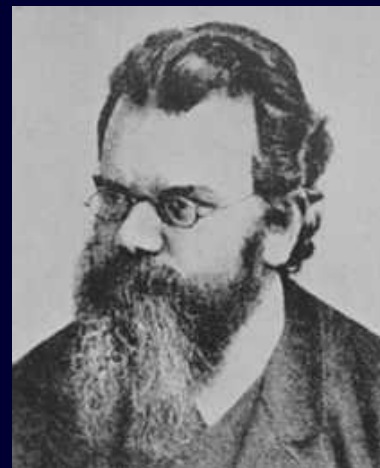


§ 5-7 玻尔兹曼分布律重力场中粒子按高度分布

1. 玻尔兹曼分布律

当分子处于保守力场时，麦克斯韦速率分布律中的指数项应以总能量 $E = E_k + E_p$ 代替动能 E_k ，这样在保守力场中分子的空间分布也不均匀。



玻尔兹曼

玻尔兹曼计算得到系统在某一微小区域 $x-x+dx$, $y-y+dy$, $z-z+dz$ 及 $v_x-v_x+dv_x$, $v_y-v_y+dv_y$, $v_z-v_z+dv_z$ 的分子数 dN 设 $E_p=0$ 处分子数密度为 n_0

$$dN = n_0 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\varepsilon_k + \varepsilon_p}{kT}} dv_x dv_y dv_z dx dy dz$$

设气体分子处于某一保守力场中，分子势能为 ε_p ，则其分子数密度仍遵从上式。

在空间某一微小区域 $x-x+dx, y-y+dy, z-z+dz$ 的分子数 dN'

$$dN' = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} dx dy dz$$

设 $E_p=0$ 处分子数密度为 n_0 ，

在保守力场中，分子总是优先占据势能较低的状态。

2. 重力场中气体分子按高度分布

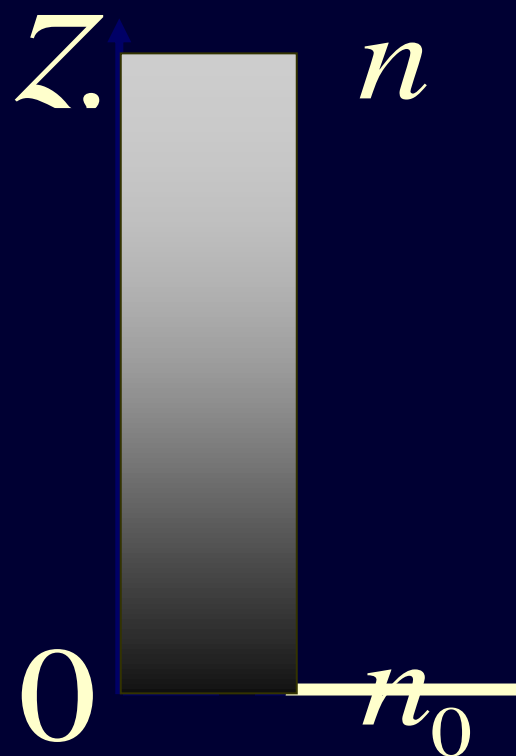
重力场中考虑一竖直空气柱,

设 $E_p=0$ 处分子数密度为 n_0 ,

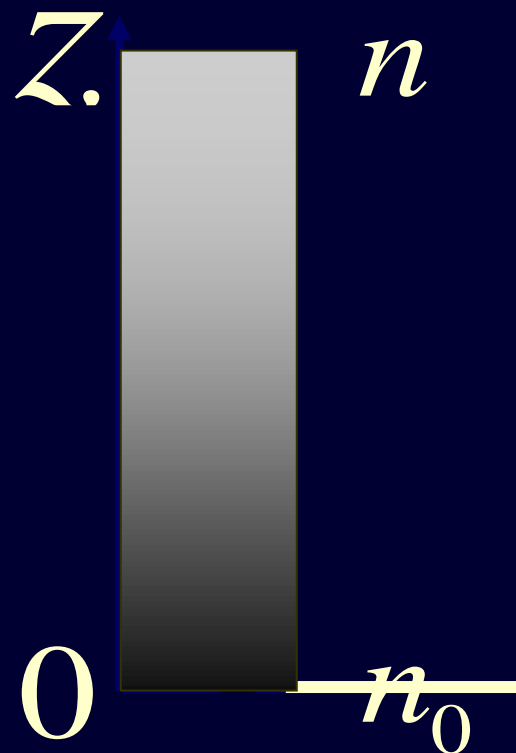
据 $dN' = n_0 e^{-\frac{\varepsilon_p}{kT}} dx dy dz$

在 z 处分子数密度为

$$n = n_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}$$



当大气温度均匀时，
分子数密度随高度增
加按指数规律减小。



在同一高度

$m \uparrow \Rightarrow n$ 减小更快

$T \uparrow \Rightarrow n$ 减小更慢

又据 $p = nkT$

将分子数密度代入，得：

$$p = p_0 e^{-\frac{mgz}{kT}} = p_0 e^{-\frac{M_{mol}gz}{RT}}$$

设 $Z=0$ 处分子数密度为 P_0 ，重力场中气体的压强随高度的增加按指数规律减小。

恒温气压公式（高度计）

设温度不随高度变化

根据压强变化测高度，实际温度也随高度变化，测大气温度有一定的范围，是近似测量。

由上式可得高度 h 为：

$$z = \ln(p_0 / p) RT / M_{mol} g$$