1. 同方向同频率的两个简谐振动的合成

设一质点同时参与沿同一方向(x轴)的两个独立的同频率的简谐振动，两个振动位移为：

$$x_1 = A_1\cos(\omega t + \phi_{10}) \qquad x_2 = A_2\cos(\omega t + \phi_{20})$$

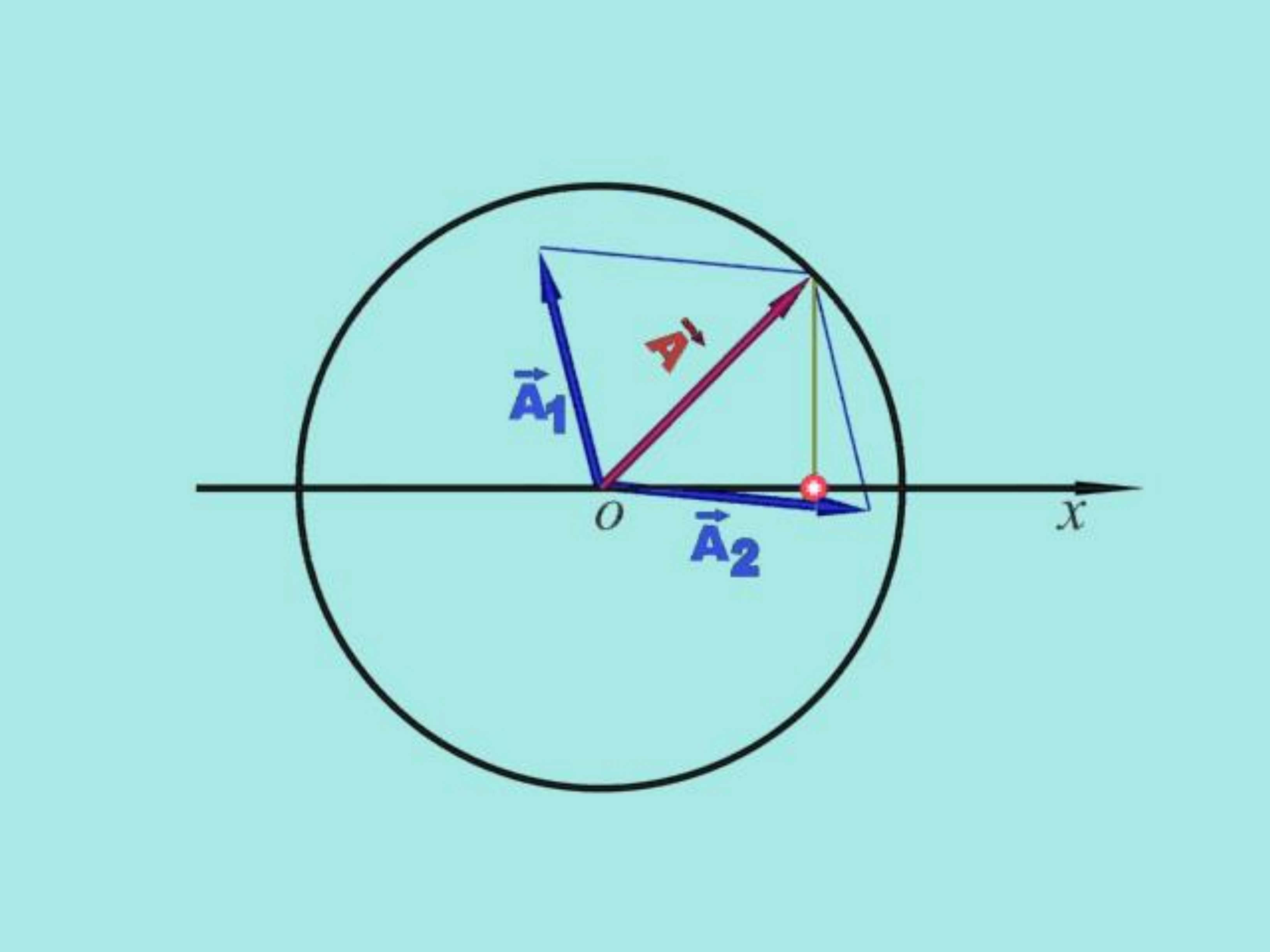
合位移： $x = x_1 + x_2 = A\cos(\omega t + \phi_0)$

$$\Rightarrow A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\phi_{20} - \phi_{10})}$$

$$\mathrm{tg}\,\phi = \frac{A_1\sin\phi_{10} + A_2\sin\phi_{20}}{A_1\cos\phi_{10} + A_2\cos\phi_{20}}$$

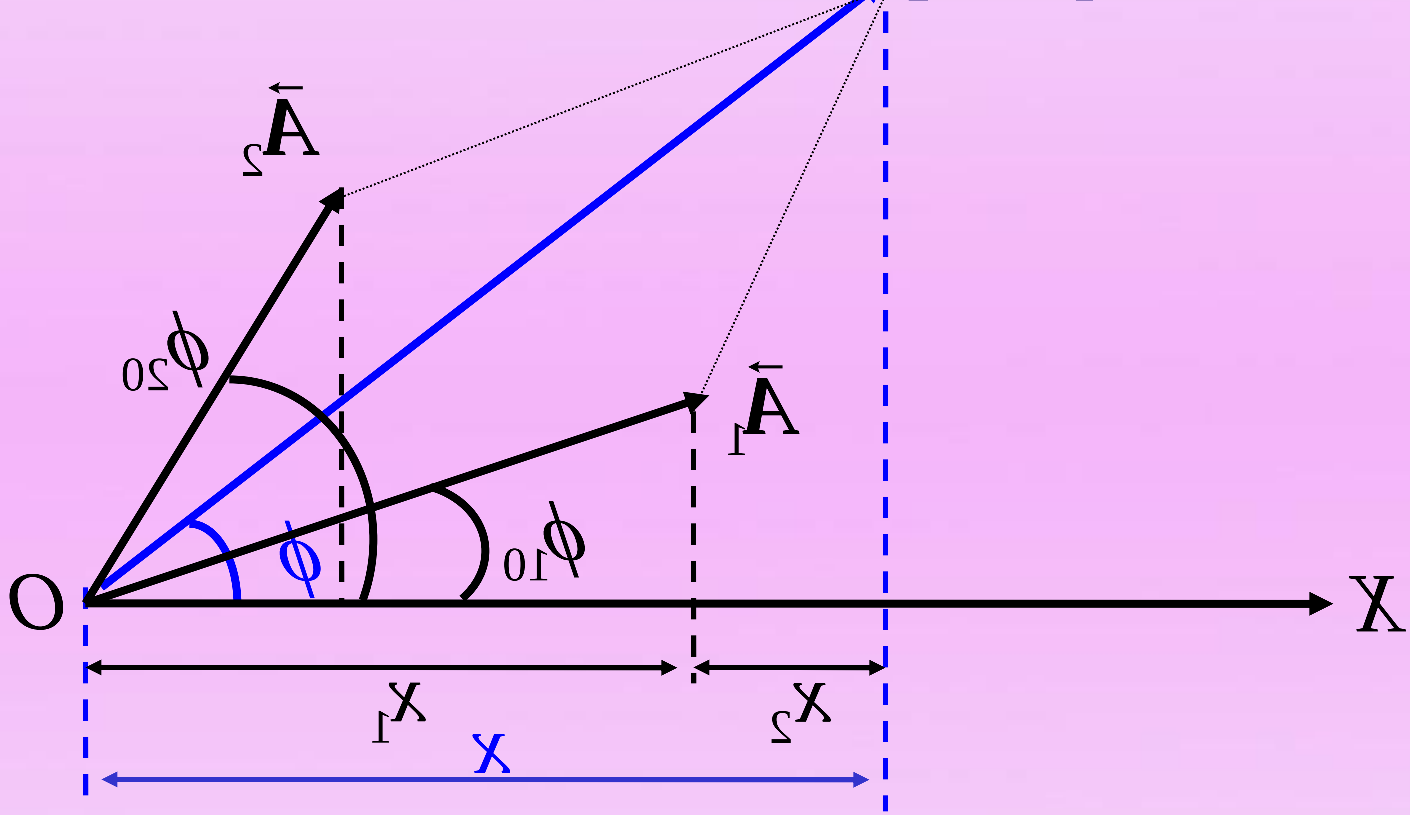
合振动仍然是简谐振动，其方向和频率与原来相同。

同方向同频率的两个简谐振动的合成



旋转矢量图示法

$$\vec{A}_2 + \vec{A}_1 = \vec{A}$$

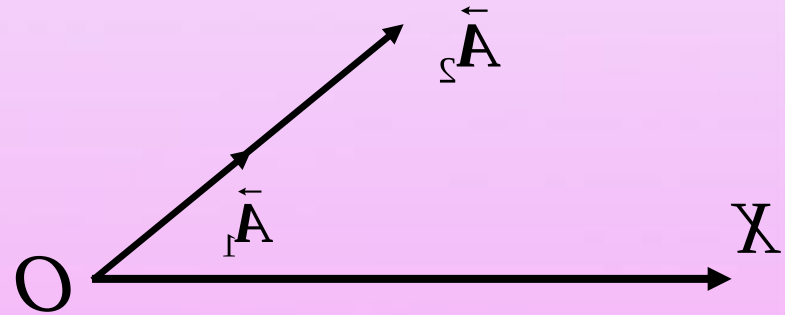


$\vec{A}$ 矢量沿 X 轴之投影表征了合运动的规律。

同方向同频率的两个简谐振动的合成

讨论：

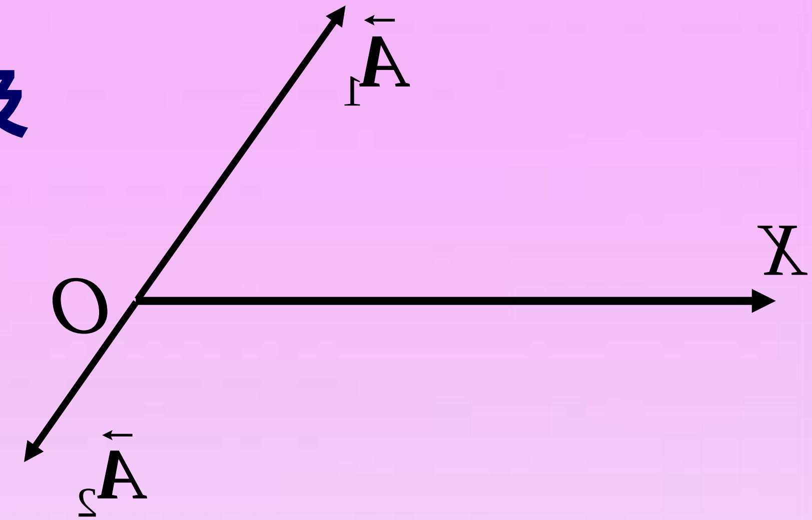
(1) 当 $\Delta\phi=\phi_{20}-\phi_{10}=2k\pi$ (k=0 及正负整数)，$\cos(\phi_{20}-\phi_{10})=1$，有



$$A=A_1+A_2$$

同相迭加，合振幅最大。

(2) 当 $\Delta\phi=\phi_{20}-\phi_{10}=(2k+1)\pi$ (k=0 及正负整数)，$\cos(\phi_{20}-\phi_{10})=0$，有



$$A=\left|A_1-A_2\right|$$

反相迭加，合振幅最小。

当 $A_1=A_2$ 时，$A=0$。

(3) 通常情况下，合振幅介于 A_1+A_2 和 $\left|A_1-A_2\right|$ 之间。

2. 同方向不同频率的两个简谐振动的合成　拍

当两个同方向简谐振动的频率不同时，在旋转矢量图示法中两个旋转矢量的转动角速度不相同，二者的相位差与时间有关，合矢量的长度和角速度都将随时间变化。

两个简谐振动的频率ω_1和ω_2很接近，且$\omega_2 > \omega_1$

$$x_1 = A_1\cos(\omega_1 t + \phi_0),\quad x_2 = A_2\cos(\omega_2 t + \phi_0)$$

两个简谐振动合成得：

$$x = x_1 + x_2$$

$$x = 2A\cos(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t)\cdot\cos(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t + \phi_0)$$

因 $\omega_1 \sim \omega_2$, $\omega_2 - \omega_1 << \omega_1$ 或 ω_2, 有

$$\frac{\omega_2 + \omega_1}{2} \approx \omega_1 \approx \omega_2$$

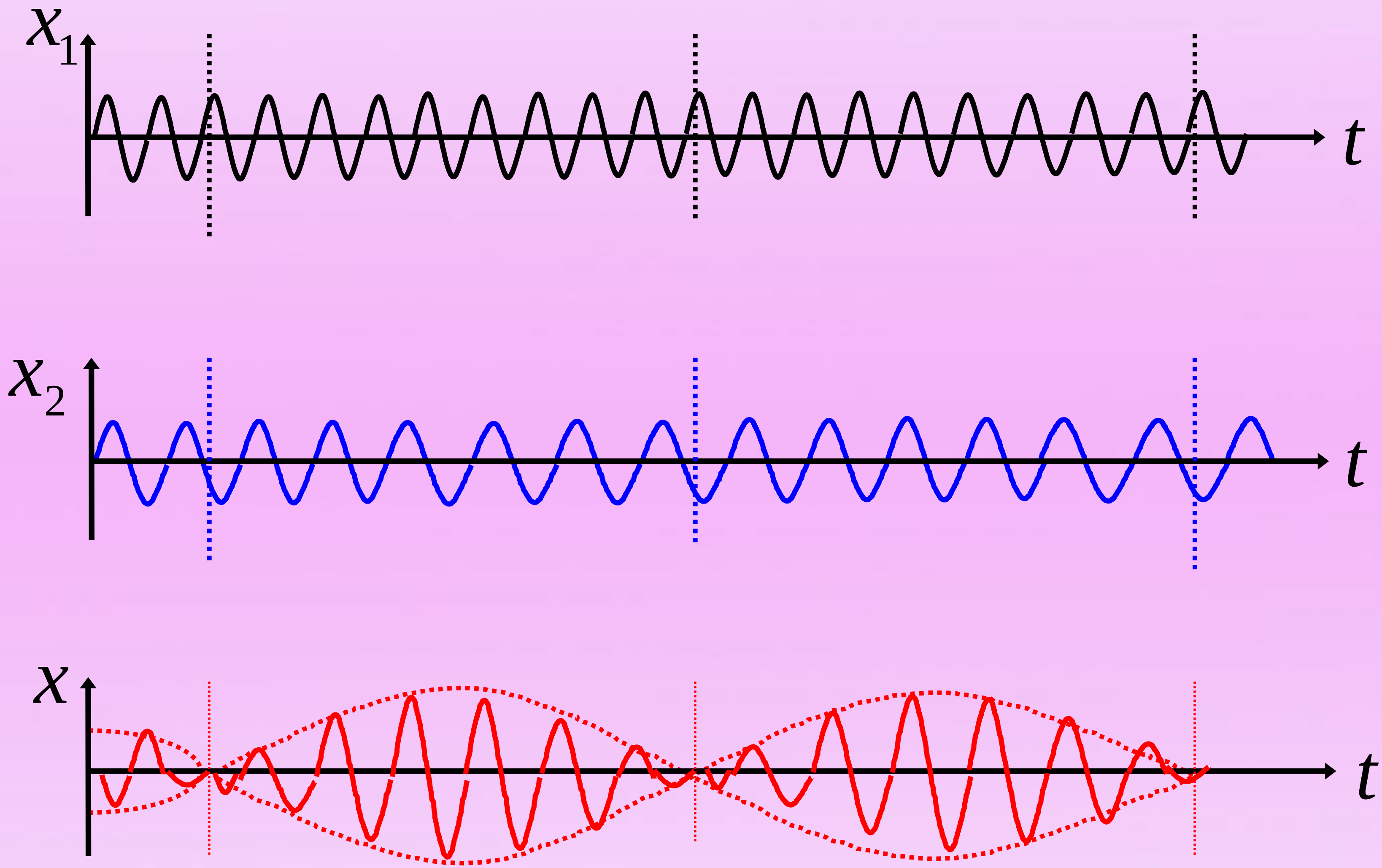
在两个简谐振动的位移合成表达式中，第一项随时间作缓慢变化, 第二项是角频率近于 ω_1 或 ω_2 的简谐函数。合振动可视为是角频率为 $(\omega_1+\omega_2)/2$、振幅为 $\left|2A\cos(\omega_2-\omega_1)t/2\right|$ 的简谐振动。

合振动的振幅随时间作缓慢的周期性的变化，振动出现时强时弱的**拍现象**。

拍频:单位时间内强弱变化的次数。

$$\gamma = \left|\frac{\omega_2 - \omega_1}{2\pi}\right| = \left|\gamma_2 - \gamma_1\right|$$

同方向不同频率的两个简谐振动的合成　拍



同方向不同频率的两个简谐振动的合成　拍