

Υπολογιστική Δυναμική, Αστροδυναμική και Εφαρμογές

Κεφάλαιο 4^ο: Διαταραχές (Β' Μέρος) – δυναμικό πεπλατυσμένου σφαιροειδούς

Άσκηση:

Θεωρήστε δύο περιπτώσεις τεχνητών δορυφόρων της Γης: (α) σχεδόν πολική, κυκλική LEO τροχιά (ύψος 400km, $\Omega=0$, $M=0$) και (β) τροχιά Molniya (ύψος 19.000 km, $e=0.75$, $\Omega=0$, $\omega=270$ deg, $M=0$). Θεωρήστε 3-διάστατη κίνηση (Oxyz) και χρησιμοποιήστε τον κώδικα της 1^{ης} άσκησης για να βρείτε τις αρχικές συνθήκες σε Καρτεσιανές συντεταγμένες. Η συνάρτηση Hamilton του πλήρους προβλήματος της κίνησης στο δυναμικό της πεπλατυσμένης Γης δίνεται παρακάτω:

$$\mathcal{H} = \left(\frac{u^2}{2} - \frac{\mu}{r} \right) + \frac{\epsilon \mu}{r^3} P_{20}(\sin \phi)$$
$$P_{20}(\sin \phi) = (3 \sin^2 \phi - 1)/2, \quad \epsilon = J_2 R^2$$

$J_2 = 10^{-3}$, $R = R_{\text{rms}}$, $\mu = \mu_{\text{rms}}$

$\phi = 90 - \vartheta$
 $\lambda = \varphi$
 $\sin \phi = \frac{z}{r}$

(a) LEO, Alt = 400 km, $e \approx 0$, $i \in [85^\circ, 105^\circ]$

(b) Molniya, $a = 19.000$ km, $e = 0.75$, $i \in [58^\circ, 68^\circ]$

A) Να γραφεί κώδικας αριθμητικής ολοκλήρωσης που επιλύει τις εξισώσεις κίνησης σε Καρτεσιανές συντεταγμένες (ή σφαιρικές – προσοχή, όμως, στη μετατροπή και στον ορισμό των γενικευμένων ορμών). Η αντιστοίχιση των γεωγραφικών συντεταγμένων (ϕ, λ) προς τις τυπικές σφαιρικές συντεταγμένες (ϑ, φ) δίνεται επίσης στο σχήμα.

B) Για τις δύο περιπτώσεις δορυφόρων, να υπολογίσετε από 20 τροχιές με διαφορετικό αρχικό i , στο διάστημα που σας δίνεται (άρα, κάθε 1 ή 0.5 μοίρα). Η ολοκλήρωση να δίνει την τροχιά για χρόνο αντίστοιχο με 1000 περιόδους.

Γ) Χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό στα στοιχεία της τροχιάς, μελετήστε τα διαγράμματα $a(t)$, $e(t)$, $i(t)$, $\Omega(t)$ και $\omega(t)$ και δείξτε εάν και για ποιές τιμές του i τα αποτελέσματά σας συμβαδίζουν με αυτά που προβλέπει η averaged θεωρία.