

感生电动势 有旋电场

1. 感生电场

当导体回路不动，由于磁场变化引起磁通量改变而产生的感应电动势，叫做**感生电动势**。

麦克斯韦尔假设 变化的磁场在其周围空间激发一种电场，这个电场叫感生电场 \vec{E} 。

闭合回路中的感生电动势

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\because \Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

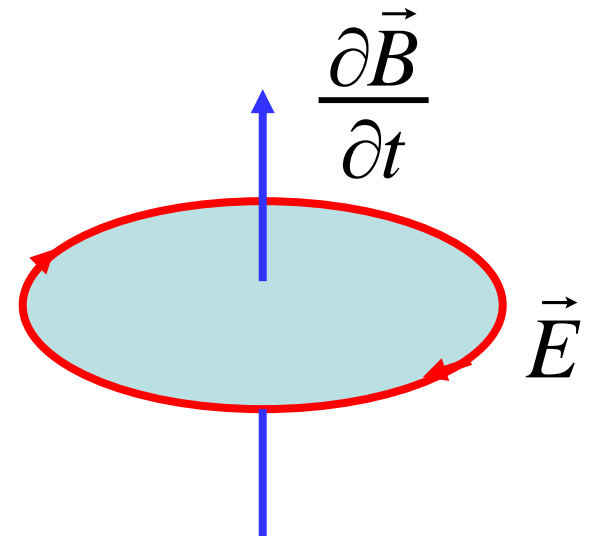
$$\Rightarrow \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

注意：

(1) 场的存在并不取决于空间有无导体回路存在，变化的磁场总是在空间激发电场。

(2) 在自然界中存在着两种以不同方式激发的电场，所激发电场的性质也截然不同。由静止电荷所激发的电场是保守力场（无旋场）；由变化磁场所激发的电场不是保守力场（有旋场）。

(3) \vec{E} 线的绕行方向与所围的 $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ 的方向构成左螺旋关系。



感生电场和静电场的对比

◆ $\vec{E}_{\text{静}}$ 和 \vec{E}_k 均对电荷有力的作用.

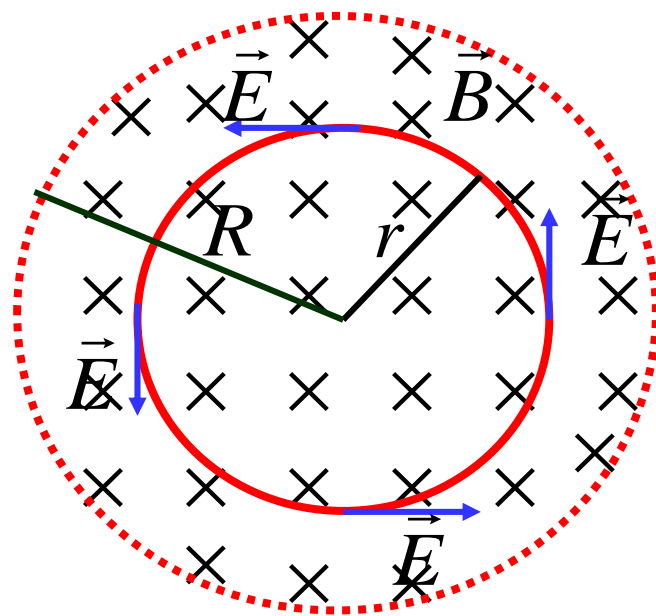
◆ 静电场是保守场 $\oint_L \vec{E}_{\text{静}} \cdot d\vec{l} = 0$

◆ 感生电场是非保守场 $\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$

◆ 静电场由电荷产生；感生电场是由变化的磁场产生 .

例：在半径为R的无限长螺线管内部的磁场 \vec{B} 随时间作线性变化 ($\frac{dB}{dt} = \text{常量}$) 时，求管内外的感生电场 \vec{E} 。

解：由对称性，变化磁场激发的感生电场的电场线在管内外都是与螺线管同轴的同心圆。任取一电场线作为闭合回路。

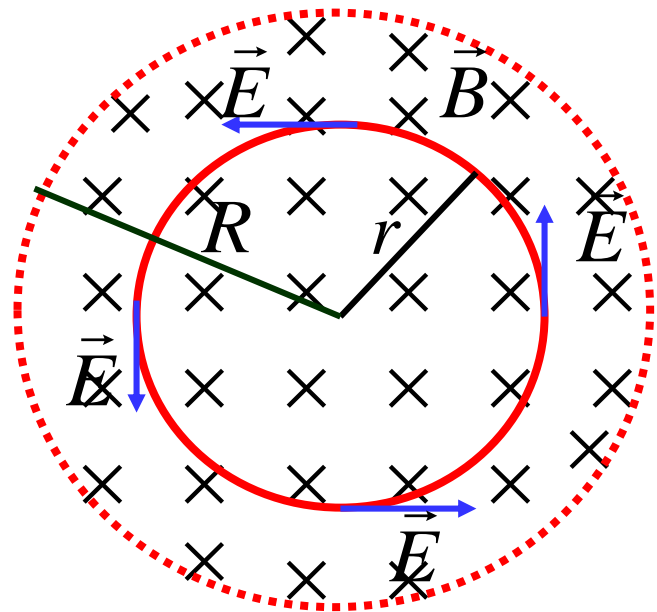


$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_L E dl = 2\pi r E$$

$$= - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \Rightarrow \quad E = - \frac{1}{2\pi r} \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

(1) 当 $r < R$ 时

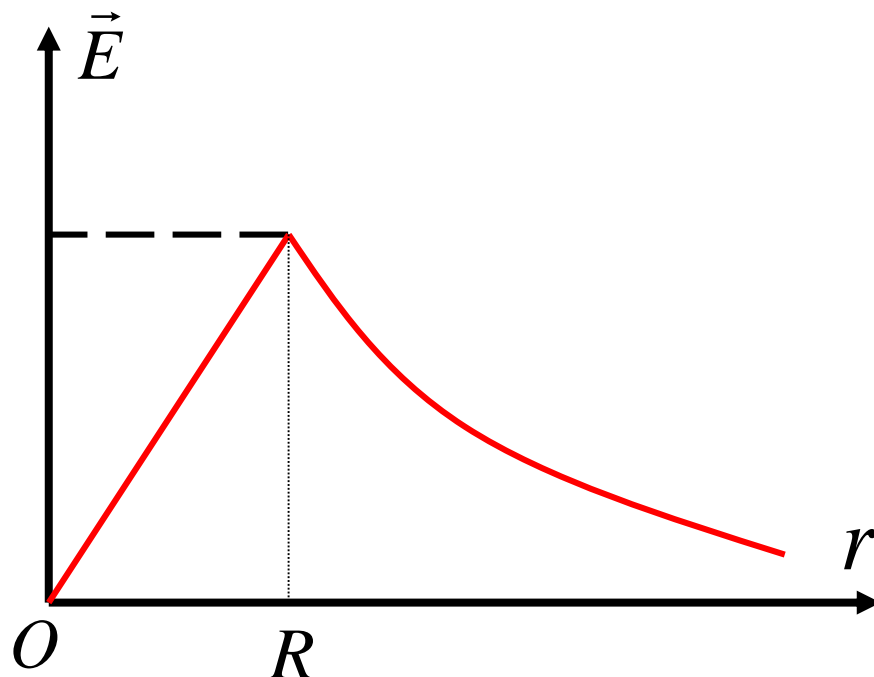
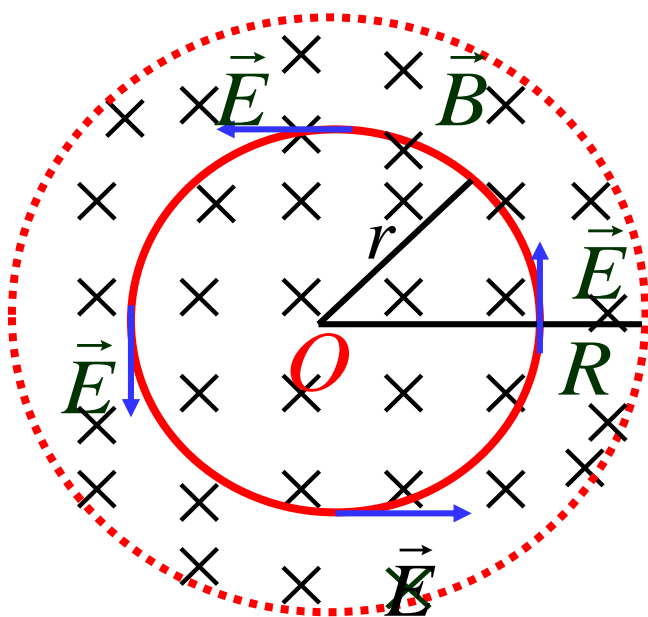
$$\begin{aligned}\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} &= \iint_S \frac{\partial B}{\partial t} dS \\ &= \pi r^2 \frac{dB}{dt} \\ \therefore E &= -\frac{r}{2} \frac{dB}{dt}\end{aligned}$$



\vec{E} 的方向沿圆周切线，指向与圆周内的 $\frac{d\vec{B}}{dt}$ 成左旋关系。

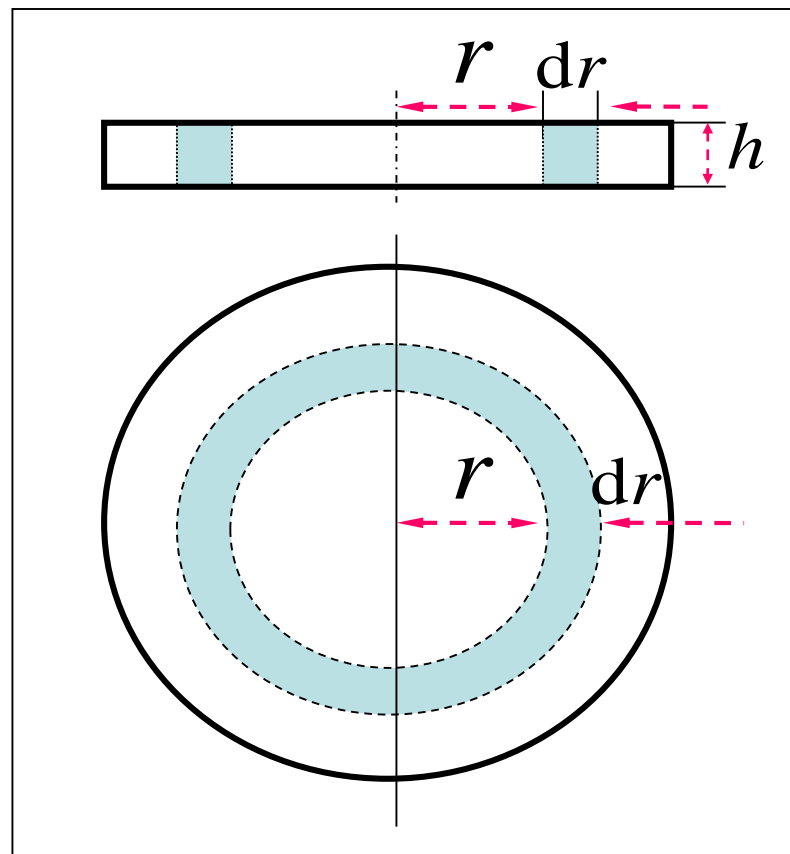
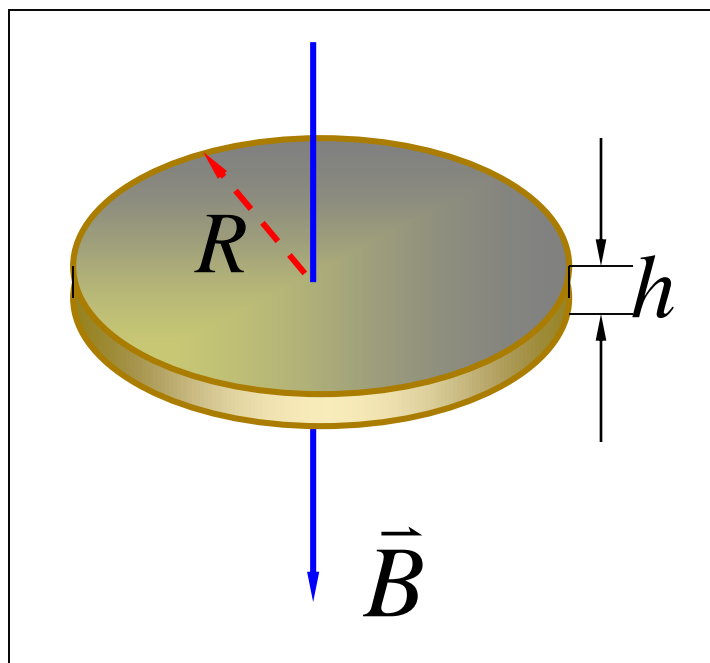
(2) 当 $r > R$ 时

$$\iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \pi R^2 \frac{dB}{dt} \quad \therefore E = -\frac{R^2}{2r} \frac{dB}{dt}$$



螺线管内外感生电场随离轴线距离的变化曲线

例：设有一半径为 R ,高度为 h 的铝圆盘,其电导率为 γ .把圆盘放在磁感强度为 \vec{B} 的均匀磁场中,磁场方向垂直盘面.设磁场随时间变化,且 $\mathrm{d}B/\mathrm{d}t = k$ 为一常量.求盘内的感应电流值.(圆盘内感应电流自己的磁场略去不计)



已知 $R, h, \gamma, \vec{B}, \mathrm{d}B/\mathrm{d}t = k$

求 I

解 如图取一半径为 r , 宽度为 $\mathrm{d}r$, 高度为 h 的圆环.

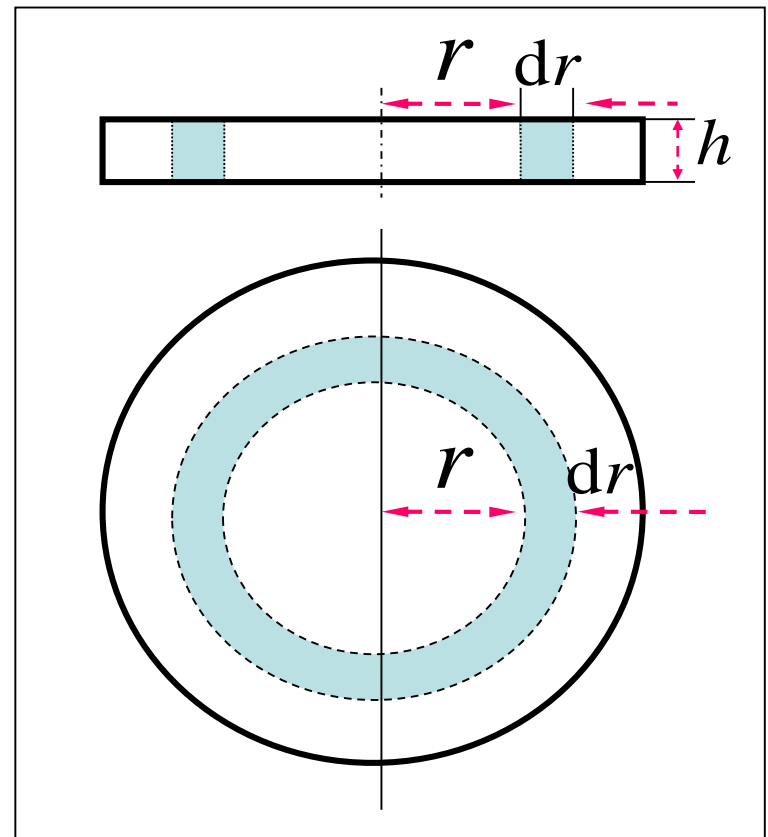
则圆环中的感生电动势的值为

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \iint_S \frac{\mathrm{d}\vec{B}}{\mathrm{d}t} \cdot \mathrm{d}\vec{s}$$

代入已知条件得 $\varepsilon_i = \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \iint_S \mathrm{d}s = k \pi r^2$

$$\text{又 } \mathrm{d}R = \frac{1}{\gamma} \frac{2\pi r}{h \mathrm{d}r}$$

$$\text{所以 } \mathrm{d}I = \frac{k h \gamma}{2} r \mathrm{d}r$$

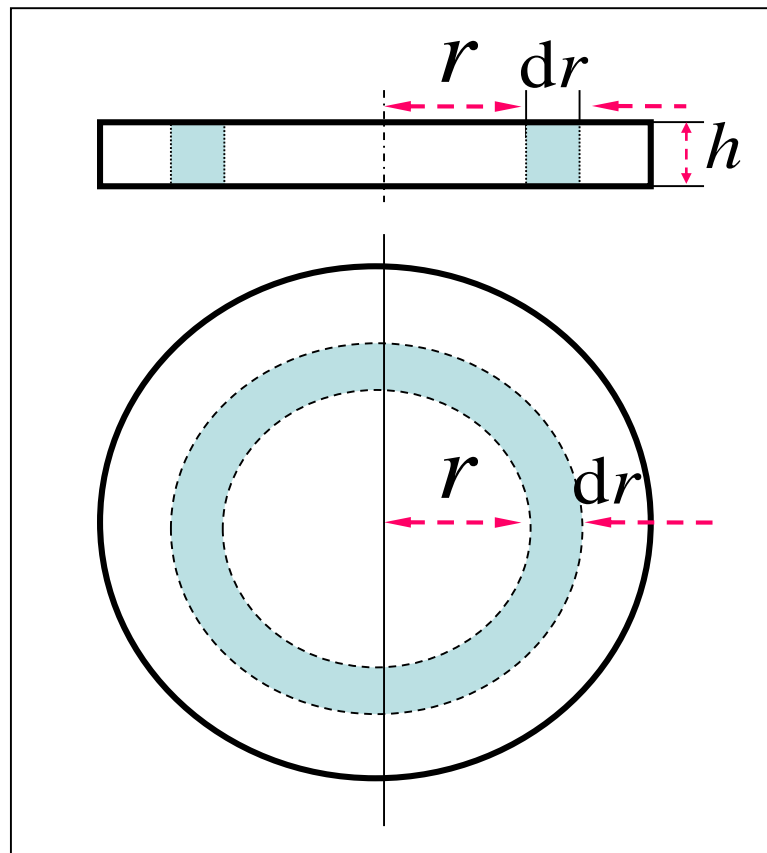


由计算得圆环中电流

$$dI = \frac{kh\gamma}{2} r dr$$

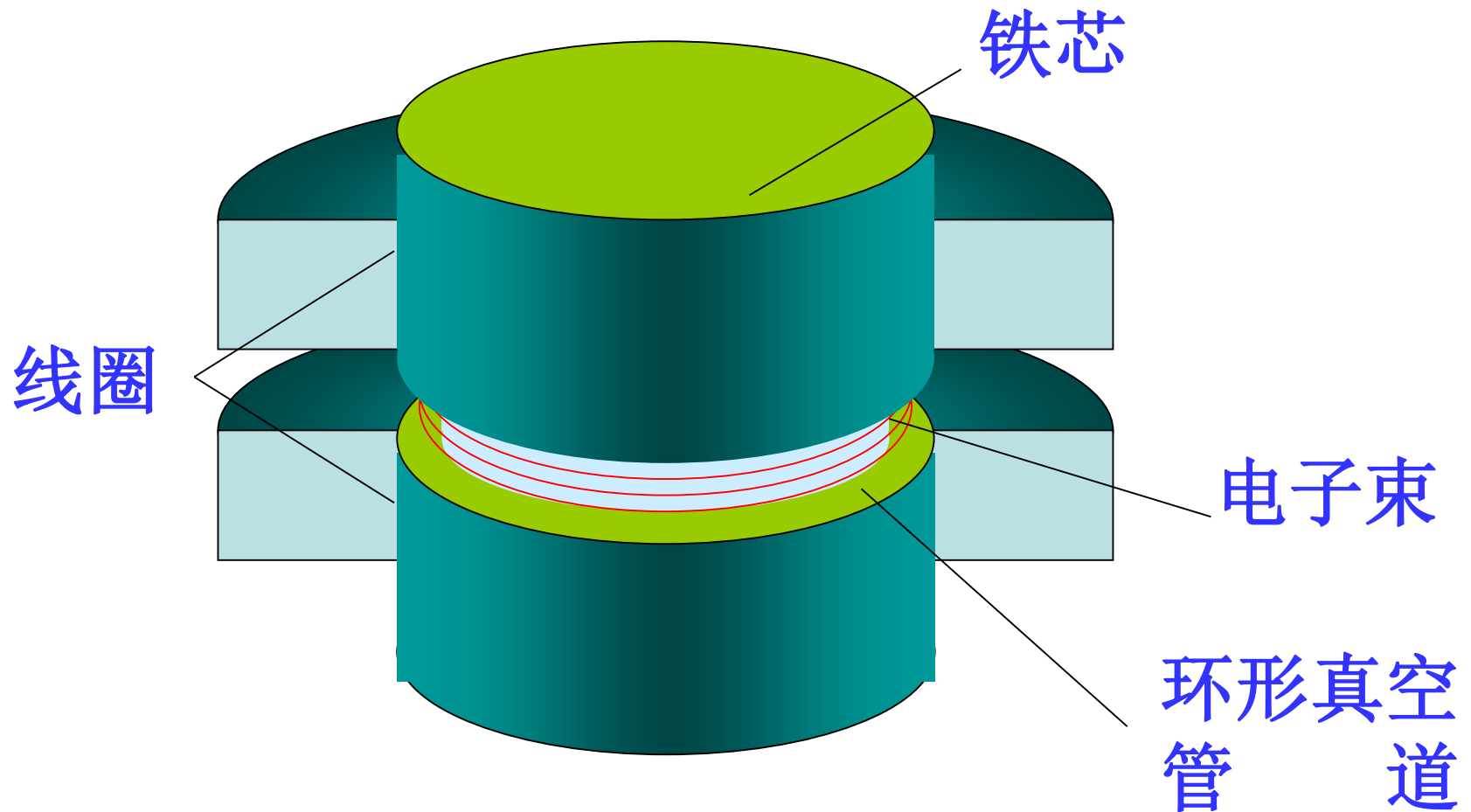
于是圆盘中的感应电流为

$$\begin{aligned} I &= \int dI = \frac{kh\gamma}{2} \int_0^R r dr \\ &= \frac{1}{4} k\gamma R^2 h \end{aligned}$$



2. 电子感应加速器

电子感应加速器是利用感应电场来加速电子的一种设备。



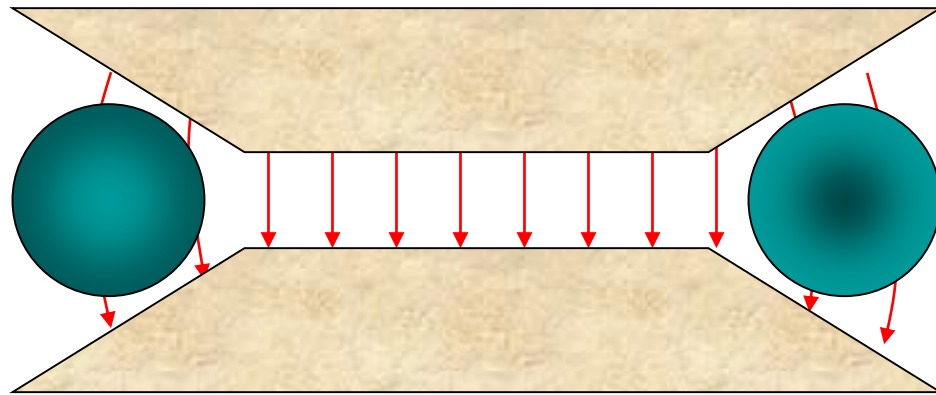


电子感应加速器全貌



电子感应加速器
的一部分

它的柱形电磁铁在两极间产生磁场。在磁场中安置一个环形真空管道作为电子运行的轨道。当磁场发生变化时，就会沿管道方向产生感应电场。射入其中的电子就受到这感应电场的持续作用而被不断加速。



为了使电子在环形真空室中按一定的轨道运动，
电磁铁在真空室处的磁场的 B 值必须满足

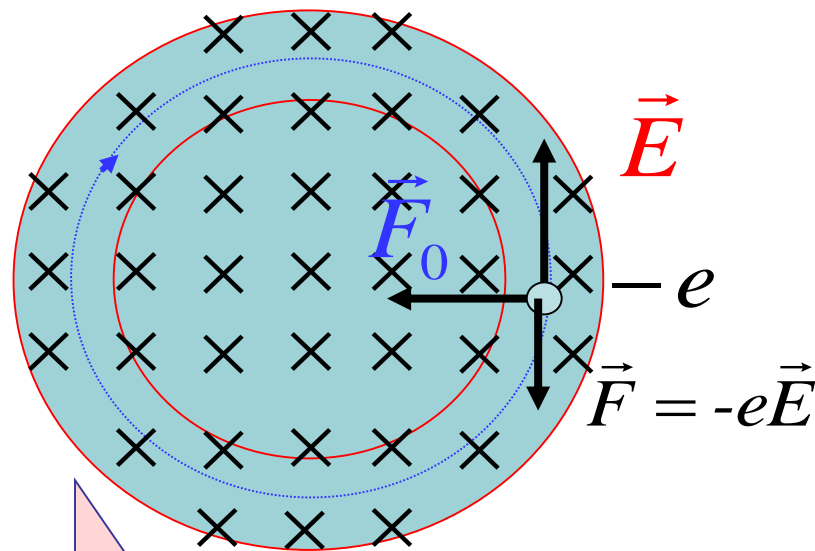
$$R = \frac{mv}{eB} = \text{常量}$$

对磁场设计的要求：

将上式两边对 t 进行微分

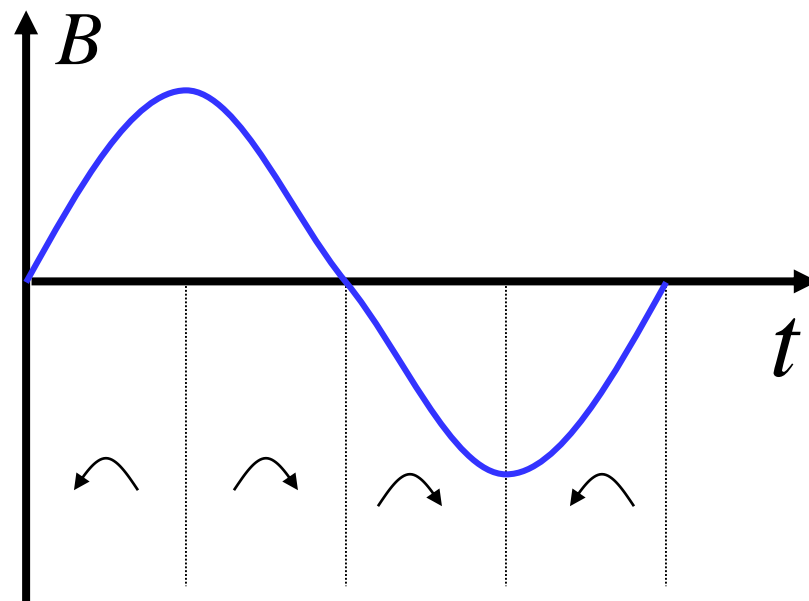
$$\frac{dB}{dt} = \frac{1}{eR} \frac{d}{dt}(mv) \quad eE = \frac{d}{dt}(mv) \quad \frac{dB}{dt} = \frac{E}{R}$$

$$E = \frac{1}{2\pi R^2} \frac{d\Phi}{dt} \quad \frac{dB}{dt} = \frac{1}{2\pi R^2} \frac{d\Phi}{dt}$$



$$\Phi = \pi R^2 \bar{B} \quad \frac{dB}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d\bar{B}}{dt} \quad B = \frac{1}{2} \bar{B}$$

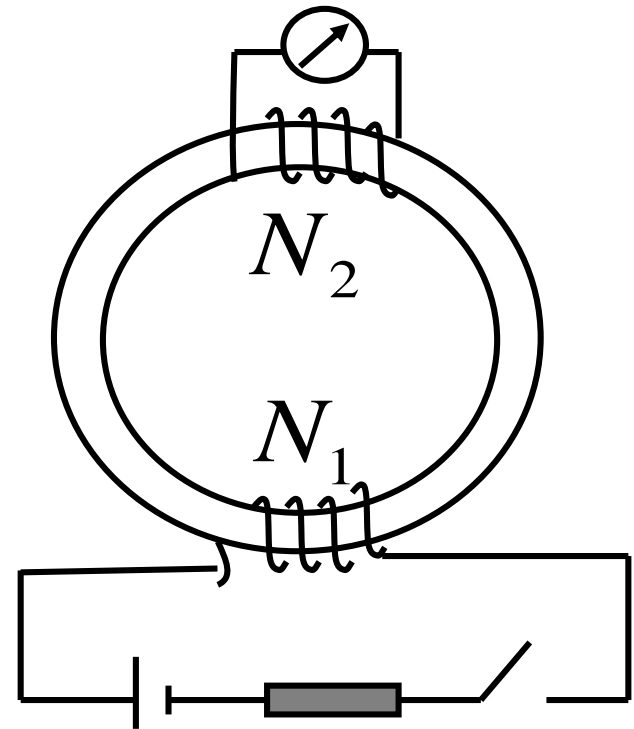
这是使电子维持在恒定的圆形轨道上加速时磁场必须满足的条件。



一个周期内感生电场的方向

例：测铁磁质中的磁感应强度。

铁磁试样环上绕两组线圈。
一组匝数为 N_1 ，与电池相连；
另一组匝数为 N_2 ，与一个“冲击电流计”相连(电流计最大偏转与通过它的电量成正比)。
设铁环原来没有磁化。当合上电键使 N_1 中的电流从零增大到 I_1 时，冲击电流计测出通过它的电量为 q 。求与电流 I_1 相应的铁环中的磁感应强度 B_1 是多大？

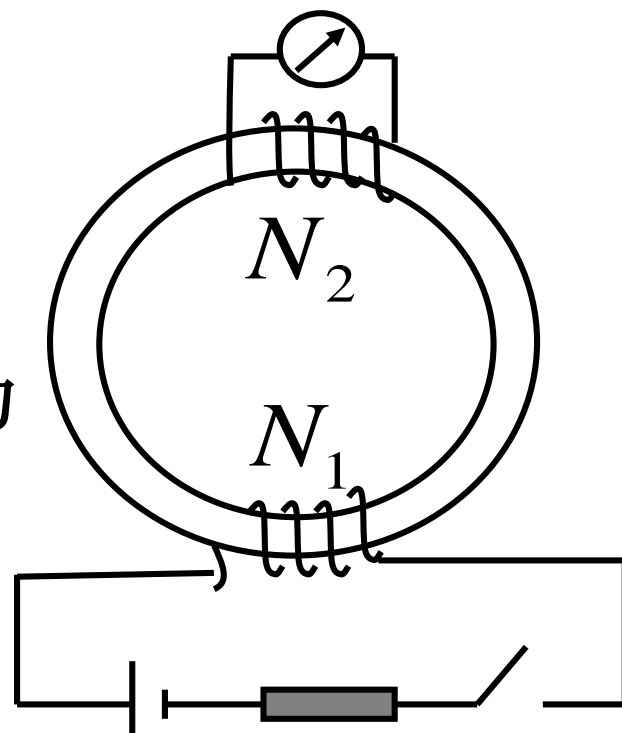


解：当合上电键使 N_1 中的电流增大时，它在铁环中产生的磁场也增强，因而 N_2 线圈中有感生电动势产生。以 S 表示环的截面积，以 B 表示环内磁感应强度，则 $\phi = BS$ 。而 N_2 中的感生电动势的大小为

$$\varepsilon = \frac{d\psi}{dt} = N_2 \frac{d\phi}{dt} = N_2 S \frac{dB}{dt}$$

以 R 表示 N_2 回路（包括冲击电流计）的总电阻，则 N_2 中的电流为

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{N_2 S}{R} \cdot \frac{dB}{dt}$$

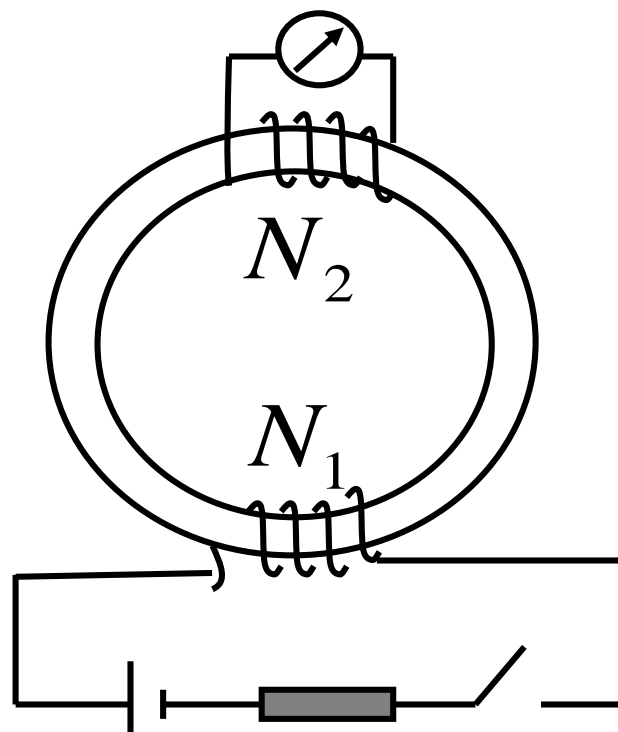


设 N_1 中的电流增大到 I_1 需要的时间为 τ ，则在同一时间内通过 N_2 回路的电量为

$$q = \int_0^{\tau} i \, dt = \int_0^{\tau} \frac{N_2 S}{R} \cdot \frac{dB}{dt} dt$$

$$= \frac{N_2 S}{R} \int_0^{B_1} dB = \frac{N_2 S B_1}{R}$$

$$\Rightarrow B_1 = \frac{qR}{N_2 S}$$



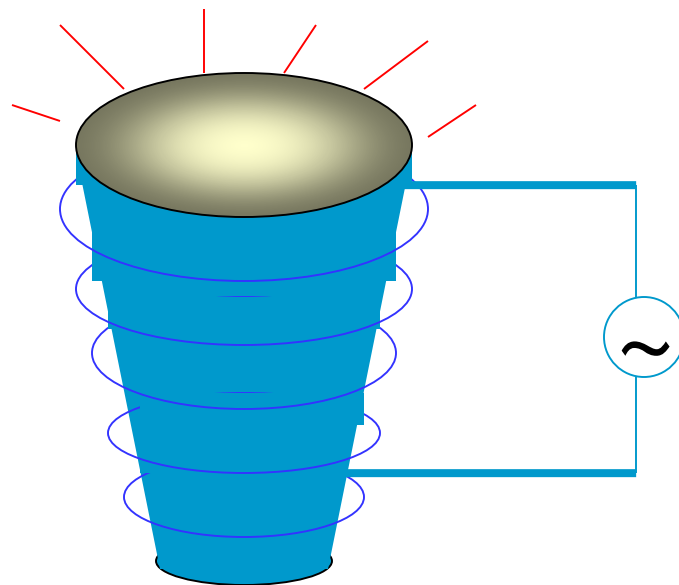
涡电流

大块导体，特别是金属导体处在变化的磁场中，由于通过金属块的磁通量发生变化，因此在金属块中产生感应电动势。由于大块金属电阻特别小，往往产生极强的电流，这些电流在金属内部形成一个个闭合回路，称作**涡电流**，又叫**涡流**。



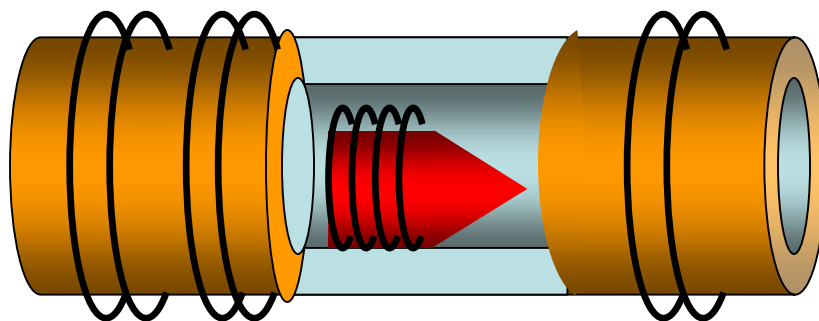
感应淬火

高频感应炉：利用金属块中产生的涡流所发出的热量使金属块熔化。具有加热速度快、温度均匀、易控制、材料不受污染等优点。

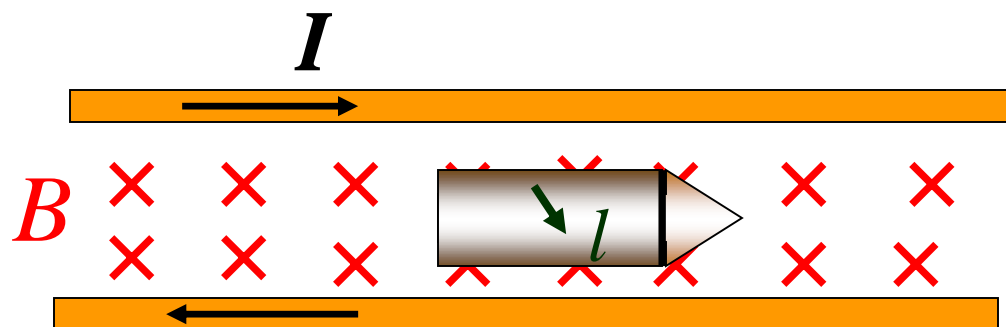


阻尼摆：在电磁仪表中，常利用电磁阻尼使摆动的指针迅速地停止在平衡位置上。电镀表中的制动铝盘，也利用了电磁阻尼效应。电气火车的电磁制动器等也都是根据电磁阻尼的原理设计的。

线圈炮



轨道炮



涡流的危害：变压器、电机铁芯发热。