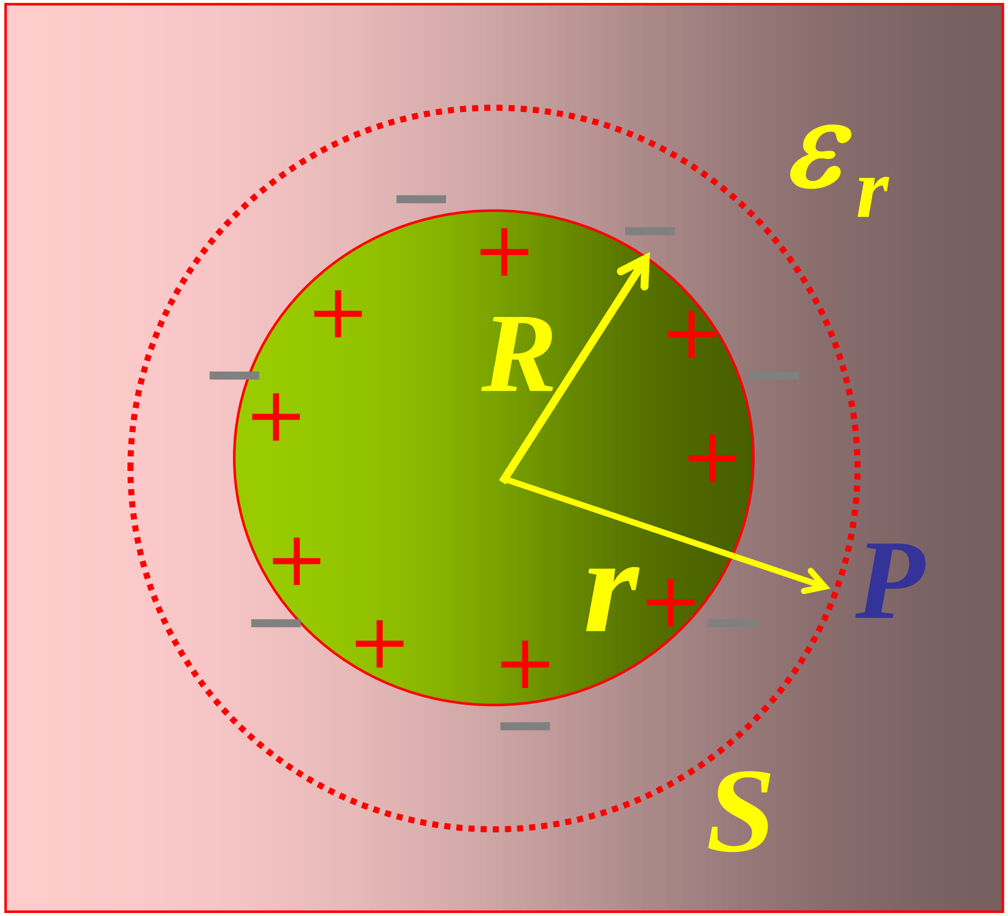
同学们好



星期三 9:37 PM 53

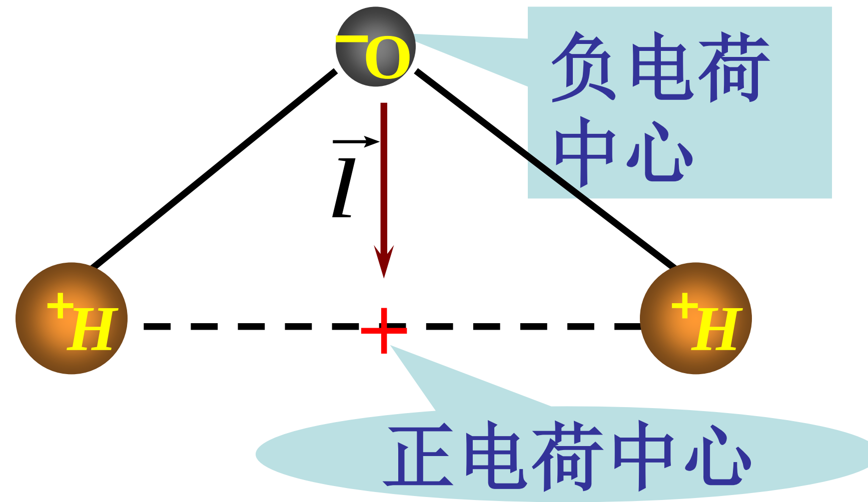
电介质及其极化

室温下金属导体、半导体、电介质的电阻率分别为：

$$\rho \simeq \begin{cases} 10^{-8} \sim 10^{-6}(\Omega \bullet m) & \text{导体} \\ 10^{-5} \sim 10^{6}(\Omega \bullet m) & \text{半导体} \\ 10^{8} \sim 10^{18}(\Omega \bullet m) & \text{电介质} \end{cases}$$

电介质：绝缘体，无自由电荷。

一、有极分子和无极分子电介质



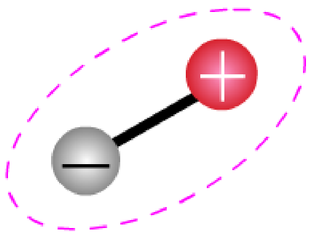
有极分子： 分子的正、负电荷中心不重合。

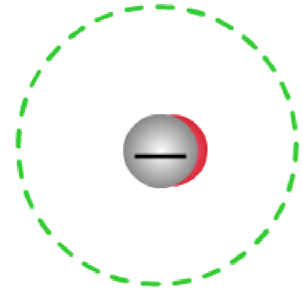
$$\vec{p}_e = q\vec{l}$$

$H_2O, Hcl, NH_3, CO, SO_2, H_2S,$ 甲醇CH_3OH

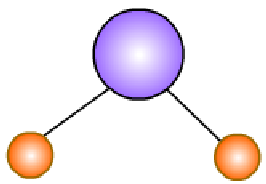
无极分子： 分子的、负电荷中心重合。

$$H_2, N_2, CH_4, He$$

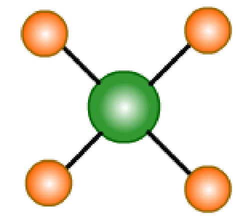




如H_2O



如CH_4



有极分子

无极分子

二、电介质的极化

（1）无极分子的位移极化

加上外电场后，在电场作用下介质分子正负电荷中心不再重合，出现分子电矩。

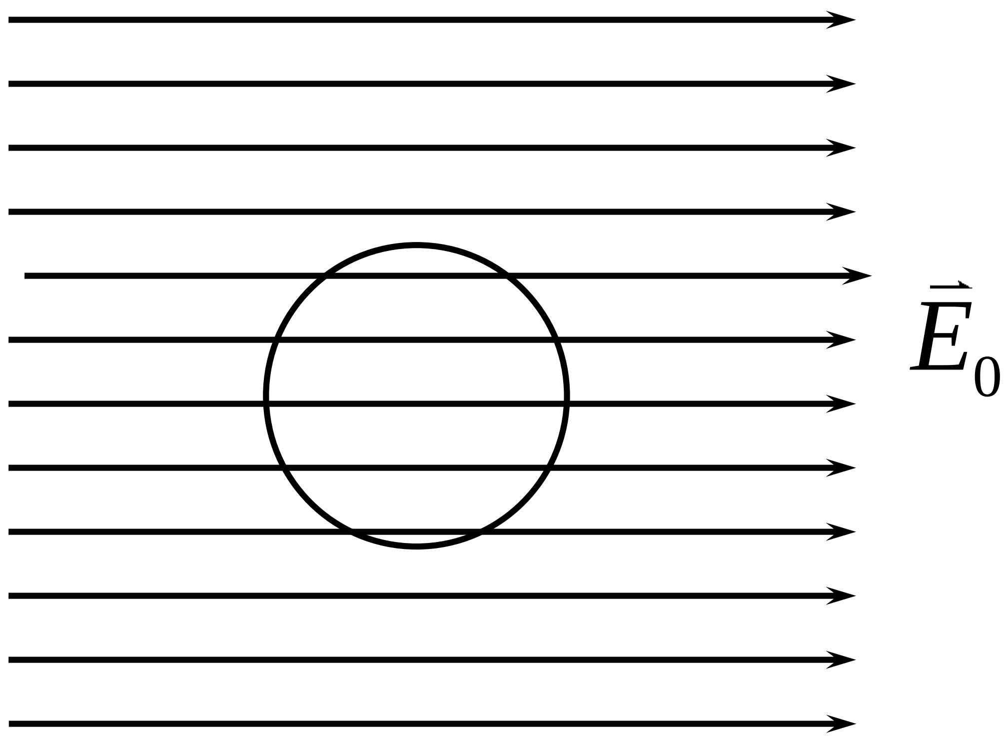
（2）有极分子的取向极化

无外电场时，有极分子电矩取向不同，整个介质不带电。

在外电场中有极分子的固有电矩要受到一个力矩作用，电矩方向转向和外电场方向趋于一致。

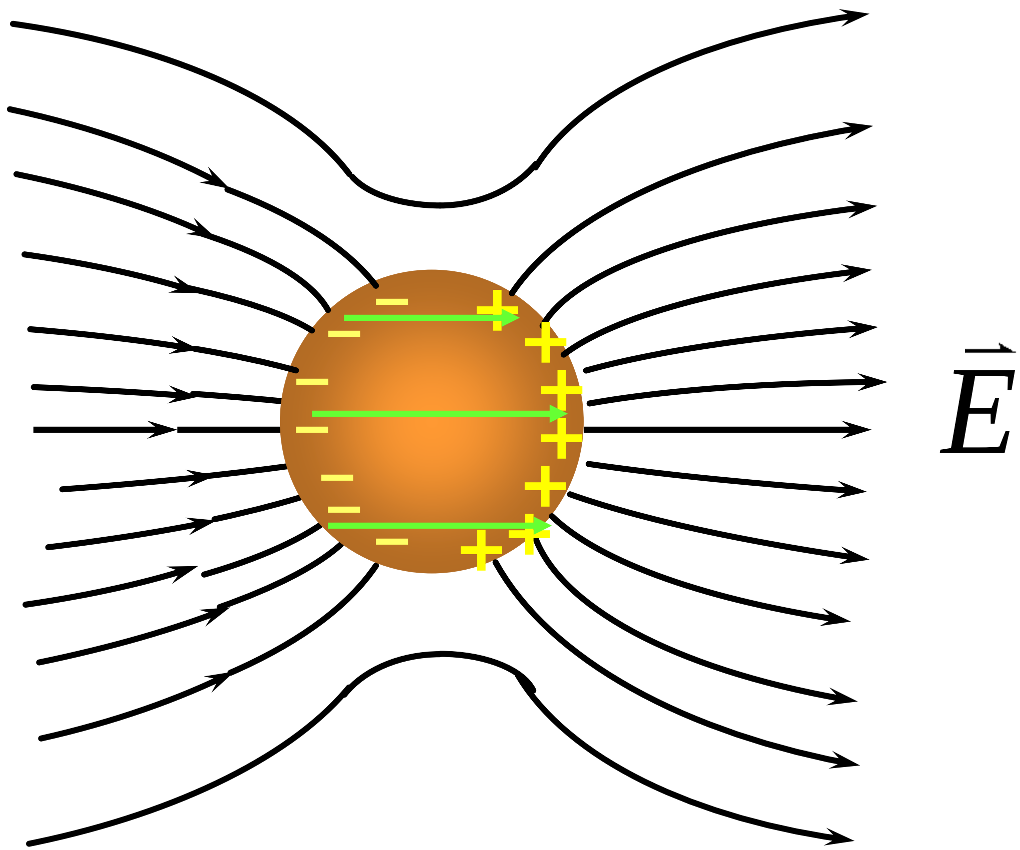
电介质极化特点：内部场强一般不为零。

介质球放入前电场为一均匀场



星期三 9:37 PM 53

介质球放入后电力线发生弯曲



三、电极化强度矢量

1. 电极化强度矢量

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V}$$

$\vec{p}_i$: 分子偶极矩

$\vec{P}$: 电极化强度

$\vec{P}$ 的单位：$\mathrm{C \cdot m^{-2}}$

单位体积内分子电矩的矢量和。

星期三 9:37 PM 53

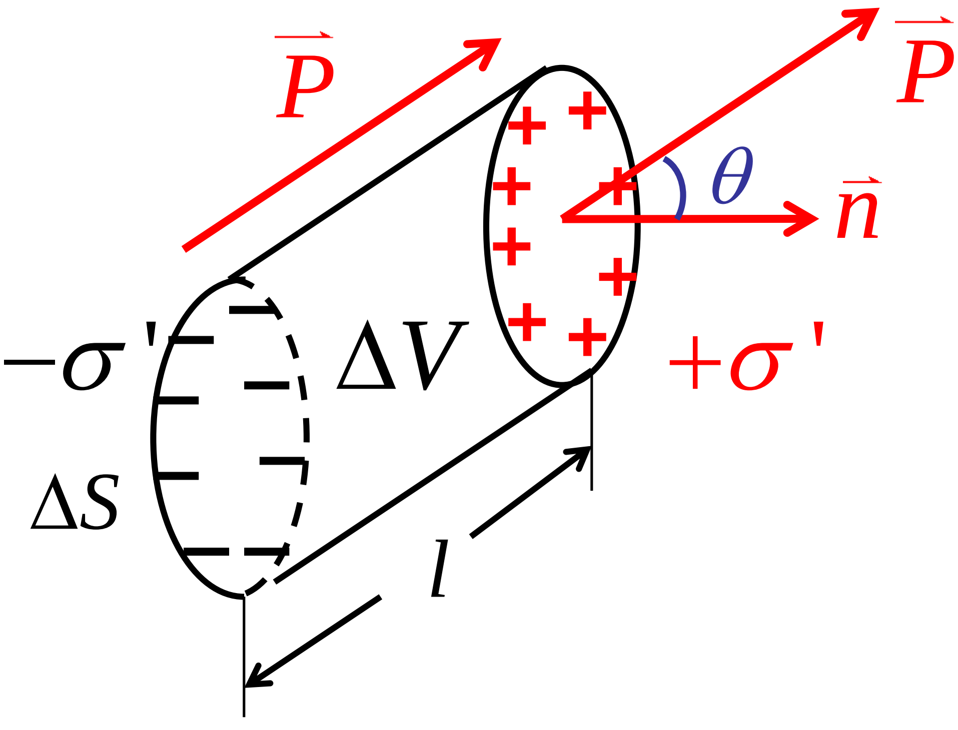
2. 束缚电荷分布与电极化强度矢量的关系

$$\sum \vec{p} = q\vec{l} = \sigma' \Delta S \vec{l}$$

$$\Delta V = \Delta S l \cos\theta$$

$$|\vec{P}| = \frac{\left|\sum \vec{p}\right|}{\Delta V} = \frac{\sigma'}{\cos\theta}$$

$$\sigma' = |\vec{P}| \cos\theta = P_n$$



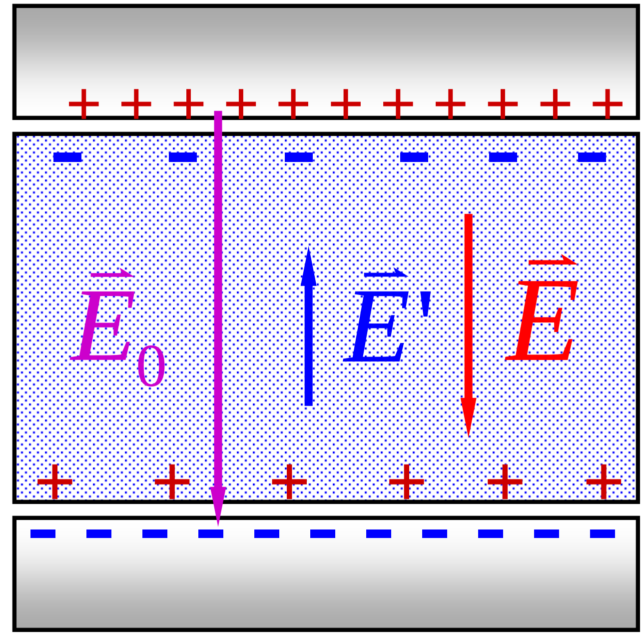
表面极化电荷面密度 $$\boxed{\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n} = P_n}$$

星期三 9:37 PM 53

3. 极化规律

$\sigma', -\sigma'$ 产生的场

$\vec{E}'$ 称为退极化场



由场强叠加原理，介质中的总场强

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

实验表明:对大多数各项同性介质

$$\vec{P} = \chi_e \varepsilon_0 \vec{E}$$

其中 χ_e 叫做极化率，与无关，只与介质的种类有关

星期三 9:37 PM 53

电介质中的静电场

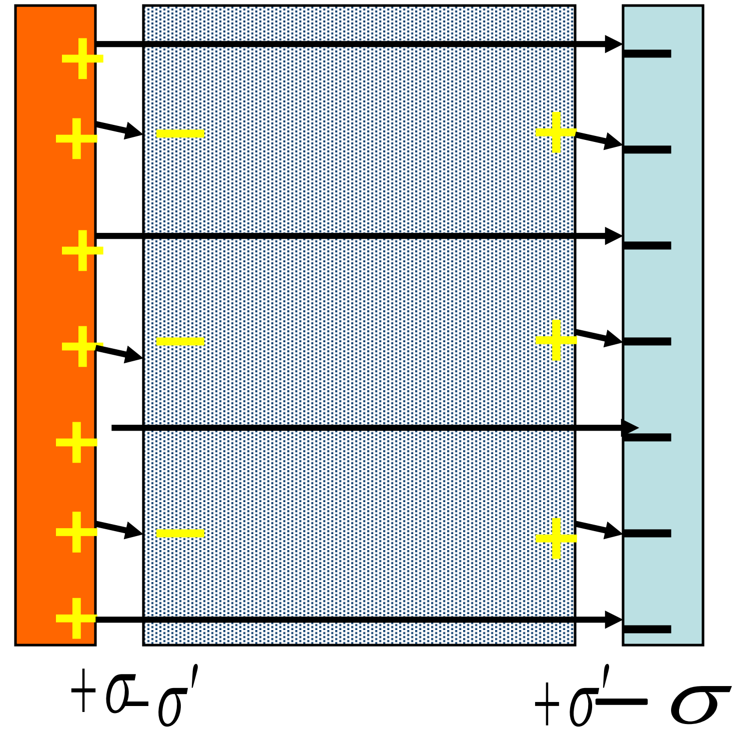
空间任一点总电场

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

总电场

外电场

束缚电荷电场



电介质内电场

$$E = E_0 - E' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{P}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi_e E$$

$$\therefore \qquad E = \frac{E_0}{1+\chi_e}$$

星期三 9:37 PM 53

两板间电势差 $U=Ed=\dfrac{\sigma d}{\varepsilon_0(1+\chi_e)}$

充满电介质时的电容为

$$C=\frac{q}{U}=\frac{\sigma S}{U}=\frac{\varepsilon_0(1+\chi_e)S}{d}=(1+\chi_e)C_0$$

则 $\varepsilon_r=1+\chi_e$ $\qquad \varepsilon=\varepsilon_r\varepsilon_0=(1+\chi_e)\varepsilon_0$

电介质内部场强减弱为外场的**1/ε_r**这一结论并不普遍成立，但是场强减弱却是比较普遍的。

有介质时的高斯定理　电位移矢量

一、有介质时的高斯定理　电位移

$$\boxed{\oint_L \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0}$$

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum q$$

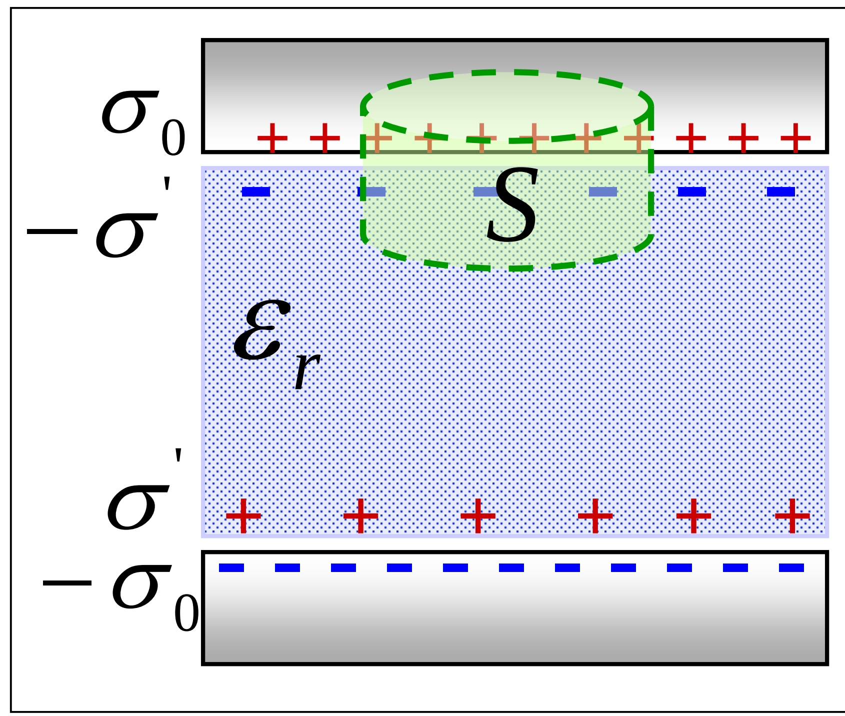
$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q + \sum q'\right)$$

星期三　9:37 PM 53

同时考虑自由电荷和束缚电荷产生的电场

总电场　　自由电荷　　束缚电荷

$$\oiint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{S内}(q_0 + q')$$



以平板电容器为例：

由电荷守恒定律和面上束缚电荷，得面内束缚电荷

星期三　9:37 PM 53

$$\sum_{S内} q' = -\oint\!\!\!\oint_S \sigma' \cdot dS = -\oint\!\!\!\oint_S P\cos\theta \mathrm{d}S = -\oint\!\!\!\oint_S \vec{P}\cdot d\vec{S}$$

代入得 $$\oint\!\!\!\oint_S (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P})\cdot d\vec{S} = \sum_{S内} q_0$$

定义：电位移矢量 $$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$$

$$\boxed{\oint\!\!\!\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sum_{S内} q_0}$$

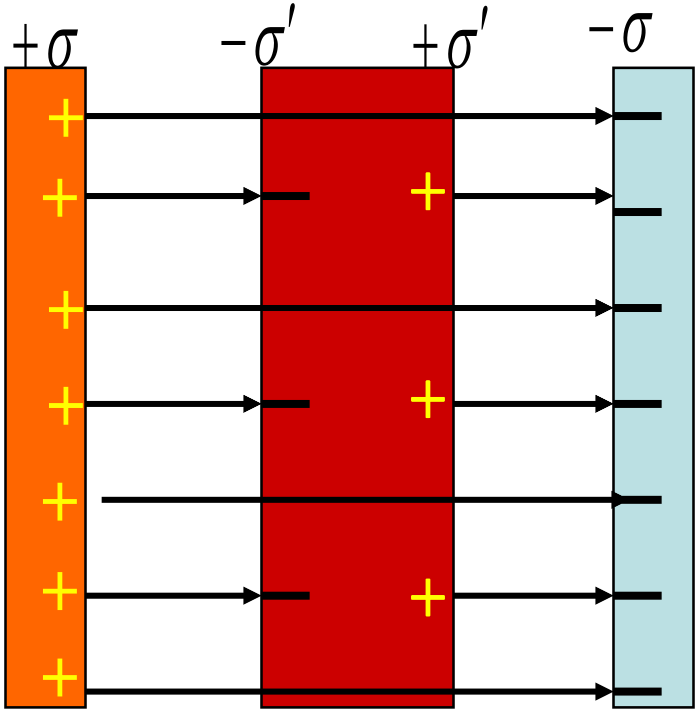
通过电介质中任一闭合曲面的电位移通量等于该面包围的自由电荷的代数和。

讨论：

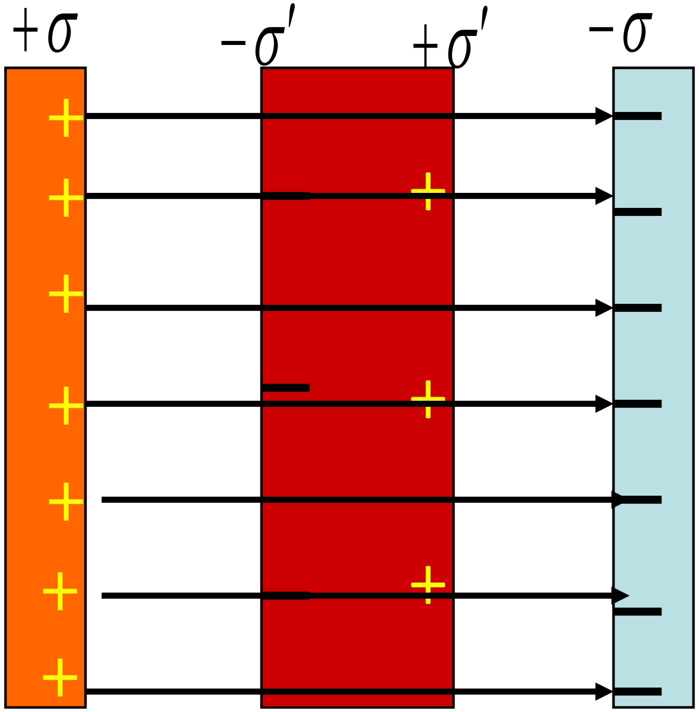
1. 电位移矢量 $\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}}$

同时描述电场和电介质极化的复合矢量。

电位移线与电场线性质不同。



电场线



电位移线

2. $\vec{D}$、$\vec{E}$、$\vec{P}$三矢量之间关系

$$\left.\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon_0\vec{E}+\vec{P}\\ \vec{P} &= \varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}\end{aligned}\right\} \Rightarrow \vec{D}=\varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E}=\varepsilon\vec{E}$$

有电介质存在时的高斯定理的应用

（1）分析自由电荷分布的对称性，选择适当的高斯面，求出电位移矢量。

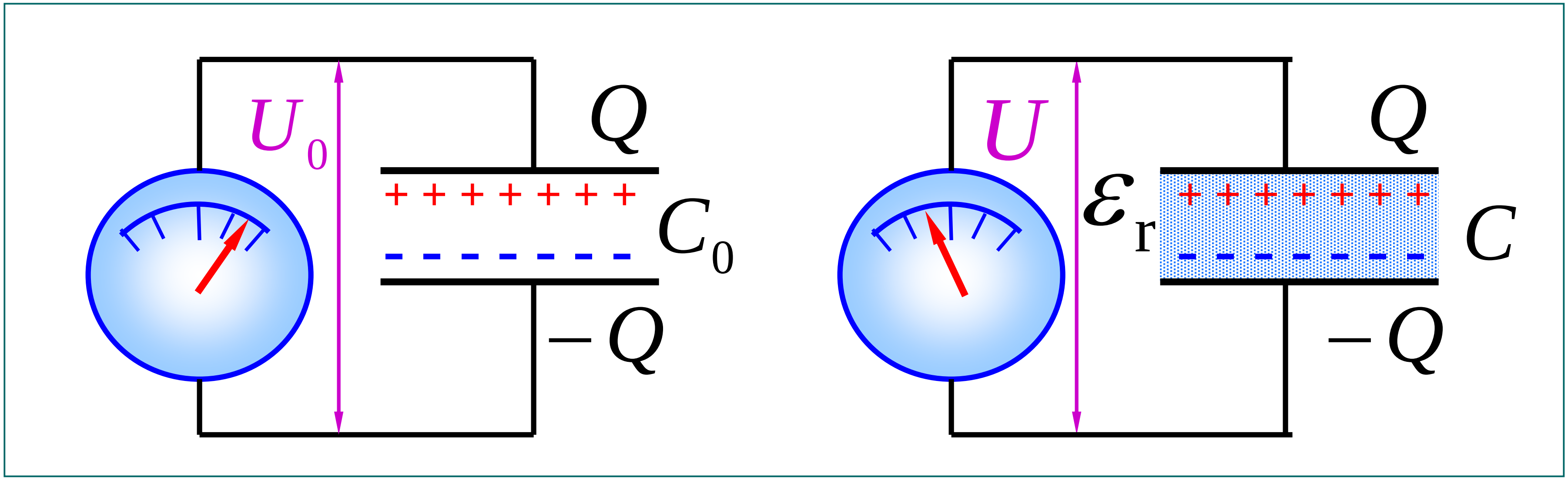
（2）根据电位移矢量与电场的关系，求出电场。

（3）根据电极化强度与电场的关系，求出电极化强度。

（4）根据束缚电荷与电极化强度关系，求出束缚电荷。

星期三 9:37 PM 53

3. 电介质对电容的影响　相对电容率



$$U = \frac{1}{\varepsilon_r} U_0 \qquad E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} \qquad \boxed{C = \varepsilon_r C_0}$$

相对电容率 $\varepsilon_r > 1$

电容率 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$

小结：

电位移矢量

$$\vec{D}=\vec{P}+\varepsilon_0\vec{E}$$（任何介质）

$$\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$$（均匀介质）

电容率 $\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$

极化电荷面密度 $\sigma'=P_n$

有介质时的高斯定理 $\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{S内} q_0$

$$C=\varepsilon_r C_0 \qquad E=E_0/\varepsilon_r$$（均匀介质）

注意

有介质时先求 $\vec{D}\rightarrow\vec{E}\rightarrow U$

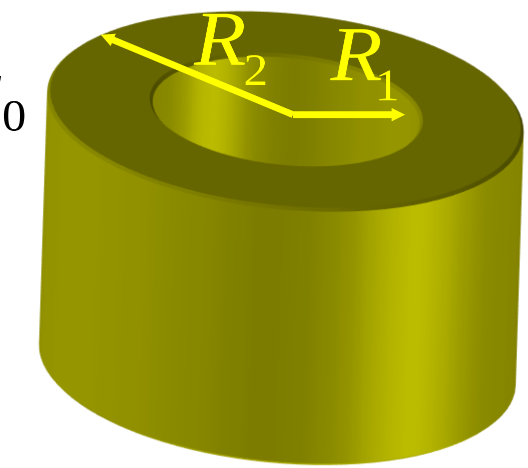
星期三 9:37 PM 53

例：一无限长同轴金属圆筒，内筒半径为R_1，外筒半径为R_2，内外筒间充满相对介电常数为ε_r的油，在内外筒间加上电压U(外筒为正极），求电场及束缚电荷分布。

解：根据自由电荷和电介质分布的对称性，电场强度和电位移矢量均应有柱对称性。

设内圆筒单位长度带电为λ，以r为底半径、1为高作一与圆筒同轴的圆柱面为高斯面，则

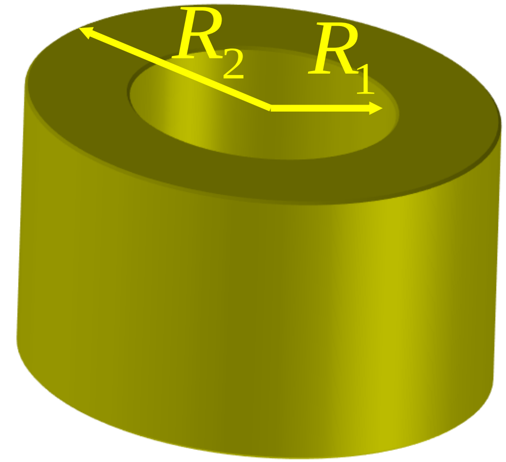
$$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = D\cdot 2\pi rl = \sum_{S内} q_0 \Rightarrow D = \frac{1}{2\pi rl}\sum_{S内} q_0$$



$$\Rightarrow D = \begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \dfrac{\lambda}{2\pi r} & R_1 < r < R_2 \\ 0 & r > R_2 \end{cases}$$

星期三 9:37 PM 53

由电位移与电场的关系，知



$$E=\begin{cases} 0 & r<R_1 \\ \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} & R_1<r<R_2 \\ 0 & r>R_2 \end{cases}$$

内外筒电势差

$$U=\int_{R_2}^{R_1}\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

代入得到电场的分布为：

$$E=\begin{cases} 0 & r<R_1 \\ \dfrac{U}{r\ln(R_2/R_1)} & R_1<r<R_2 \\ 0 & r>R_2 \end{cases}$$

沿半径向里

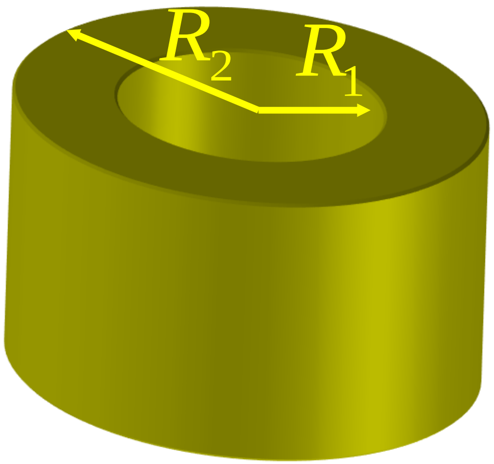
星期三 9:37 PM 53

由 $\vec{P}=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\vec{E}$ 得电极化强度矢量的分布

$$P=\begin{cases}0 & r<R_1\\ \dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)U}{r\ln(R_2/R_1)} & R_1<r<R_2 \\ 0 & r>R_2\end{cases}$$

沿半径向里

由 $\sigma'=\vec{P}\cdot\vec{n}$ 得束缚电荷的分布

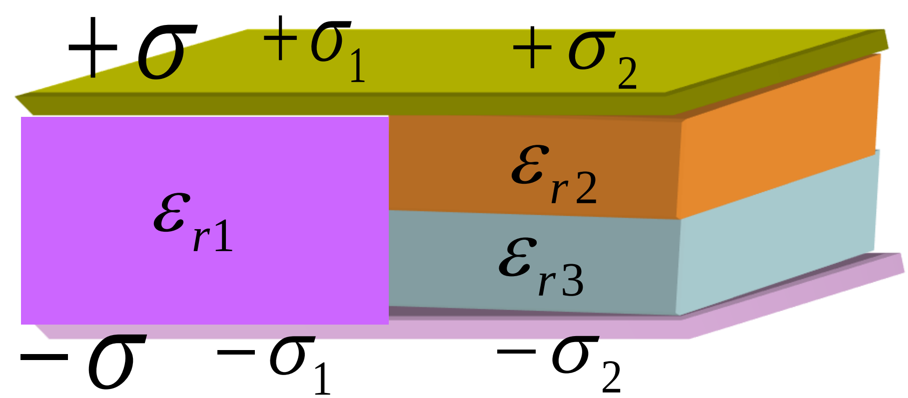


$$\sigma'=\begin{cases}\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)U}{R_1\ln(R_2/R_1)} & r=R_1\\ -\dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)U}{R_2\ln(R_2/R_1)} & r=R_2\end{cases}$$

束缚电荷在介质内表面为正，外表面为负。

星期三 9:37 PM 53

例：一平板电容器板间为真空时，两极板上所带电荷的面密度分别为$+\sigma$和$-\sigma$，，电压U_0=200V。撤去充电电源，在板间按图示充以三种介质，介质1充满一半空间，介质2和3的厚度相同。求介质表面的束缚电荷。（忽略边缘效应）

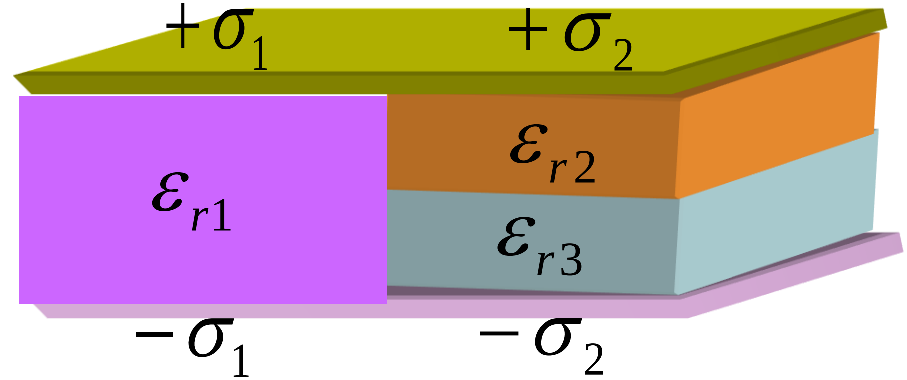


解：忽略边缘效应，板间各处 $\vec{E}$、$\vec{D}$ 均垂直于板面，且在同一介质中相同。

以σ_1、σ_2分别表示极板左半部及右半部分的面电荷密度，$\vec{E}_1$、$\vec{D}_1$、$\vec{E}_2$、$\vec{D}_2$、$\vec{E}_3$、$\vec{D}_3$ 表示各介质中的电场和电位移。

在各电介质中作圆柱形高斯面，两底面平行于极板，上底在上极板内。

侧面、上底面电场电位移通量均为零。



电介质中高斯定理 $\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_{上底}\vec{D}\cdot d\vec{S} + \int_{下底}\vec{D}\cdot d\vec{S} + \int_{侧面}\vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_{下底}\vec{D}\cdot d\vec{S}$

分别考虑三种介质：

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_{下底}\vec{D}\cdot d\vec{S} = D_1\cdot\Delta S = \sigma_1\cdot\Delta S$$ 介质1

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_{下底}\vec{D}\cdot d\vec{S} = D_2\cdot\Delta S = \sigma_2\cdot\Delta S$$ 介质2

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_{下底}\vec{D}\cdot d\vec{S} = D_3\cdot\Delta S = \sigma_2\cdot\Delta S$$ 介质3

$$\therefore \quad D_1 = \sigma_1 \qquad D_2 = D_3 = \sigma_2$$

由电场与电位移关系得:

$$E_1=\frac{D_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}=\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}}\qquad E_2=\frac{D_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}}\qquad E_3=\frac{D_3}{\varepsilon_0\varepsilon_{r3}}=\frac{\sigma_2}{\varepsilon_0\varepsilon_{r3}}$$

平衡时导体是等势体 $E_1 d=E_2\cdot d/2+E_3\cdot d/2$

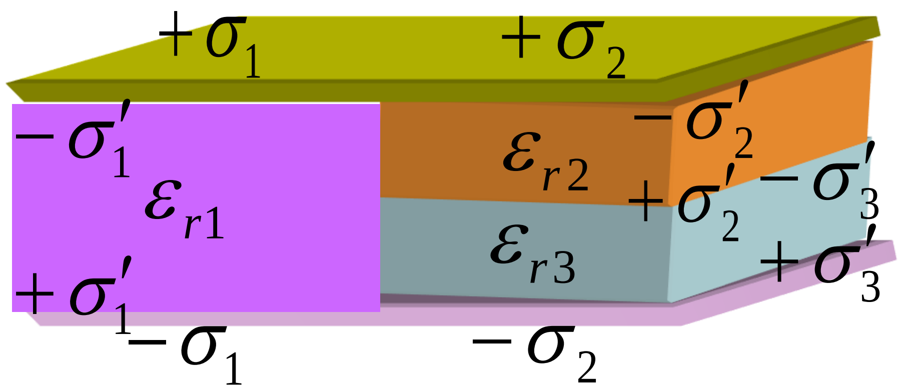
电荷守恒 $\sigma_1\cdot S/2+\sigma_2\cdot S/2=\sigma S$

可解得

$$E_1=\frac{2\sigma}{\varepsilon_0}\frac{\varepsilon_{r2}+\varepsilon_{r3}}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}+\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3}+2\varepsilon_{r2}\varepsilon_{r3}}$$

$$E_2=\frac{4\sigma}{\varepsilon_0}\frac{\varepsilon_{r3}}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}+\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3}+2\varepsilon_{r2}\varepsilon_{r3}}$$

$$E_3=\frac{4\sigma}{\varepsilon_0}\frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2}+\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3}+2\varepsilon_{r2}\varepsilon_{r3}}$$



星期三 9:37 PM 53

由 $\sigma' = \vec{P}\cdot\vec{n} = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)\vec{E}\cdot\vec{n}$ 得束缚电荷的分布

$$\sigma_1' = \varepsilon_0(\varepsilon_{r1} - 1)E_1 = \frac{2(\varepsilon_{r2} + \varepsilon_{r3})(\varepsilon_{r1} - 1)}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2} + \varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3} + 2\varepsilon_{r2}\varepsilon_{r3}}\sigma$$ 上负下正

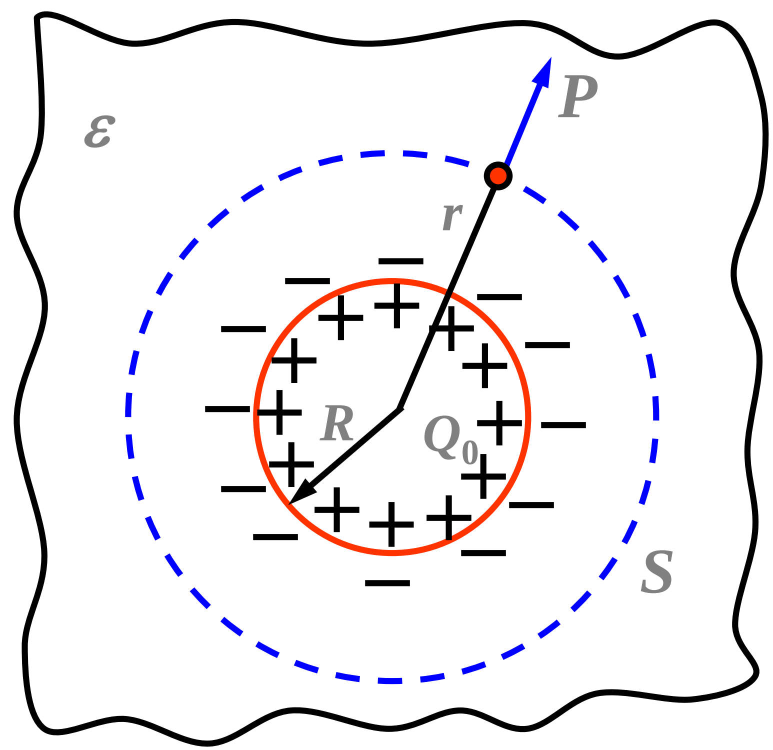
$$\sigma_2' = \varepsilon_0(\varepsilon_{r2} - 1)E_2 = \frac{4\varepsilon_{r3}(\varepsilon_{r2} - 1)}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2} + \varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3} + 2\varepsilon_{r2}\varepsilon_{r3}}\sigma$$ 上负下正

$$\sigma_3' = \varepsilon_0(\varepsilon_{r3} - 1)E_3 = \frac{4\varepsilon_{r2}(\varepsilon_{r3} - 1)}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_{r2} + \varepsilon_{r1}\varepsilon_{r3} + 2\varepsilon_{r2}\varepsilon_{r3}}\sigma$$ 上负下正

例： 一半径为R的金属球，带有电荷q_0,浸埋在均匀"无限大"电介质（电容率为ε），求球外任一点P的场强及极化电荷分布。

解： 根据金属球是等势体，而且介质又以球体球心为中心对称分布，可知电场分布必仍具球对称性，用有电介质时的高斯定理来。

如图所示，过P点作一半径为r并与金属球同心的闭合球面S，由高斯定理知



星期三 9:37 PM 53

$$\oiint \vec{D}\cdot d\vec{S} = D4\pi r^2 = q_0$$

所以 $$D = \frac{q_0}{4\pi r^2}$$

写成矢量式为 $$\vec{D} = \frac{q_0}{4\pi r^3}\vec{r}$$

因 $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$, 所以离球心**$r$** 处**P**点的场强为

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon r^3}\vec{r} = \frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^3}\vec{r} = \frac{\vec{E_0}}{\varepsilon_r}$$

星期三 9:37 PM 53

结果表明：带电金属球周围充满均匀无限大电介质后，其场强减弱到真空时的$1/\varepsilon_r$倍, 可求出电极化强度为

$$\vec{P}=\frac{q_0}{4\pi r^3}\vec{r}-\varepsilon_0\frac{q_0}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^3}\vec{r}=\frac{q_0}{4\pi r^3}\left(\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}\right)\vec{r}$$

电极化强度 $\vec{P}$ 与 $\vec{r}$ 有关，是非均匀极化。在电介质内部极化电荷体密度等于零，极化面电荷分布在与金属交界处的电介质变面上（另一电介质表面在无限远处），其电荷面密度为

$$\sigma'=\vec{P}\cdot\vec{e}_n$$

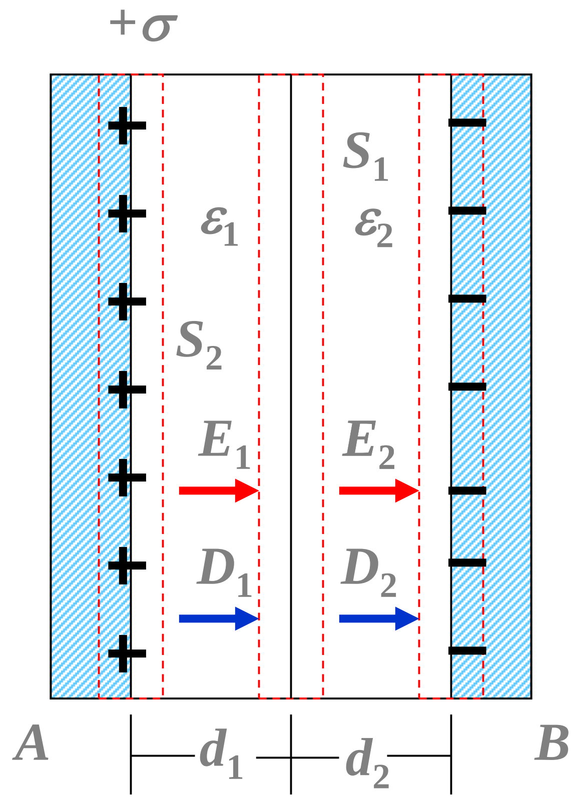
$$\sigma' = -\frac{q_0}{4\pi R^2}\left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\right)$$

因为$\varepsilon_r > 1$，上式说明σ'恒与q_0反号，在交界面处只有电荷和极化电荷的总电荷量为

$$q_0 - \left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r}\right) q_0 = \frac{q_0}{\varepsilon_r}$$

总电荷量减小到自由电荷量的$1/\varepsilon_r$倍，这是离球心r处P点的场强减小到真空时的$1/\varepsilon_r$倍的原因。

例：平行板电容器两板极的面积为S，如图所示，两板极之间充有两层电介质，电容率分别为ε_1 和ε_2，厚度分别为d_1 和d_2，电容器两板极上自由电荷面密度为±σ。求（1）在各层电介质的电位移和场强，（2）电容器的电容.



解：（1）设场强分别为E_1 和E_2，电位移分别为D_1 和D_2，E_1和E_2 与板极面垂直，都属均匀场。先在两层电介质交界面处作一高斯闭合面S_1，在此高斯面内的自由电荷为零。由电介质时的高斯定理得

$$\oiint_{S_1} \vec{D} \times d\vec{S} = -D_1 S + D_2 S = 0$$

所以 $D_1 = D_2$

即在两电介质内，电位移 $\vec{\boldsymbol{D}}_1$和$\vec{\boldsymbol{D}}_2$的量值相等。由于

$$\vec{D}_1 = \varepsilon_1 \vec{E}_1 \,, \vec{D}_2 = \varepsilon_2 \vec{E}_2$$

所以 $$\frac{\vec{E}_1}{\vec{E}_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1}}$$

可见在这两层电介质中场强并不相等，而是和电容率（或相对电容率）成反比。

为了求出电介质中电位移和场强的大小，我们可另作一个高斯闭合面S_2 ，如图中左边虚线所示，这一闭合面内的自由电荷等于正极板上的电荷，按有电介质时的高斯定理，得

$$\oiint_{S_1} \vec{D}\cdot d\vec{S} = \vec{D}_1\vec{S} = \vec{S}\sigma$$

再利用$\vec{D}_1 = \varepsilon_1\vec{E}_1$, $\vec{D}_2 = \varepsilon_2\vec{E}_2$可求得

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma}{\varepsilon_{r1}\varepsilon_0} \qquad E_2 = \frac{\sigma}{\varepsilon_2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_{r2}\varepsilon_0}$$

方向都是由左指向右。

（2）正、负两极板A、B 间的电势差为

$$V_A - V_B = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \sigma\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right) = \frac{q}{S}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_1} + \frac{d_2}{\varepsilon_2}\right)$$

$q = \sigma S$是每一极板上的电荷，这个电容器的电容为

$$C = \frac{q}{V_A - V_B} = \frac{S}{\dfrac{d_1}{\varepsilon_1} + \dfrac{d_2}{\varepsilon_2}}$$

可见电容电介质的放置次序无关。上述结果可以推广到两极板间有任意多层电介质的情况（每一层的厚度可以不同，但其相互叠合的两表面必须都和电容器两极板的表面相平行）。

例： 把一块相对电容率 $\varepsilon_{\mathrm{r}}=3$ 的电介质,放在极板间相距$d=1\mathrm{mm}$ 的平行平板电容器的两极板之间.放入之前,两极板的电势差是 $1000V$. 试求两极板间电介质内的电场强度 E ，电极化强度 P ，极板和电介质的电荷面密度，电介质内的电位移 D .

解

$$E_0=\frac{U}{d}=\frac{1000}{10^{-3}}\mathrm{V\cdot m^{-1}}=10^6\mathrm{V\cdot m^{-1}}=10^3\mathrm{kV\cdot m^{-1}}$$

$$E=E_0/\varepsilon_r=3.33\times10^2 kV\cdot m^{-1}$$

$$P=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E=5.89\times10^{-6}C\cdot m^{-2}$$

$$\sigma_0=\varepsilon_0 E_0=8.85\times10^{-6}C\cdot m^{-2}$$

$$\sigma'=P=5.89\times10^{-6}C\cdot m^{-2}$$

$$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E=\varepsilon_0 E_0=\sigma_0=8.85\times10^{-6}C\cdot m^{-2}$$

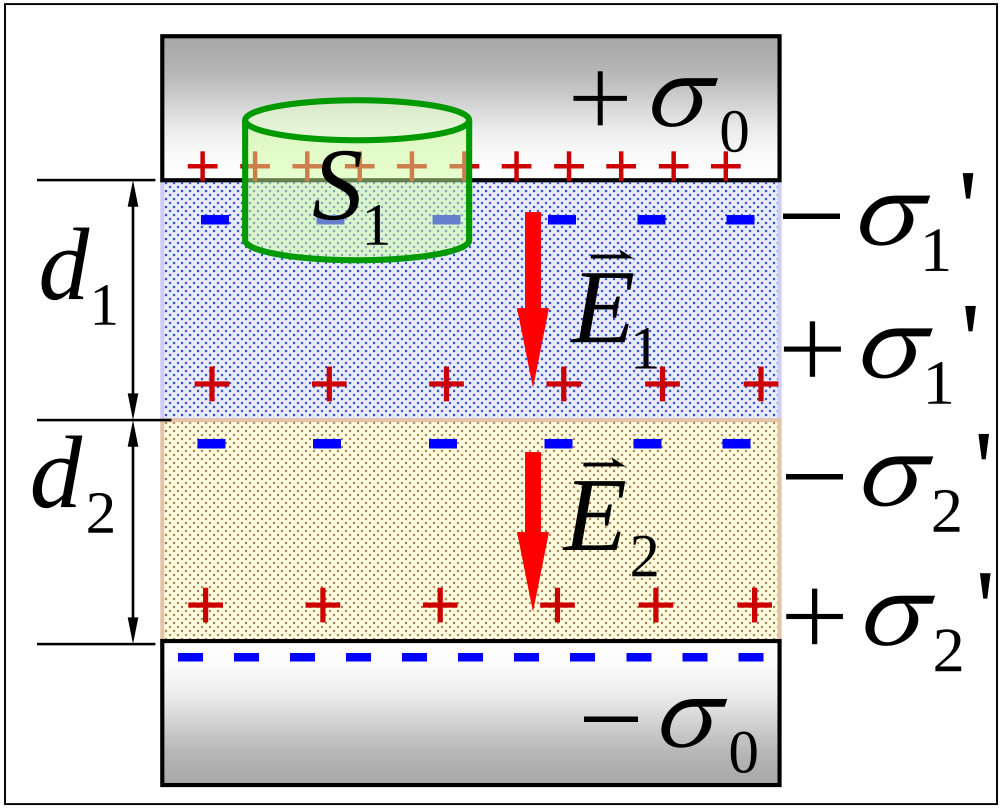
例：一平行平板电容器充满两层厚度各为 d_1 和 d_2 的电介质，它们的相对电容率分别为 ε_{r1} 和 ε_{r2} ，极板面积为 S ．**求（1）**电容器的电容；**（2）**当极板上的自由电荷面密度的值为 σ_0 时，两介质分界面上的极化电荷面密度.

解（1） $\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \sigma_0 S_1$

$$D = \sigma_0$$

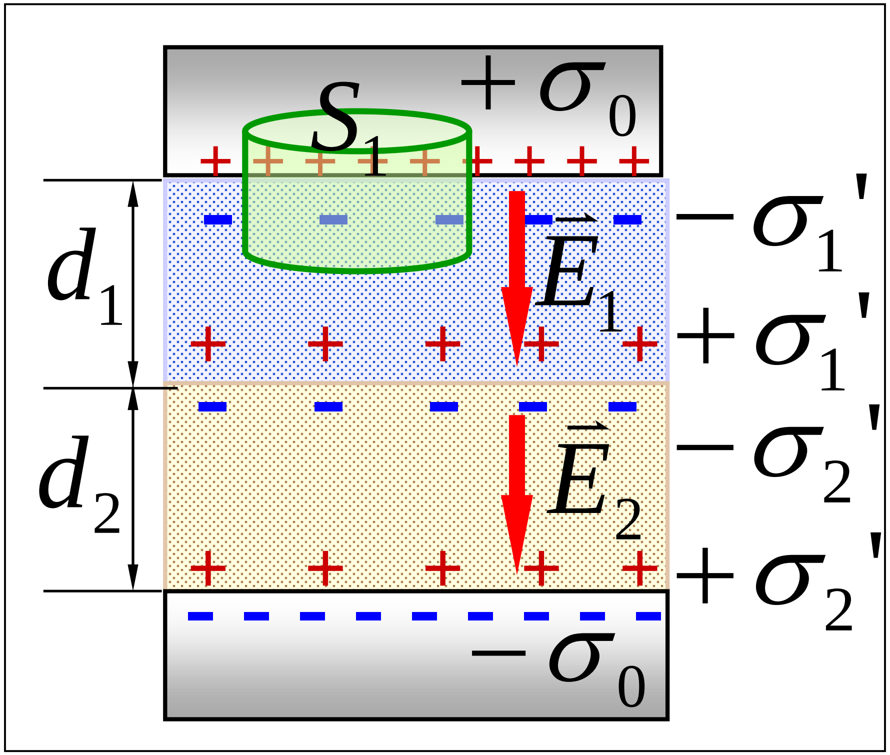
$$E_1 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}}$$

$$E_2 = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}} = \frac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}}$$



星期三 9:37 PM 53

$$\begin{cases} E_1 = \dfrac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} \\ E_2 = \dfrac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}} = \dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}} \end{cases}$$



$$U = \int_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_1 d_1 + E_2 d_2$$

$$= \frac{Q}{\varepsilon_0 S}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)$$

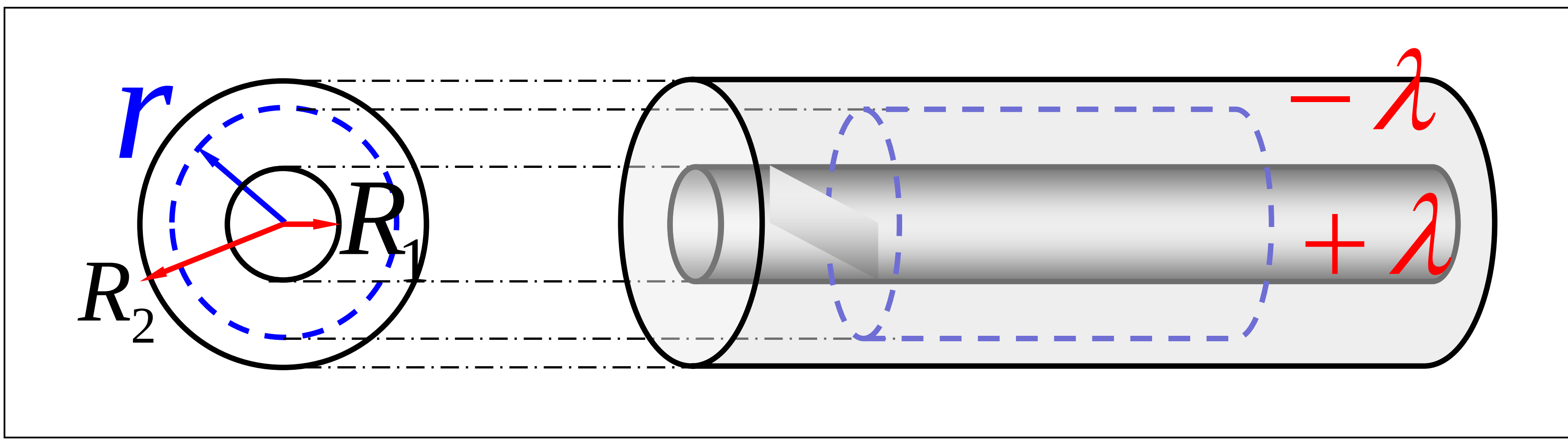
$$C = \frac{Q_0}{U} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \varepsilon_{r2} S}{\varepsilon_{r1} d_2 + \varepsilon_{r2} d_1}$$

（2） $\sigma_1' = \dfrac{\varepsilon_{r1} - 1}{\varepsilon_{r1}} \sigma_0$

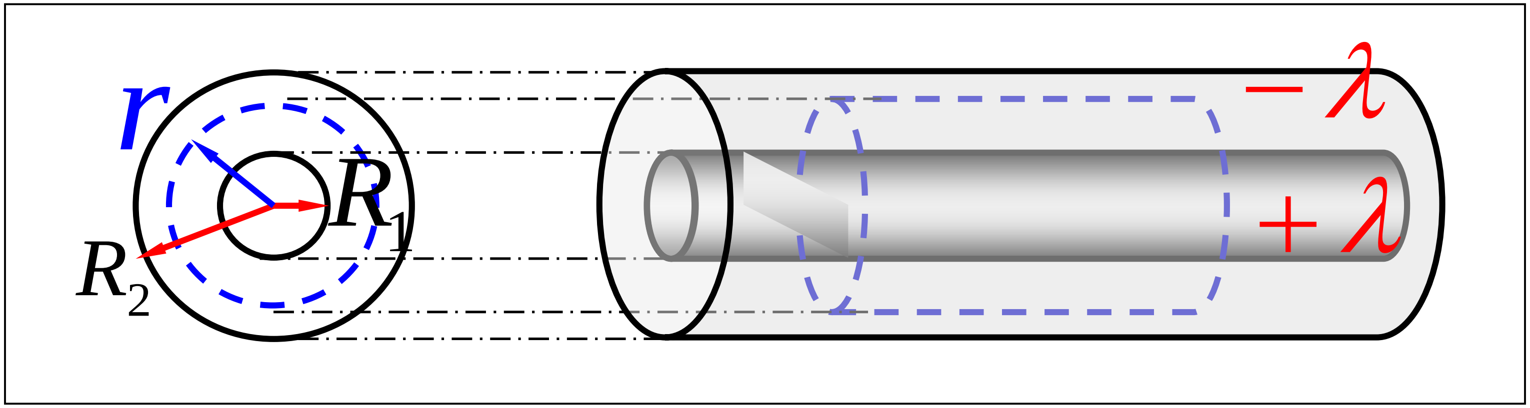
$$\sigma_2' = \frac{\varepsilon_{r2} - 1}{\varepsilon_{r2}} \sigma_0$$

星期三 9:37 PM 53

例： 常用的圆柱形电容器，是由半径为 R_1 的长直圆柱导体和同轴的半径为 R_2 的薄导体圆筒组成，并在直导体与导体圆筒之间充以相对电容率为 ε_r 的电介质.设直导体和圆筒单位长度上的电荷分别为 $+\lambda$ 和 $-\lambda$ ． **求（1）**电介质中的电场强度、电位移和极化强度；**（2）**电介质内、外表面的极化电荷面密度；**（3）**此圆柱形电容器的电容.



星期三 9:37 PM 53



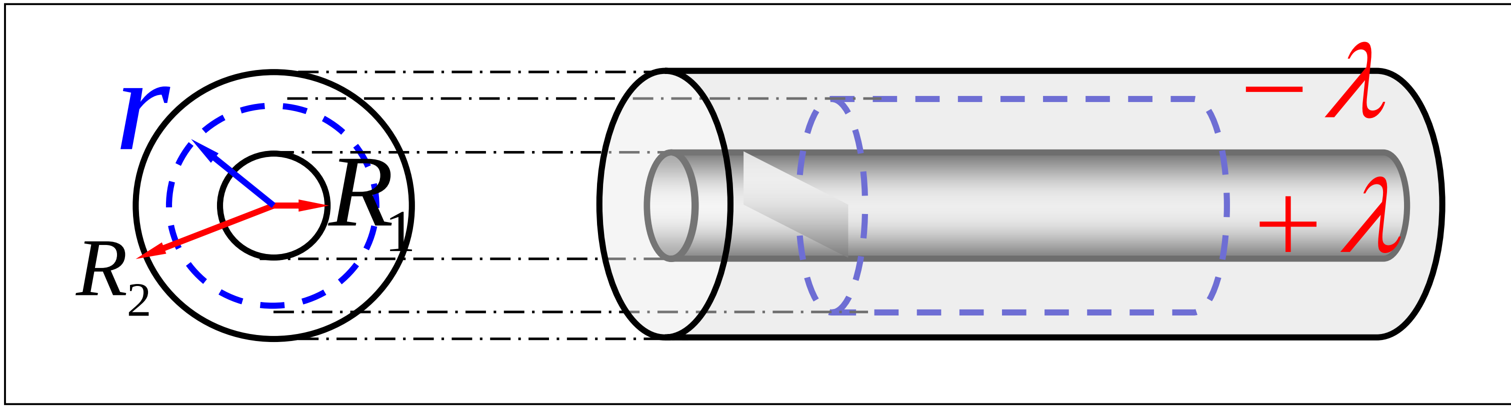
解（1） $$\oiint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = \lambda l$$

$$D2\pi r l = \lambda l \qquad D = \frac{\lambda}{2\pi r}$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} \qquad (R_1 < r < R_2)$$

$$P = (\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_r - 1}{2\pi\varepsilon_r r}\lambda$$

星期三 9:37 PM 53

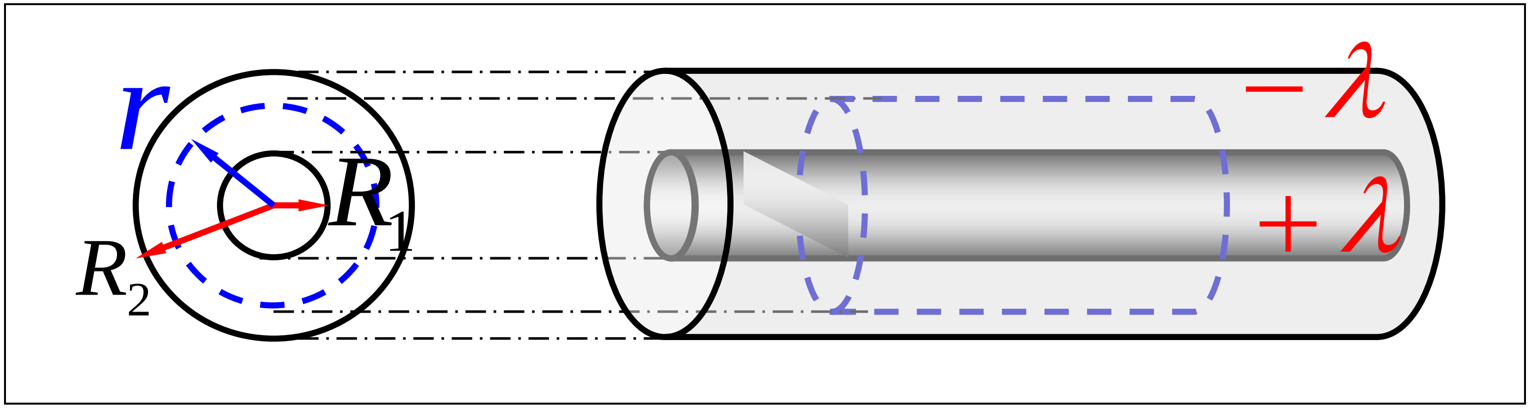


（2）由上题可知

$$E=\frac{D}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}\qquad \begin{cases} E_1=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_1} & (r=R_1) \\ E_2=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r R_2} & (r=R_2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sigma_1'=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E_1=(\varepsilon_r-1)\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r R_1} \\ \sigma_2'=(\varepsilon_r-1)\varepsilon_0 E_2=(\varepsilon_r-1)\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r R_2} \end{cases}$$

星期三 9:37 PM 53



（3）由（1）可知 $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} \quad (R_1 < r < R_2)$

$$U = \int \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\lambda dr}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$C = \frac{Q}{U} = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l \Big/ \ln\frac{R_2}{R_1} = \varepsilon_r \boxed{C_0}$$

真空圆柱形电容器电容

单位长度电容 $\dfrac{C}{l} = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r \Big/ \ln\dfrac{R_2}{R_1}$

星期三 9:37 PM 53