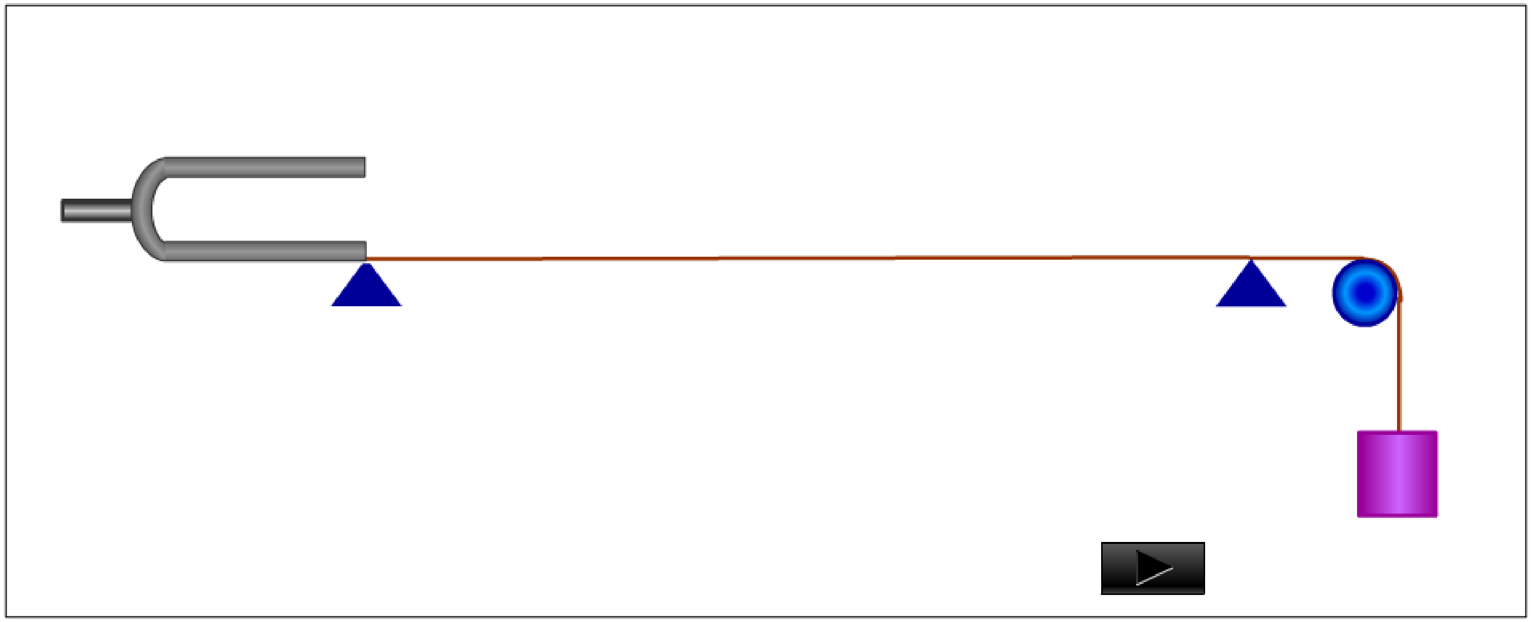
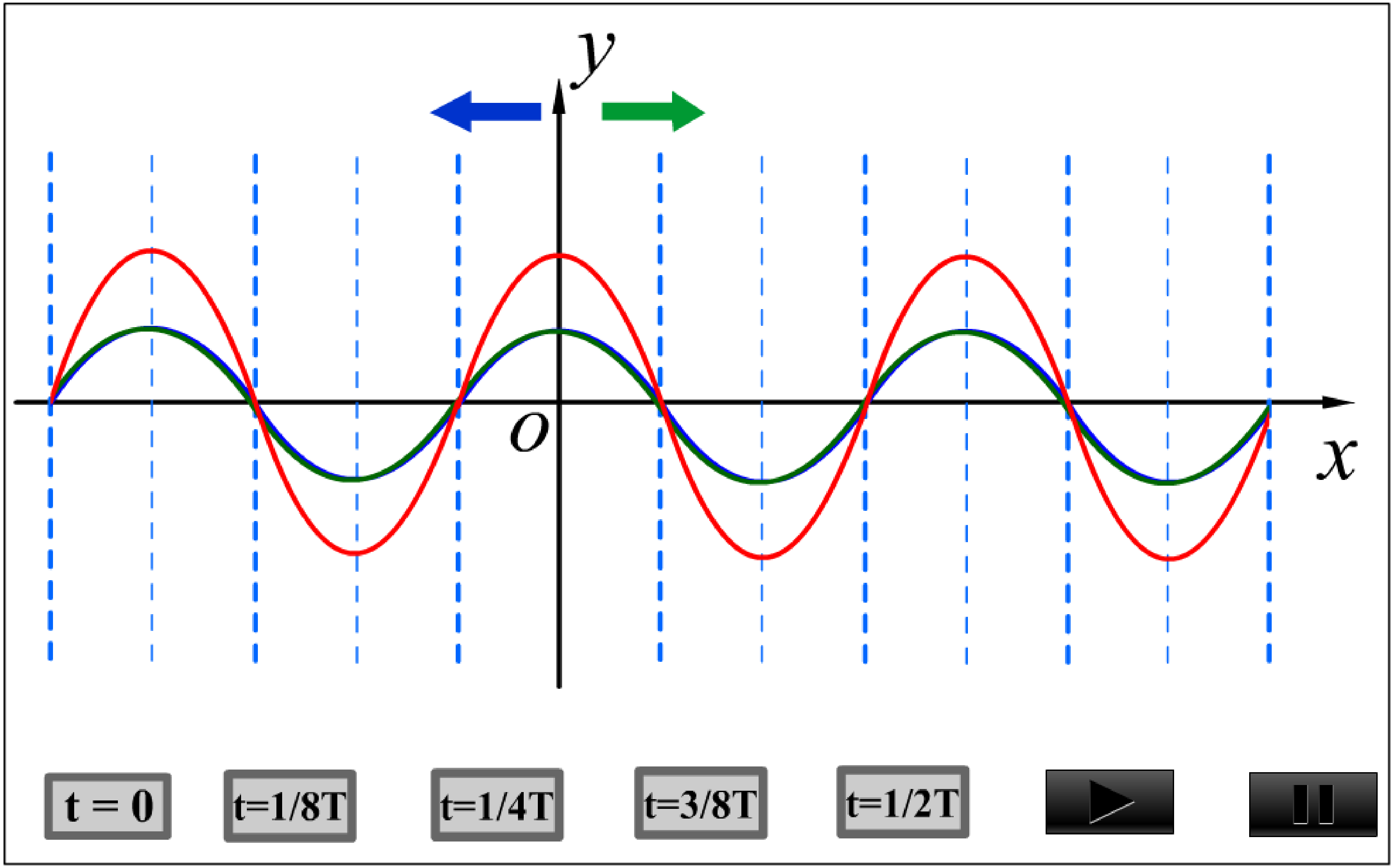
一　驻波的产生

振幅、频率、传播速度都相同的两列相干波，在同一直线上沿相反方向传播时叠加而形成的一种特殊的干涉现象.



驻波的形成



二　驻波方程

正向　$y_1 = A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda})$

负向　$y_2 = A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$

$$y = y_1 + y_2$$

$$= A\cos 2\pi(\nu t - \frac{x}{\lambda}) + A\cos 2\pi(\nu t + \frac{x}{\lambda})$$

$$= \boxed{2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}}\,\underline{\cos 2\pi\nu t}$$

驻波的振幅与位置有关

各质点都在作同频率的简谐运动

讨论

➢ 驻波方程 $y = 2A\cos 2\pi \frac{x}{\lambda} \cos 2\pi \nu t$

1）振幅 $\left|2A\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}\right|$ 随 x 而异，与时间无关.

$$\left|\cos 2\pi \frac{x}{\lambda}\right| = \begin{cases} 1 & 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm k\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \\ 0 & 2\pi \frac{x}{\lambda} = \pm(k+\frac{1}{2})\pi \quad k = 0,1,2,\cdots \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} \pm k\frac{\lambda}{2} & k = 0,1,\cdots \quad A_{max} = 2A \\ \pm(k+\frac{1}{2})\frac{\lambda}{2} & k = 0,1,\cdots \quad A_{min} = 0 \end{cases}$$

波腹

波节

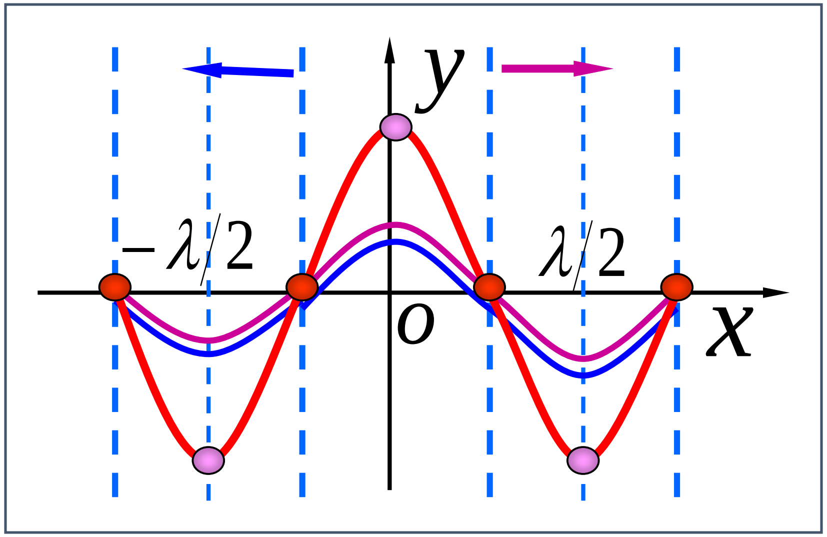
相邻波腹（节）间距 $= \lambda/2$

相邻波腹和波节间距 $= \lambda/4$

2）相邻两波节之间质点振动同相位，任一波节两侧振动相位相反，在波节处产生 π 的相位跃变．（与行波不同，无相位的传播）．

$$y = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\nu t$$

例 $x = \pm\frac{\lambda}{4}$ 为波节

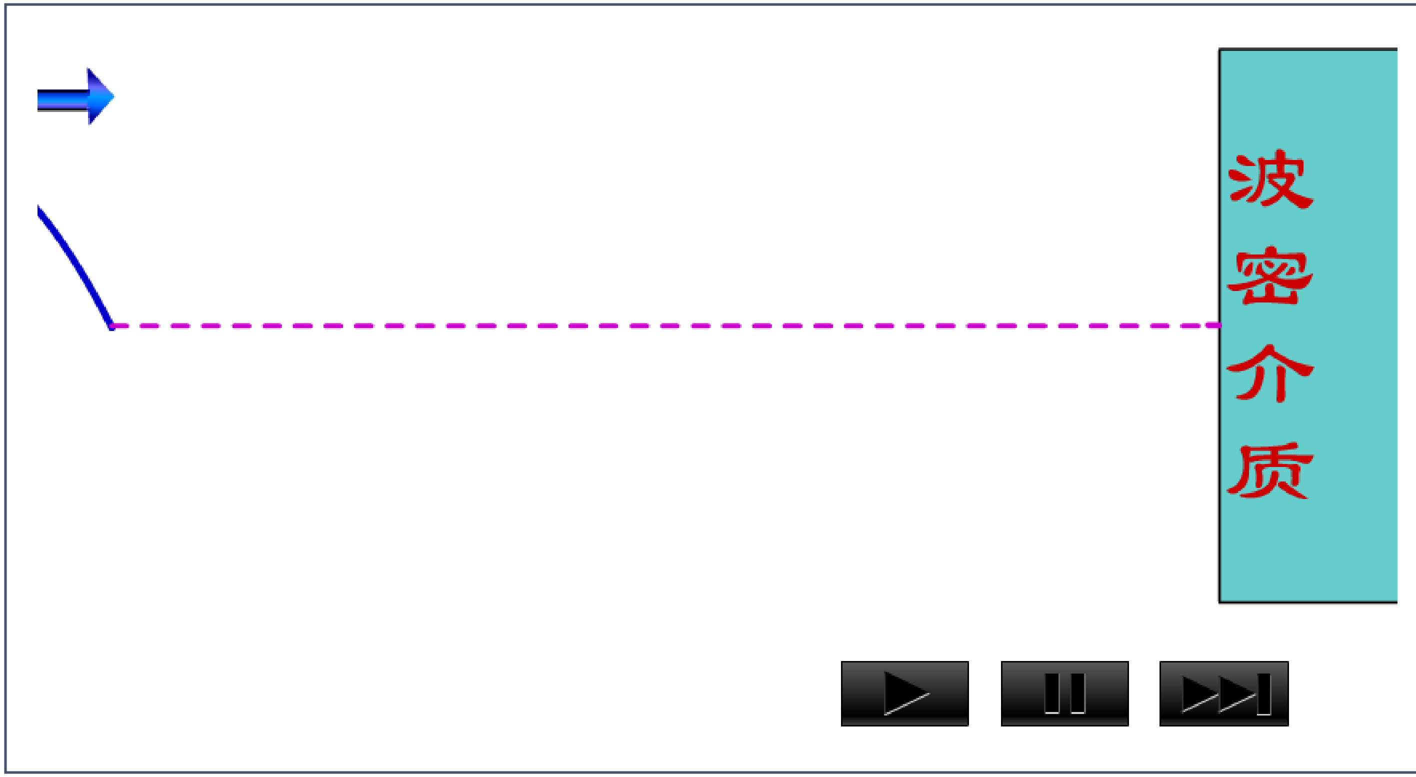


$$\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} > 0, -\frac{\lambda}{4} < x < \frac{\lambda}{4}, \quad y = 2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\nu t$$

$$\cos 2\pi\frac{x}{\lambda} < 0, \frac{\lambda}{4} < x < \frac{3\lambda}{4}, \quad y = \left|2A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|\cos(2\pi\nu t + \pi)$$

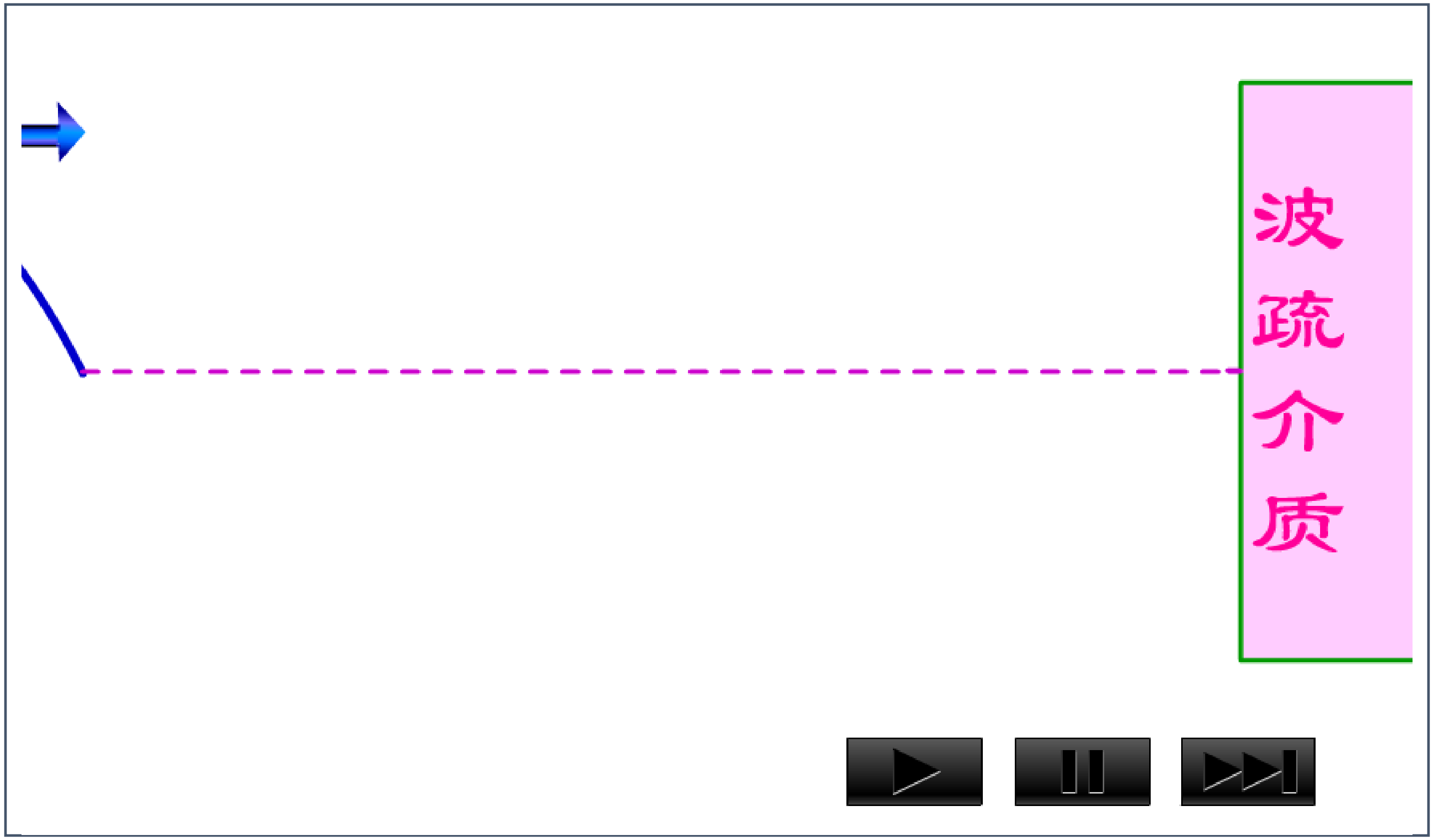
三 相位跃变（半波损失）

波疏介质 ρu 较小



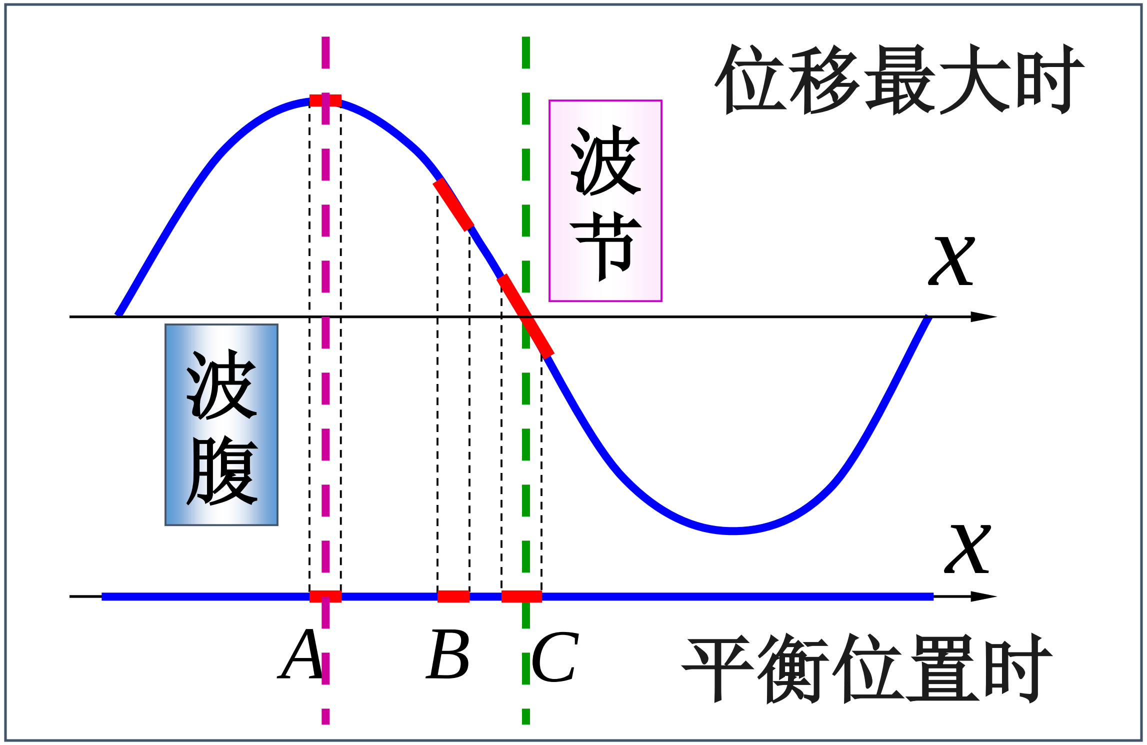
波密介质 ρu 较大

当波从波疏介质垂直入射到波密介质， 被反射到波疏介质时形成波节. 入射波与反射波在此处的相位时时相反, 即反射波在分界处产生 π 的相位跃变, 相当于出现了半个波长的波程差，称半波损失.



当波从波密介质垂直入射到波疏介质， 被反射到波密介质时形成波腹. 入射波与反射波在此处的相位时时相同，即反射波在分界处不产生相位跃变.

四　驻波的能量

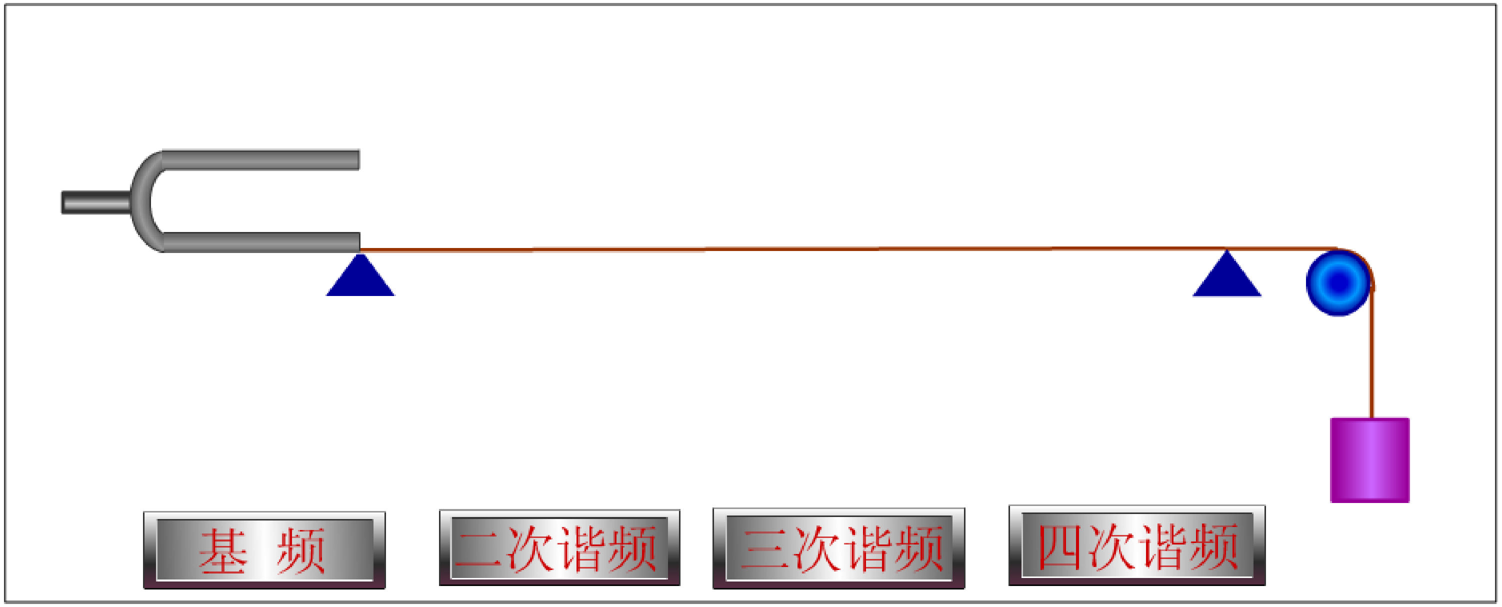


$$\mathrm{d}W_{\mathrm{p}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

$$\mathrm{d}W_{\mathrm{k}} \propto \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$

驻波的能量在相邻的波腹和波节间往复变化，在相邻的波节间发生动能和势能间的转换，动能主要集中在波腹，势能主要集中在波节，但无长距离的能量传播.

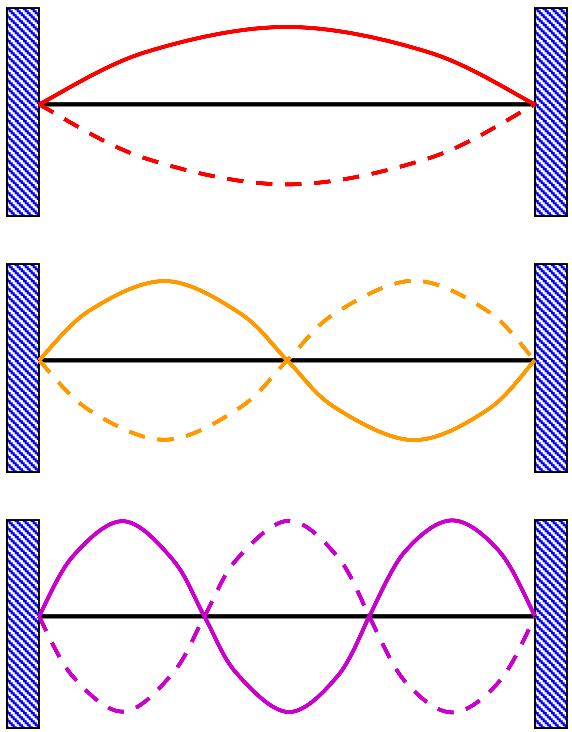
五　振动的简正模式



两端固定的弦线形成驻波时，波长 λ_n 和弦线长 l 应满足 $\boxed{l = n\frac{\lambda_n}{2}}$，$\nu_n = n\frac{u}{2l}$　$n = 1,2,\cdots$ 由此频率决定的各种振动方式称为弦线振动的简正模式.

两端固定的弦振动的简正模式

$$l = n\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1,2,\cdots$$



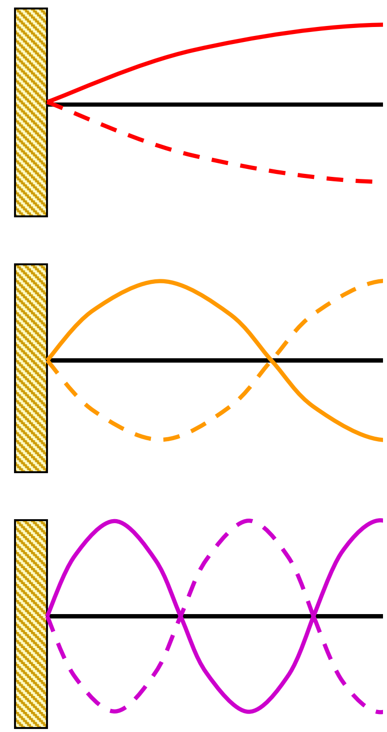
$$l = \frac{\lambda_1}{2}$$

$$l = \frac{2\lambda_2}{2}$$

$$l = \frac{3\lambda_3}{2}$$

一端固定一端自由的弦振动的简正模式

$$l = (n-\frac{1}{2})\frac{\lambda_n}{2} \quad n = 1,2,\cdots$$

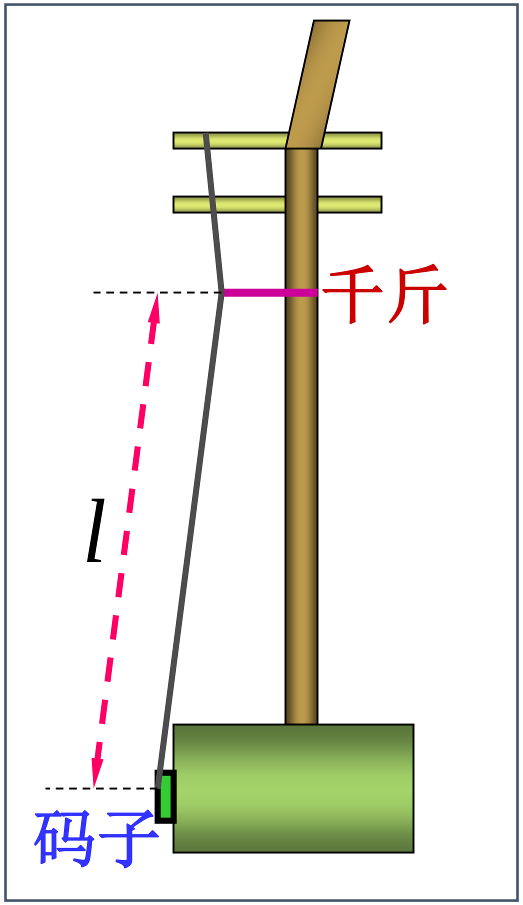


$$l = \frac{\lambda_1}{4}$$

$$l = \frac{3\lambda_2}{4}$$

$$l = \frac{5\lambda_3}{4}$$

讨论 如图二胡弦长$l=0.3\,\mathrm{m}$，张力$T=9.4\mathrm{N}$．密度$\rho=3.8\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m}$．求弦所发的声音的基频和谐频.



解： 弦两端为固定点，是波节.

$$l=n\frac{\lambda}{2}\quad n=1,2,\cdots$$

频率 $\nu=\dfrac{u}{\lambda}=\dfrac{nu}{2l}$　　波速 $u=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$

基频　$n=1\quad \nu_1=\dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}=262\,\mathrm{Hz}$

谐频　$n>1\quad \nu_n=\dfrac{n}{2l}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$