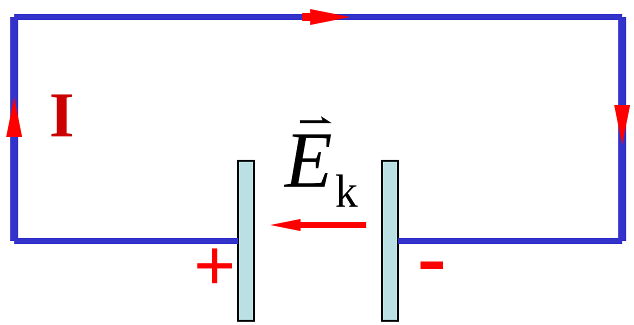
引起磁通量变化的原因

1）稳恒磁场中的导体运动， 或者回路面积变化、取向变化等 $\Rightarrow$ 动生电动势

2）导体不动，磁场变化 $\Rightarrow$ 感生电动势

◆ 电动势



$$\varepsilon_i = \int_{-}^{+} \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$\vec{E}_{\mathrm{k}}$：非静电的电场强度.

◆ 闭合电路的总电动势

$$\boxed{\varepsilon_i = \oint_l \vec{E}_{\mathrm{k}} \cdot \mathrm{d}\vec{l}}$$

星期三 10:24 PM 01

动生电动势

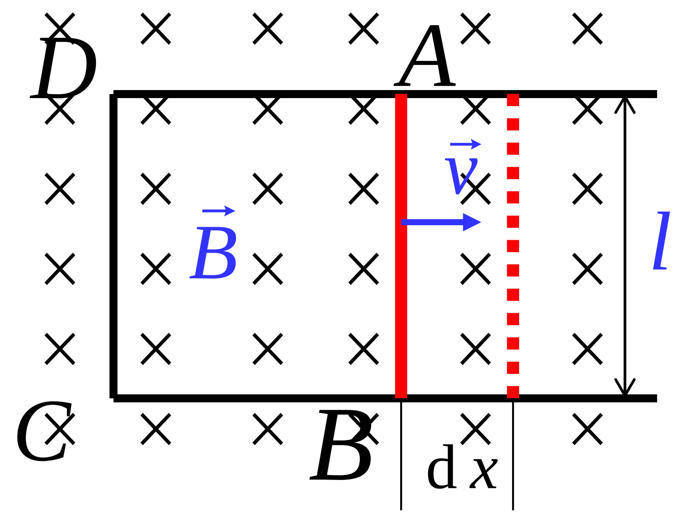
1．在磁场中运动的导线内的感应电动势

由于导体运动而产生的感应电动势，称为**动生电动势**。

$$\mathrm{d}\Phi = \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = Bl\,\mathrm{d}x$$

$$\varepsilon_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -Bl\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

$$= -Blv$$



星期三 10:24 PM 01

在一般情况下，磁场可以不均匀，导线在磁场中运动时各部分的速度也可以不同，$\vec{v}$、$\vec{B}$ 和 $\vec{l}$ 也可以不相互垂直，这时运动导线内总的动生电动势为

$$\varepsilon_i = \int_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$$

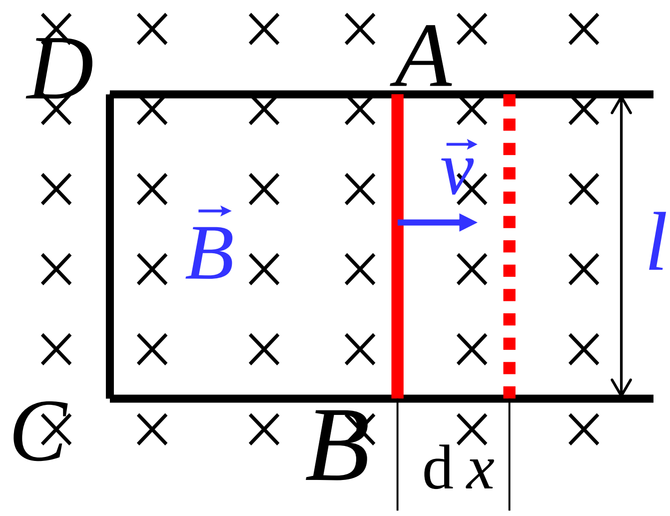
或
$$\begin{cases} \varepsilon_{ab} = \int_a^b (\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l} \\ \varepsilon_{ab} > 0 \quad \text{则} \quad \mathrm{U_a} < \mathrm{U_b} \\ \varepsilon_{ab} < 0 \quad \text{则} \quad \mathrm{U_a} > \mathrm{U_b} \end{cases}$$

对于闭合回路 $\varepsilon_i = \oint_L (\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}$

星期三 10:24 PM 01

动生电动势的非静电力场来源 $\Longrightarrow$ 洛伦兹力

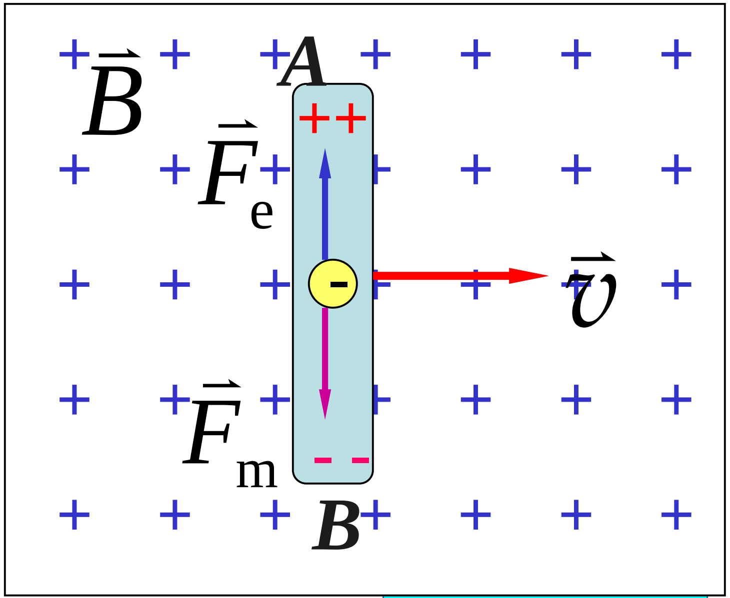
$$\vec{F}_m = -e\vec{v} \times \vec{B}$$



若以$\vec{E}_k$表示非静电场强，则有

$$-e\vec{E}_k = -e\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\Longrightarrow \quad \vec{E}_k = \vec{v} \times \vec{B}$$



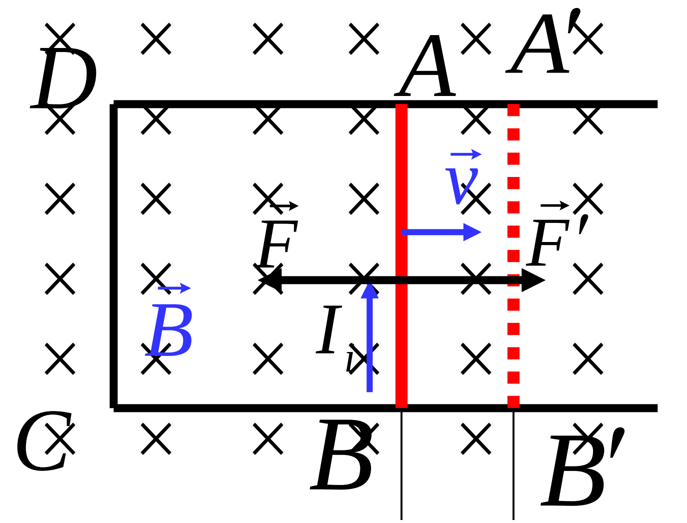
$$\varepsilon_i = \oint \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l} = \int_A^B \vec{E}_k \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= \int_A^B (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l} = lvB$$

星期三 10:24 PM 01

设电路中感应电流为I,
则感应电动势做功的功率为

$$P = I_i \varepsilon_i = I_i Blv$$



通电导体棒AB在磁场中受到的安培力大小为 $F_m = IlB$ ，方向向左。为了使导体棒匀速向右运动，必须有外力$F_{外}$与F_m平衡，它们大小相等，方向相反。因此，外力的功率为

$$P = F'v = I_i lBv$$

这正好等于上面求得的感应电动势做功的功率。

星期三 10:24 PM 01

例　一长为 L 的铜棒在磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场中,以角速度 ω 在与磁场方向垂直的平面上绕棒的一端转动，**求**铜棒两端的感应电动势.

解

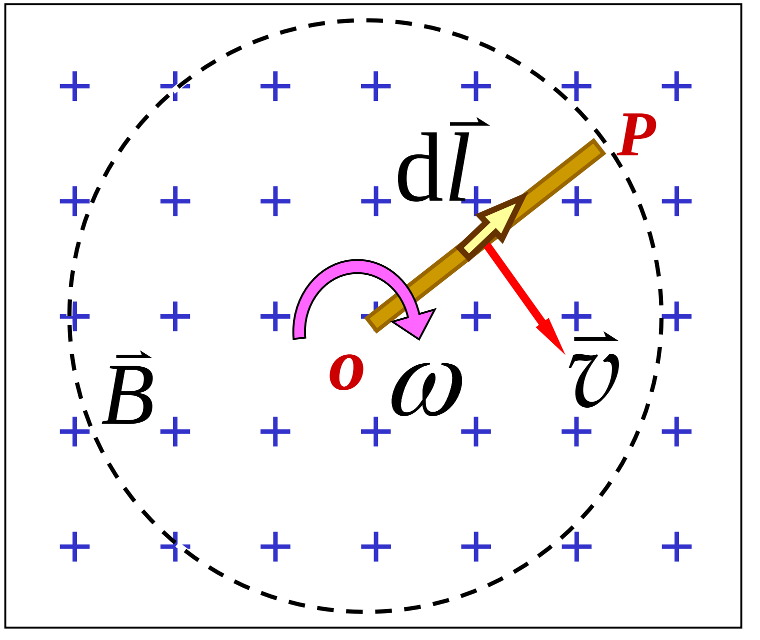
$$\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{l}$$

$$= vB\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_0^L vB\mathrm{d}l$$

$$= \int_0^L \omega l B\mathrm{d}l$$

$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \frac{1}{2}B\omega L^2$$



ε_{i} 方向 $O \longrightarrow P$

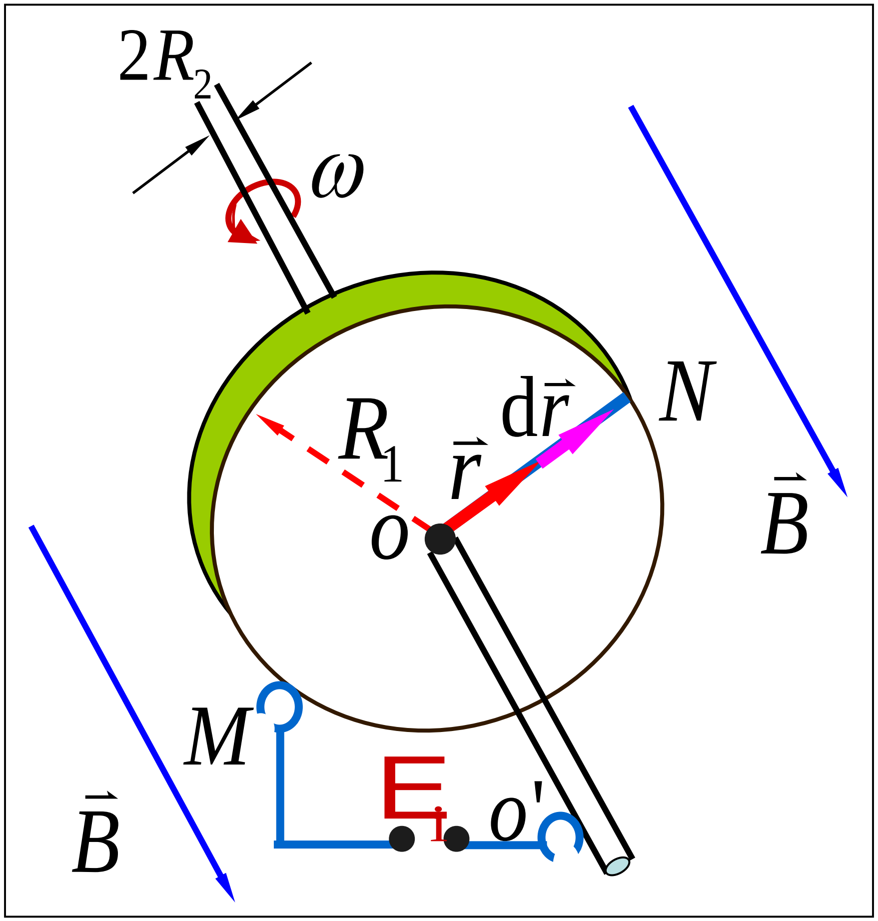
（点P 的电势高于点O 的电势）

星期三 10:24 PM 01

例： 圆盘发电机 一半径为 $R_1=1.2\mathrm{m}$，厚度 $d=1.0\times10^{-3}\mathrm{m}$ 的铜圆盘,以角速率 $\omega=5\times2\pi\ \mathrm{rad}\cdot\mathrm{s}^{-1}$，绕通过盘心 垂直的金属轴 oo' 转动， 轴的半径为 R_2，且 $R_2=2.0\times10^{-3}\mathrm{m}$ 圆盘放在磁感强度 $B=10\mathrm{T}$ 的均匀磁场中, $\vec{B}$ 的方向亦与盘面垂直. 有两个集电刷分别与圆盘的边缘和转轴相连.试计算它们之间的电势差,并指出何处的电势较高.

已知 $R_1 = 1.2\text{m}$，$d = 1.0\times10^{-3}\text{m}$， $\omega = 5\times 2\pi\ \text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

$R_2 = 2.0\times10^{-3}\text{m}$，$B = 10\text{T}$



求 ε_i

（方法一）

解 因为 $d << R_1$，所以不计圆盘厚度.

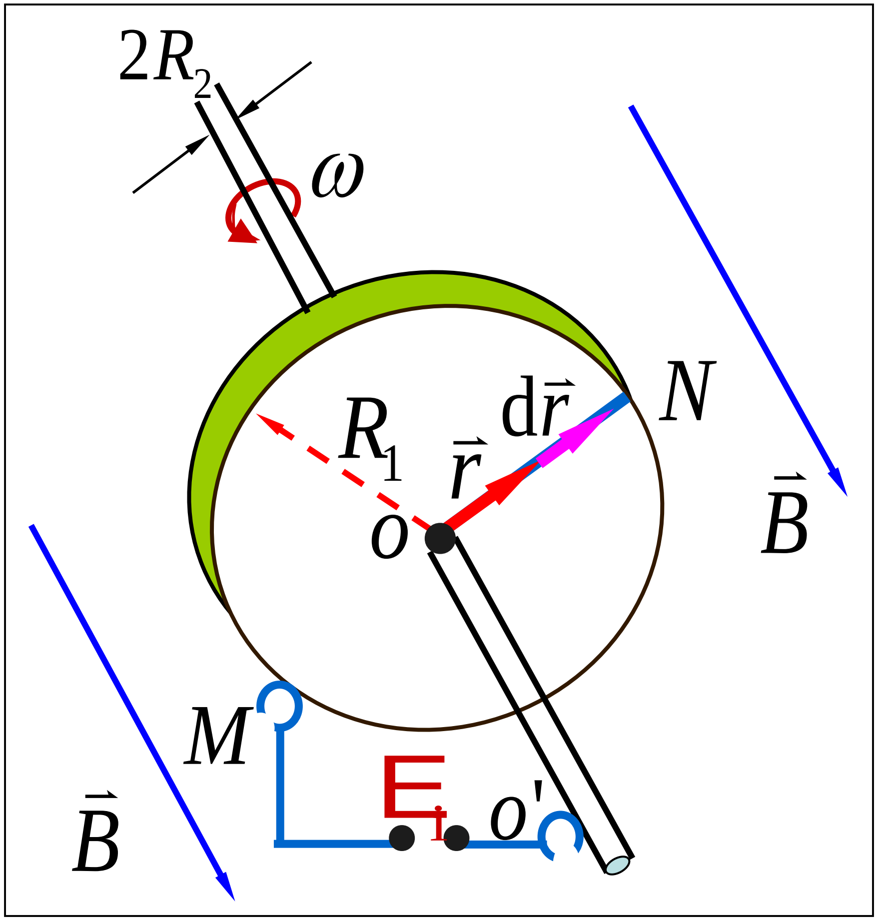
如图取线元 $\text{d}\vec{r}$

则 $\text{d}\varepsilon_\text{i} = (\vec{v}\times\vec{B})\cdot\text{d}\vec{r}$

$$= vB\text{d}r = r\omega B\,\text{d}r$$

星期三 10:24 PM 01

解 $\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{i}} = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \mathrm{d}\vec{r} = vB\mathrm{d}r = r\omega B\mathrm{d}r$

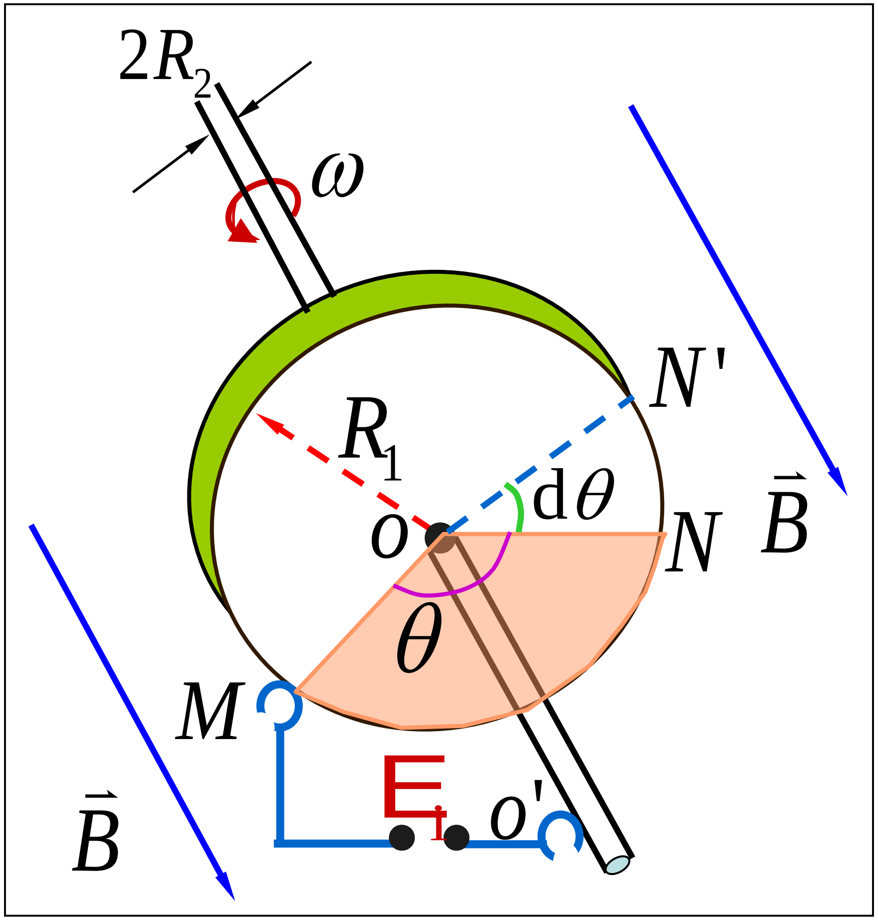


$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = \int_{R_1}^{R_2} r\omega B\mathrm{d}r$$

$$= \frac{1}{2}\omega B(R_1^2 - R_2^2)$$

$$= 226\mathrm{V}$$

圆盘边缘的电势高于中心转轴的电势.

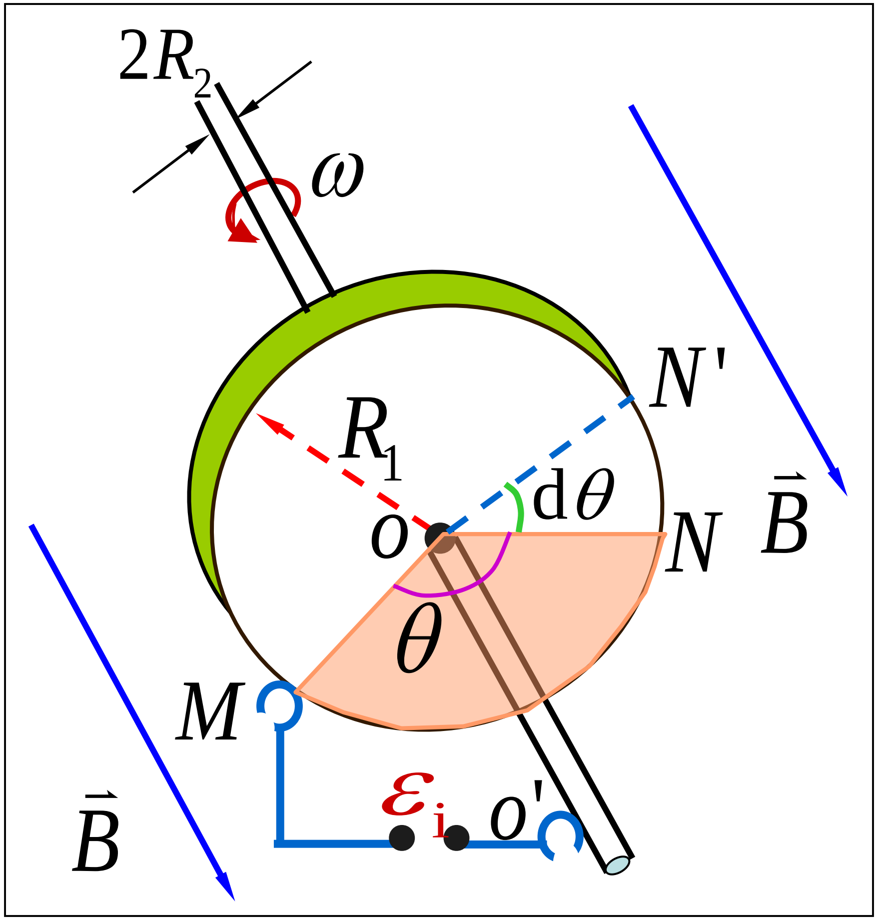


（方法二）

解 取一虚拟的闭和回路 $MNOM$ 并去取其绕向与 $\vec{B}$ 相同. 则

$$\Phi = B\frac{\theta}{2\pi}\pi(R_1^2 - R_2^2)$$

$$= \frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\theta$$



$$\Phi = \frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\theta$$

设 $t=0$ 时点 M 与点 N 重合即 $\theta=0$

则 t 时刻 $\theta = \omega t$

$$\Phi = \frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\omega t$$

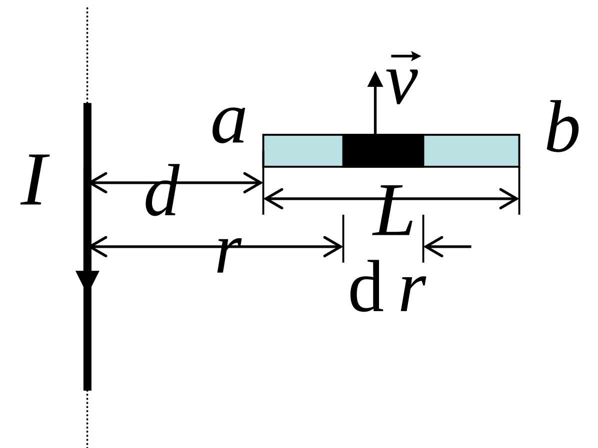
$$\varepsilon_{\mathrm{i}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$= -\frac{1}{2}B(R_1^2 - R_2^2)\omega$$

方向与回路 $MNOM$ 绕向相反,即盘缘的电势高于中心.

例：直导线*ab*以速率 v 沿平行于长直载流导线的方向运动，*ab*与直导线共面，且与它垂直，如图所示。设直导线中的电流强度为I，导线*ab*长为L，**a** 端到直导线的距离为**d**，求导线*ab*中的动生电动势，并判断哪端电势较高。

解 （1）应用$\varepsilon_{ab}=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ 求解



距长直载流导线 **r** 处取一线元d**r**，方向向右。

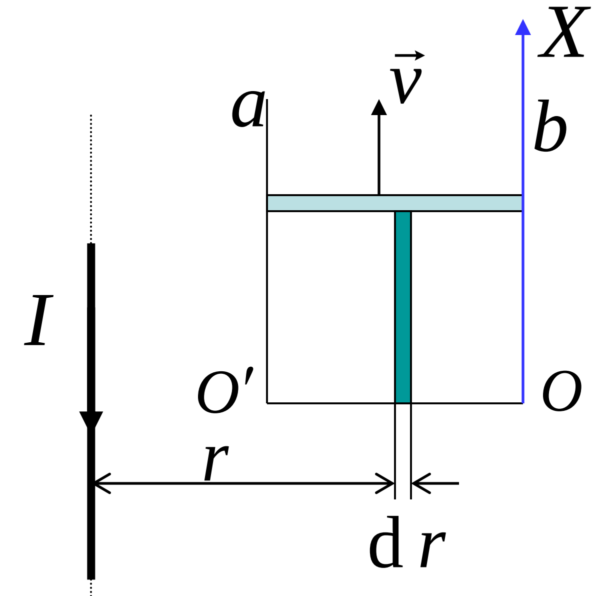
$$\mathrm{d}\varepsilon_i=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot \mathrm{d}\vec{r}=vB\,\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I v}{2\pi r}\mathrm{d}r$$

$$\varepsilon_{ab}=\int_a^b \mathrm{d}\varepsilon=\int_d^{d+L}\frac{\mu_0 I v}{2\pi r}\mathrm{d}r=\frac{\mu_0 I v}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}$$

由于$\varepsilon_{ab}>0$, 表明电动势的方向由**a** 指向**b**, **b** 端电势较高。

星期三 10:24 PM 01

（2）应用电磁感应定律求解



设某时刻导线**ab** 到**U** 形框底边的距离为**x**，取顺时针方向为回路的正方向，则该时刻通过回路 $aboo'a$的磁通量为

$$\Phi = -\iint_S \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = \int_d^{d+L} -\frac{\mu_0 I}{2\pi r} x \,\mathrm{d}r = -\frac{\mu_0 I x}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}$$

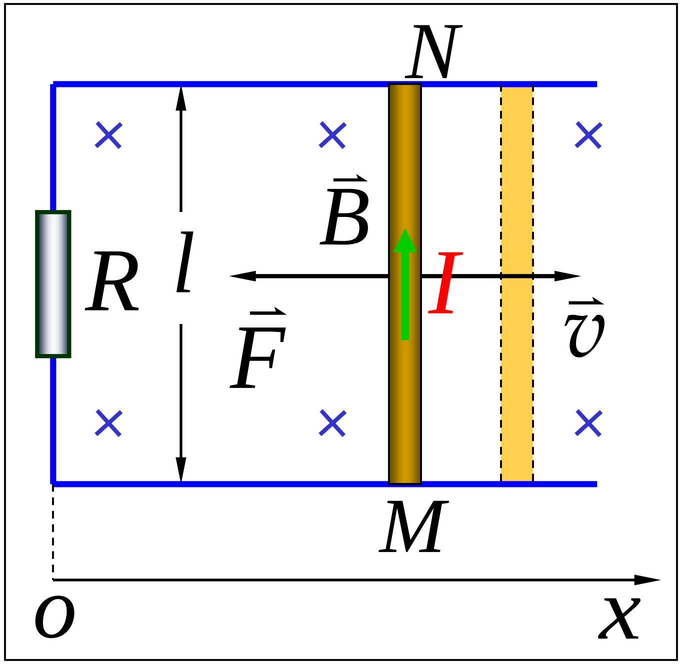
$$\varepsilon_{ab} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(\frac{d+L}{d}\right)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu I v}{2\pi}\ln\frac{d+L}{d}$$

$\varepsilon_{ab} > 0$表示电动势的方向与所选回路正方向相同，即沿顺时针方向。因此在导线**ab**上，电动势由**a**指向**b**，**b** 端电势较高。

星期三 10:24 PM 01

例2 一导线矩形框的平面与磁感强度为 $\vec{B}$ 的均匀磁场相垂直.在此矩形框上,有一质量为 m 长为 l 的可移动的细导体棒 MN；矩形框还接有一个电阻 R，其值较之导线的电阻值要大得很多.若开始时,细导体棒以速度 $\vec{v}_0$ 沿如图所示的矩形框运动,试求棒的速率随时间变化的函数关系.

解 如图建立坐标



棒中 $\varepsilon_{\mathrm{i}} = Blv$ 且由 $M \longrightarrow N$

棒所受安培力

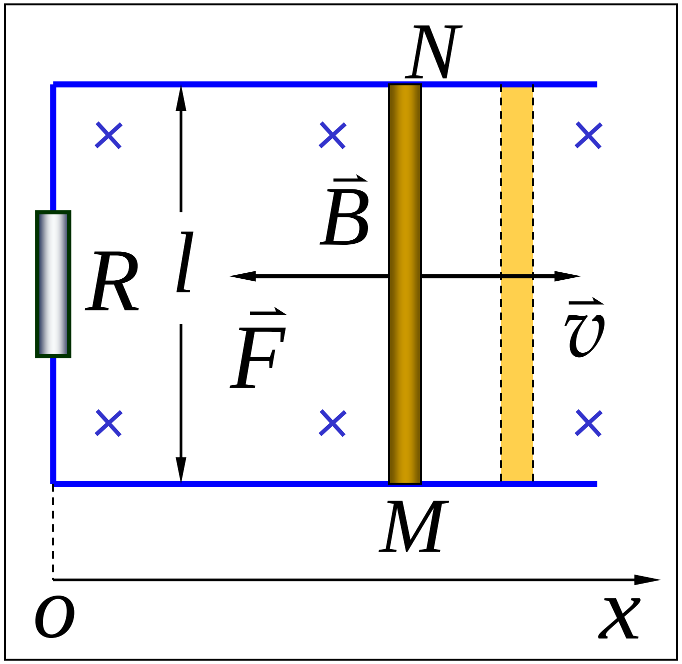
$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿 ox 轴反向

星期三 10:24 PM 01

$$F = IBl = \frac{B^2 l^2 v}{R}$$

方向沿ox轴反向



棒的运动方程为

$$m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{B^2 l^2 v}{R}$$

则 $$\int_{v_0}^{v} \frac{\mathrm{d}v}{v} = -\int_0^t \frac{B^2 l^2}{mR}\mathrm{d}t$$

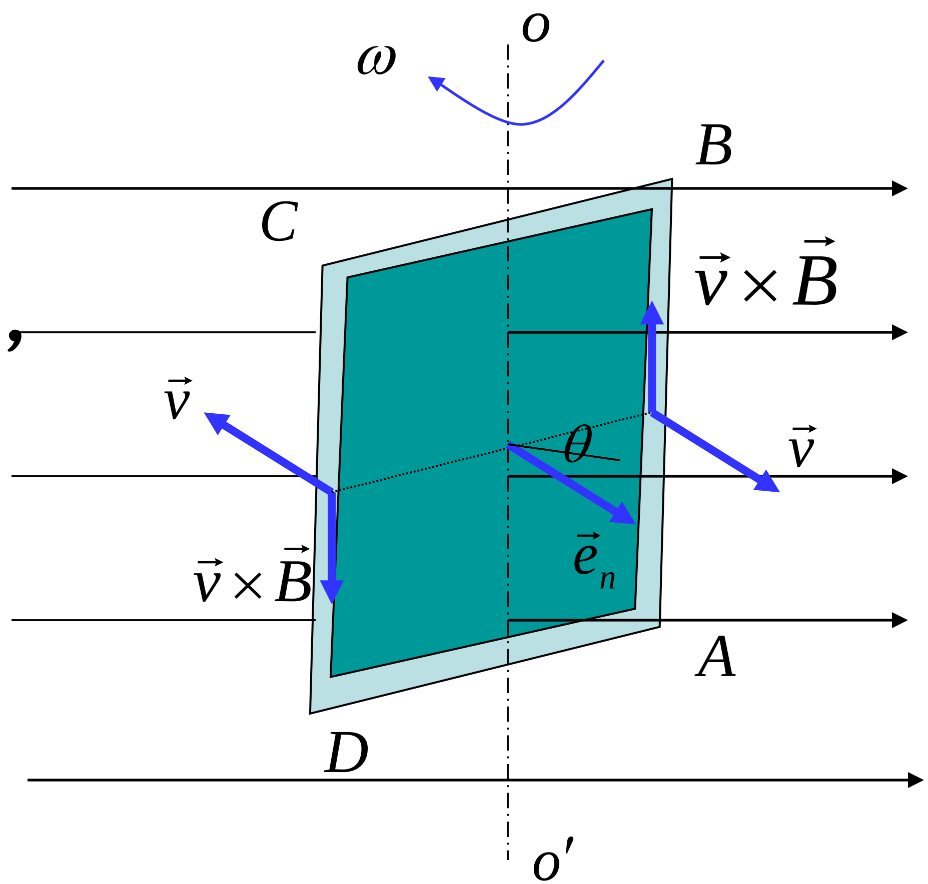
计算得棒的速率随时间变化的函数关系为

$$v = v_0 \mathrm{e}^{-(B^2 l^2 / mR)t}$$

星期三 10:24 PM 01

2. 在磁场中转动的线圈内的感应电动势

设矩形线圈***ABCD***的匝数为N，面积为S，使这线圈在匀强磁场中绕固定的轴线 OO' 转动，磁感应强度 与 $\vec{B}$ 轴垂直。当 $t=0$时，$\vec{e}_n$ 与 $\vec{B}$ 之间的夹角为零，经过时间 t，$\vec{e}_n$ 与 $\vec{B}$ 之间的夹角为 θ。



$$\Phi = BS\cos\theta \qquad \varepsilon_i = -N\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = NBS\sin\theta\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$$

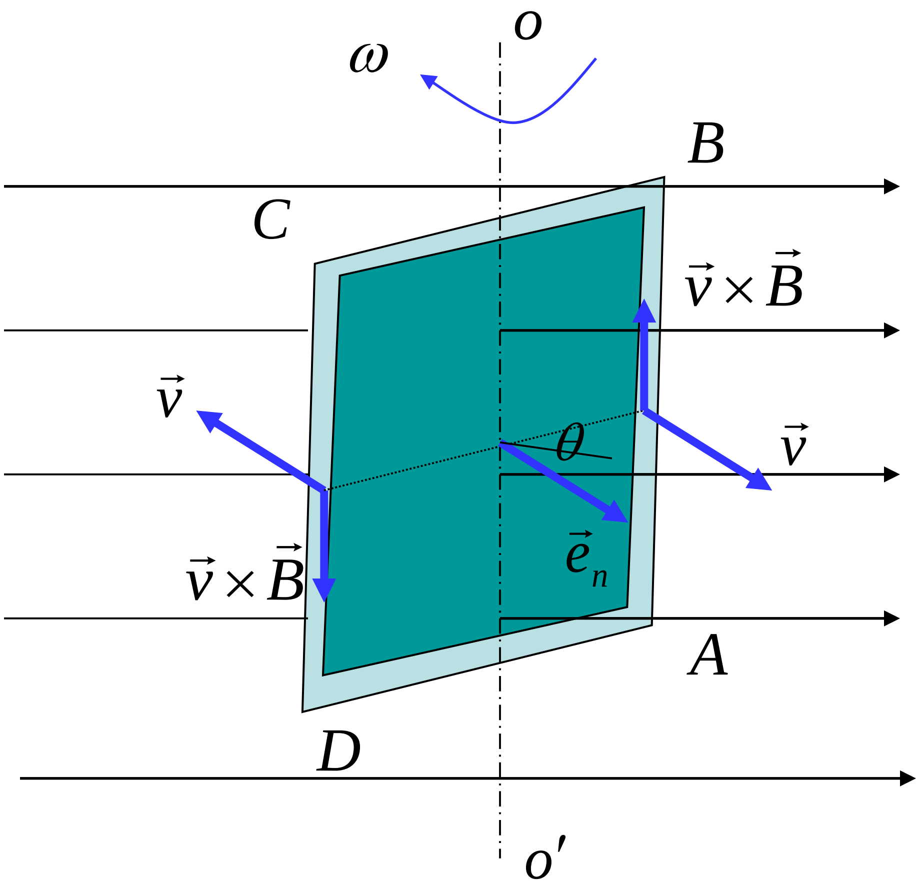
$$\because \theta = \omega t$$

$$\therefore \varepsilon_i = NBS \sin \omega t$$

令$NBS\omega = \varepsilon_0$

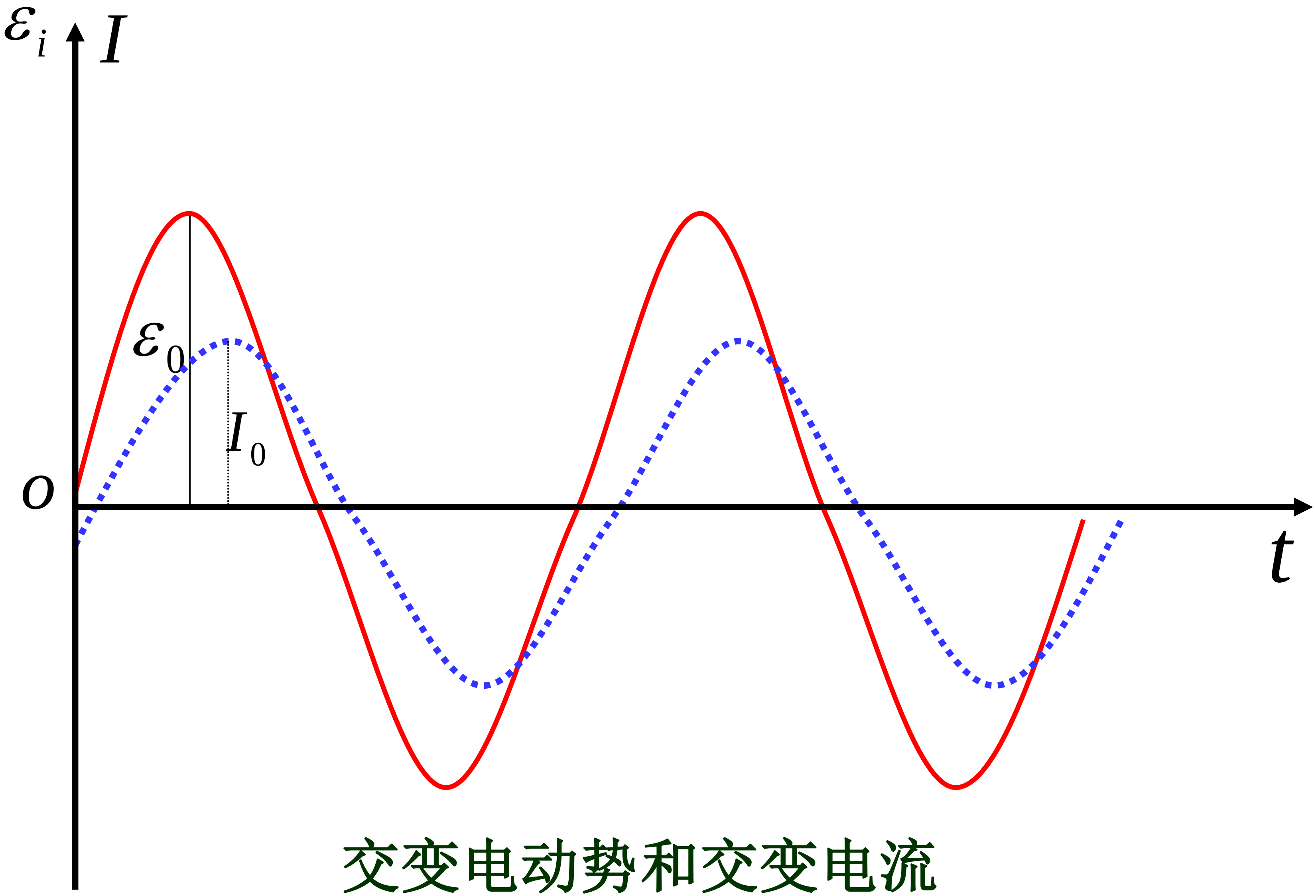
则$\varepsilon_i = \varepsilon_0 \sin \omega t$

$$I = I_0 \sin(\omega t - \varphi)$$



在匀强磁场内转动的线圈中所产生的电动势是随时间作周期性变化的，这种电动势称为交变电动势。在交变电动势的作用下，线圈中的电流也是交变的，称为交变电流或交流。

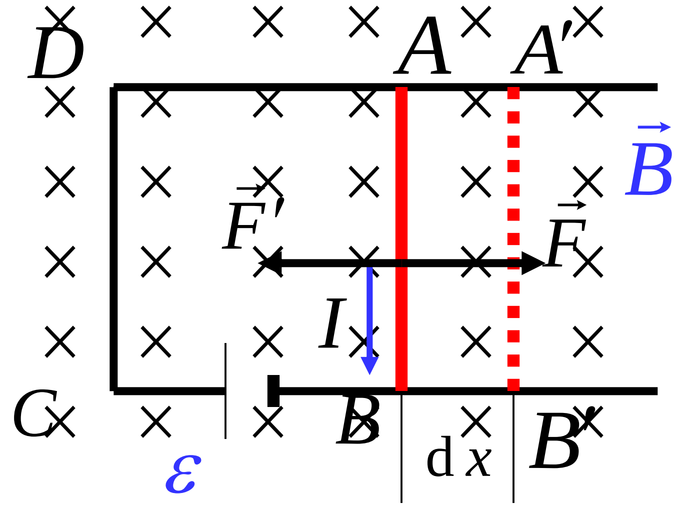
星期三 10:24 PM 01



交变电动势和交变电流

星期三 10:24 PM 01

设对载流导线AB段施以安培力$F=IlB$，使其无摩擦地向右滑动。



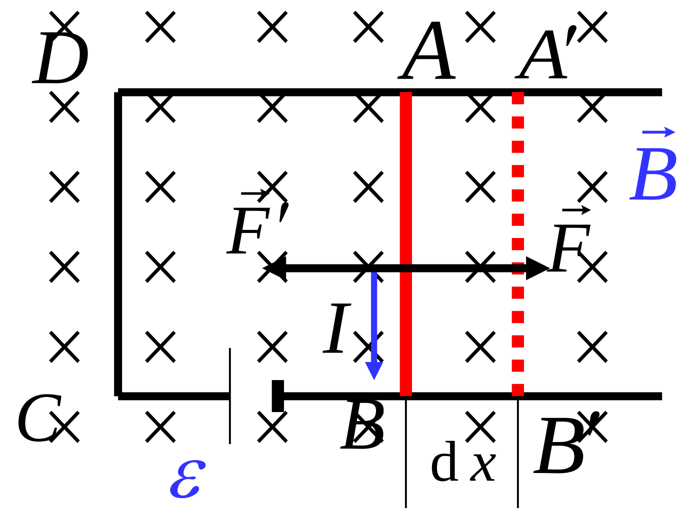
$$\mathrm{d}A=\vec{F}\cdot\mathrm{d}\vec{x}$$
$$=IlB\,\mathrm{d}x$$
$$=IB\,\mathrm{d}S\;=I\,\mathrm{d}\Phi$$

根据能量守恒定理

$$\varepsilon I\,\mathrm{d}t=I^2R\,\mathrm{d}t+I\,\mathrm{d}\Phi \Longrightarrow I=\frac{\varepsilon-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}}{R}$$

$-\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$在电路中的作用和电源电动势处于同等地位，说明磁力作功是和电磁感有内在联系的。

电源处于供应电能的地位，“运动导线AB ”反而处于接受电能的地位，所以通常把 ε_i 称作反电动势。



电源为克服反电动势而用去的电能等于

$$dW = \varepsilon_i I\,\mathrm{d}t = BlvI\,\mathrm{d}t = I\,\mathrm{d}\Phi$$

这正好与磁力所做的功相等。

星期三 10:24 PM 01