

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Ασκηση 1

Ερώτηση 1 Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

Ο τύπος της κανονικής κατανομής είναι ο εξής

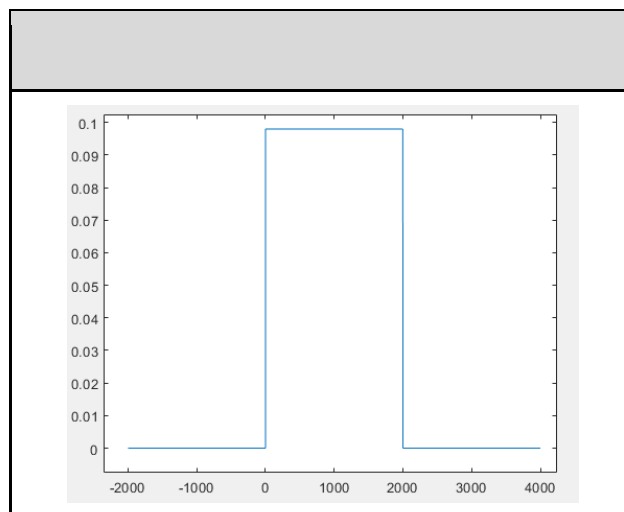
$$f_x(x) = \frac{b-a}{2} = \frac{1}{2}$$

Η στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας είναι η εξής:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x f_x(x) dx = \frac{b-a}{2} \int_{-\infty}^{\infty} x dx = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} x dx = 0$$

Ερώτηση 2 Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση $rand(\cdot)$ της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

Απάντηση:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Όσο αυξάνεται ο αριθμός K τόσο πιο κοντά στη πραγματική τιμή του στοχαστικού μέσου όρου είναι η τιμή που εκτιμούμε.

Ερώτηση 3 Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Είναι η παραπάνω διαδικασία “λευκή”; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των λευκών διαδικασιών είναι πως διέπονται από gaussian (κανονική) κατανομή. Σε αυτή τη περίπτωση η διαδικασία δεν είναι λευκή καθώς δημιουργήθηκε βάση της συνάρτησης `rand()` της MATLAB η οποία παράγει ομοιόμορφης κατανομής αποτελέσματα.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_{\mathbf{x}}(x) dx_1 dx_2 = \int_{-\infty}^{\infty} -\frac{1}{2}(0x_2 + 0x_2) dx_2 = 0$$

Ερώτηση 4 Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Ερωτήματος 2, εκτιμήστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης. Τι παρατηρείτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

Απάντηση:

Όσο ο αριθμός K αυξάνεται, δημιουργούμε περισσότερες υλοποιήσεις της στοχαστικής διαδικασίας. Αυτό μας δίνει περισσότερη ακρίβεια στην εκτίμηση της αρχικής

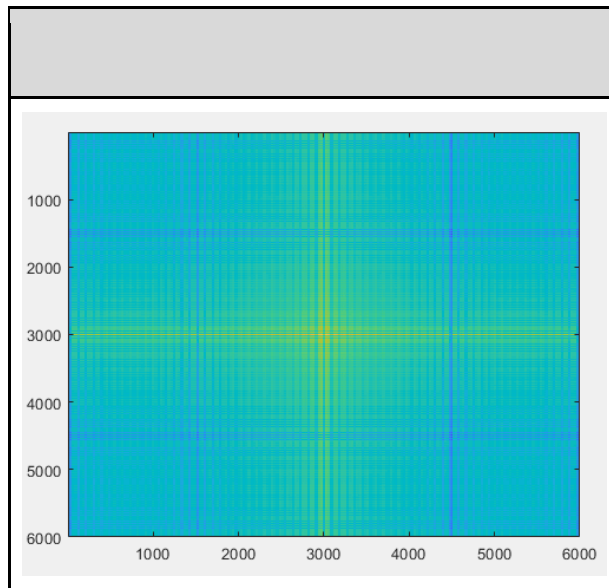
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Ερώτηση 5 Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K;

Απάντηση:



Άσκηση 2

Ερώτηση 1 Υπολογίστε την στοχαστική μέση τιμή της διαδικασίας.

Απάντηση:

Η συνάρτηση που χαρακτηρίζει την gaussian κατανομή είναι η εξής.

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Όπως και παραπάνω το αποτέλεσμα βγαίνει ίδιο και είναι 0

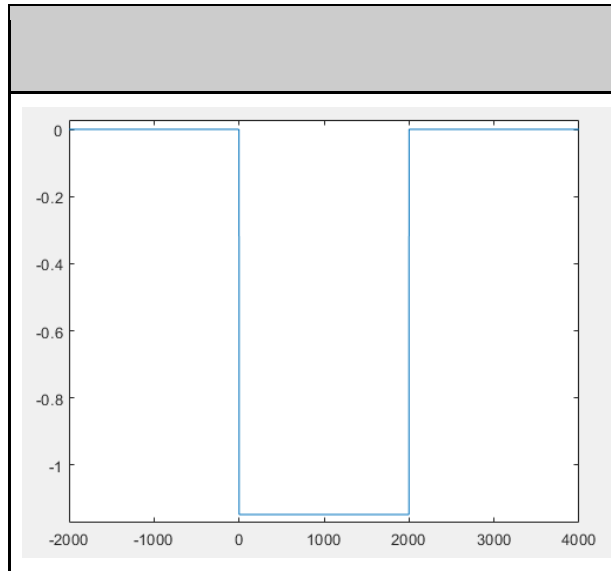
Ερώτηση 2 Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση *randn*(·) της MATLAB δημιουργήστε K υλοποιήσεις της διαδικασίας και εκτιμήστε, υπολογίζοντας την αριθμητική μέση τιμή κάθε χρονική στιγμή, την στοχαστική μέση τιμή της. Τι παρατηρήτε καθώς αυξάνει ο αριθμός των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της στοχαστικής μέσης τιμής; Απεικονίστε την μέση υλοποίηση στον παρακάτω πίνακα.

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Απάντηση:



Ερώτηση 3 Υπολογίστε και απεικονίστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης της διαδικασίας. Είναι η παραπάνω διαδικασία «λευκή»; Αιτιολογείστε την απάντησή σας.

Απάντηση:

Ένα βασικό χαρακτηριστικό των λευκών διαδικασιών είναι πως διέπονται από gaussian κατανομή. Σε αυτή τη περίπτωση η διαδικασία δημιουργήθηκε βάση της συνάρτησης randn() της MATLAB η οποία παράγει αποτελέσματα gaussian κατανομής και επομένως η διαδικασία αυτή είναι «λευκή».

Ο τύπος της gaussian κατανομής είναι ο παρακάτω που δίνει 0 σαν αποτέλεσμα, με παρόμοιο τρόπο όπως στην άσκηση 1.3.

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

Με αποτέλεσμα 0

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

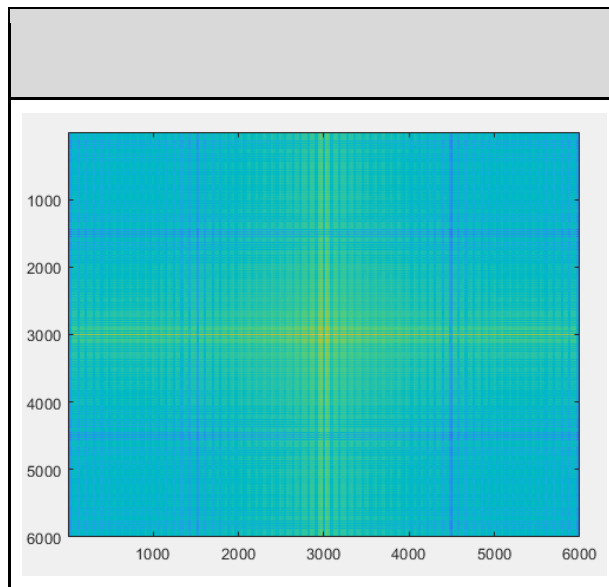
Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Ερώτηση 4 Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Ερωτήματος 2, εκτιμήστε την ακολουθία αυτοσυσχέτισης. Τι παρατηρήτε καθώς αυξάνει ο αριθμός K των υλοποιήσεων της διαδικασίας που χρησιμοποιούνται στην εκτίμηση της ακολουθίας αυτοσυσχέτισης;

Απάντηση:

Ερώτηση 5 Υπολογίστε και απεικονίστε την Πυκνότητα Φάσματος (Spectral Density) της διαδικασίας. Πόσο κοντά στην ιδανική πυκνότητα είναι η εκτίμησή της από την ακολουθία αυτοσυσχέτισης του Ερωτήματος 4 και πως επηρεάζεται από το K ;

Απάντηση:



Ασκηση 3

Ερώτηση 1 Χρησιμοποιήστε αποδοτικά τον Νόμο των Μεγάλων Αριθμών και αποκαλύψτε την εικόνα που κρύβεται στην ακολουθία. Εκτιμήστε την διασπορά του θορύβου καθώς και την κατανομή του.

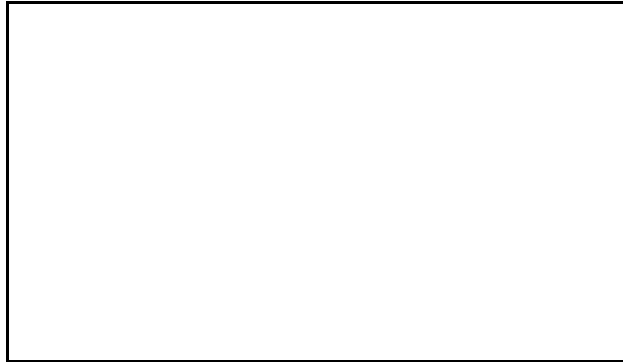
Απάντηση:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----



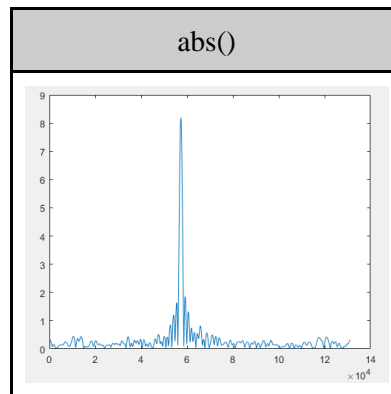
Ερώτηση 2 Χρησιμοποιώντας την εικόνα που αποκαλύψατε, επιβεβαιώστε το Κεντρικό Οριακό Θεώρημα.

Απάντηση:

Ασκηση 4

Ερώτηση 1 Χρησιμοποιήστε τις συναρτήσεις `plot()`, `abs()` και `angle()` για να σχεδιάσετε το μέτρο και τη φάση της διατεθείσας υλοποίησης του στοχαστικού σήματος, χρησιμοποιώντας τα $M = 100$ πρώτα δείγματα του σήματος. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Απάντηση:

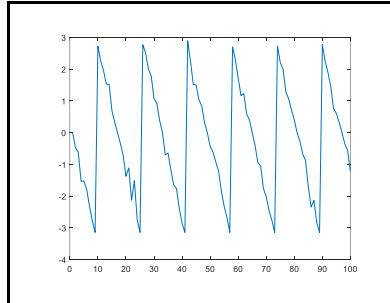


angle()

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

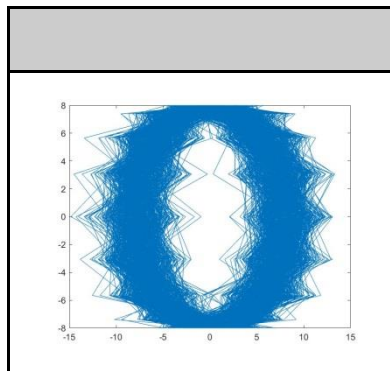
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----



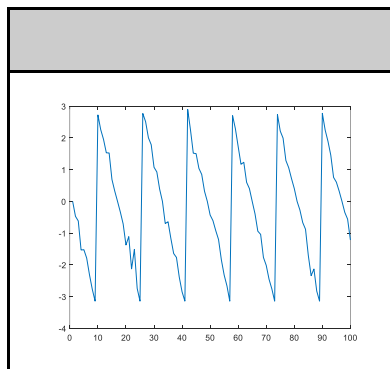
Ερώτηση 2 Εκτελέστε την εντολή $plot(y(n, \theta_0))$ και προσπαθήστε να κατανοήσετε αυτό που βλέπετε. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Απάντηση:



Ερώτηση 3 Εκτελέστε την εντολή $stem(angle(y(n, \theta_0)))$ και προσπαθήστε να κατανοήσετε αυτό που βλέπετε. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Απάντηση:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Ερώτηση 4 Σχολιάστε, την διαδικασία η οποία ονομάζεται Περιοδόγραμμα:

Απάντηση:

Το Περιοδόγραμμα είναι μια τεχική εκτίμησης του συχνοτικού περιεχομένου ενός στοχαστικού σήματος. Εφαρμόζεται σε σήματα με θόρυβο της μορφής:

$$y[n]=s[n]+w[n]$$

Όπου y είναι το σήμα εξόδου, s το σήμα εισόδου και w ο θόρυβος. Η εκτίμηση του φάσματος ισχύος γίνεται απευθείας από το σήμα.

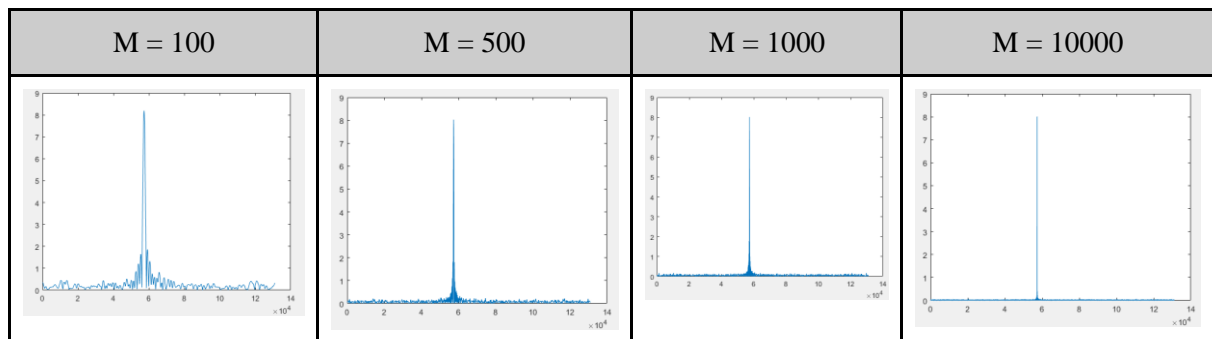
Ερώτηση 5 Σε ποιά ντετερμινιστική συνάρτηση τείνει η αναμενόμενη τιμή του περιοδογράμματος $P_M(e^{j\omega}, \theta)$ όταν το M τείνει στο ∞ ;

Απάντηση:

Η αναμενόμενη τιμή του περιοδογράμματος $P_M(e^{j\omega}, \theta)$ όταν το M τείνει στο άπειρο, τείνει στη κρουστική συνάρτηση (συνάρτηση δέλτα ή Ντιράκ)

Ερώτηση 6 Χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις $abs(\cdot)$ και $fftshift(\cdot)$ της MATLAB σχεδιάστε το περιοδόγραμμα του στοχαστικού σήματος, για $M = 100, 500, 1000, 10000$ και:

Απάντηση:



Ερώτηση 7 Εντοπίστε πιθανές συχνότητες στις οποίες κατανέμεται η ενέργεια του ντετερμινιστικού σήματος

Απάντηση:

Οι συχνότητες στις οποίες κατανέμεται η ενέργεια του σήματος, βάση των παραπάνω περιοδογραμμάτων είναι οι συχνότητες $5.65-5.95 \cdot 10^4$ Hz

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Ερώτηση 8 Σχολιάστε την συμπεριφορά του περιοδογράμματος για τις διαφορετικές τιμές του M που χρησιμοποιήσατε

Απάντηση:



Όσο αυξάνεται η παράμετρος M τόσο περισσότερα δείγματα του σήματος έχουμε στη διάθεσή μας και έτσι έχουμε μεγαλύτερη ακρίβεια.

Ερώτηση 9 Εκτιμήστε το πλάτος A του μιγαδικού εκθετικού σήματος

Απάντηση:

Ερώτηση 10 Εκτιμήστε, αν μπορείτε, την ισχύ σ^2 του θορύβου.

Απάντηση:

Ερώτηση 11 Χρησιμοποιήστε τις εκτιμήσεις πλάτους και συχνότητας και δημιουργήστε στην MATLAB το μιγαδικό εκθετικό σήμα και επαναλάβετε τις Ερωτήσεις 8 και 9. Καταγράψτε τις παρατηρήσεις σας.

Απάντηση:



ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

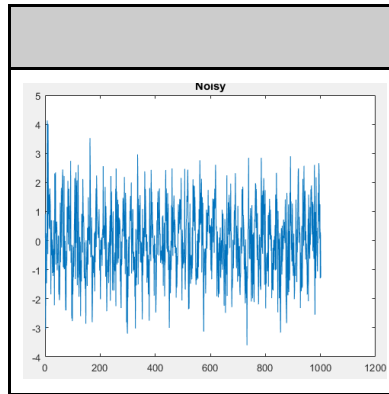
Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----

Ασκηση 5

Ερώτηση 1 Τι είδους διαδικασία περιγράφει η Σχέση (2); Χρησιμοποιώντας $\omega_0 = 0.25$ και τη συνάρτηση $randn(\cdot)$, δημιουργήστε μερικές υλοποιήσεις της. Υπολογίστε τα φασματικά χαρακτηριστικά του χρωματισμένου θορύβου. Συμφωνούν με τα θεωρητικά αναμενόμενα;

Απάντηση:



Ερώτηση 2 Ποιά η λειτουργία του Συστήματος Λεύκανσης; Καταγράψτε την απάντησή σας.

Απάντηση:



Ερώτηση 3 Η πηγή του σήματος της Σχέσης (1) είναι ντετερμινιστική ή στοχαστική; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Αν η πηγή του σήματος είναι στοχαστική, είναι ασθενώς ή ισχυρώς στάσιμη πρώτης ή δεύτερης τάξης; Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση $rand(\cdot)$, δημιουργείτε υλοποιήσεις της και προσπαθήστε να επιβεβαιώσετε τις απαντήσεις σας και πειραματικά. Καταγράψτε τα πειράματα που κάνατε και τα αποτελέσματά σας.

Απάντηση:

ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΨΗΦΙΑΚΗΣ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑΣ ΣΗΜΑΤΩΝ

Απαντήσεις στο τέταρτο σετ εργαστηριακών ασκήσεων

Ον/μο:	Μαντάς Ελευθέριος	ΑΜ:	1047128	Έτος:	5ο
--------	----------------------	-----	---------	-------	----



Ερώτηση 4 Εκφράστε την έξοδο του FIR φίλτρου Wiener μήκους M συναρτήσει των συντελεστών της κρουστικής του απόκρισης και του χρωματισμένου θορύβου.

Απάντηση:



Ερώτηση 5 Σχεδιάστε το βέλτιστο FIR φίλτρο Wiener μήκους 2 και υπολογίστε το μέσο τετραγωνικό σφάλμα.

Απάντηση:

Ερώτηση 6 Επαναλάβετε την Ερώτηση 5 για φίλτρα μήκους 3, 4, 5, 6, υπολογίστε τα αντίστοιχα μέσα τετραγωνικά σφάλματα. Τι παρατηρείτε;

$M = 3$	$M = 4$	$M = 5$	$M = 6$
			