



Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης
Τμήμα Φυσικής - ΠΜΣ «Υπολογιστική Φυσική»

Μάθημα: Υπολογιστικός Ηλεκτρομαγνητισμός και Εφαρμογές

Διδάσκων: Θεόδωρος Σαμαράς

Σετ ασκήσεων: 1

Ημερομηνία παράδοσης: 9 Απριλίου 2022

Άσκηση 1.1

Η αριθμητική ταχύτητα φάσης στον ελεύθερο χώρο της λύσης της διακριτής μονοδιάστατης κυματικής εξίσωσης δίνεται από τη σχέση

$$\tilde{v}_p = \frac{\omega}{\tilde{k}} = \frac{2\pi c}{\cos^{-1} \left[\frac{\Delta x^2}{(c\Delta t)^2} (\cos(\omega\Delta t) - 1) + 1 \right]} \frac{\Delta x}{\lambda}$$

Σχεδιάστε τον λόγο της αριθμητικής προς την αναλυτική ταχύτητα φάσης (βλ. διαφάνεια 2-12 του S. Gedney) ως συνάρτηση του λόγου $\Delta x/\lambda$ για (α) $c\Delta t = \Delta x/2$, (β) $c\Delta t = \Delta x/4$, και (γ) $c\Delta t = \Delta x/8$. Τι τιμές παίρνει ο λόγος αυτό για τις περιπτώσεις (α), (β) και (γ), όταν $\Delta x/\lambda = 0,1$; Υπάρχει κάποια σχέση μεταξύ αυτών των τιμών;

Άσκηση 1.2

Γράψτε τον κατάλληλο κώδικα, για να μελετήσετε τη μονοδιάστατη κυματική

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \text{ εξίσωση με ένα εξωτερικό (βλ. διαφάνεια 2-4 του S. Gedney)}$$

αριθμητικό σχήμα ακρίβειας δεύτερης τάξης.

- Υποθέστε ότι $c=1$.
- Ως αρχική συνθήκη θεωρήστε έναν ορθογωνικό παλμό με

$$u_i^{-1} \begin{cases} 1, & i = 2 \dots 6 \\ -1, & i = 7 \dots 11 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

Ως u_i^0 θεωρήστε τον ίδιο ορθογωνικό παλμό που έχει μετακινηθεί προς τα δεξιά κατά ένα χωρικό βήμα.

- Χρησιμοποιήστε συνοριακές συνθήκες Dirichlet στα δυο άκρα του υπολογιστικού χώρου ($u'' = 0$) u_i^{-1} .
- Δείξτε στιγμιότυπα του οδεύοντος κύματος (παλμού) κάθε 20 χρονικά βήματα για τα πρώτα 100 χρονικά βήματα (πάρτε τον υπολογιστικό σας χώρο αρκετά μεγάλο, ώστε να μην έχει φτάσει ο παλμός στα άκρα του χώρου μέσα στα 100 αυτά βήματα). Τα στιγμιότυπα (u_i^n για $n = 20, 40, 60, 80, 100$) αυτά να τα λάβετε και για τα δυο αριθμητικά σχήματα (εξωτερικό και εσωτερικό) αλλά και για τρία χρονικά βήματα: $\Delta t = 0.9 \Delta x/c$, $\Delta t = \Delta x/c$, and $\Delta t = 1.1 \Delta x/c$. (Το Δx αφήνεται στη δική σας επιλογή.)
- Σχολιάστε και προσπαθήστε να εξηγήσετε τι βλέπετε στα στιγμιότυπα, ως προς το σχήμα του παλμού.