

논리와 증명

함께 학습하고 고민하고 설명하며 작은 부분 하나라도 '내 것'으로 만들어보세요. 😊

조장 : 김은서

조원 : 김형준, 손선우, 허범

이 과정은 왜 배우냐면요.. 1

1. 컴퓨터공학에서 어떤 주제로 학습 하는지 경험해 볼 수 있습니다.
 - 하루만에 이 모든 지식을 다 내것으로 만들 수는 없지만 추후 학습의 작은 트리거가 될 수 있습니다.
2. 문제를 풀 때 단순하게 느낌에 의존하는 것이 아닌 명확한 근거를 기반으로 사고하는 것이 어떤 것인지 체험해 볼 수 있습니다.
3. 개발자가 되기 위해 필요한 제반 지식을 얻을 수 있습니다.

아래의 규칙을 지켜주세요.. 2

1. 학습한 내용을 수기 작성, 테블릿 등을 활용하여 작성해 주시고 결과를 이미지로 첨부해주세요.
 - 물론 마크다운 등을 활용하여 결과를 작성해도 됩니다.
2. 모르는 내용이 나오면 팀원과 함께 자료를 찾아가면 공부해보세요.
 - '학습' 그 자체에 초점을 맞춰서 공부해보세요. 생각보다 많은 것을 얻어갈 수 있을거예요.
 - 조 별로 궁금한 내용을 서로 물어보고 찾아가며 함께 만들어가요.
3. 아래와 같은 순서로 학습하시는 것을 추천합니다.
 1. 교재를 기반으로 1차 학습
 - 한 문제 한 문제 같이 풀어보며 정답 작성하기
 - 중간에 풀리지 않는 문제 등은 빠르게 넘어가기
 2. 모든 문제를 다 풀고 풀리지 않는 문제로 돌아와서 2차 학습
 - 교재로 해결되지 않는 부분은 구글링을 통해 해결
 - 다른 조와의 협업을 통해서도 해결 가능
4. 최종 풀이 완료 이후 조 별 하나의 공동 문서를 작성하며 정리

모든 문제를 푸셨다면.. 3

1. 조 별 완성본 파일이 담긴 1개의 폴더 준비
 - 조장이 1_논리와 증명.md 파일 최상단에 조장 & 조원 명단 작성
2. 조장이 오늘 날짜(0928) 폴더 만들어서 PR 보내기
 - 조장만 진행
 - 조 별 완성본은 1개만 제출
 - PR 폴더 구조

...

```

0926/
...
0927/
...
0928/
1조/ # 폴더
  1_논리와 증명.md
  2_수와 표현.md
  ...
2조/
  1_논리와 증명.md
  2_수와 표현.md
  ...
3조/
  1_논리와 증명.md
  2_수와 표현.md
  ...
  ...

```

참고 사이트는요.. 4

<https://www.desmos.com/calculator?lang=ko>

<https://www.wolframalpha.com/>

1-2 번

- 문제 1: 다음 명제들이 항진명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $\sim(\sim p \wedge q) \vee q$

② $(\sim p \vee q) \vee (p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim p$	$(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q)$	$\sim(\sim p \wedge q) \vee q$
T	T	F	F	T	T
T	F	F	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	T	F	T	T

2-2 번

- 문제 2: 다음 명제들이 모순명제라는 것을 진리표를 이용해서 보이시오

① $(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)$

② $(p \wedge q) \wedge (p \wedge \sim q)$

p	q	$\sim p$	$(\sim p \vee q)$	$\sim q$	$(p \wedge \sim q)$	$(\sim p \vee q) \wedge (p \wedge \sim q)$
T	T	F	T	F	F	F
T	F	F	F	T	T	F
F	T	T	T	F	F	F
F	F	T	T	T	F	F

3-2 번

- 문제 3: 다음 명제의 쌍 들에 대해서 두 명제가 동등한지를 진리표를 이용해 확인하시오

① $p \wedge (p \vee q)$ 와 p

② $\sim p \vee \sim q$ 와 $\sim(p \vee q)$

동등하다

p	q	$(p \vee q)$	$p \wedge (p \vee q)$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	F
F	F	F	F

4-2 번

- 문제 4: 명제식의 변형을 통하여 다음 명제를 간소화하시오.

① $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge q)$

② $(p \vee \sim q) \wedge (\sim p \vee \sim q)$

$$\begin{aligned} & (p \wedge \sim p) \vee \sim q \\ & = (p \wedge \sim p) \vee \sim q \\ & = F \vee \sim q \\ & = \sim q \end{aligned}$$

5-2 번 & 5-4번

- 문제 5: 다음 명제들이 참인지 확인하시오. 단, R 은 실수의 집합을 의미하고, Z 는 정수의 집합을 의미한다.

① $\forall x \in R, x^2 \geq x$

② $\forall x \in Z, x^2 \geq x$

③ $\exists x \in R, x^2 < x$

④ $\exists x \in Z, x^2 < x$

5-2번 참

5-4번 거짓

7번

- 문제 7: n 이 홀수이면 $n^2 + n$ 은 짝수임을 증명하라.

$$\begin{aligned} n &= 2k+1 \\ n^2+n &= (2k+1)^2 + (2k+1) \\ &= 4k^2+4k+1+2k+1 \\ &= 4k^2+6k+2 \end{aligned}$$

9번

$$= 2(2k^2+3k+1) = 2(k+1)(2k+1)$$

- 문제 9: (대우를 증명) 자연수 n 에 대해, $n^2 + 5$ 가 홀수이면 n 은 짝수임을 증명하라

(힌트: 명제 대신, n 이 홀수이면 $n^2 + 5$ 은 짝수임을 증명한다)

$$\begin{aligned} n &= 2k+1 \quad n^2+5 = (2k+1)^2 + 5 \\ &= 4k^2+4k+1+5 \\ &= 2(k^2+2k+3) \end{aligned}$$

10번

- 문제 10: n^2 이 짝수이면 n 은 짝수임을 증명하라.

n 이 홀수이면 n^2 은 홀수이다

$$n = 2k+1$$

$$n^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1$$

11번

- 문제 11: (경우를 나누어 증명) 자연수 n 에 대해 $n^2 + 5n + 3$ 은 항상 홀수임을 증명하라.

(힌트: n 이 짝수인 경우와 홀수인 경우를 따로 증명한다)

i) 짝수

$$n = 2k \quad n^2 + 5n + 3 = (2k)^2 + 5 \cdot 2k + 3 = 4k^2 + 10k + 3 = 2(2k^2 + 5k + 1) + 1$$

ii) 홀수

$$n = 2k+1 \quad n^2 + 5n + 3 = (2k+1)^2 + 5 \cdot (2k+1) + 3$$

$$= 4k^2 + 4k + 1 + 10k + 5 + 3$$

$$= 4k^2 + 14k + 9 = 2(2k^2 + 7k + 4) + 1$$

12번

- 문제 12: n^2 이 3의 배수이면 n 은 3의 배수임을 증명하라.

i) $n = 3k+1$

$$n^2 = (3k+1)^2 = 9k^2 + 6k + 1 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

ii) $n = 3k+2$

$$n^2 = (3k+2)^2 = 9k^2 + 12k + 4 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

n 이 3의 배수가 아닐 때 n^2 은 3이 아니므로
다음 명제는 참이다.