同学们好

安培基准

星期六 10:45 PM 59

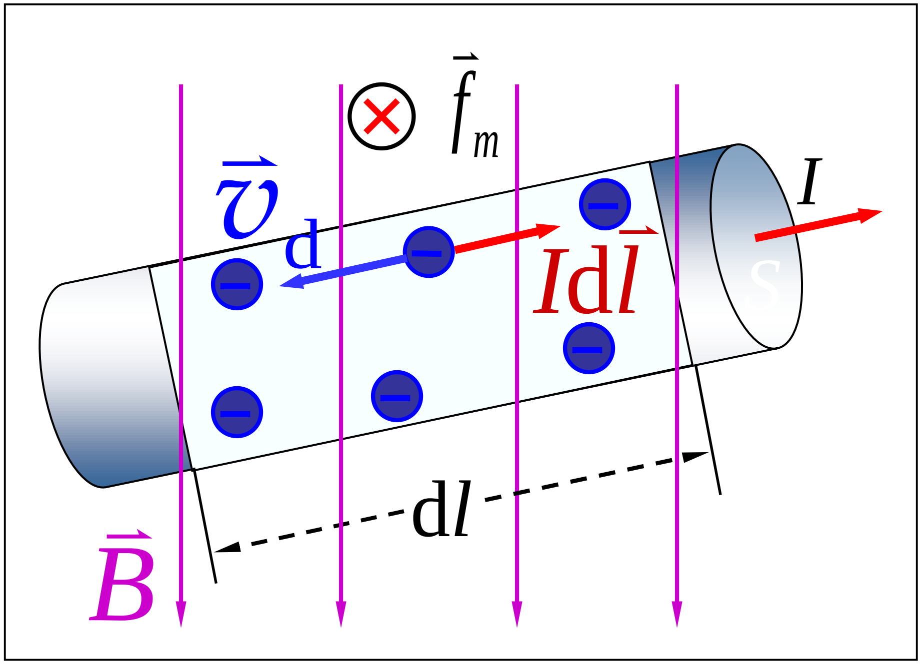
磁场对载流导线的作用

一、安 培 力

洛伦兹力 $\vec{f}_{\mathrm{m}} = -e\vec{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}$

$$\mathrm{d}\vec{F} = -neS\vec{v}_{\mathrm{d}} \times \vec{B}$$

$$\boxed{I = nev_{\mathrm{d}}S}$$



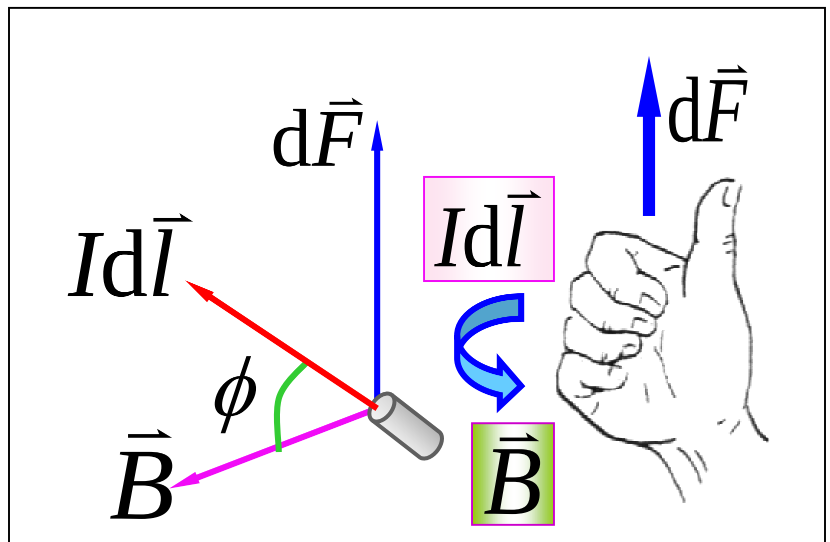
由于自由电子与晶格之间的相互作用，使导线在宏观上看起来受到了磁场的作用力．

安培定律　磁场对电流元的作用力	$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$

星期六　10:45 PM 59

安培定律 $\boxed{\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$ $\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lB\sin\phi$

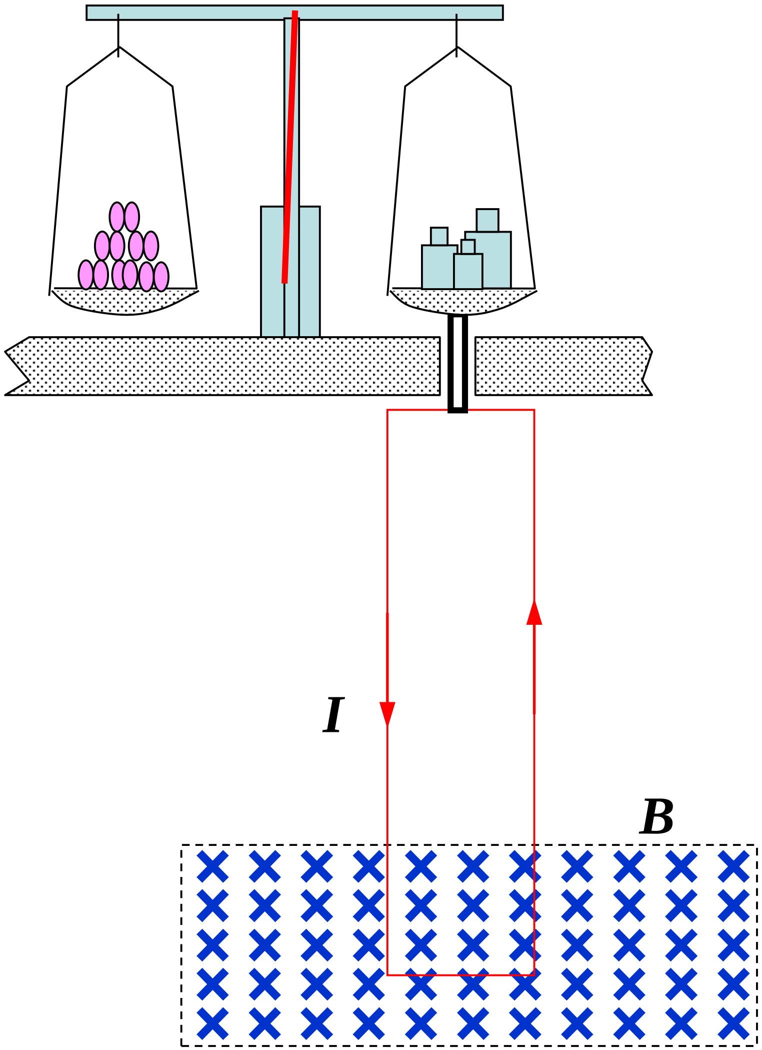
◆ 意义 磁场对电流元作用的力，在数值上等于电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 的大小、电流元所在处的磁感强度 $\vec{B}$ 大小以及电流元和磁感应强度之间的夹角 ϕ 的正弦之乘积，$\mathrm{d}\vec{F}$ 垂直于 $I\mathrm{d}\vec{l}$ 和 $\vec{B}$ 所组成的平面，且 $\mathrm{d}\vec{F}$ 与 $I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$ 同向 .



◆ 有限长载流导线所受的安培力

$$\boxed{\vec{F} = \int_l \mathrm{d}\vec{F} = \int_l I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}}$$

例：测定磁感应强度常用的实验装置—磁秤如图所示，它的一臂下面挂有一矩形线圈，宽为b，长为l，共有N匝，线圈的下端放在待测的均匀磁场中，其平面与磁感应强度垂直，当线圈中通有电流I时，线圈受到一向上的作用力，使天平失去平衡，调节砝码m使两臂达到平衡。用上述数据求待测磁场的磁感应强度。



星期六 10:45 PM 59

解： 由图可见，线圈的底边上受到安培力$\vec{F}$，方向向上，大小为

$$F = NBIb$$

作用在两侧直边上的力则大小相等，方向相反，它们相互抵消。当天平恢复平衡时，这个向上的安培力恰与调整砝码的重量相等，由此可得

$$NBIb = mg$$

故待测磁场的磁感应强度

$$B = \frac{mg}{NIb}$$

如N=9匝，b=10.0cm，I=0.10A，加砝码m=4.40g才能恢复平衡，代入上式得

$$B=\frac{4.40\times10^{-3}\times9.80}{9\times0.10\times0.10}T=0.48T$$

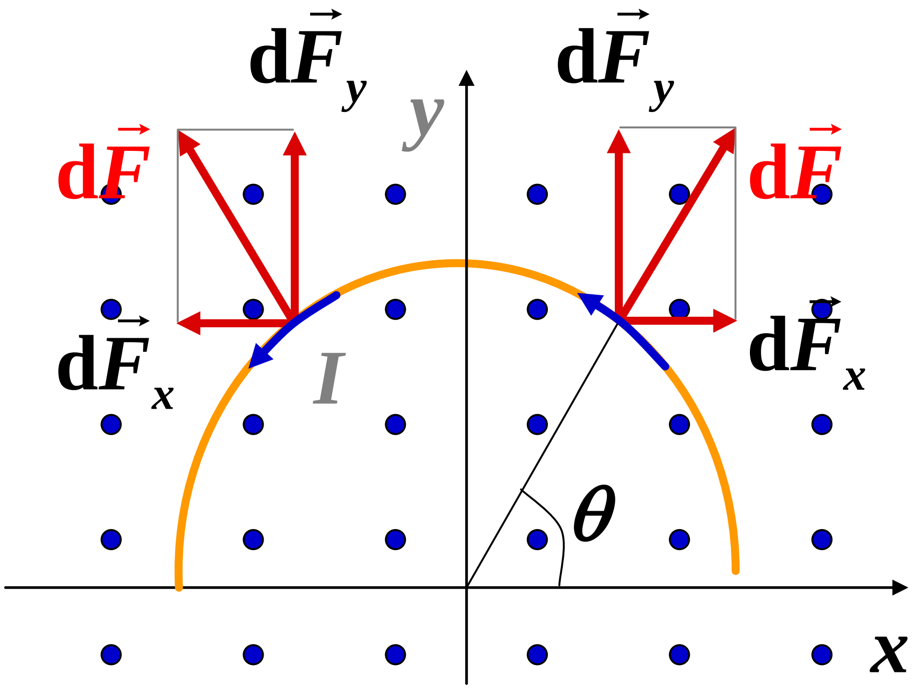
例：在磁感强度为**B**的均匀磁场中，通过一半径为**R**的半圆导线中的电流为**I**。若导线所在平面与**B**垂直，求该导线所受的安培力。

解：

$$\vec{F} = \vec{i}\int dF_x + \vec{j}\int dF_y$$

由电流分布的对称性分析导线受力的对称性

$$F = \int dF_y$$



星期六 10:45 PM 59

由安培定律 $dF_y = dF \cdot \sin\theta = BIdl \cdot \sin\theta$

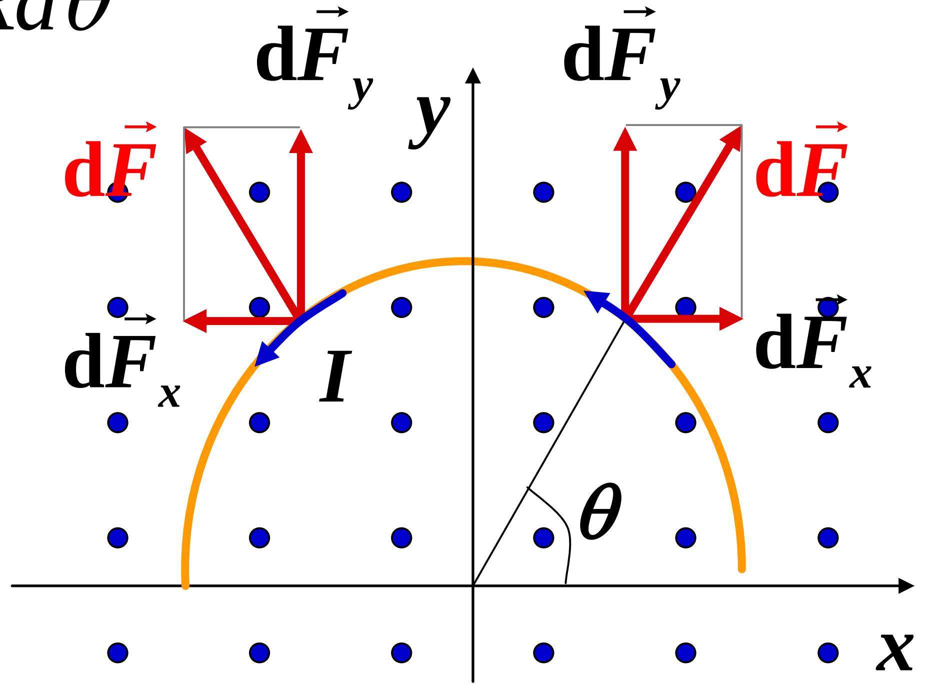
由几何关系 $dl = Rd\theta$

上两式代入

$$F = \int dF_y$$

$$F = BIR\int_0^{\pi} \sin\theta \cdot d\theta$$

$$= 2BIR$$



合力F的方向：y轴正方向。

半圆形载流导线上所受的力与其两个端点相连的直导线所受到的力相等。

星期六 10:45 PM 59

又例：如图一通有电流 I 的闭合回路放在磁感应强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中，回路平面与磁感强度 $\vec{B}$ 垂直 . 回路由直导线 AB 和半径为 r 的圆弧导线 BCA 组成，电流为顺时针方向，求磁场作用于闭合导线的力.

解：

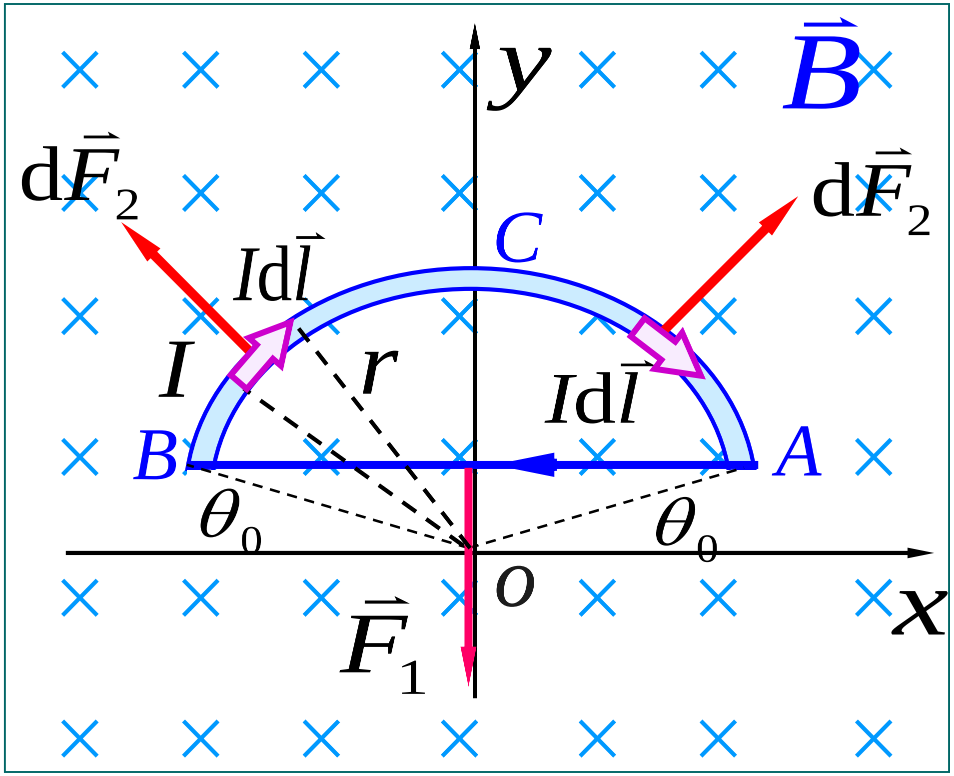
$$\vec{F}_1 = -I\,\overline{AB}B\vec{j}$$

根据对称性分析

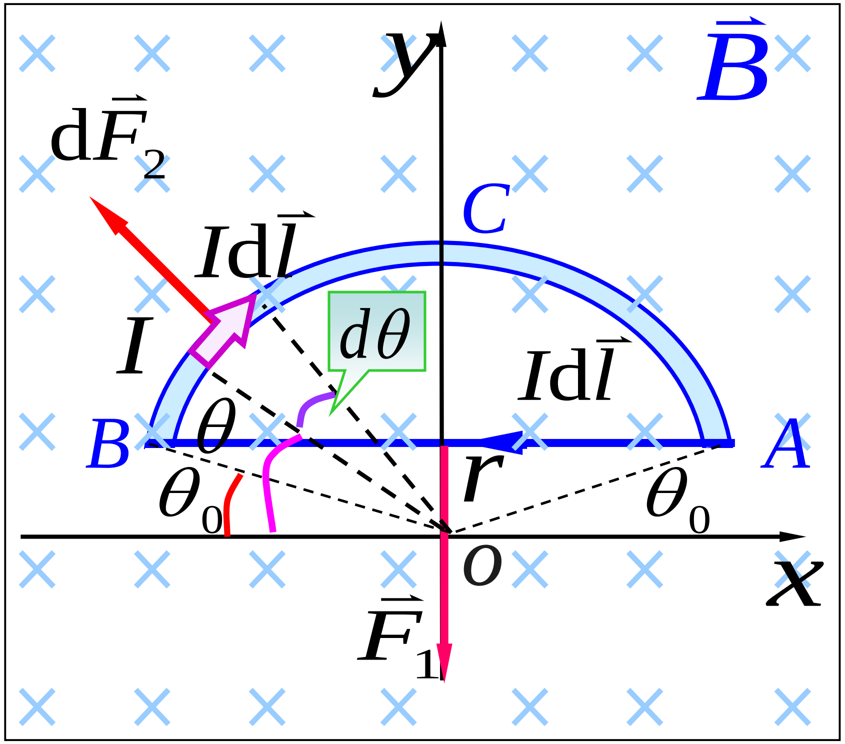
$$F_{2x} = 0$$

$$\vec{F}_2 = F_{2y}\vec{j}$$

$$F_2 = \int \mathrm{d}F_{2y} = \int \mathrm{d}F_2 \sin\theta$$



星期六 10:45



$$F_2 = \int \mathrm{d}F_{2y} = \int \mathrm{d}F_2 \sin\theta$$

$$= \int BI\mathrm{d}l \sin\theta$$

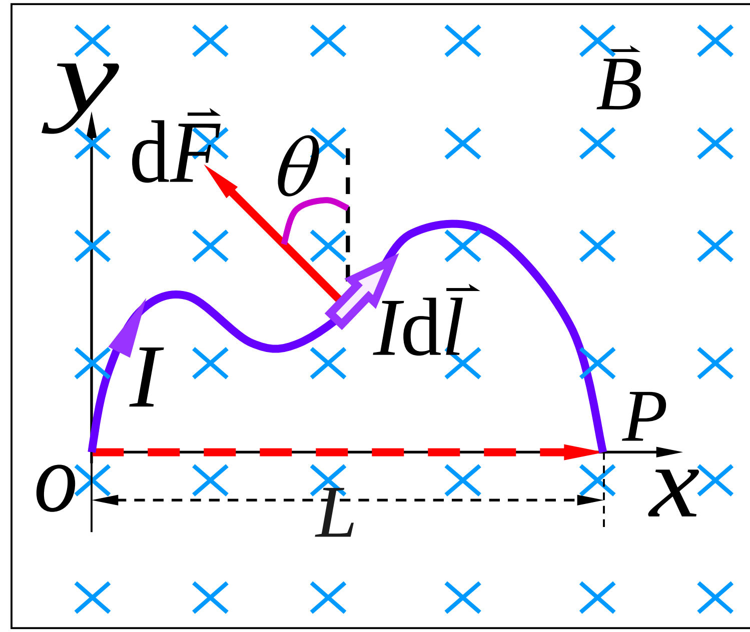
因 $\mathrm{d}l = r\mathrm{d}\theta$

$$F_2 = BIr\int_{\theta_0}^{\pi-\theta_0} \sin\theta \,\mathrm{d}\theta$$

$$\vec{F}_2 = BI(2r\cos\theta_0)\vec{j} = BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$$

由于 $\vec{F}_1 = -BI\,\overline{AB}\,\vec{j}$　　故 $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$

再例： 求如图不规则的平面载流导线在均匀磁场中所受的力，已知 $\vec{B}$ 和 I.



解 取一段电流元 $I\mathrm{d}\vec{l}$

$$\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\sin\theta = BI\mathrm{d}l\sin\theta$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\cos\theta = BI\mathrm{d}l\cos\theta$$

$$F_x = \int \mathrm{d}F_x = BI\int_0^0 \mathrm{d}y = 0$$

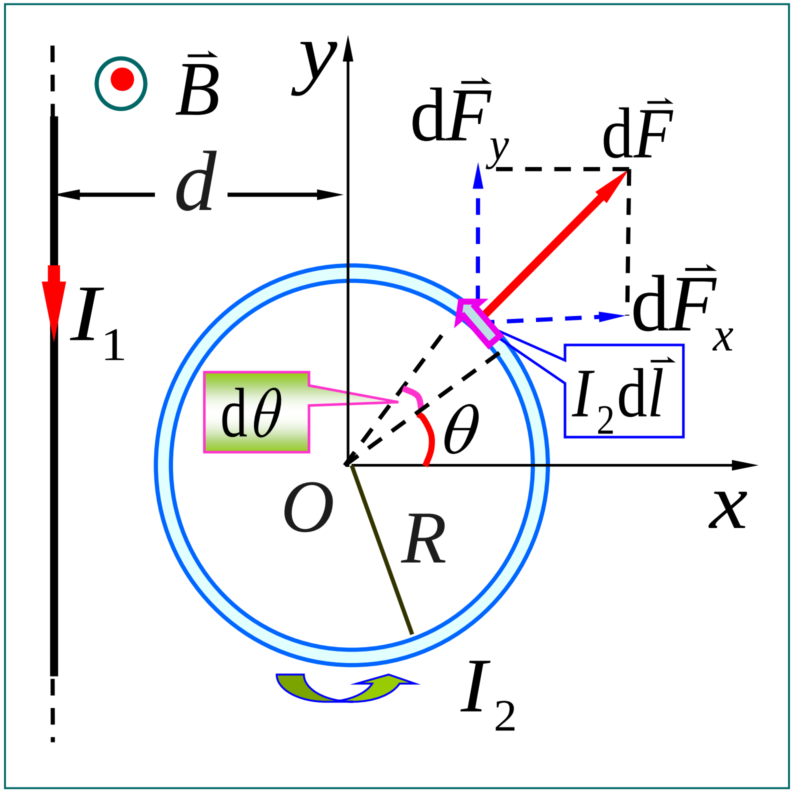
$$F_y = \int \mathrm{d}F_y = BI\int_0^l \mathrm{d}x = BIl$$

$$\vec{F} = \vec{F}_y = BIl\vec{j}$$

结论 任意平面载流导线在均匀磁场中所受的力，与其始点和终点相同的载流直导线所受的磁场力相同.

星期六 10:45 PM 59

例：半径为R 载有电流I_2的导体圆环与电流为I_1的长直导线 放在同一平面内（如图）， 直导线与圆心相距为d，且$R<d$ 两者间绝缘， **求** 作用在圆电流上的磁场力.



解

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d+R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F=BI_2\mathrm{d}l=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{\mathrm{d}l}{d+R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}F=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta}$$

星期六 10:45 PM 59

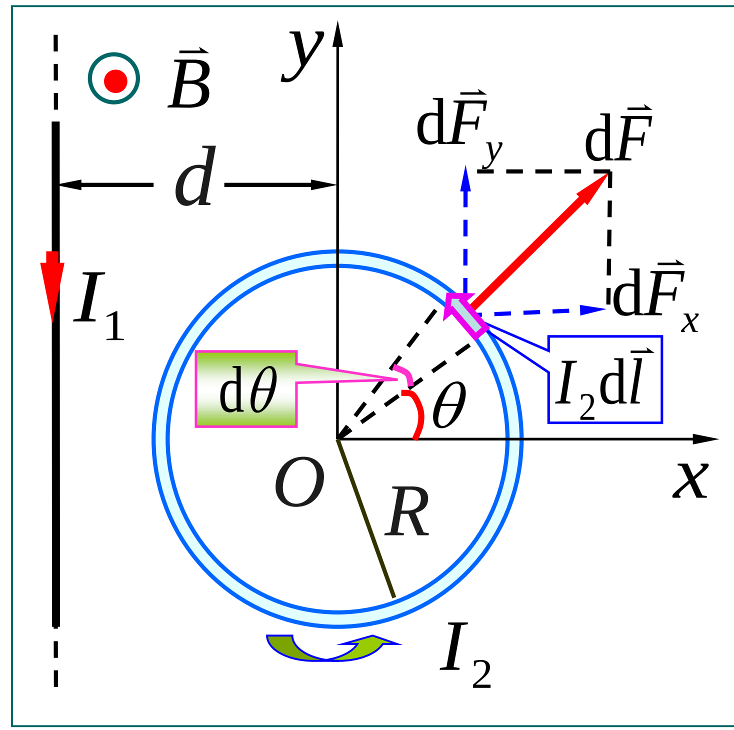
$$\mathrm{d}F_x = \mathrm{d}F\cos\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\cos\theta\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta}$$

$$\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F\sin\theta = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\frac{R\sin\theta\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta}$$

$$F_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\theta\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta}$$

$$= \mu_0 I_1 I_2 \left(1 - \frac{d}{\sqrt{d^2-R^2}}\right)$$

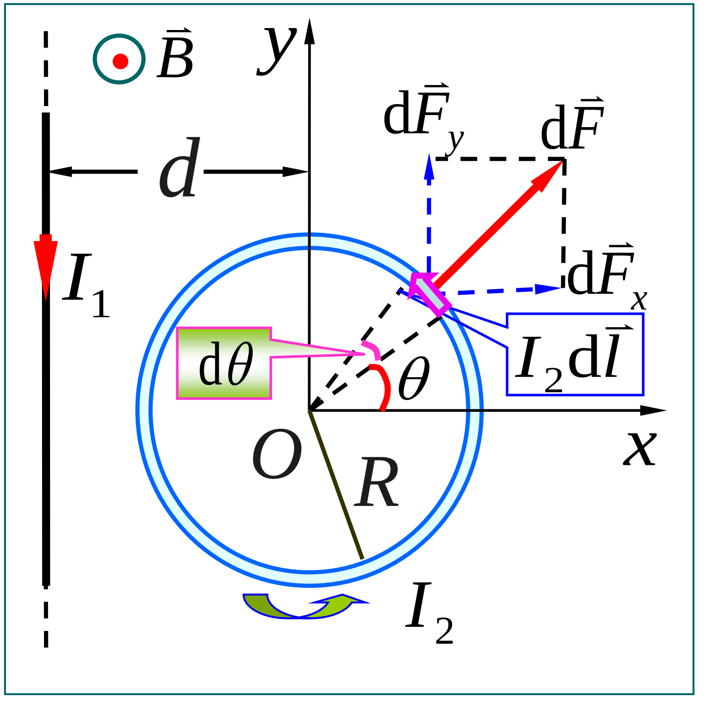
$$F_y = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta\mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta} = 0$$



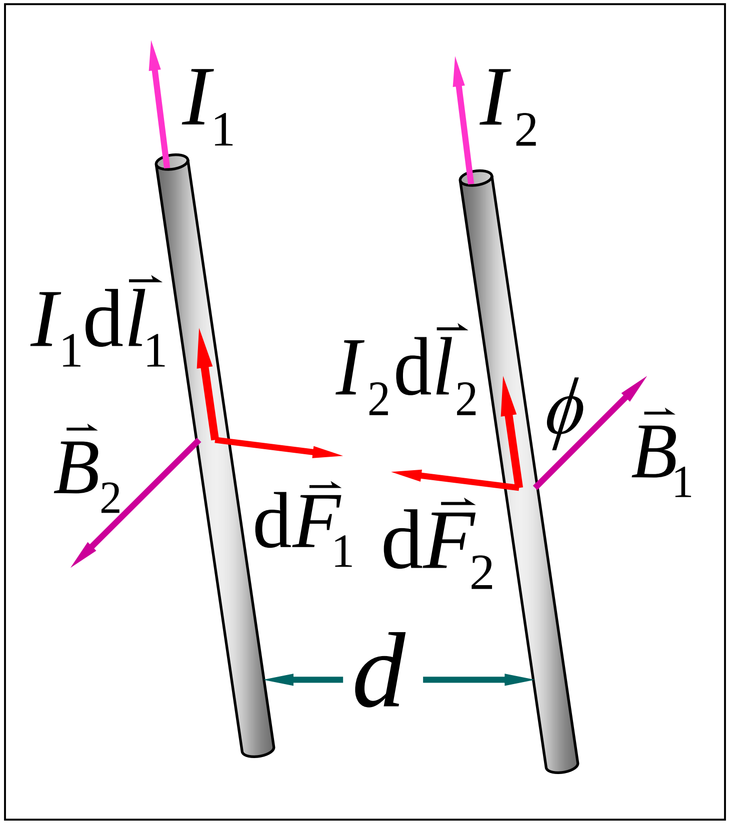
$$F_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\cos\theta \mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta} = \mu_0 I_1 I_2 (1-\frac{d}{\sqrt{d^2-R^2}})$$

$$F_y = \frac{\mu_0 I_1 I_2 R}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta \mathrm{d}\theta}{d+R\cos\theta} = 0$$

$$\vec{F} = F_x\vec{i} = \mu_0 I_1 I_2 (1-\frac{d}{\sqrt{d^2-R^2}})\vec{i}$$



二、电流的单位 两无限长平行载流直导线间的相互作用



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

$$\mathrm{d}F_2 = B_1 I_2 \mathrm{d}l_2 \sin\phi$$

$$\phi = 90^\circ, \sin\phi = 1$$

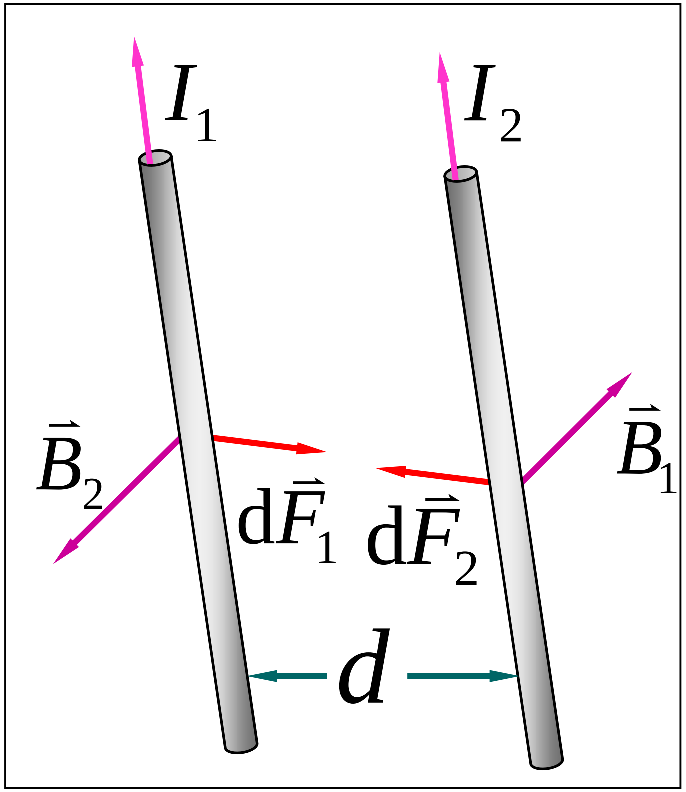
$$\mathrm{d}F_2 = B_1 I_2 \mathrm{d}l_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \mathrm{d}l_2}{2\pi d}$$

$$\mathrm{d}F_1 = B_2 I_1 \mathrm{d}l_1 = \frac{\mu_0 I_2 I_1 \mathrm{d}l_1}{2\pi d}$$

$$\frac{\mathrm{d}F_2}{\mathrm{d}l_2} = \frac{\mathrm{d}F_1}{\mathrm{d}l_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$$

星期六 10:45 PM 59

国际单位制中电流单位安培的定义



在真空中两平行长直导线相距 1 m，通有大小相等、方向相同的电流，当两导线每单位长度上的吸引力为 $2\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot m^{-1}}$ 时，规定这时的电流为 1 A（安培）.

可得 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot A^{-2}}$

$$= 4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{H\cdot m^{-1}}$$

$$\frac{\mathrm{d}F_1}{\mathrm{d}l_1} = \frac{\mathrm{d}F_2}{\mathrm{d}l_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\, d}$$

问 若两直导线电流方向相反二者之间的作用力如何？

星期六 10:45 PM 59

安培基准

星期六 10:45 PM 59

三、磁场作用于载流线圈的磁力矩

如图 均匀磁场中有一矩形载流线圈$MNOP$

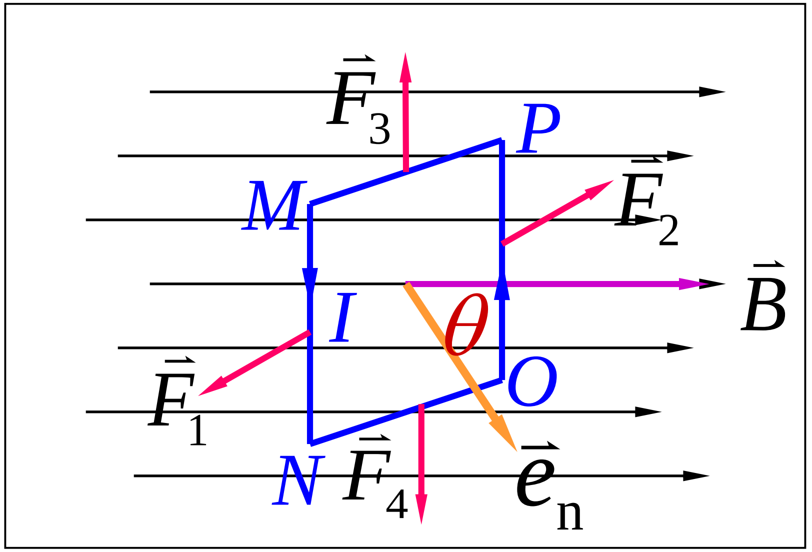
$$MN = l_2 \quad NO = l_1$$

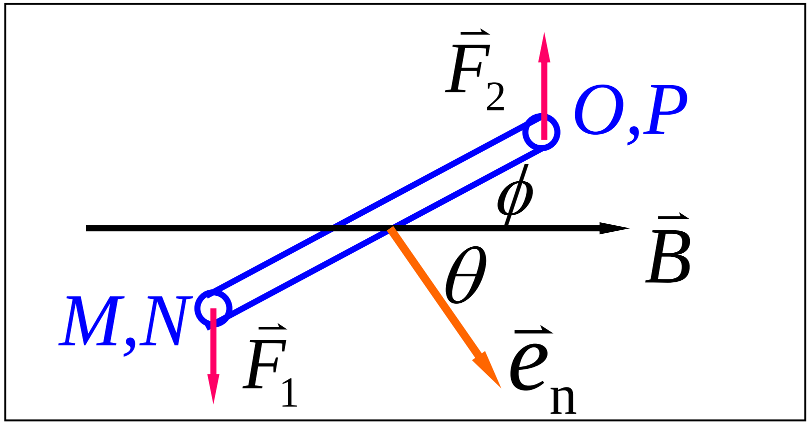
$$F_1 = BIl_2 \qquad \vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

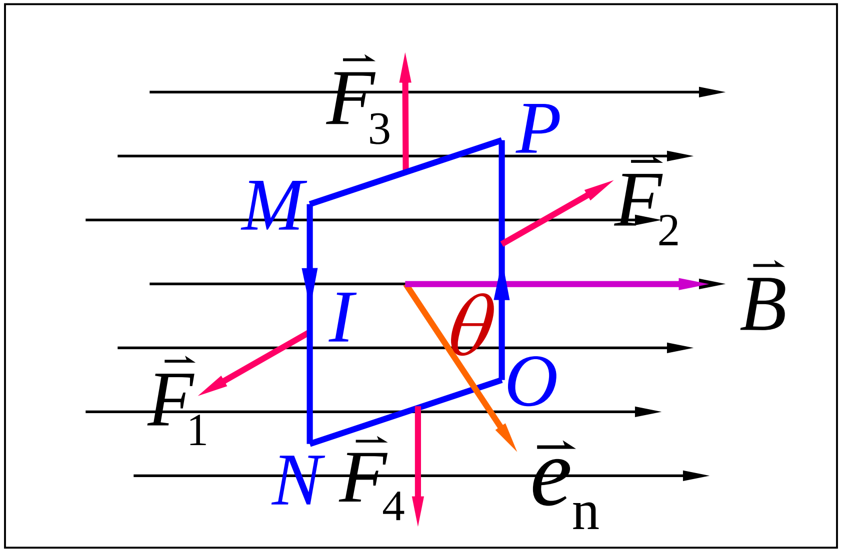
$$F_3 = BIl_1 \sin(\pi - \phi)$$

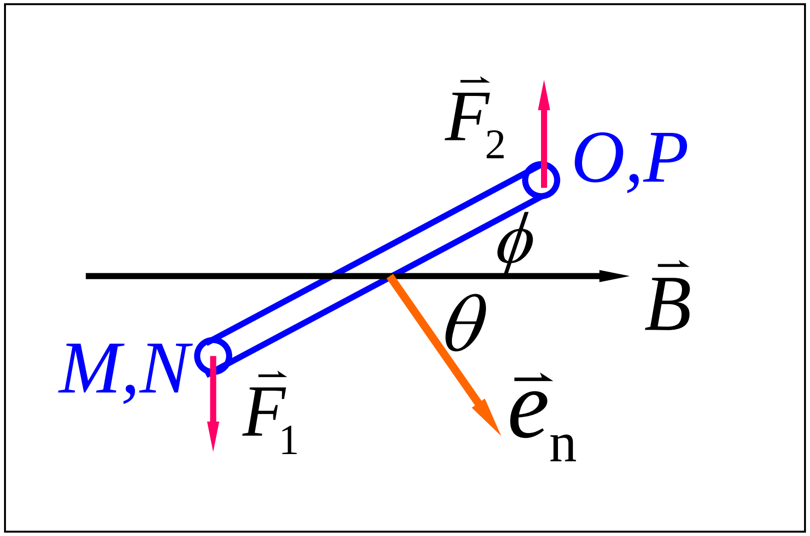
$$\vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{4} \vec{F}_i = 0$$









$$MN = l_2 \quad NO = l_1 \qquad M = F_1 l_1 \sin\theta = BIl_2 l_1 \sin\theta$$

$$M = BIS\sin\theta \qquad \vec{M} = \boxed{IS\vec{e}_\mathrm{n}} \times \vec{B} = \boxed{\vec{m}} \times \vec{B}$$

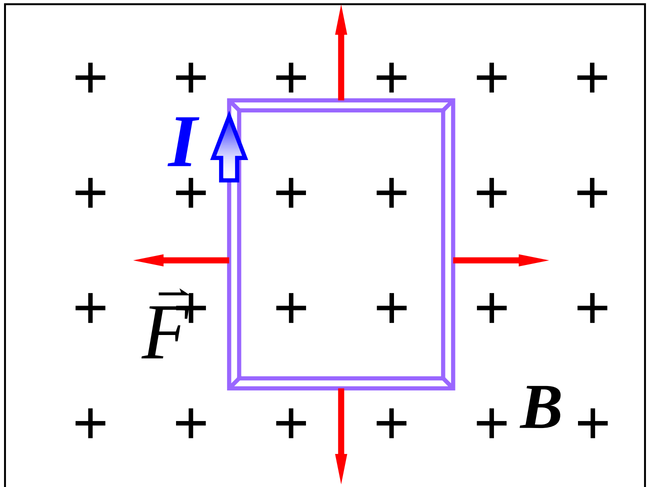
线圈有N匝时 $\vec{M} = NIS\vec{e}_\mathrm{n} \times \vec{B}$

星期六 10:45 PM 59

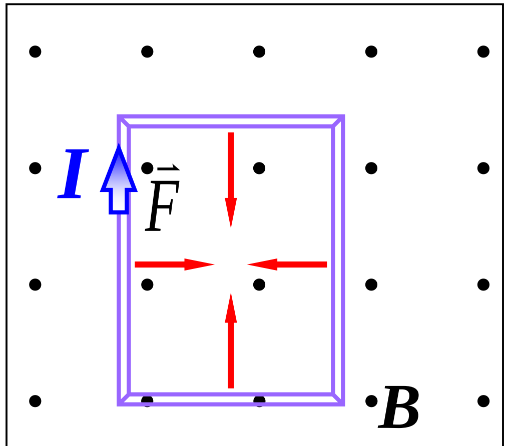
讨 论

1）$\vec{e}_{\mathrm{n}}$方向与$\vec{B}$相同　　2）方向相反　　3）方向垂直

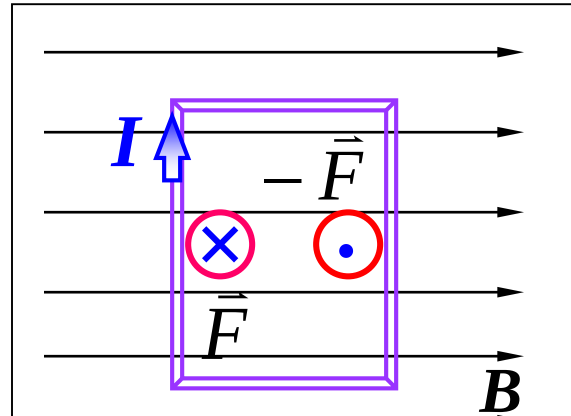
稳定平衡　　**不稳定平衡**　　**力矩最大**



$$\theta = 0^{\circ}, M = 0$$



$$\theta = \pi, M = 0$$



$$\theta = \frac{\pi}{2}, M = M_{\max}$$

➢ 结论：均匀磁场中，任意形状刚性闭合平面通电线圈所受的力和力矩为

$$\boxed{\vec{F}=0,\qquad \overrightarrow{M}=\vec{m}\times\vec{B}}$$

$$\vec{m}\,//\,\vec{B},\quad \vec{M}=0\begin{cases}\theta=0 & \text{稳定平衡}\\ \theta=\pi & \text{非稳定平衡}\end{cases}$$

$$\vec{m}\perp\vec{B},\quad M=M_{\max}=mB,\quad \theta=\pi/2$$

➢ 磁矩 $\boxed{\vec{m}=NIS\vec{e}_{\mathrm{n}}}$　　$\vec{e}_{\mathrm{n}}$与 I 成右螺旋

例：边长为0.2m的正方形线圈，共有50 匝 ，通以电流2A，把线圈放在磁感应强度为 0.05T的均匀磁场中. 问在什么方位时，线圈所受的磁力矩最大？磁力矩等于多少？

解 $M = NBIS\sin\theta$ 得 $\theta = \dfrac{\pi}{2}, M = M_{\max}$

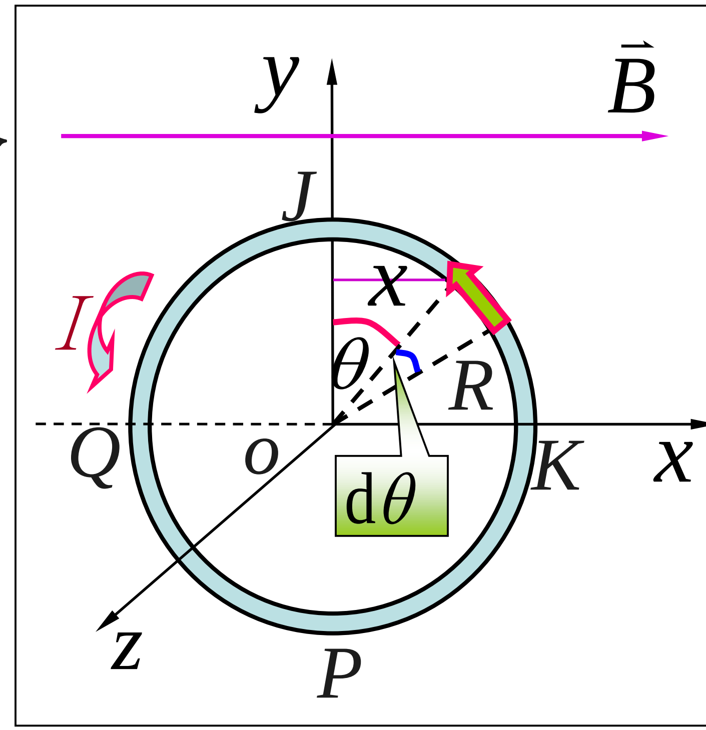
$$M = NBIS = 50\times0.05\times2\times(0.2)^2\,\mathrm{N\cdot m}$$

$$M = 0.2\,\mathrm{N\cdot m}$$

问 如果是任意形状载流线圈，结果如何？

星期六 10:45 PM 59

例*：如图半径为0.20m，电流为20A，可绕轴旋转的圆形载流线圈放在均匀磁场中，磁感应强度的大小为0.08T，方向沿 x 轴正向.问线圈受力情况怎样？线圈所受的磁力矩又为多少？



解　把线圈分为JQP和PKJ两部分

$$\vec{F}_{JQP} = BI(2R)\vec{k} = 0.64\vec{k}\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_{PKJ} = -BI(2R)\vec{k} = -0.64\vec{k}\mathrm{N}$$

以Oy为轴，$I\mathrm{d}\vec{l}$所受磁力矩大小

$$\mathrm{d}M = x\mathrm{dF} = I\mathrm{d}lBx\sin\theta \qquad x = R\sin\theta, \mathrm{d}l = R\mathrm{d}\theta$$

星期六　10:45 PM 59

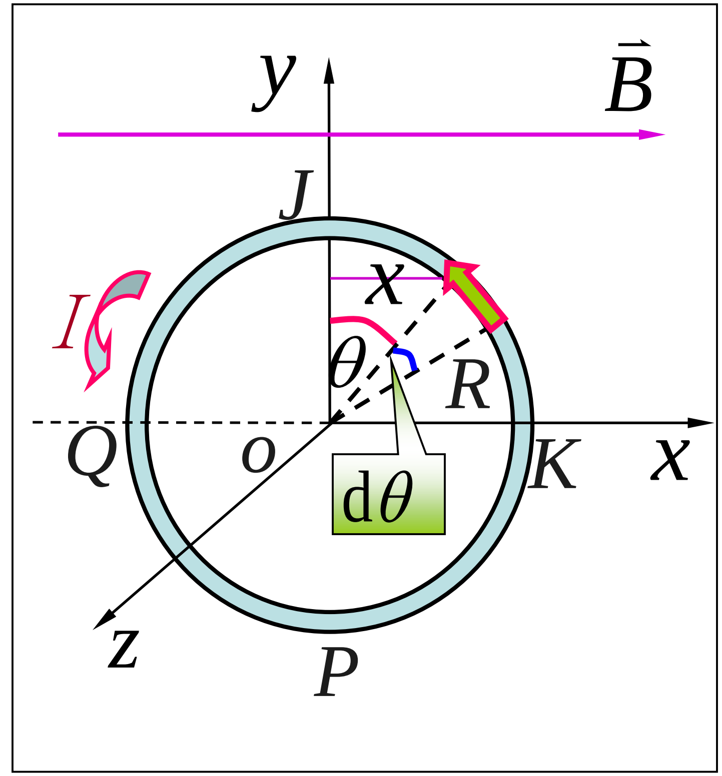
$$\mathrm{d}M = x\mathrm{d}F = I\mathrm{d}lBx\sin\theta$$

$$x = R\sin\theta, \mathrm{d}l = R\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}M = IBR^2\sin^2\theta\mathrm{d}\theta$$

$$M = IBR^2\int_0^{2\pi}\sin^2\theta\mathrm{d}\theta$$

$$M = IB\pi R^2$$



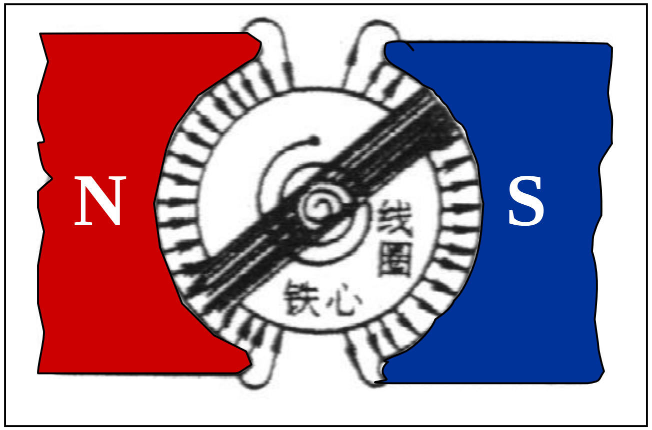
$$\vec{m} = IS\vec{k} = I\pi R^2\vec{k}$$

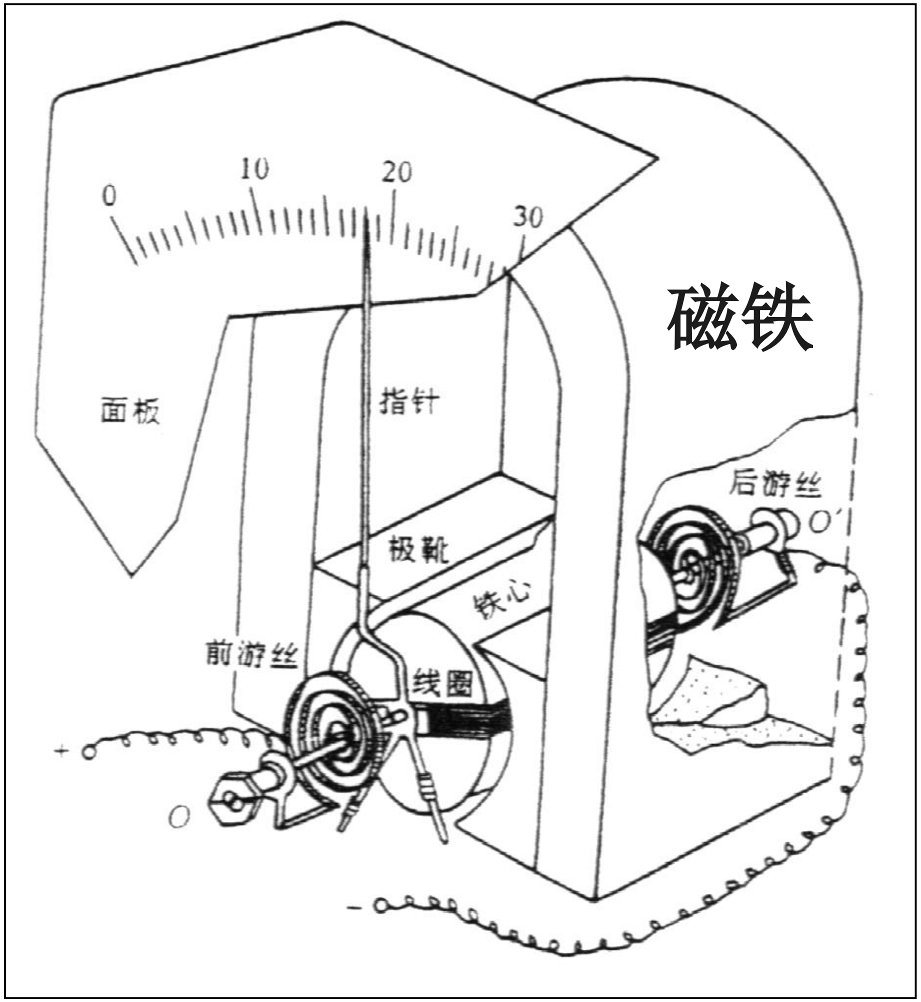
$$\vec{B} = B\vec{i}$$

$$\vec{M} = \vec{m}\times\vec{B} = I\pi R^2 B\vec{k}\times\vec{i} = I\pi R^2 B\vec{j}$$

四、磁电式电流计原理

实验测定　游丝的反抗力矩与线圈转过的角度θ成正比.





$$M' = a\theta$$

$$BNIS = a\theta$$

$$I = \frac{a}{NBS}\theta = K\theta$$

星期六　10:45 PM 59