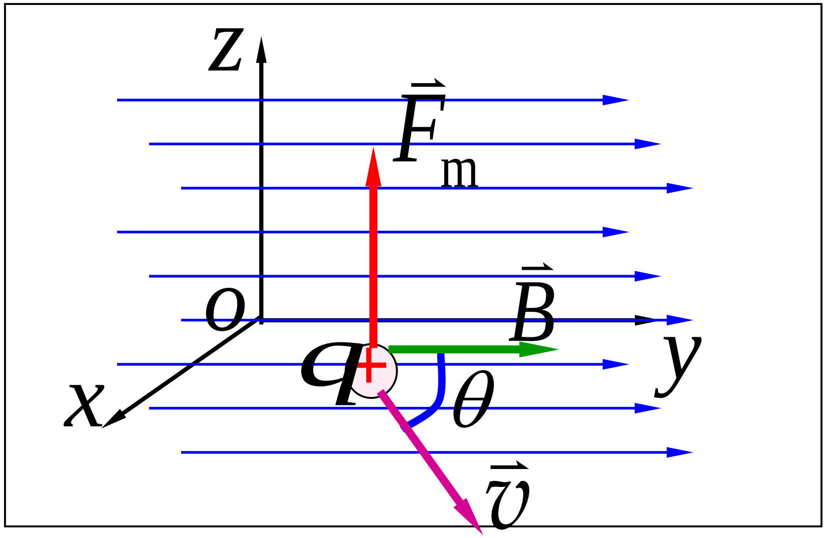
带电粒子在电场和磁场中所受作用及运动

一、带电粒子在电场和磁场中所受的力

电场力 $\vec{F}_\mathrm{e} = q\vec{E}$

磁场力（洛仑兹力）

$$\vec{F}_\mathrm{m} = q\vec{v} \times \vec{B}$$



方向：即以右手四指 $\vec{v}$ 由经小于 180° 的角弯向 $\vec{B}$，拇指的指向就是正电荷所受洛仑兹力的方向.

运动电荷在电场和磁场中受的力

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

例： 一质子沿着与磁场垂直的方向运动, 在某点它的速率为 $3.1\times10^{6}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. 由实验测得这时质子所受的洛仑兹力为 $7.4\times10^{-14}\,\mathrm{N}$.求该点的磁感强度的 大小.

解 由于 $\vec{v}$ 与垂直 $\vec{B}$ ，可得

$$B=\frac{F}{qv}=\frac{7.4\times10^{-14}}{1.6\times10^{-19}\times3.1\times10^{6}}T=0.15T$$

问 1）洛仑兹力作不作功?

2）负电荷所受的洛仑兹力方向?

例：宇宙射线中的一个质子以速率v= 1.0×10^7m/s竖直进入地球磁场内，估算作用在这个质子上的磁力有多大？

解:在地球赤道附近的地磁场沿水平方向，靠近地面处的磁感应强度约为B= 0.3×10^{-4}T ，已知质子所带电荷量为q =1.6×10^{-19} C ，按洛仑兹力公式，可算出场强对质子的作用力为

$$\vec{F} = qv\vec{B}\sin\theta$$

$$= 1.6\times10^{-19}\times1.0\times10^{7}\times0.3\times10^{-4}\times\sin 90^{0}\,N$$

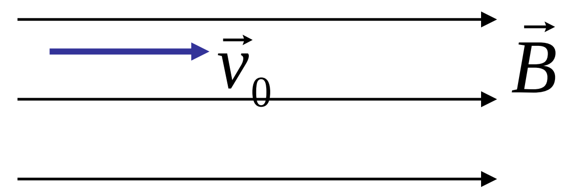
$$= 4.8\times10^{-17}\,N$$

这个力约是质子重量(mg=1.6×10^{-26}N）的10^9倍，因此当讨论微观带电粒子在磁场中的运动时，一般可以忽略重力的影响。

二、带电粒子在磁场中运动

设有一**均匀磁场**，磁感应强度为 $\vec{B}$，一电荷量为 q、质量为 m 的粒子，以初速 $\vec{v}_0$ 进入磁场中运动。

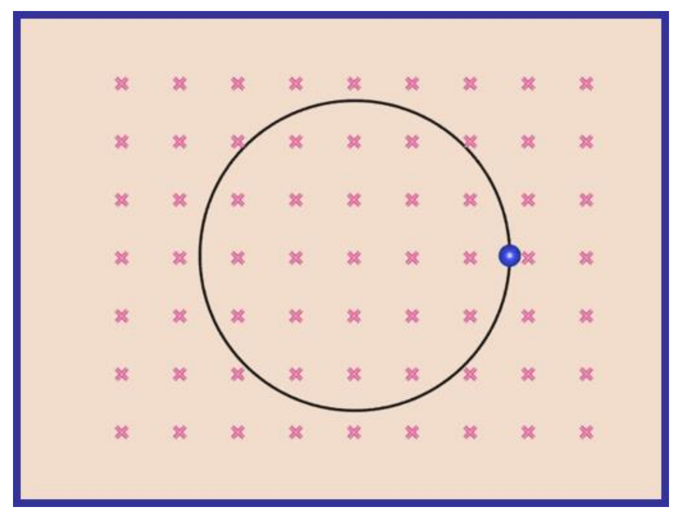
（1）如果 $\vec{v}_0$ 与 $\vec{B}$ 相互平行



$$F = 0$$

粒子作匀速直线运动。

（2）如果 $\vec{v}_0$ 与 $\vec{B}$ 垂直



$$F = qv_0B$$

粒子作匀速圆周运动。

$$F = qv_0B$$

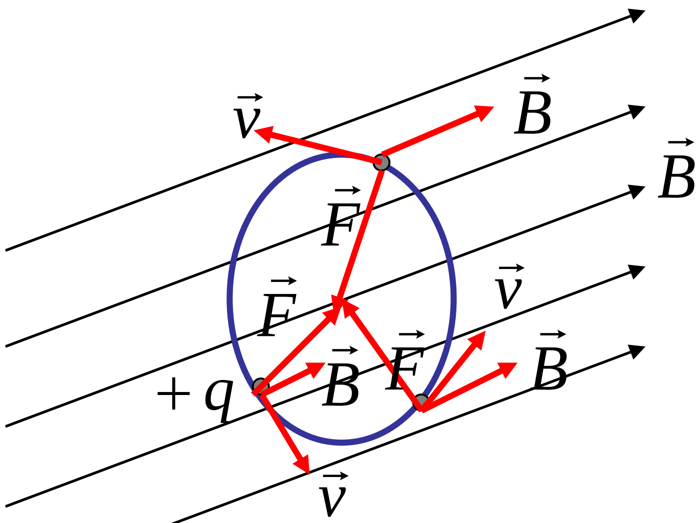
$$qv_0B = m\frac{v_0^2}{R}$$

轨道半径

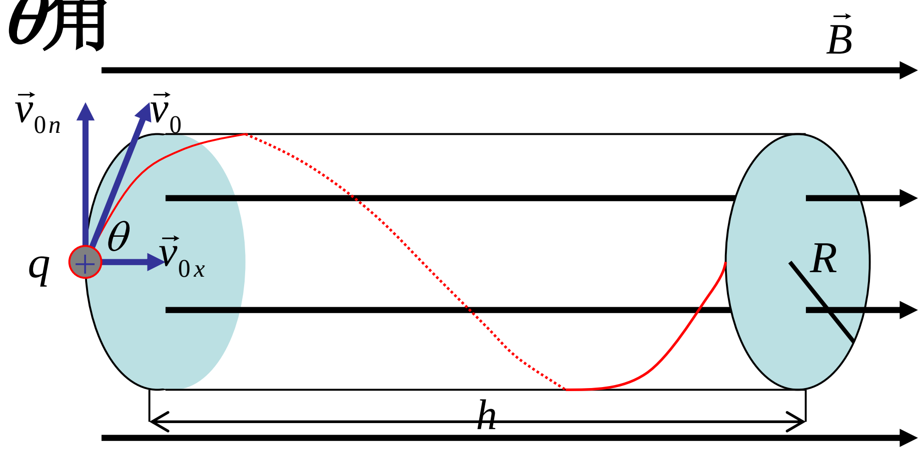
$$\Rightarrow \quad R = \frac{mv_0}{qB}$$

周期

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = 2\pi\frac{m}{qB}$$



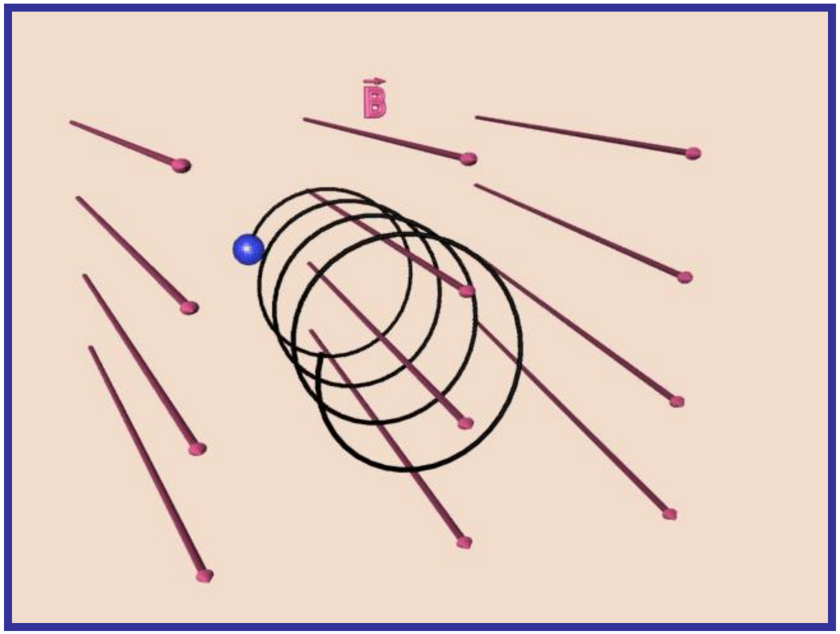
（3）如果$\vec{v}_0$与$\vec{B}$斜交成θ角



$$\vec{v}_{0x} = \vec{v}_0 \cos\theta$$

$$\vec{v}_{0n} = \vec{v}_0 \sin\theta$$

粒子作螺旋运动。



$$R = \frac{mv_{0n}}{qB}$$

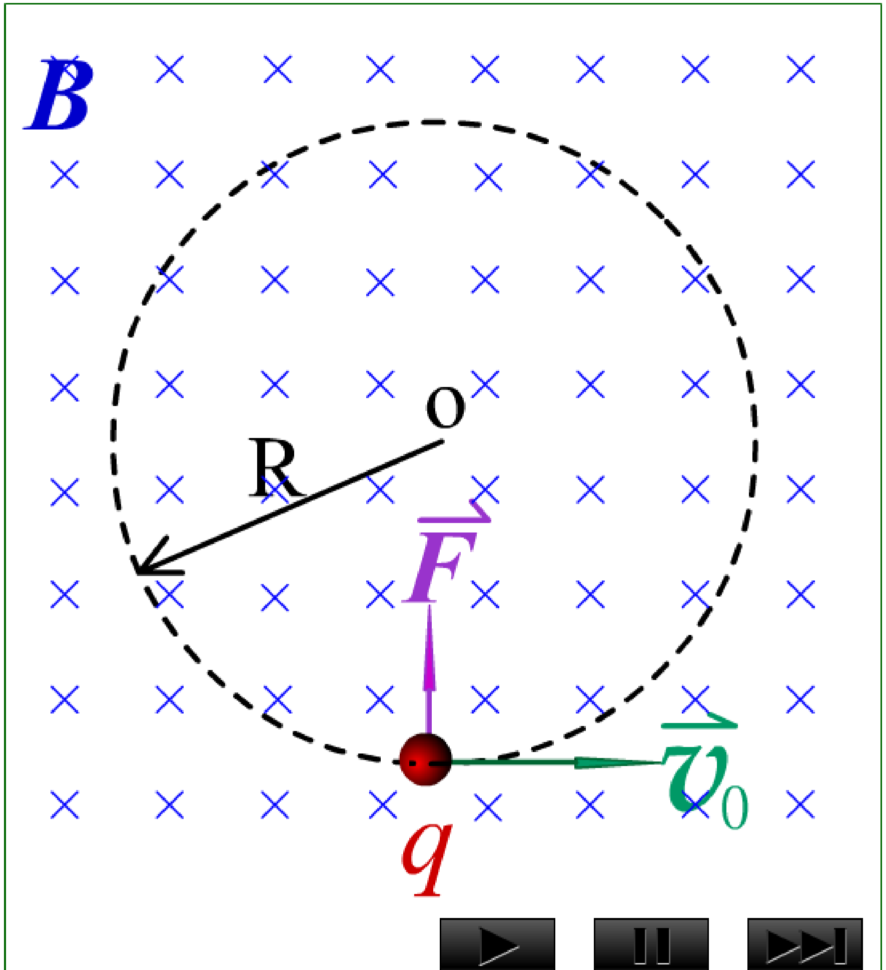
$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$h = v_{0x}T = v_{0x}\frac{2\pi m}{qB}$$

三、带电粒子在磁场中运动举例

1．回旋半径和回旋频率

$$\boxed{\vec{v}_0 \perp \vec{B}}$$



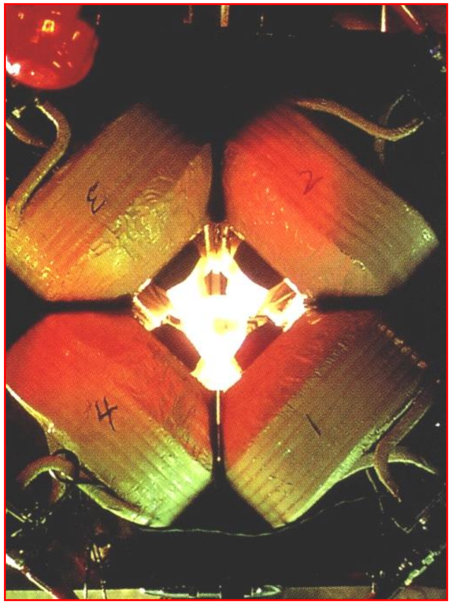
$$qv_0B = m\frac{v_0^{\ 2}}{R}$$

$$R = \frac{mv_0}{qB}$$

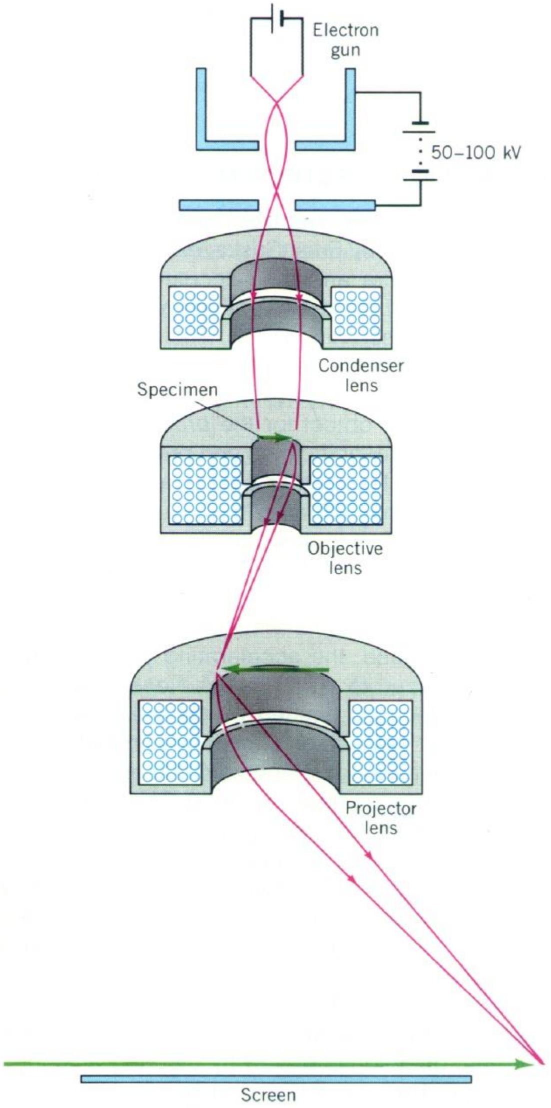
$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}$$

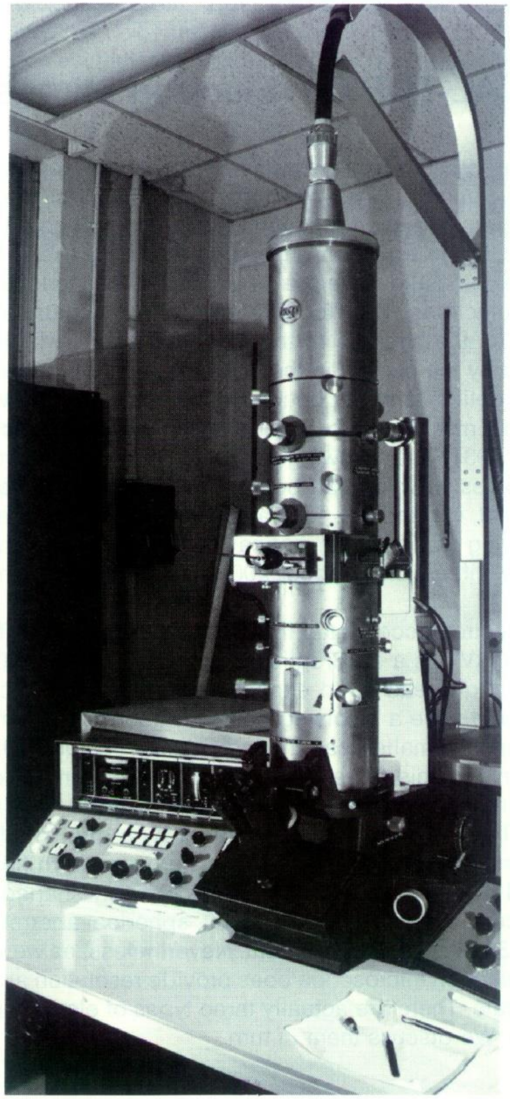
$$\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}}$$

2． 磁聚焦



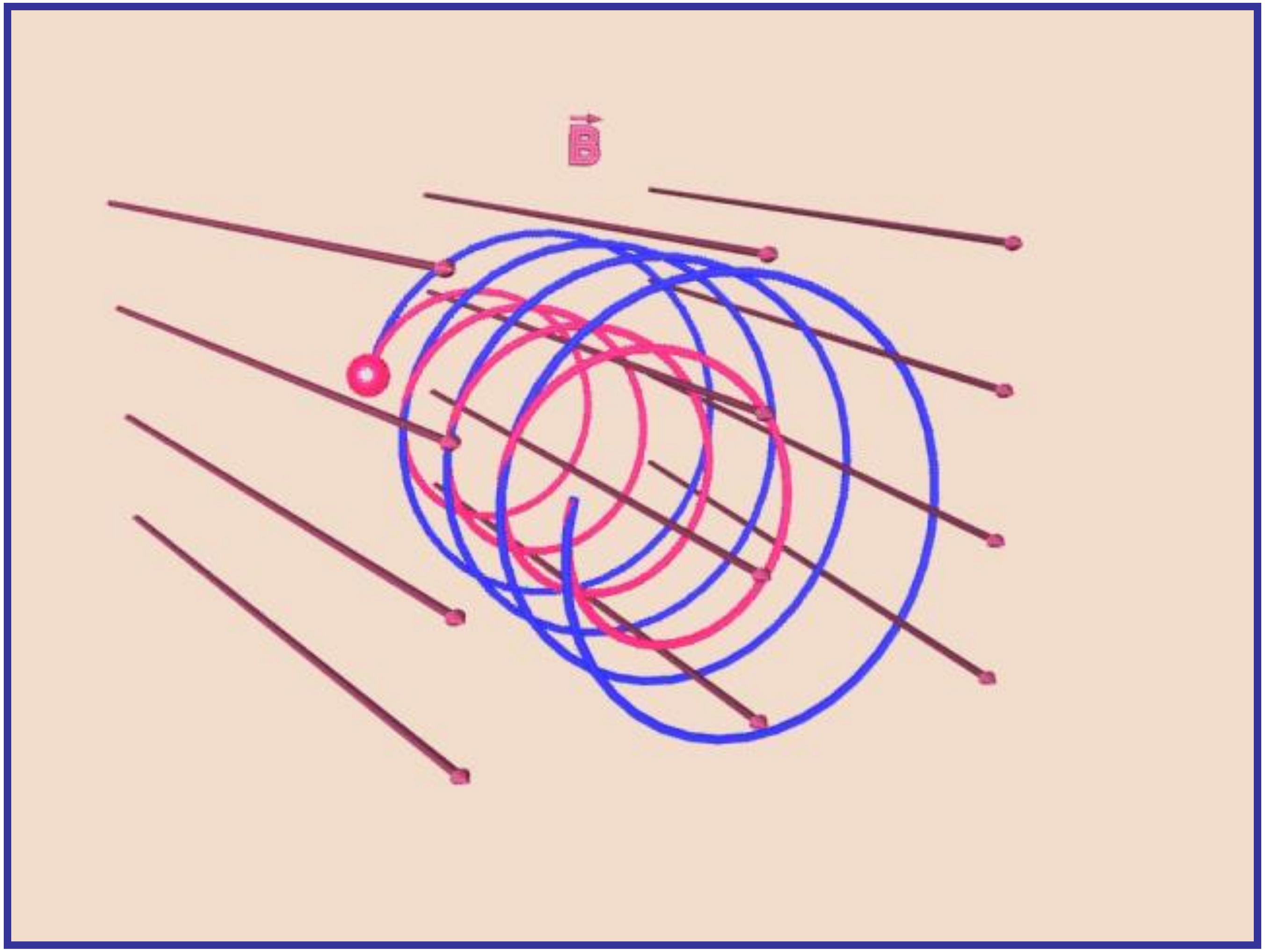
聚焦磁极





电子显微镜中的磁聚焦

星期六 10:45 PM 29



磁聚焦

星期六 10:45 PM 29

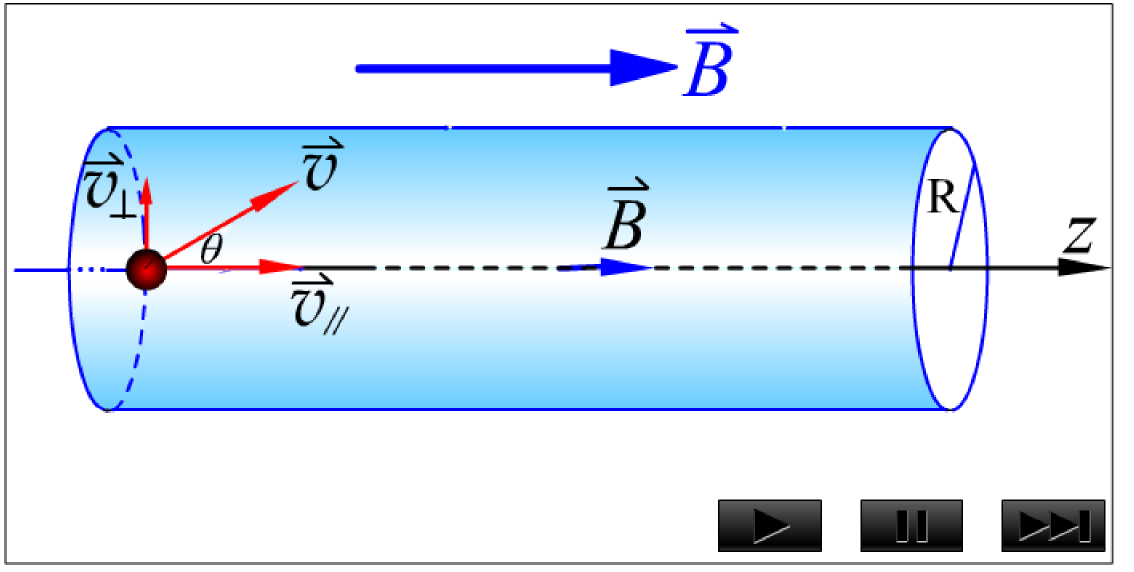
洛仑兹力 $\boxed{\vec{F}_{\mathrm{m}} = q\vec{v}\times\vec{B}}$ （洛仑兹力不做功）

$\vec{v}$ 与 $\vec{B}$ 不垂直

$$\vec{v} = \vec{v}_{/\!/} + \vec{v}_{\perp}$$

$$v_{/\!/} = v\cos\theta$$

$$v_{\perp} = v\sin\theta$$

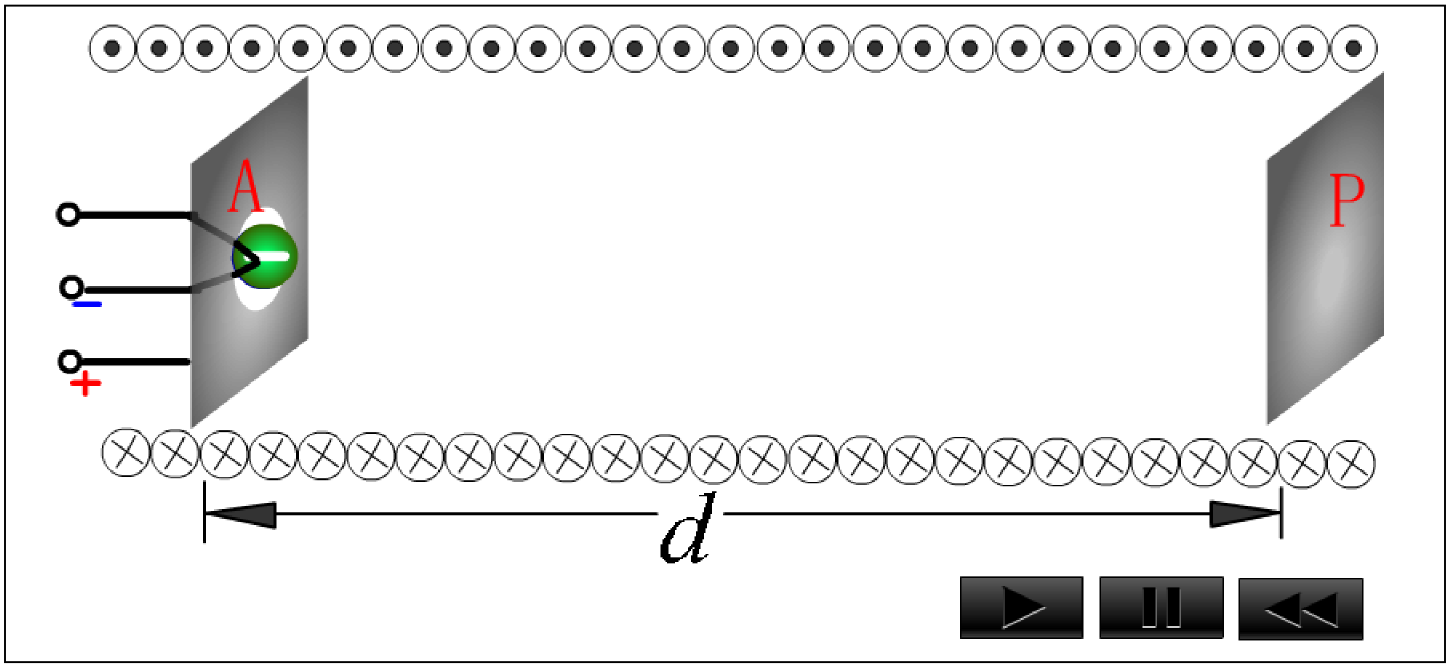


$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} \qquad T = \frac{2\pi\, m}{qB}$$

螺距 $d = v_{/\!/}T = v\cos\theta\,\dfrac{2\pi\, m}{qB}$

星期六 10:45

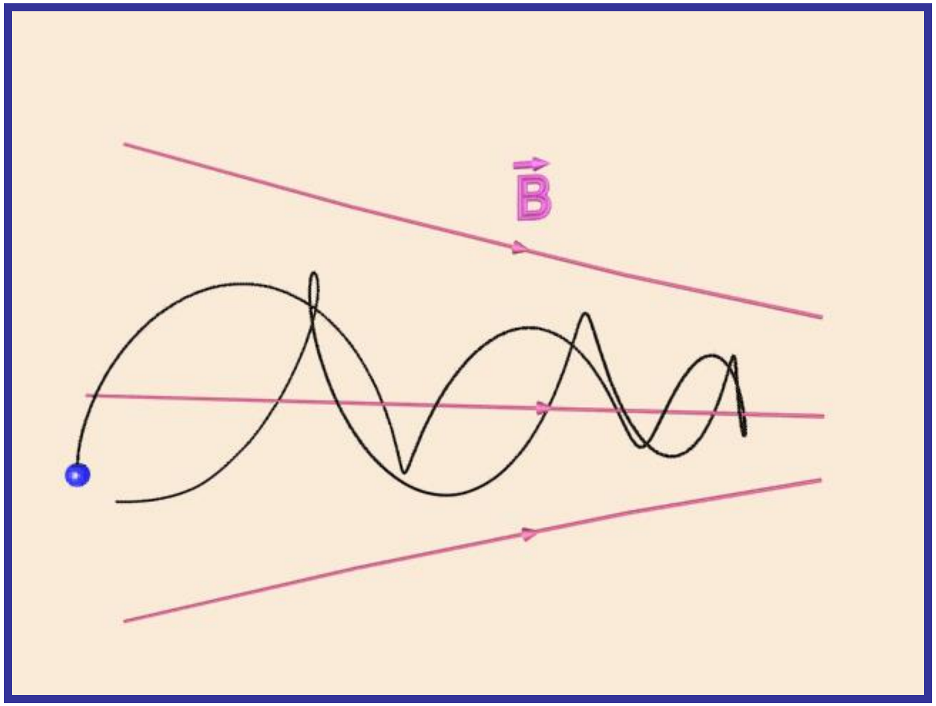
◆ **磁聚焦** 在均匀磁场中某点 A 发射一束初速相差不大的带电粒子, 它们的 $\vec{v}_0$ 与 $\vec{B}$ 之间的夹角 θ 不尽相同，但都较小，这些粒子沿半径不同的螺旋线运动, 因螺距近似相等, 都相交于屏上同一点, 此现象称之为磁聚焦 .

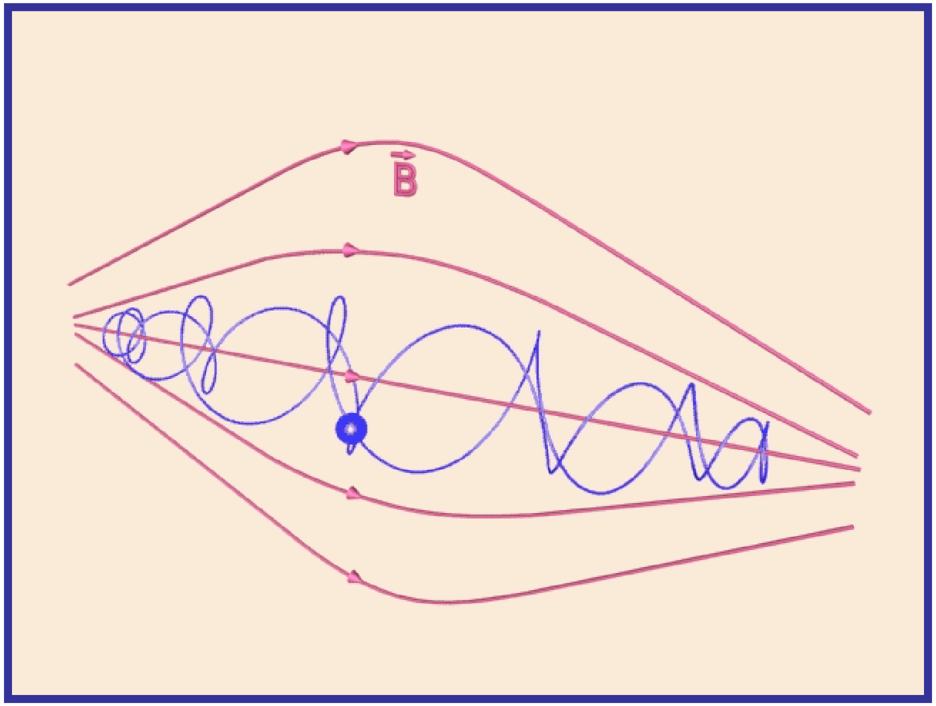


◆ **应用** 电子光学， 电子显微镜等 .

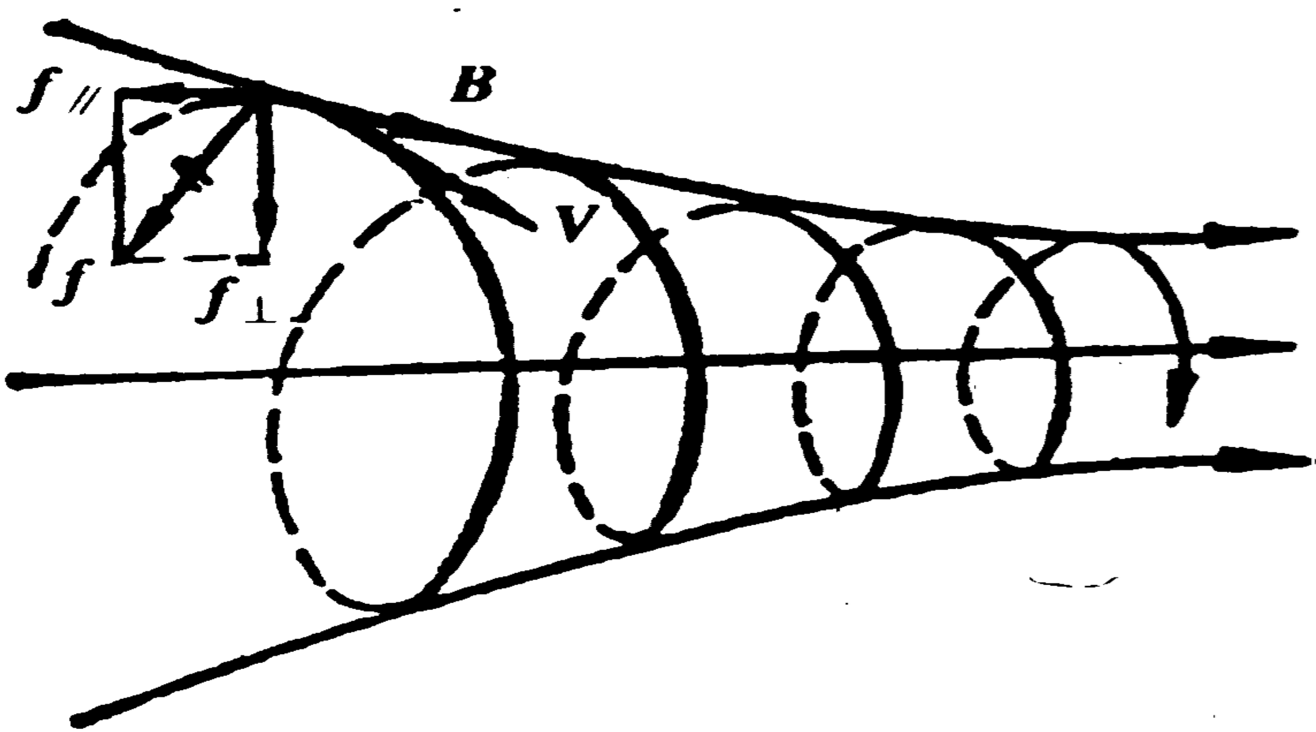
星期六 10:45 PM 29

四、带电粒子在非均匀磁场中运动



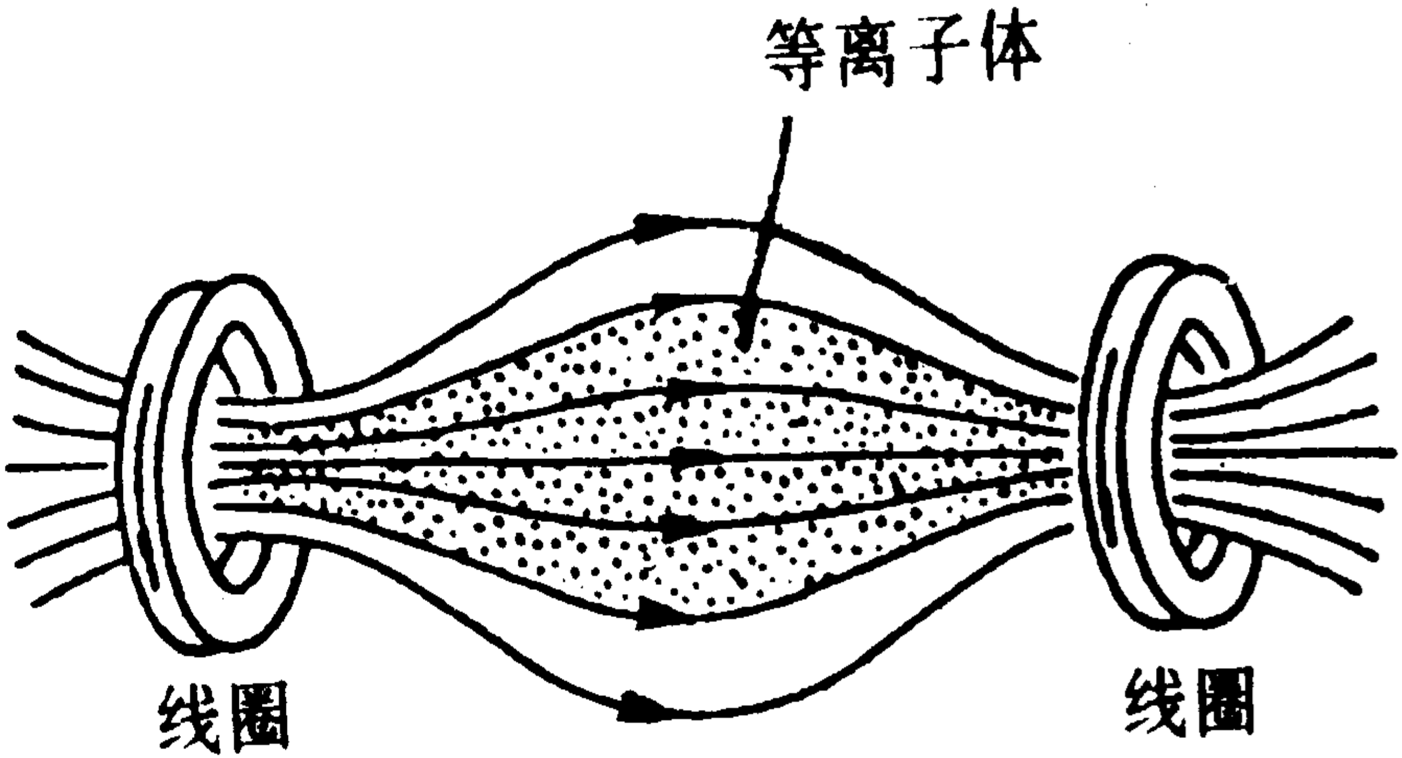


（1）会聚磁场中作螺旋运动的带正电的粒子掉向返转

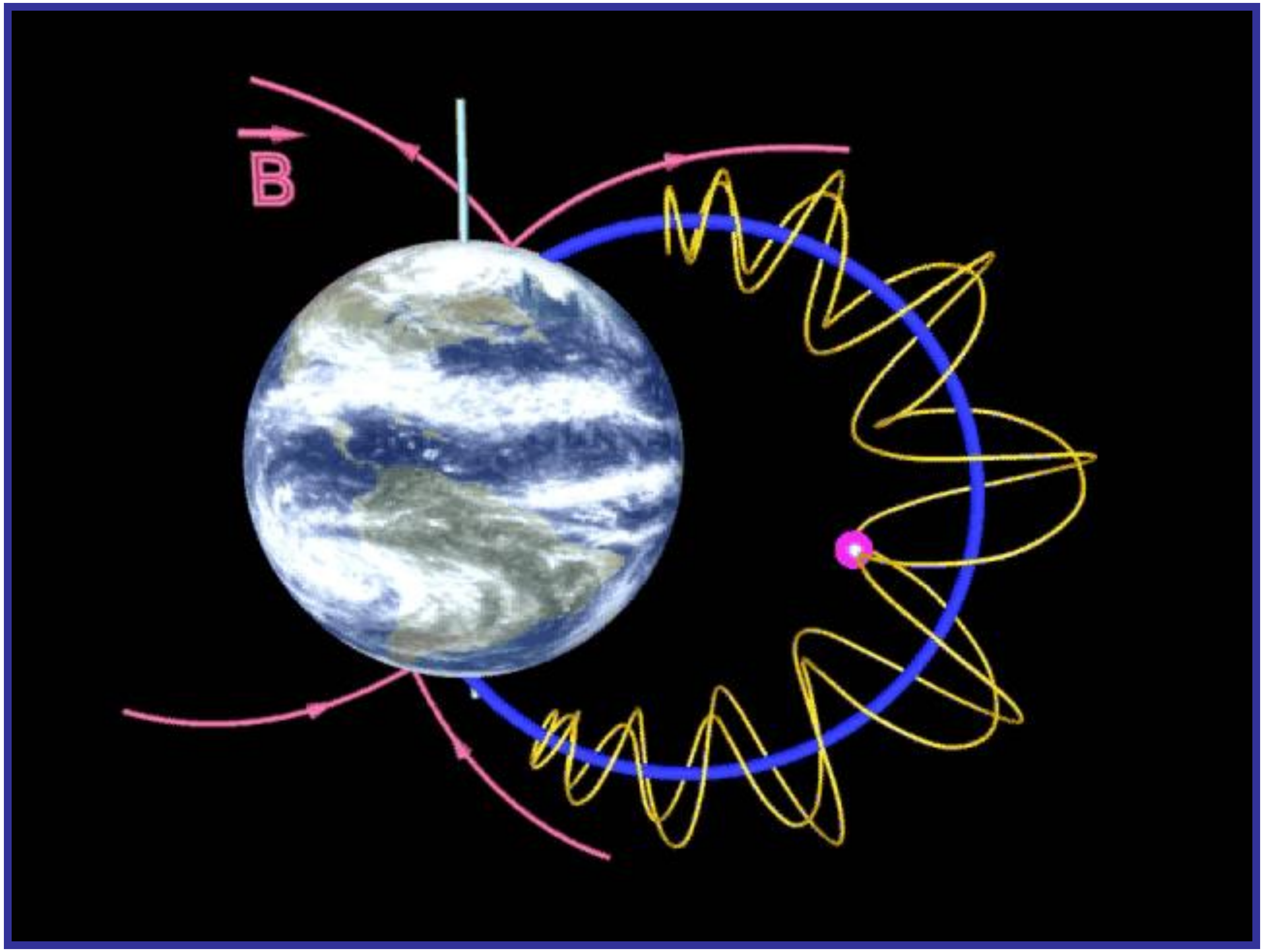


星期六 10:45 PM 29

（2）磁约束装置

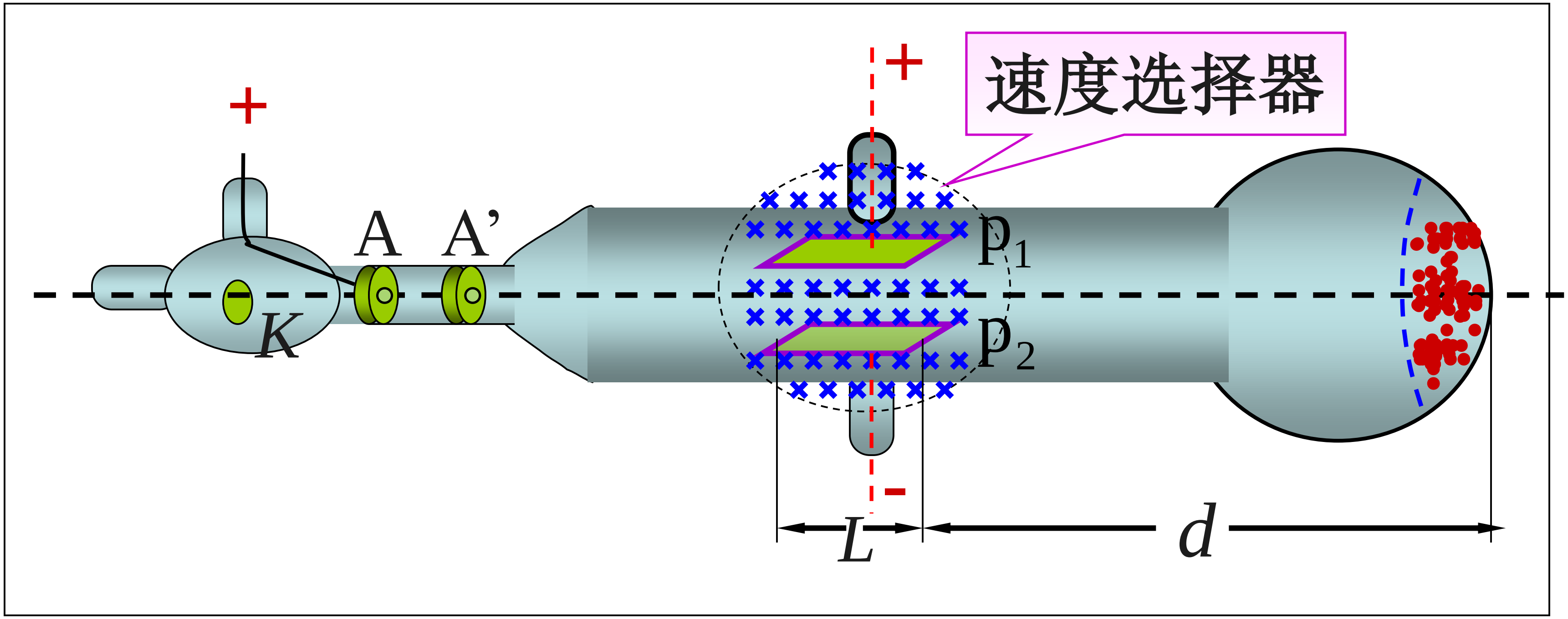


（3）非均匀磁场的应用：范•艾仑(Van Allen)辐射带

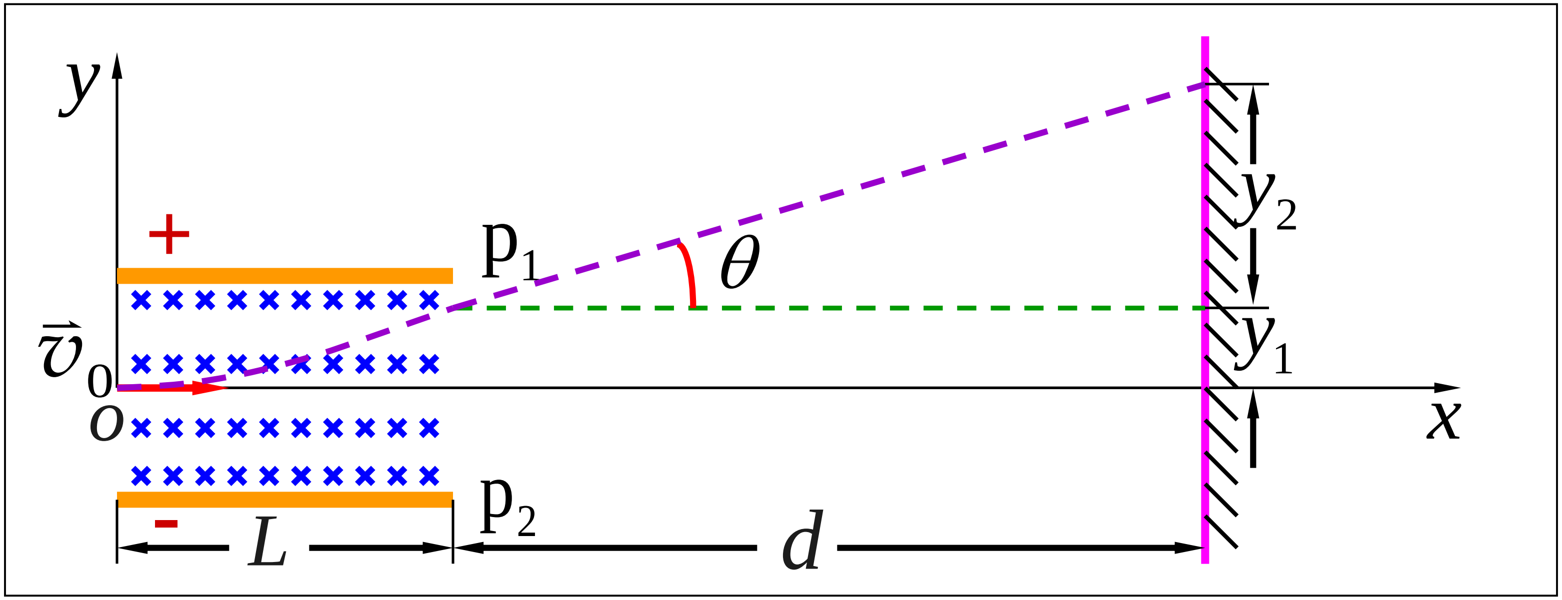


五、带电粒子在电场和磁场中运动举例

1．电子比荷的测定



$$e\vec{E} = e\vec{v}_0 \times \vec{B} \qquad v_0 = \frac{E}{B}$$

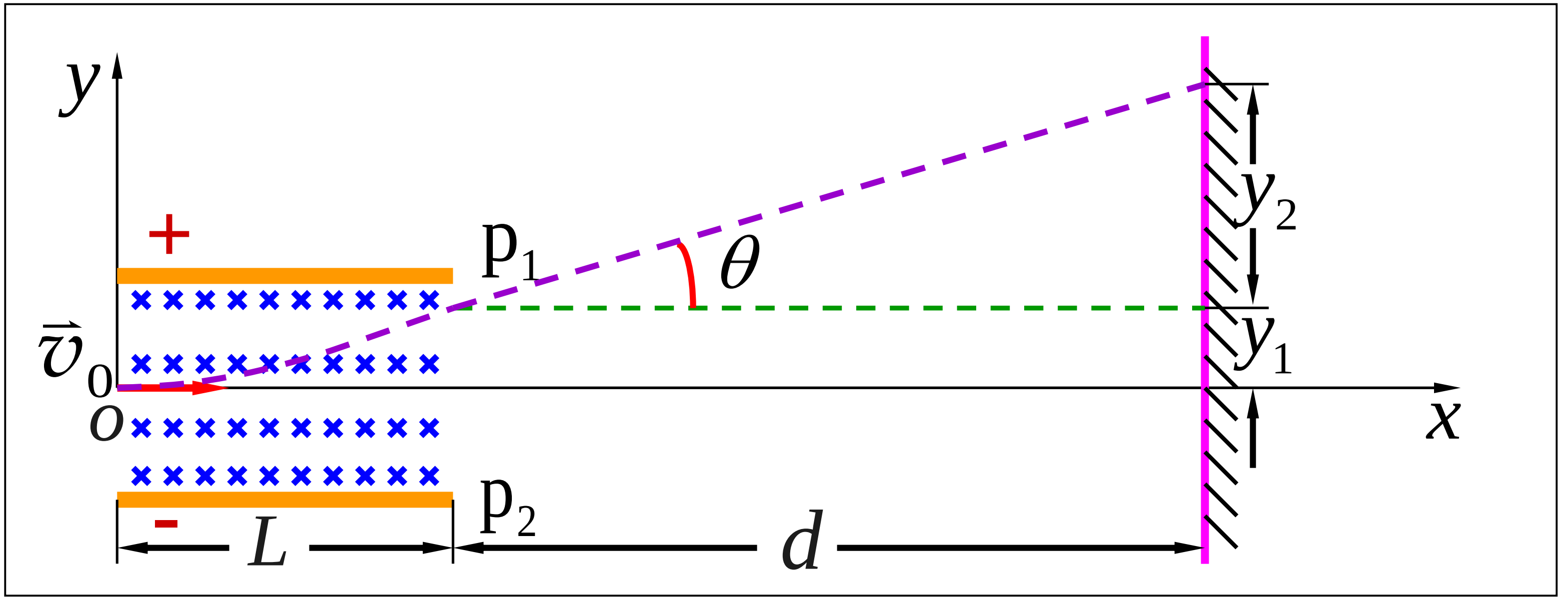


$$y_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}\left(\frac{L}{v_0}\right)^2$$

$$v_y = at = \frac{eE}{m_e}\frac{L}{v_0}$$

$$\theta = \arctan\frac{v_y}{v_0} = \arctan\frac{eEL}{m_e v_0^2}$$

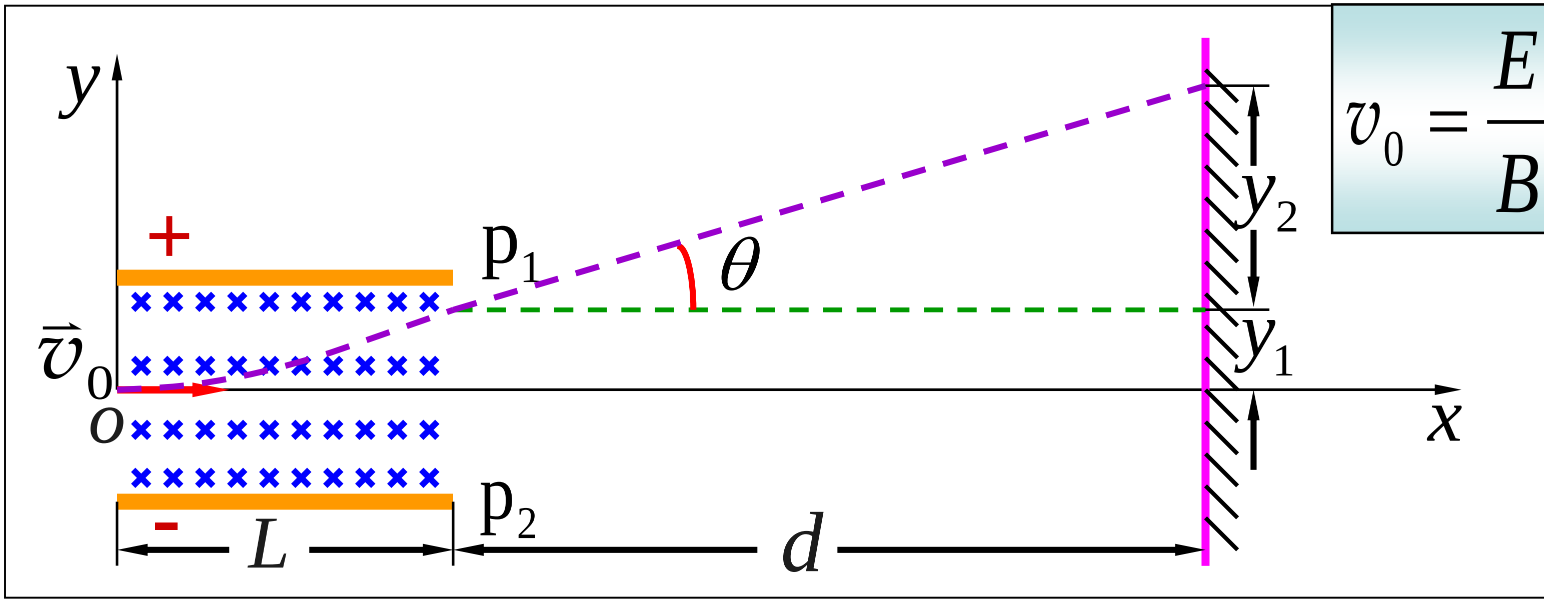
$$y_2 = d\tan\theta = \frac{eE}{m_e}\frac{Ld}{v_0^2}$$



$$y_1 = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}\left(\frac{L}{v_0}\right)^2 \qquad y_2 = d\tan\theta = \frac{eE}{m_e}\frac{Ld}{v_0^2}$$

$$y = y_1 + y_2 = \frac{1}{2}\frac{eE}{m_e}\left(\frac{L}{v_0}\right)^2 + \frac{eE}{m_e}\frac{Ld}{v_0^2}$$

星期六 10:45 PM 29



$$v_0 = \frac{E}{B}$$

$$y = \frac{e}{m_e}\frac{E}{v_0^2}\left(Ld + \frac{L^2}{2}\right)$$

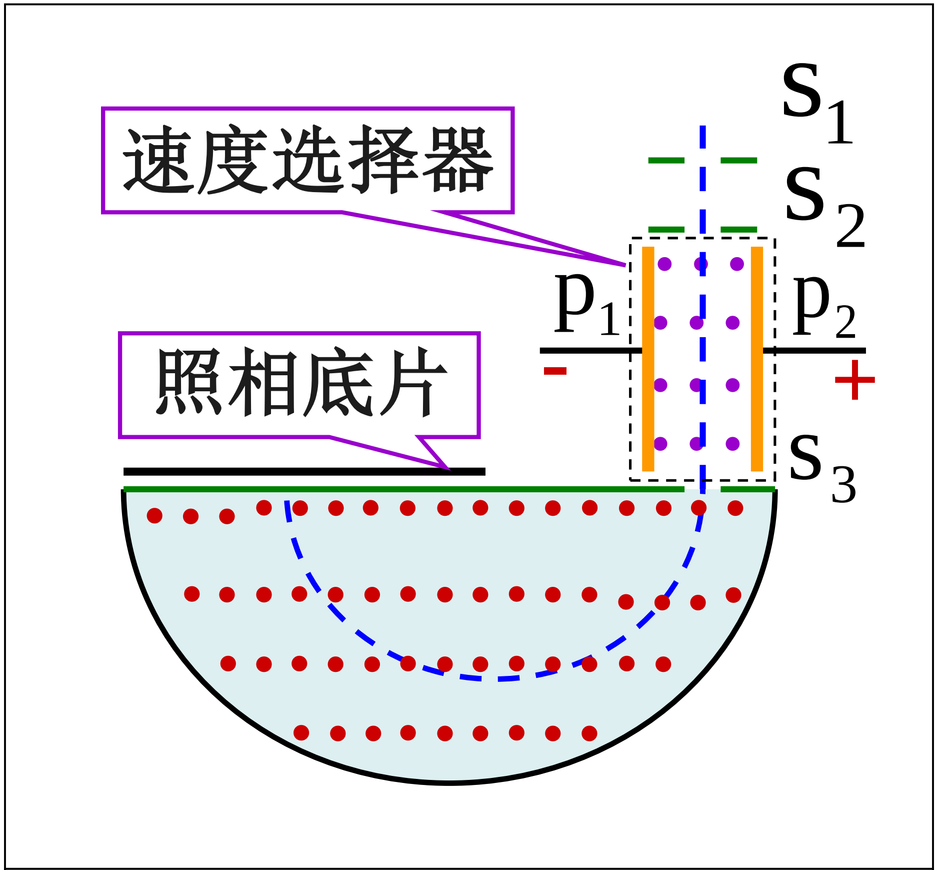
$$\frac{e}{m_e} = \frac{v_0^2}{E}y\left(Ld + \frac{L^2}{2}\right)^{-1}$$

上述计算的条件 $v << c$

电子比荷 $$\frac{e}{m_e} = \frac{E}{B^2}y\left(Ld + \frac{L^2}{2}\right)^{-1}$$

星期六 10:45 PM 29

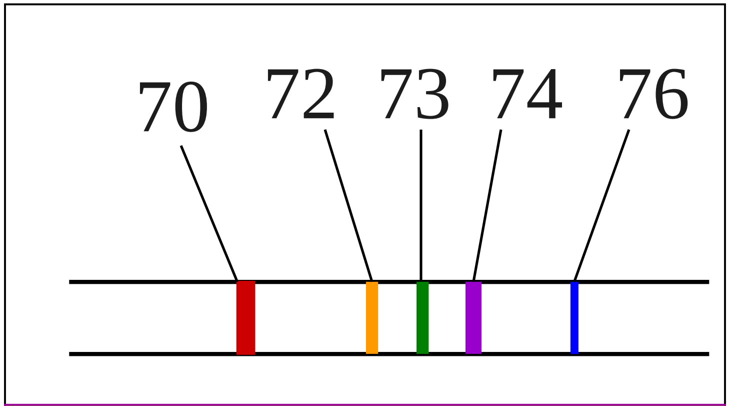
2．质谱仪



质谱仪的示意图

$$qvB' = m\frac{v^2}{R}$$

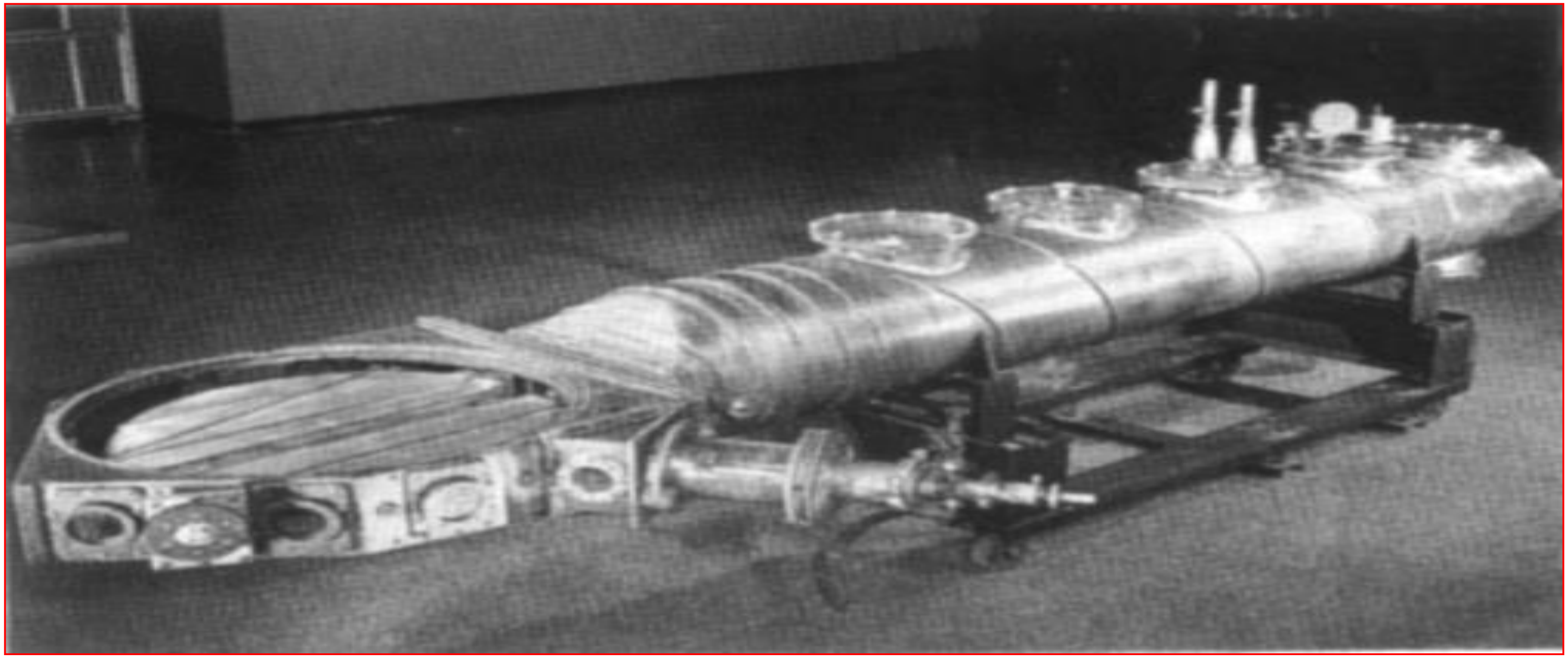
$$m = \frac{qB'R}{v}$$



锗的质谱

星期六 10:45 PM 29

3． 回旋加速器



1932年劳伦斯研制第一台回旋加速器的D型室.

第一台回旋加速器真空室直径：10.2cm

此加速器可将质子和氘核加速到1MeV的能量，为此1939年劳伦斯获得诺贝尔物理学奖.

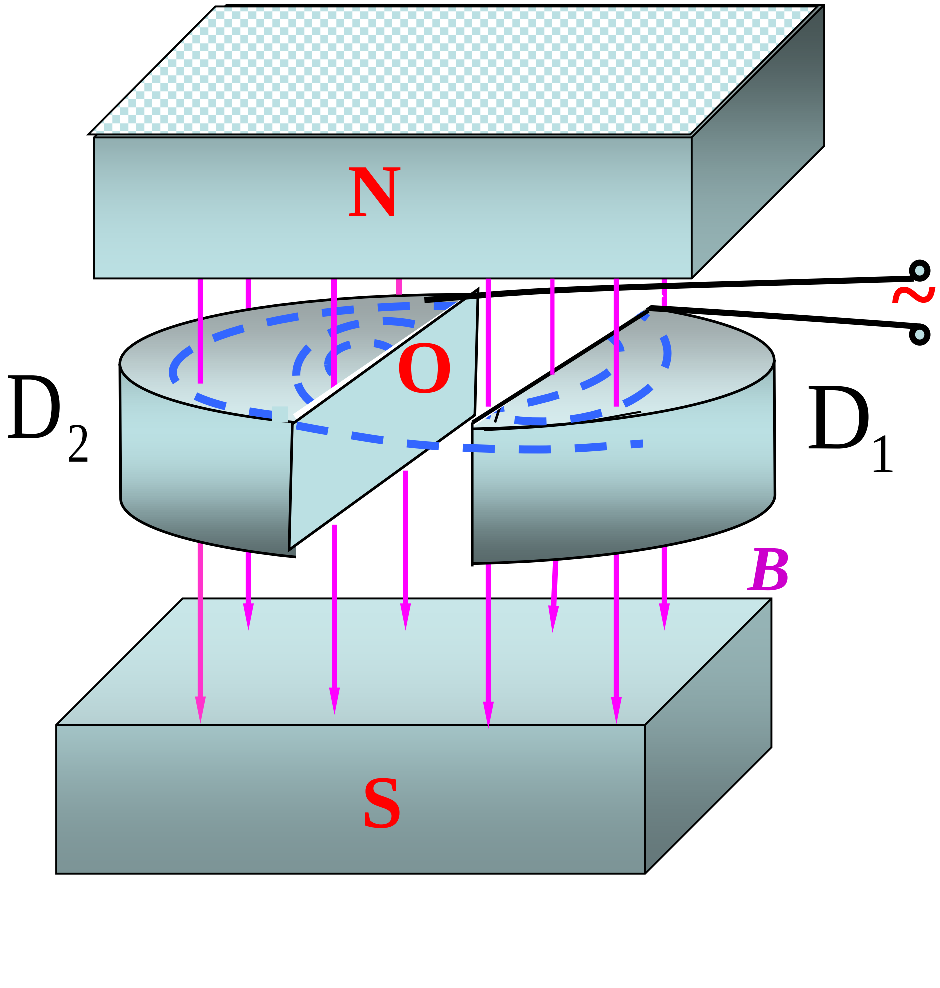
星期六 10:45 PM 29

美国费米实验室大型加速器：直径 2000 m

星期六 10:45 PM 29

欧洲核子研究中心(CERN)座落在日内瓦郊外的加速器：大环是直径8.6km的强子对撞机，中环是质子同步加速器。

星期六 10:45 PM 29



回旋加速器原理图

频率与半径无关

$$f=\frac{qB}{2\pi m}$$

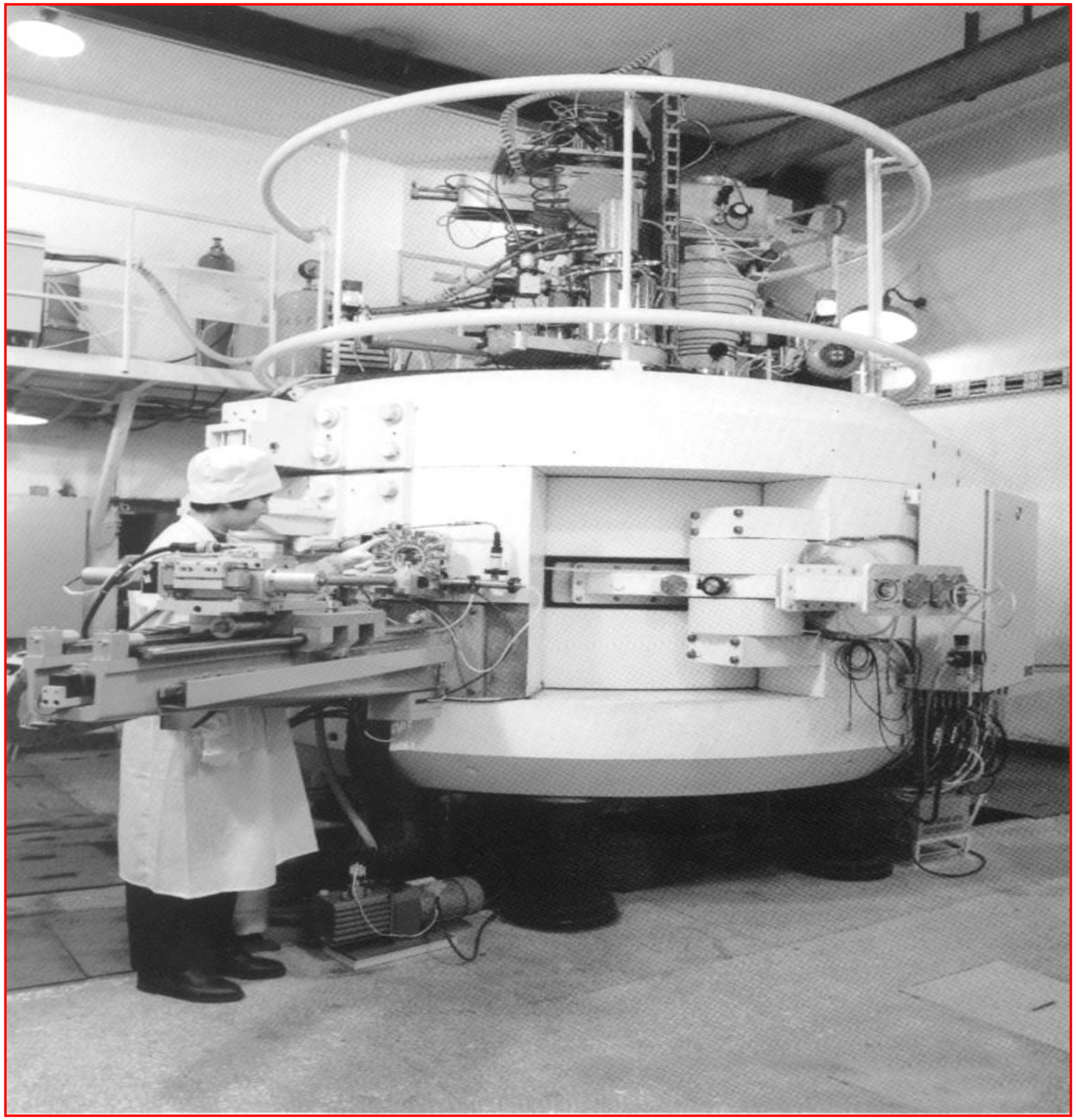
到半圆盒边缘时

$$v=\frac{qBR_0}{m}$$

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2$$

$$E_k=\frac{q^2B^2R_0^2}{2m}$$

星期六 10:45 PM 29



我国于1994年建成的第一台强流质子加速器，可产生数十种中短寿命放射性同位素．

例 2　有一回旋加速器，他的交变电压的频率为$12\times10^{6}\,\mathrm{Hz}$，半圆形电极的半径为0.532m．**问**加速氘核所需的磁感应强度为多大？氘核所能达到的最大动能为多大？其最大速率有多大？（已知氘核的质量为 $3.3\times10^{-27}\,\mathrm{kg}$，电荷为$1.6\times10^{-19}\,\mathrm{C}$）．

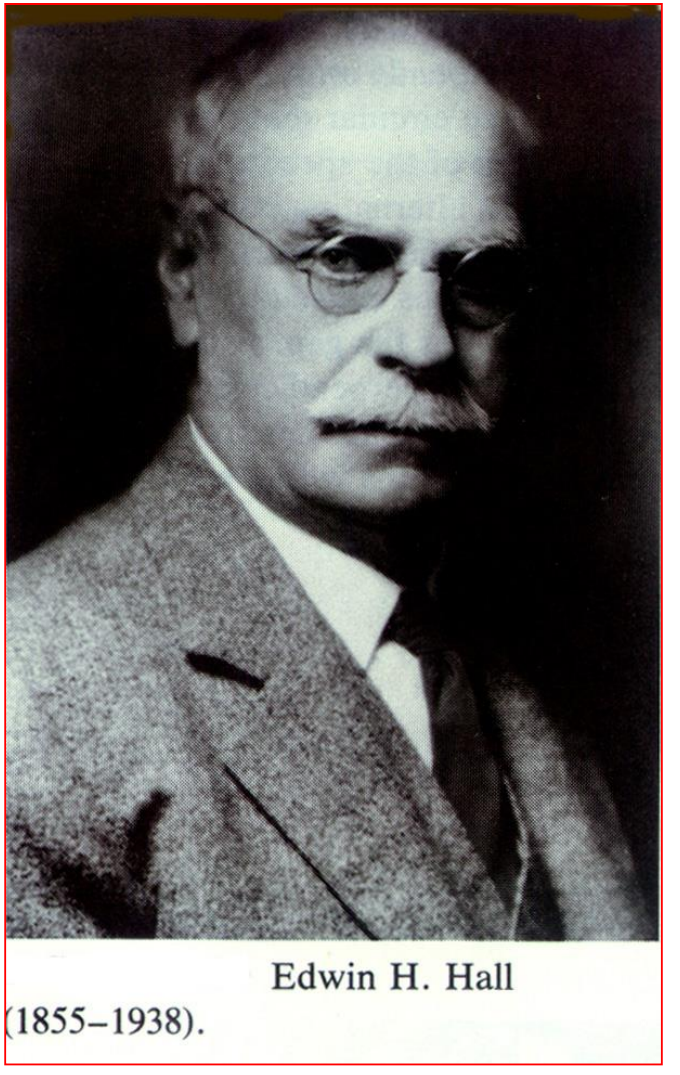
解　由粒子的回旋频率公式，可得

$$B=\frac{2\pi mf}{q}=\frac{2\pi\times3.3\times10^{-27}\times12\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}}\mathrm{T}=1.56\mathrm{T}$$

$$E_{\mathrm{k}}=\frac{q^{2}B^{2}R_{0}^{2}}{2m}=16.7\mathrm{MeV}$$

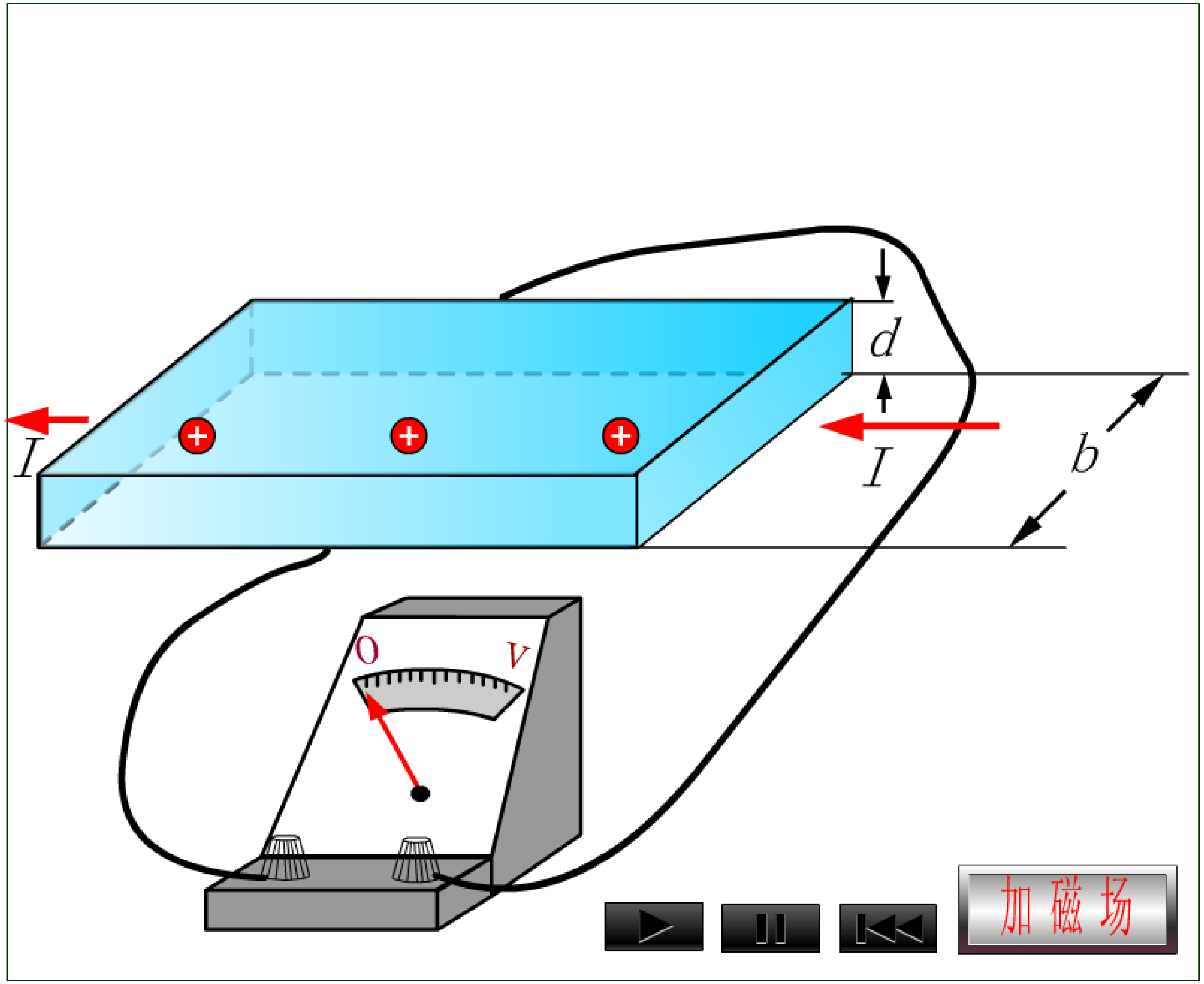
$$v=\frac{qBR_{0}}{m}=4.02\times10^{7}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

4． 霍耳效应

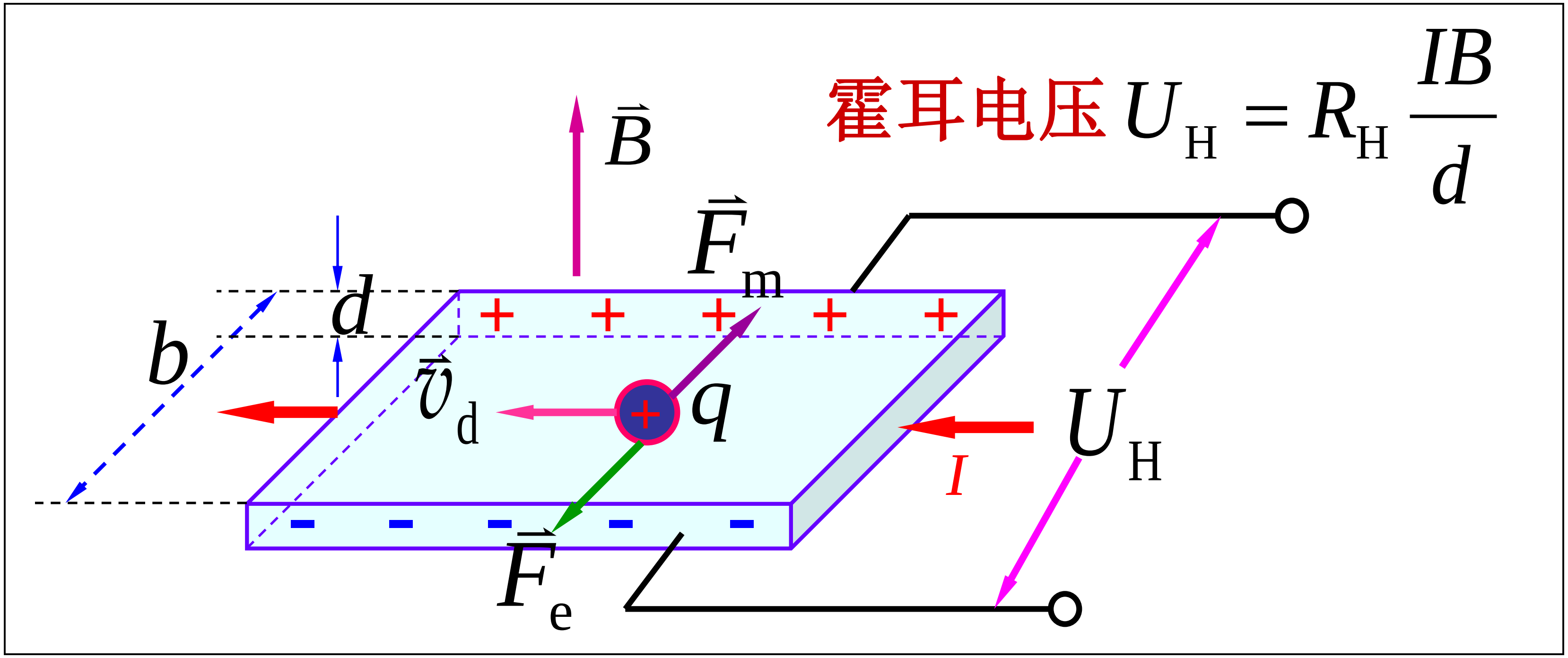


霍耳

霍耳效应



星期六 10:45 PM 29



$$qE_H = qv_d B$$

$$I = qnv_d S = qnv_d bd$$

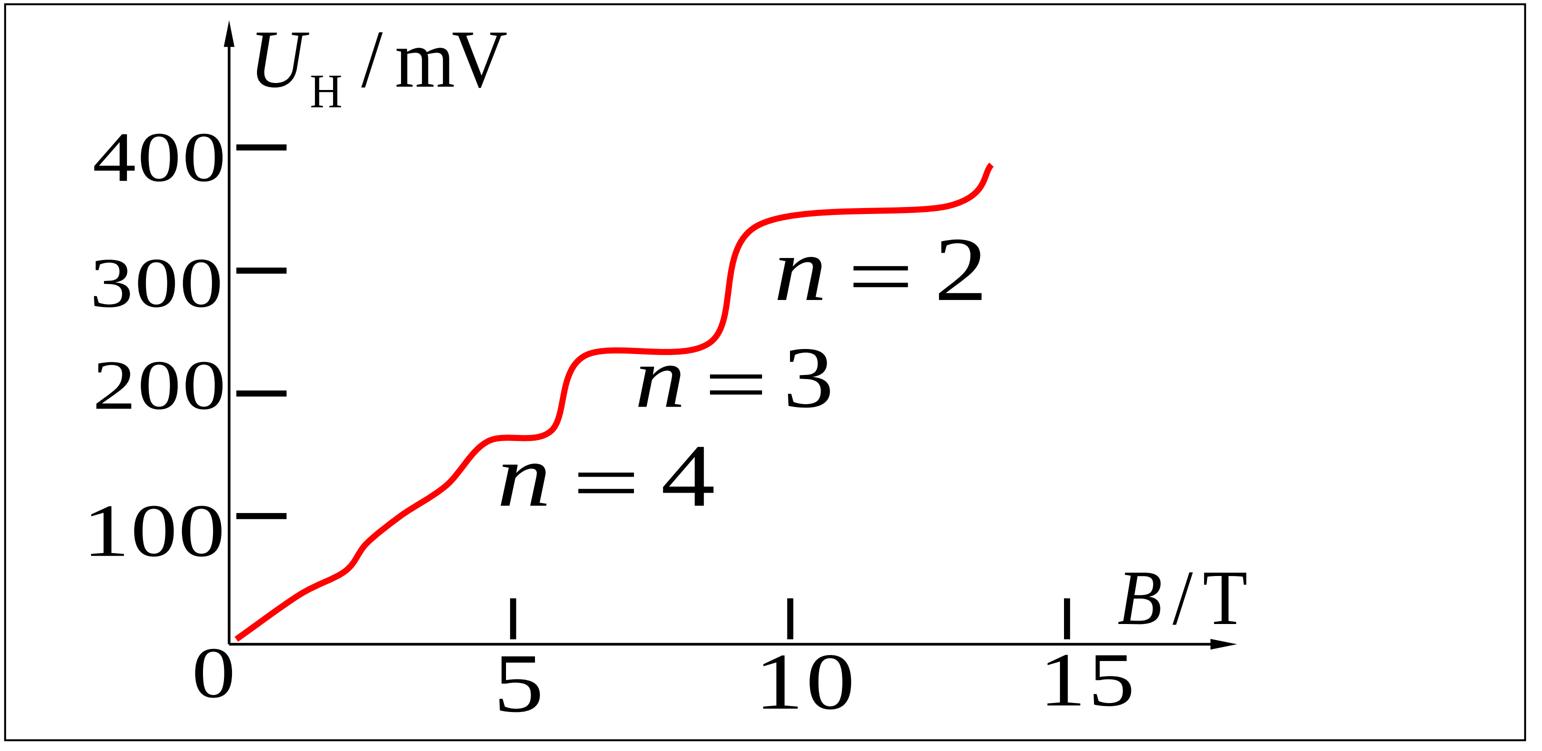
$$E_H = v_d B$$

$$U_H = v_d Bb$$

$$U_H = \frac{IB}{nqd}$$

霍耳系数 $R_H = \dfrac{1}{nq}$

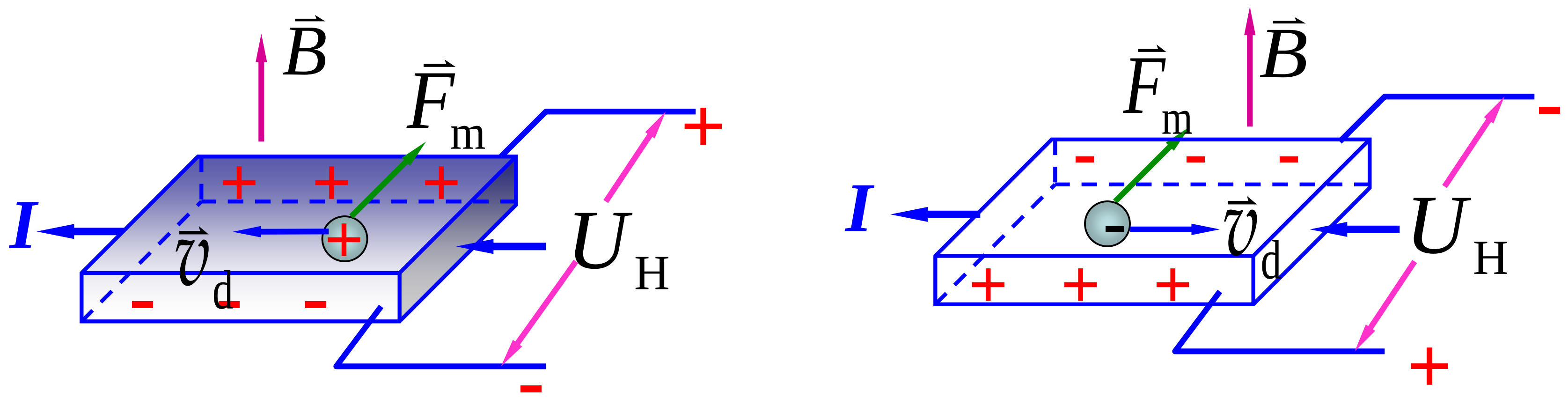
量子霍尔效应（1980年）



- 霍耳电阻 $R'_H = \dfrac{U_H}{I}$ $\quad R'_H = \dfrac{h}{ne^2} \quad (n = 1, 2, \cdots)$

霍耳效应的应用

1）判断半导体的类型



P 型半导体　　　　N 型半导体

2）测量磁场

霍耳电压　$U_H = R_H \frac{IB}{d}$