

## § 10-2 阻尼振动

振动物体不受任何阻力的影响，只在回复力作用下所作的振动，称为**无阻尼自由振动**。

在回复力和阻力作用下的振动称为**阻尼振动**。

**阻尼**：消耗振动系统能量的原因。

阻尼种类：摩擦阻尼 辐射阻尼

对在流体(液体、气体)中运动的物体，当物体速度较小时，阻力大小正比于速度，且方向相反，表示为

$$F_f = -\gamma v = -\gamma \frac{dx}{dt}$$

$\gamma$ : 阻力系数

## 在阻力作用下的弹簧振子

受力： 弹性恢复力  $-kx$       阻力  $F_f$

运动方程：  $m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - \gamma \frac{dx}{dt}$

引入 **阻尼因子**  $\beta = \gamma/2m$       **固有频率**  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$

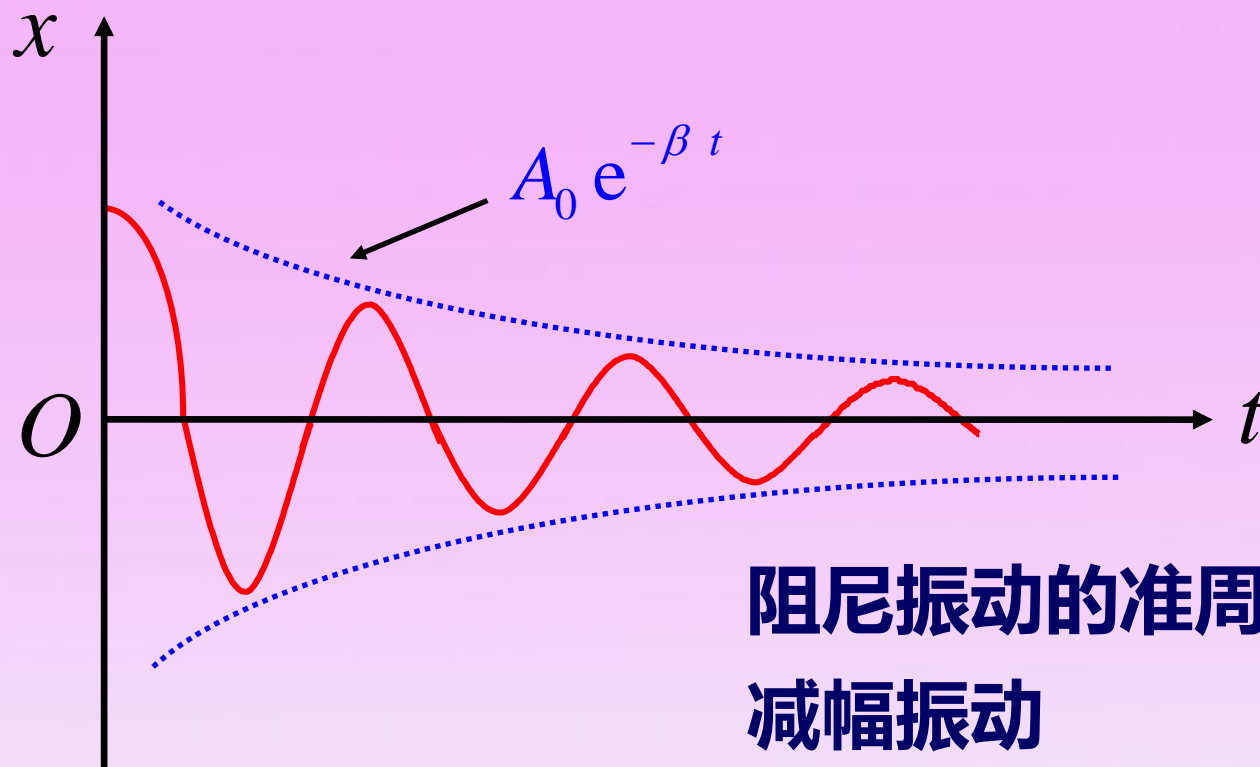
$$\rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

在小阻尼条件下 ( $\beta < \omega_0$ ) 微分方程的解为：

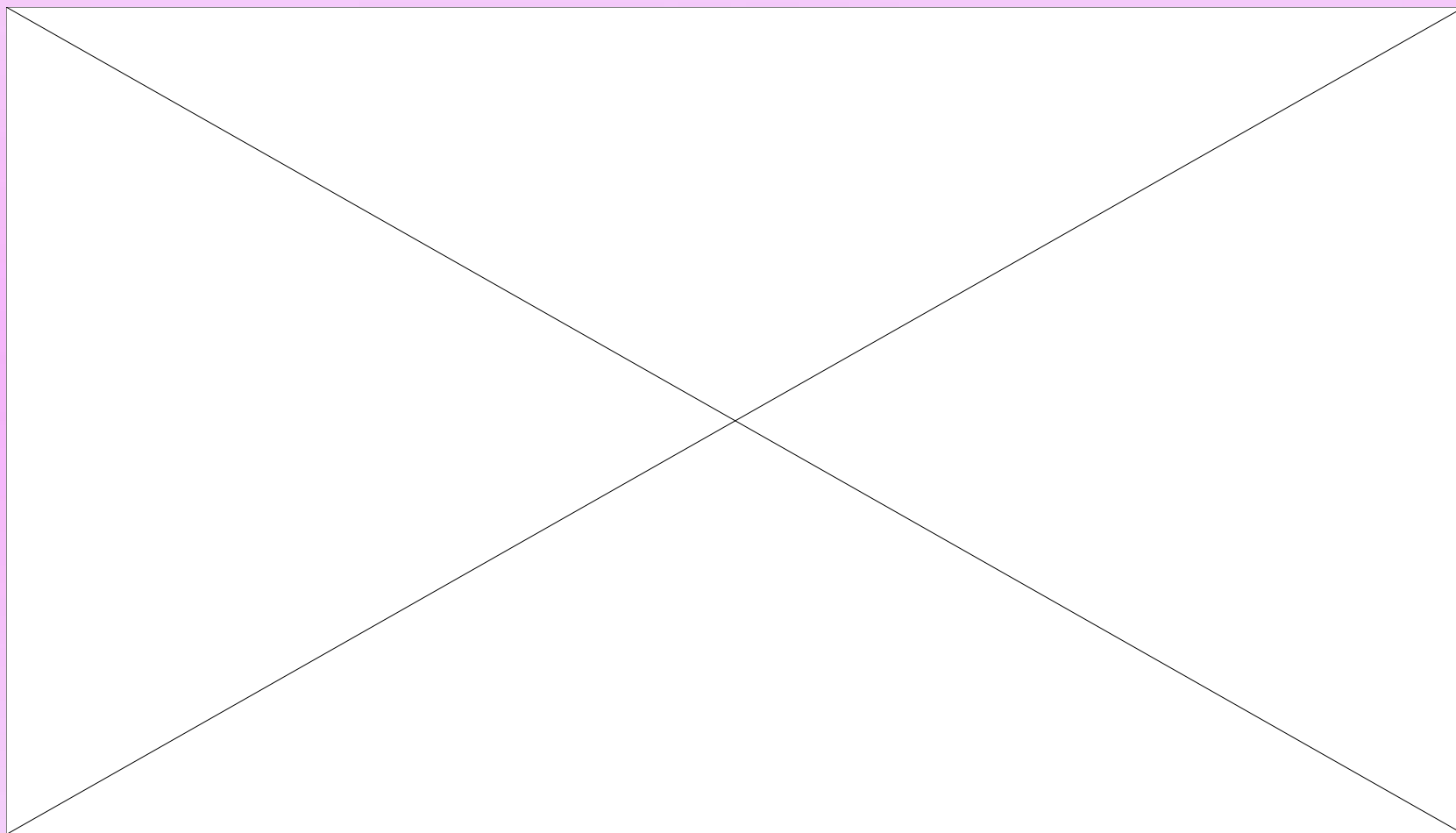
$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \phi_0') \quad \text{其中} \quad \omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

$$x = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega' t + \phi_0')$$

其中  $A_0$  和  $\phi_0'$  为积分常数, 由初始条件决定。上式中的余弦项表征了在弹性力和阻力作用下的周期运动;  $e^{-\beta t}$  反映了阻尼对振幅的影响。



**阻尼振动的准周期性  
减幅振动**



阻尼振动不是周期性振动，更不是简谐振动，因位移不是时间的周期函数。但阻尼振动有某种重复性。

位移相继两次达到极大值的时间间隔叫做**阻尼振动的周期**，有

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} > \frac{2\pi}{\omega_0}$$

显而易见，由于阻尼，振动变慢了。

阻尼振动的振幅为：

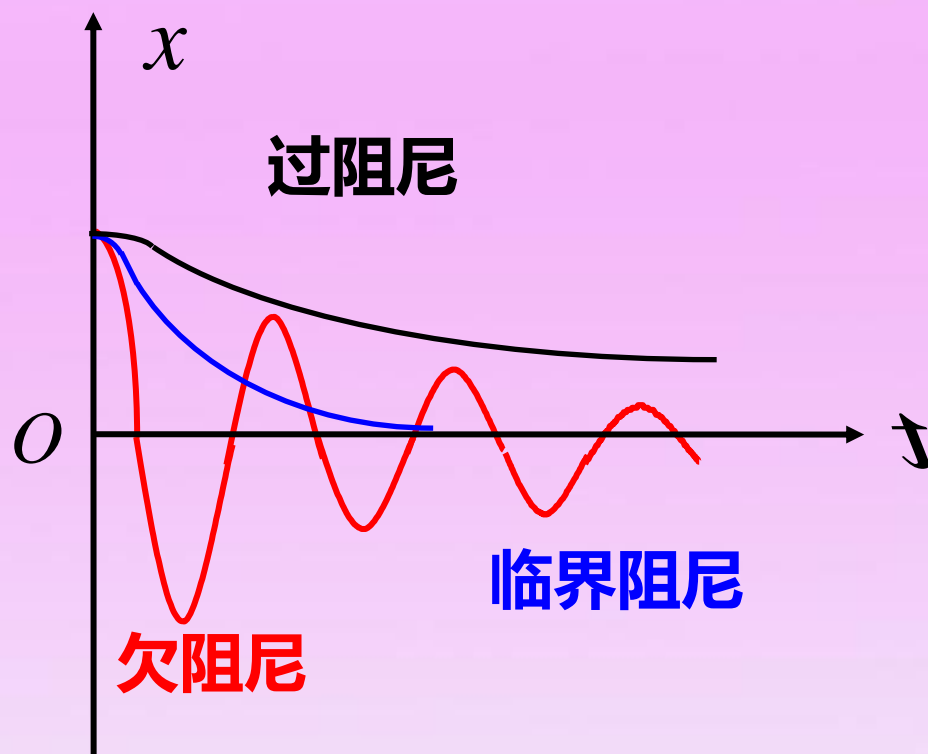
$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

振幅随时间作指数衰减。阻尼  $\beta$  大小决定了阻尼振动振幅的衰减程度。

## 阻尼振动的三种情形：

- **过阻尼**  $\beta > \omega_0$
- **欠阻尼**  $\beta < \omega_0$
- **临界阻尼**  $\beta = \omega_0$

通过控制阻尼的大小，以满足不同实际需要。



## 阻尼振动的三种情形：

- **过阻尼**  $\beta > \omega_0$
- **欠阻尼**  $\beta < \omega_0$
- **临界阻尼**  $\beta = \omega_0$

通过控制阻尼的大小，以满足不同实际需要。

