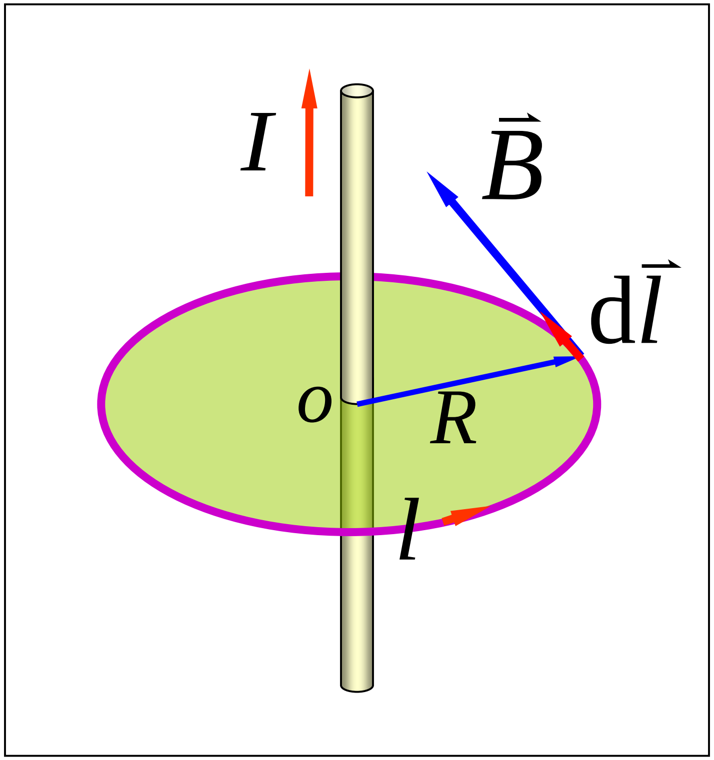
安培环路定理

一、安培环路定理

载流长直导线的磁感强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

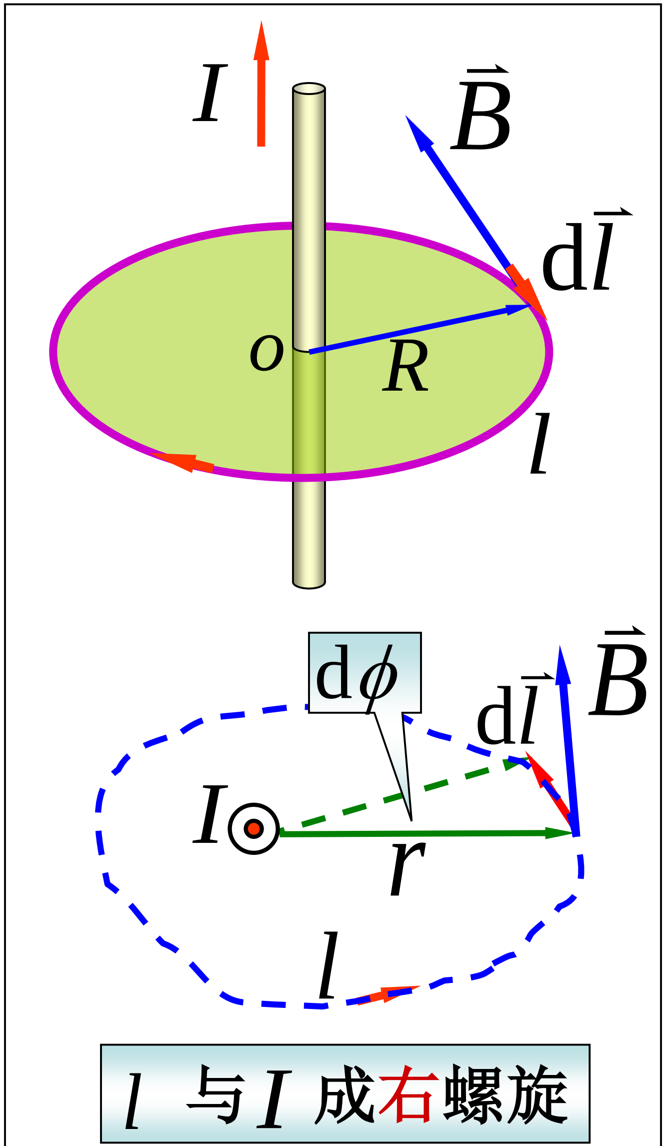


$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint \frac{\mu_0 I}{2\pi R} dl$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \oint_l dl$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

设闭合回路 l 为圆形回路（l 与 I 成右螺旋）



若回路绕向化为逆时针时，则

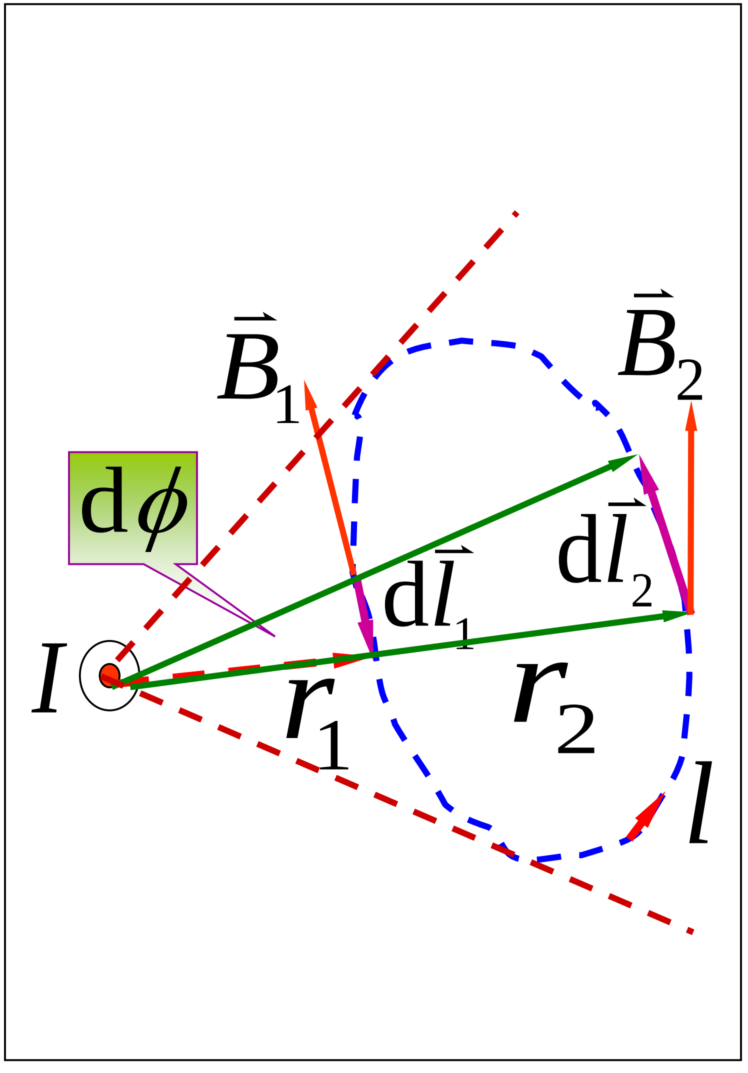
$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\int_0^{2\pi} d\phi = -\mu_0 I$$

对任意形状的回路

$$\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, r} r\mathrm{d}\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\mathrm{d}\phi$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

星期六 10:45 PM 17



电流在回路之外

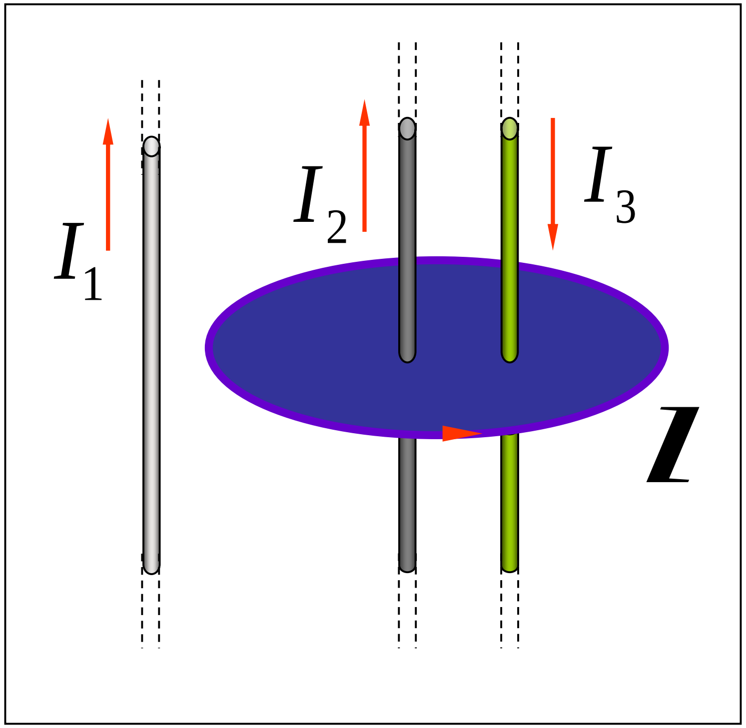
$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, r_1}, \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\, r_2}$$

$$\vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1 = -\vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi}\mathrm{d}\phi$$

$$\vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1 + \vec{B}_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2 = 0$$

$$\oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

多电流情况



$$\vec{B}=\vec{B}_1+\vec{B}_2+\vec{B}_3$$

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0(I_2-I_3)$$

以上结果对**任意**形状的闭合电流（伸向无限远的电流）均成立.

- **安培环路定理**

$$\boxed{\oint \vec{B}\cdot d\vec{l}=\mu_0\sum_{i=1}^{n} I_i}$$

安培环路定理

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^{n} I_i$$

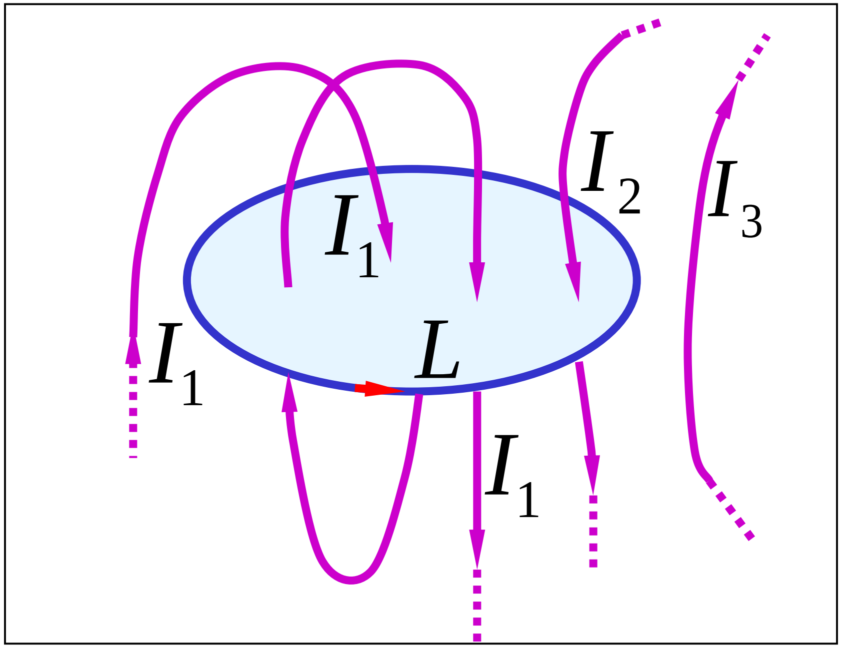
即在真空的稳恒磁场中，磁感应强度 $\vec{B}$ 沿任一闭合路径的积分的值，等于 μ_0 乘以该闭合路径所包围的各电流的代数和.

注意

电流 I 正负的规定：I 与 L 成右螺旋时，I 为正；反之为负.

$$\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0(-I_1 + I_1 - I_1 - I_2)$$

$$= -\mu_0(I_1 + I_2)$$



问 **1**）$\vec{B}$是否与回路 L 外电流有关？

2）若 $\oint_L \vec{B}\cdot d\vec{l} = 0$，是否回路 L上各处 $\vec{B} = 0$？

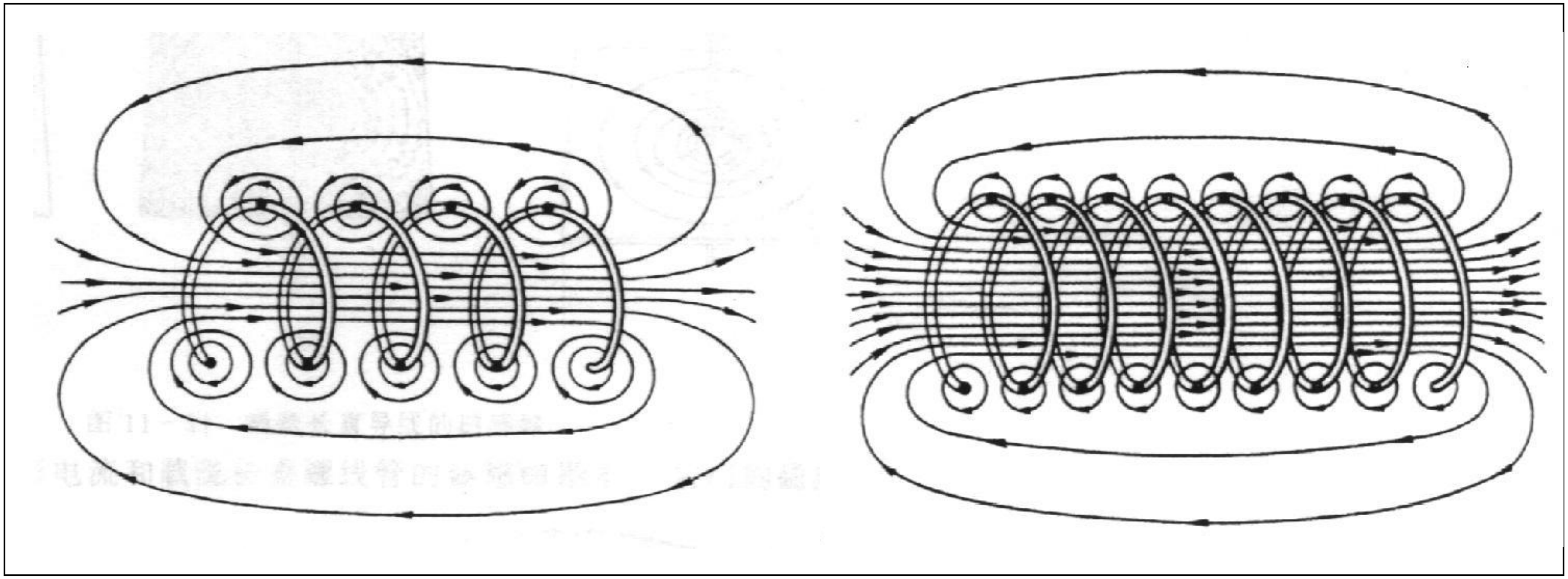
是否回路 L 内无电流穿过？

几点注意：

- 任意形状稳恒电流，安培环路定理都成立。
- 环流虽然仅与所围电流有关，但磁场却是所有电流在空间产生磁场的叠加。
- 安培环路定理仅仅适用于恒定电流产生的恒定磁场，恒定电流本身总是闭合的，因此安培环路定理仅仅适用于闭合的载流导线。
- 静电场的高斯定理说明静电场为有源场，环路定理又说明静电场无旋；稳恒磁场的环路定理反映稳恒磁场有旋，高斯定理又反映稳恒磁场无源。

二、安培环路定理的应用举例

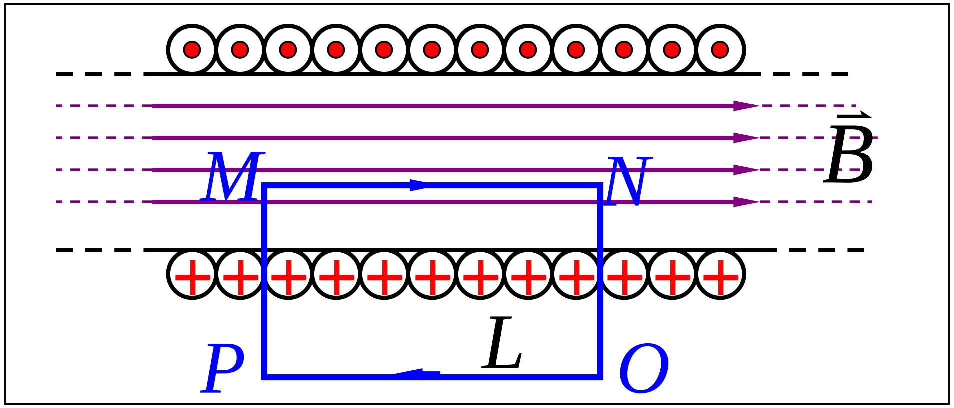
例：求长直密绕螺线管内磁场



解　1）对称性分析螺旋管内为均匀场，方向沿轴向，外部磁感强度趋于零，即 $B \cong 0$.

2）选回路 L .

磁场 $\vec{B}$ 的方向与电流 I 成右螺旋.



$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \int_{MN}\vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{NO}\cancel{\vec{B}\cdot d\vec{l}} + \int_{OP}\cancel{\vec{B}\cdot d\vec{l}} + \int_{PM}\cancel{\vec{B}\cdot d\vec{l}}$$

$$B\cdot\overline{MN} = \mu_0 n \overline{MN} I$$

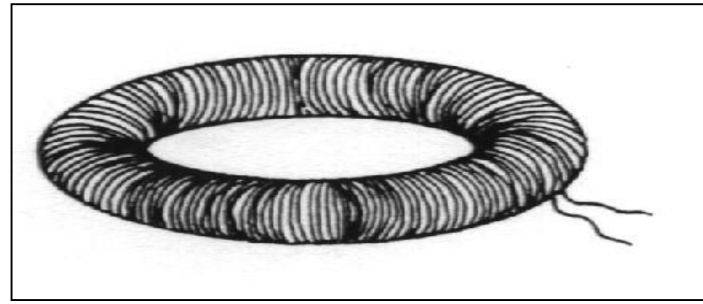
$$\boxed{B = \mu_0 n I}$$

无限长载流螺线管内部磁场处处相等，外部磁场为零.

星期六 10:45 PM 17

例：求载流螺绕环内的磁场

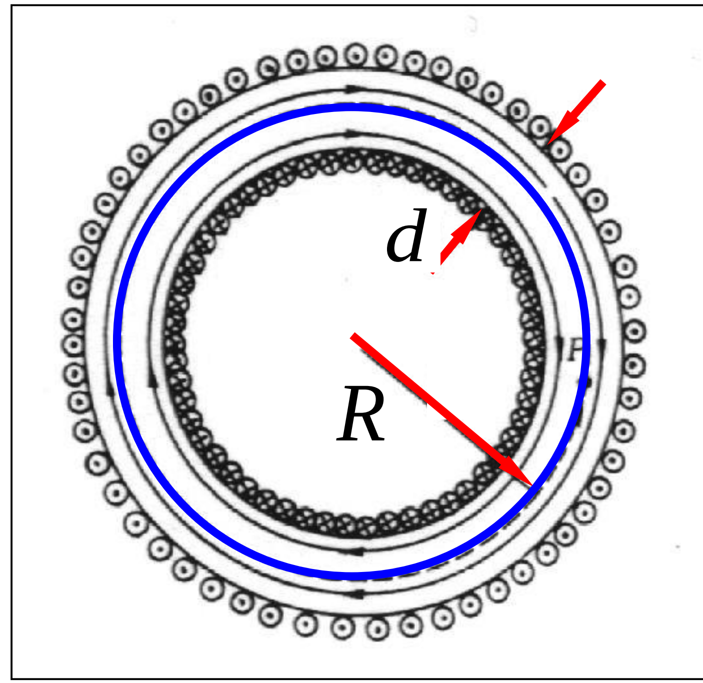
解 1）对称性分析：环内 $\vec{B}$ 线为同心圆，环外 $\vec{B}$ 为零.



2）选回路.

$$\oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = 2\pi RB = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$$



令 $L = 2\pi R$ $\boxed{B = \mu_0 NI/L}$

当 $2R >> d$ 时，螺绕环内可视为均匀场 $\boxed{B = \mu_0 nI}$

星期六 10:45 PM 17

例：无限长载流圆柱体的磁场

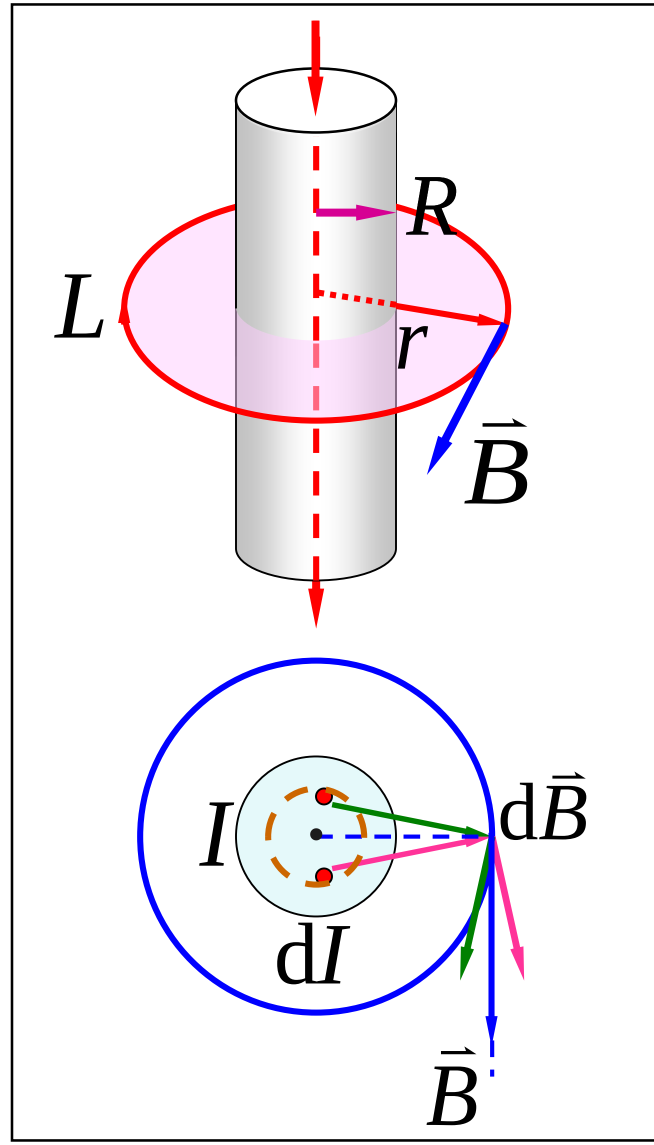
解 **1**）对称性分析 **2**）选取回路

$$r > R \qquad \oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

$$2\pi rB = \mu_0 I \qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

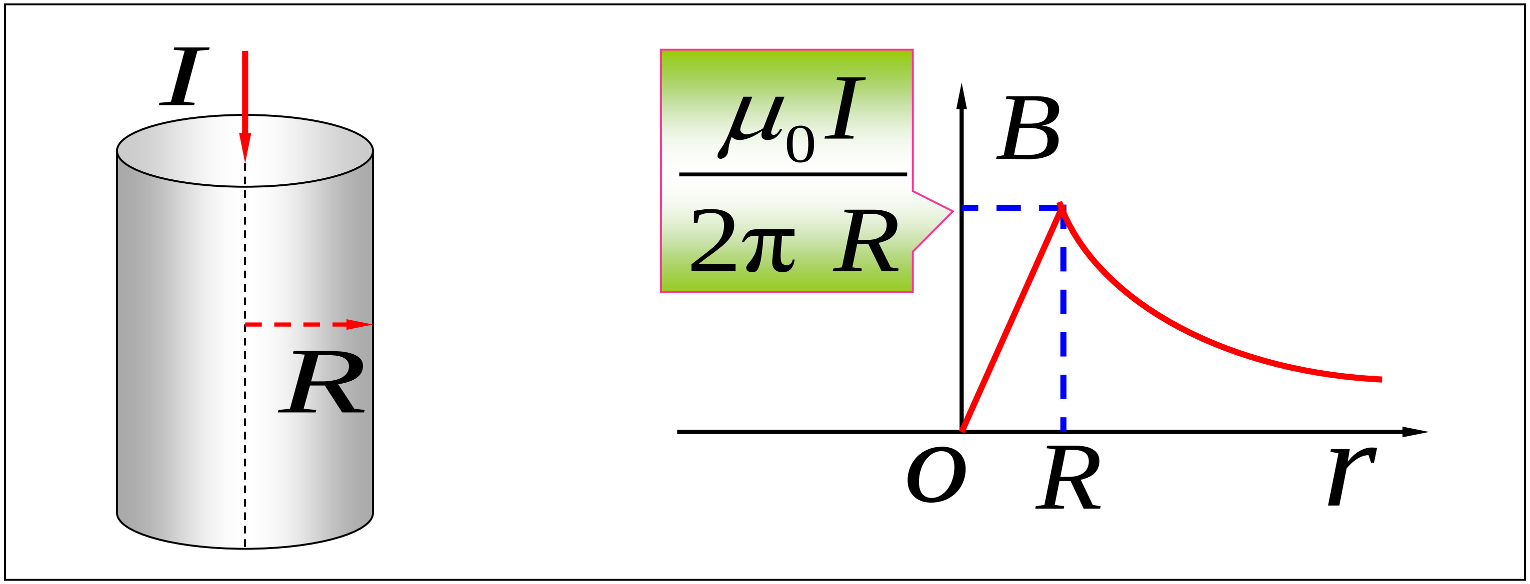
$$0 < r < R \qquad \oint_l \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \frac{\pi r^2}{\pi R^2} I$$

$$2\pi rB = \frac{\mu_0 r^2}{R^2} I \qquad B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

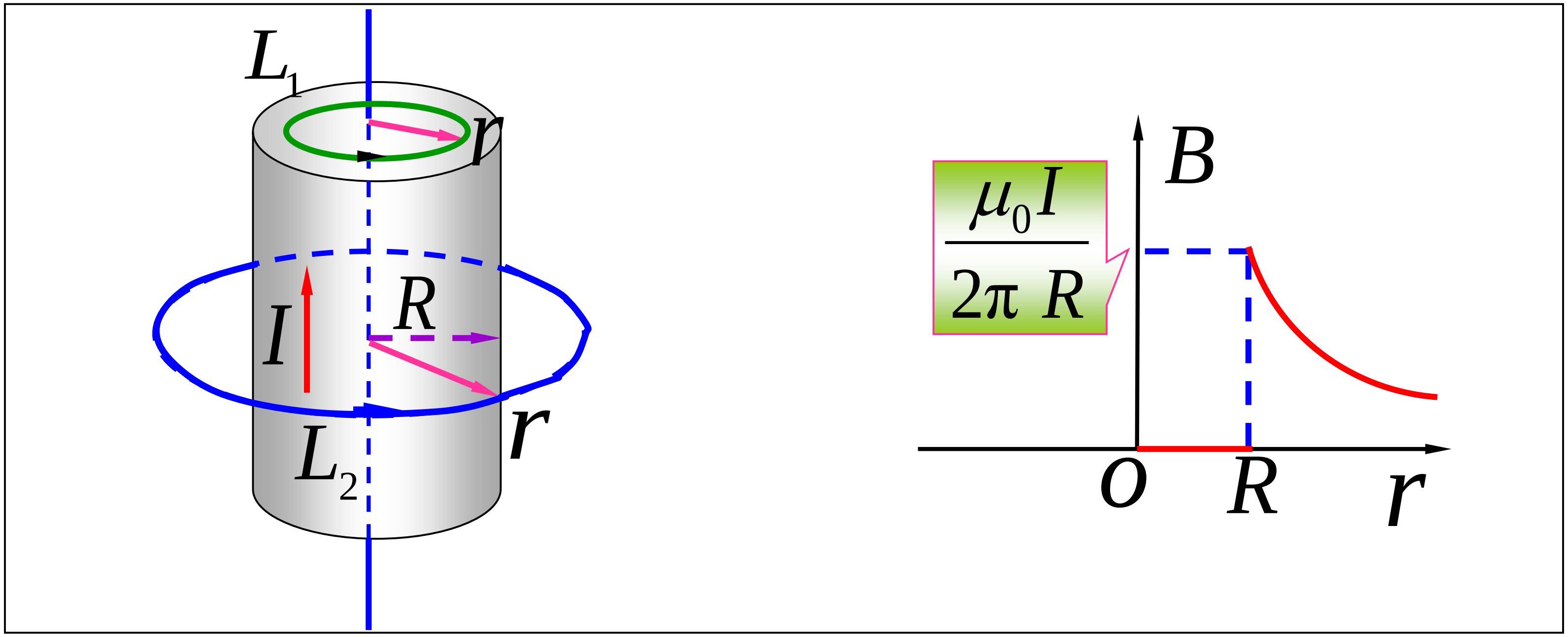


$\vec{B}$ 的方向与 I 成右螺旋

$$\begin{cases} 0 < r < R, & B = \dfrac{\mu_0 I r}{2\pi R^2} \\ r > R, & B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} \end{cases}$$



例：无限长载流圆柱面的磁场



解 $0 < r < R, \ \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$ $\qquad B = 0$

$r > R, \ \oint_l \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$ $\qquad B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

星期六 10:45 PM 17

应用安培环路定理的解题步骤：

(1) 分析磁场的对称性；

(2) 过场点选择适当的路径，使得 $\vec{B}$沿此环路的积分易于计算：$\vec{B}$ 的量值恒定，$\vec{B}$ 与$\mathrm{d}\vec{l}$ 的夹角处处相等；

(3) 求出环路积分；

(4) 用右手螺旋定则确定所选定的回路包围电流的正负，最后由磁场的安培环路定理求出磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小。