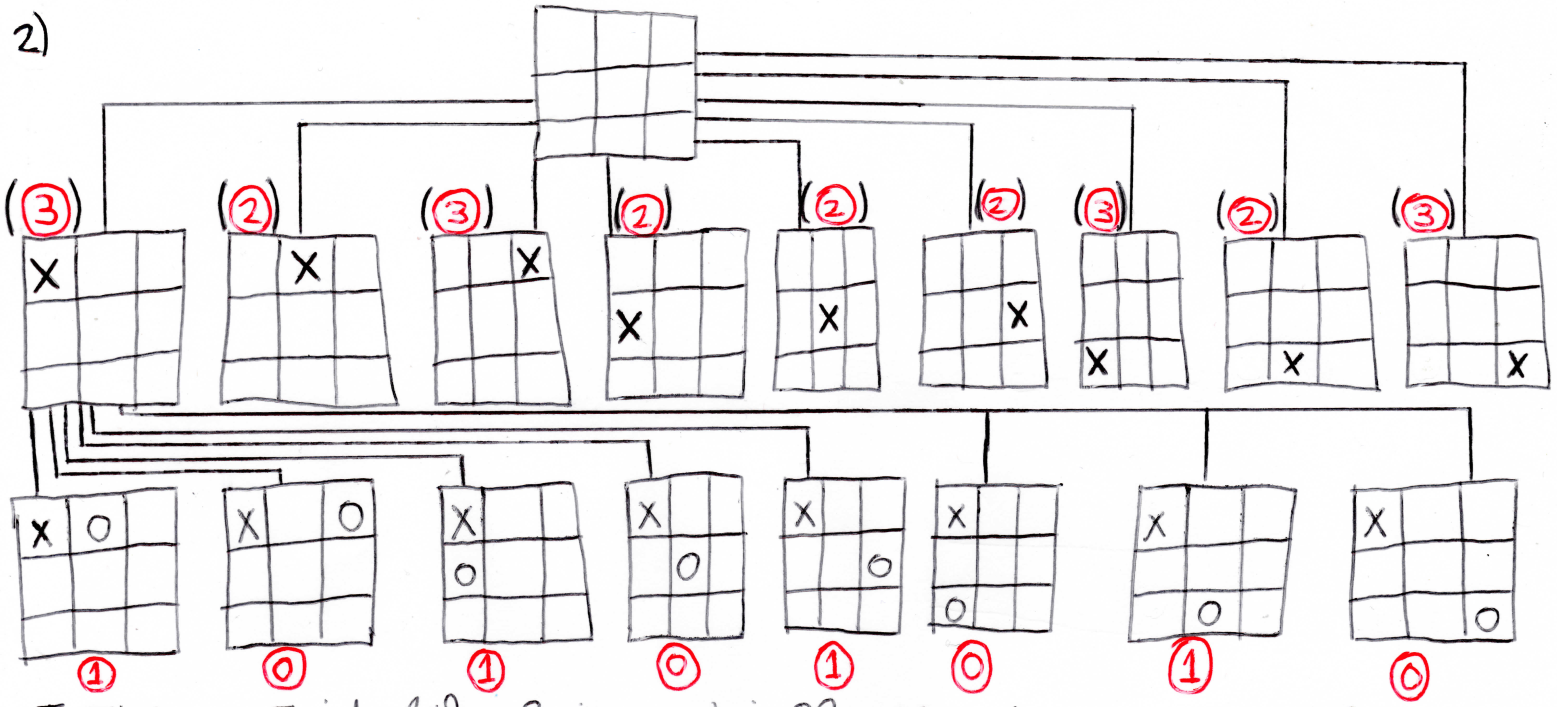
Πρόβλημα 1

2)



Το δένδρο παιχνιδιού με βάθος 2 έχει συνολικά 82 κόμβους (1 ο αρχικός, 9 σε βάθος 1 και 8 παιδιά για κάθε κόμβο με βάθος 1.

3) Οι αποτιμήσεις των κόμβων είναι σημειωμένες πάνω στο προηγούμενο δένδρο με κόκκινο. (Σε παρένθεση οι τιμές της Eval για τους κόμβους με βάθος 1.

4) Αν ο παίχτης που παίζει πρώτος (ο max) κάνει τις optimal κινήσεις κάθε φορά τότε είτε θα κερδίσει είτε θα φέρει ισοπαλία. Το αν θα κερδίσει ή αν θα φέρει ισοπαλία εξαρτάται από τις κινήσεις που θα κάνει ο min. Αν ο min κάνει και αυτός τις optimal κινήσεις τότε το αποτέλεσμα του παιχνιδιού θα είναι ισοπαλία (στην τρίλιζα ο παίχτης που παίζει δεύτερος μπορεί να "ωθήσει" το παιχνίδι σε ισοπαλία αν ο max κάνει πάντα τις optimal κινήσεις, είναι δηλαδή το καλύτερο που μπορεί να κάνει (δεν μπορεί να κερδίσει σε αυτή την περίπτωση)). Άρα στην περίπτωση του minimax αλγορίθμου, τόσο ο max όσο και ο min θεωρούμε ότι κάνουν πάντα τις optimal κινήσεις, οπότε το αποτέλεσμα της ρίζας θα είναι πάντα 0 (ισοπαλία).

1) Οι ελάχιστες κινήσεις που χρειάζονται για να τελειώσει ένα παιχνίδι τρίλιζας είναι 5 (3 x, 2 0). Αλλά μπορεί κάποιο παιχνίδι να τελειώσει και με 6 (3 X, 3 0), με 7 (4 x, 3 0), 8 (4 x, 4 0) και με 9 κινήσεις (5 x, 4 0). Στις 9 κινήσεις το παιχνίδι θα λήξει είτε με νικητή τον X είτε ισοπαλία. Άρα ο συνολικός αριθμός παιχνιδιών που μπορούν να παιχτούν είναι το άθροισμα

Παιχνίδια που έληξαν στις:

5 κινήσεις: $8 \cdot 3! \cdot 6 \cdot 5 = \boxed{1440}$ (3 γραμμές, 3 στήλες, 2 διαγώνιοι όπου μπορούν να μπουν τα X)

6 κινήσεις: $8 \cdot 3! \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 5760$ (3 0 σε κάποια από τις 8 τριάδες και 3 X στις υπόλοιπες 6 θέσεις)
$6 \cdot 3! \cdot 2 \cdot 3! = 432$ $\Rightarrow \boxed{5328}$

7 κινήσεις: $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3! \cdot 8 \cdot 3 = 51840$ (Σε αυτό το νούμερο έχουμε και τις περιπτώσεις να υπάρχουν 3 0 στην σειρά ή 3 X)
$6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3! \cdot 3! = 3888$. Άρα: $\boxed{47952}$

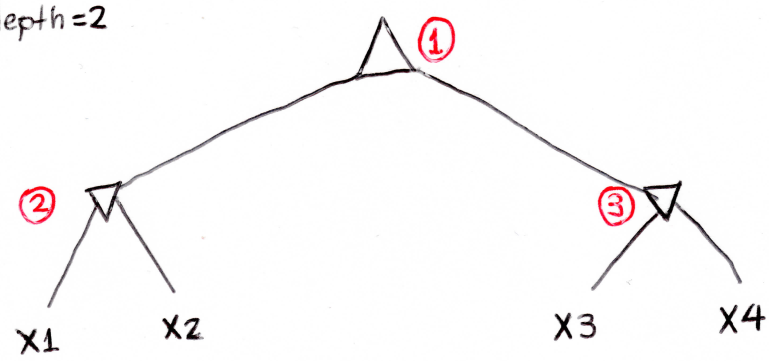
8 κινήσεις: $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 3! \cdot 8 \cdot 3 = 103.680$
$6 \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3! \cdot 2 \cdot 4! = 31.104$ $\Rightarrow \boxed{72.576}$

Συνολικός αριθμός παιχνιδιών: 255.168

9 κινήσεις: $9! - 4! \cdot (5 \text{ κινήσεις}) - 3! \cdot (6 \text{ κινήσεις}) - 2! \cdot (7 \text{ κινήσεις}) - 1! \cdot (8 \text{ κινήσεις}) = \boxed{127.872}$

Πρόβλημα 2

Δεντρο με depth=2



Ο Αριθμός κόμβου

- Ο μέγιστος αριθμός κόμβων που μπορεί να κλαδευτεί με την τεχνική άλφα-βήτα είναι: ένας. Ο μόνος κόμβος που μπορεί να κλαδευτεί είναι ο X4. Αυτό θα συμβεί μόνο αν:

$$(X3 < X1) \wedge (X3 < X2)$$

- Η χειροτερη περιπτωση κλαδεματος του αλγοριθμου αλφα-βήτα, είναι να μην κλαδεψει κανένα κόμβο. Αυτό θα συμβεί αν:

$$(X3 \geq X1) \vee (X3 \geq X2)$$

• Τα παραπανω ισχύουν για το δέντρο του παραδείγματος. Σε περίπτωση που οι δυνατες κινησεις κάθε παιχτη (Max-Min) είναι περισσότερες (>2) ισχύουν τα ίδια, δηλαδη:

- Για τον μέγιστο αριθμό κόμβων που θα κλαδευτούν αρκει το αριστερότερο παιδί κάθε κόμβου με βαθος 1 να εχει μικροτερη τιμή από την προσωρινη τιμή που έχει λάβει, από τον αλγόριθμο, ο κόμβος-ρίζα του δέντρου.
- Για τον ελάχιστο αριθμό κόμβων που θα κλαδευτούν αρκει κανενα από τα παιδιά κάθε κόμβου με βαθος 1 (εκτός από το δεξιοτερο παιδί τους) να μην έχει μικροτερη τιμή από την προσωρινή τιμή του κόμβου-ρίζα του δέντρου.

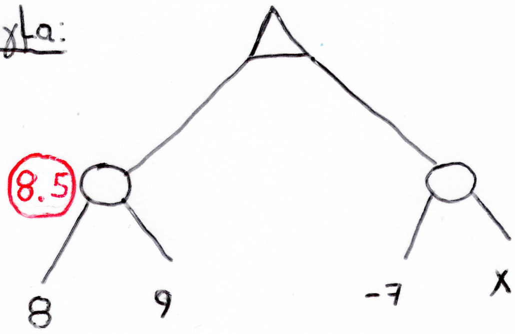
Πρόβλημα 4

α) Ο μόνος τρόπος να χρησιμοποιηθεί κάποιος αλγόριθμος κλαδέματος στο δέντρο Max είναι να υπαρχουν κάποια φράγματα στις τιμές που μπορούν να πάρουν οι κόμβοι-φύλλα του δέντρου. Αν υπαρχουν φραγματα και βρούμε κάποιον κόμβο με την μεγιστη δυνατή τιμή (την τιμή του άνω φράγματος) τότε μπορούμε να κλαδεψουμε όλους τους υπόλοιπους κόμβους, καθώς έχουμε βρει ηδη ενα μονοπάτι προς την βελτιστη λύση.

Αν δεν εχουμε φραγματα όμως στις τιμές που μπορούν να λαβουν οι κόμβοι-φύλλα τότε δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιον αλγοριθμο κλαδεματος καθώς αυτό που ψαχνουμε, ουσιαστικά, είναι τον κόμβο-φύλλο με την μεγαλύτερη

β) Ο μόνος τρόπος να χρησιμοποιηθεί κάποιος αλγόριθμος κλαδέματος σε δέντρο expectimax είναι να υπαρχουν κάποια όρια (φραγματα) στις τιμές που μπορούν να πάρουν οι κόμβοι.

Παράδειγμα:



Στο συγκεκριμένο παράδειγμα αν γνωρίζουμε ότι οι πιθανές τιμές που μπορεί να πάρει το X είναι μικρότερες από 24 τότε μπορούμε να προχωρησουμε σε κλαδεμα αυτού του κόμβου καθώς η τιμή του chance node θα είναι < 8.5.

Αν δεν υπήρχε φράγμα για την τιμή που μπορεί να πάρει ο X τότε δεν θα μπορούσαμε να τον κλαδέψουμε καθώς με οποιαδήποτε τιμή ≥ 24 ο πατέρας chance node παίρνει μεγαλύτερη τιμή από τον άλλον chance node οπότε και θα επιλεχθεί από τον κόμβο ρίζα.

γ) Όμοια με το α ερώτημα με άνω φράγμα το 0.

δ) Όμοια με το β ερώτημα με άνω φράγμα το 0.

ε) Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιον αλγόριθμο κλαδέματος καθώς οι τιμές που μπορούν να πάρουν τα φύλλα δεν έχουν άνω φράγμα. (Οποιοσδήποτε νέος κόμβος μπορεί να λάβει μεγαλύτερη τιμή από τον προσωρινό μέγιστο).

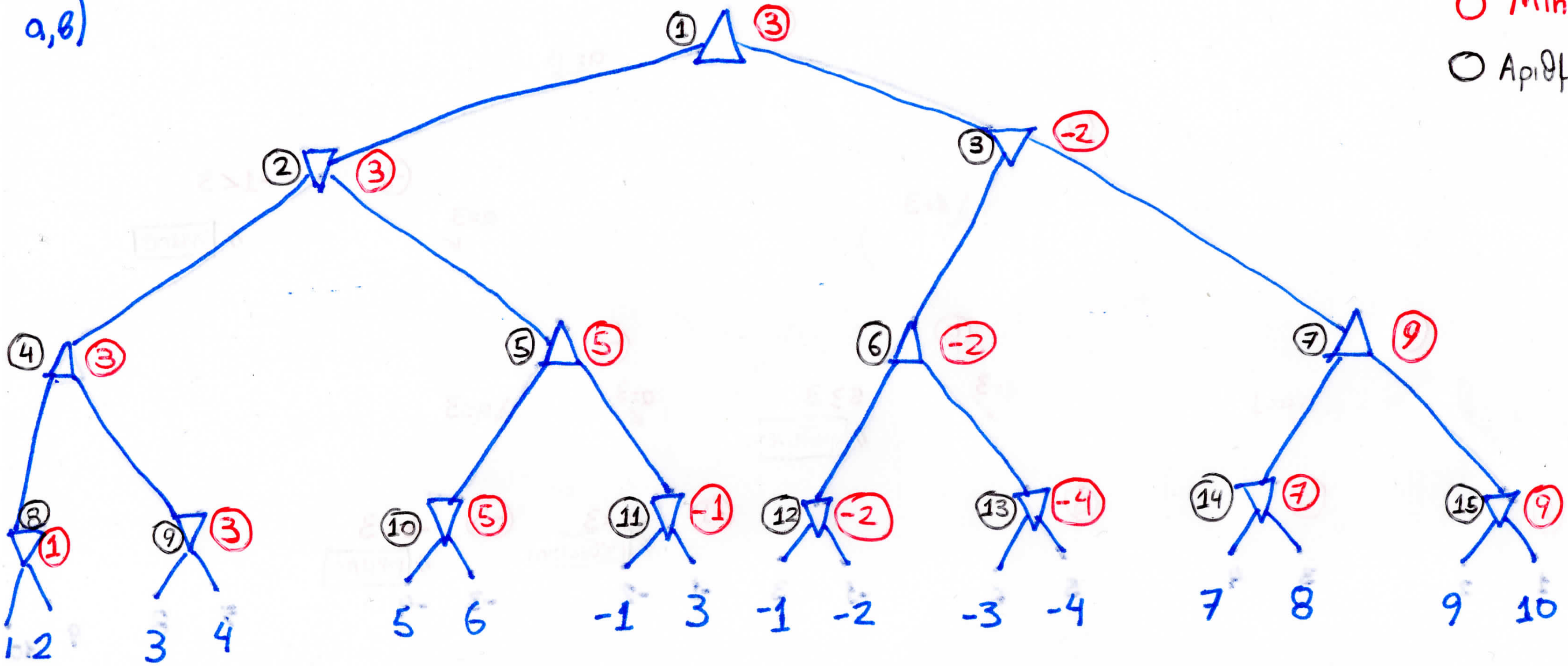
στ) Όπως και στο Max δέντρο έτσι και στο expectimax χρειαζόμαστε άνω φράγμα στις τιμές που μπορούν να πάρουν τα φύλλα ώστε να μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε κάποιον αλγόριθμο κλαδεματος. (με τιμές φυλλων ≥ 0 μπορουμε να χρησιμοποιησουμε αλγοριθμο κλαδεματος σε expectimin δέντρα).

ζ) Ισχύει ότι έγραψα για το γ και το α

η) Ισχυει ότι έγραψα για τα δ και β. Από την στιγμη που έχουμε και κατω φράγμα στις τιμές τότε θα είναι πιο ευκολο το κλαδεμα. (Ξέρουμε όλο το εύρος τιμών)

Προβλημα 3

α,β)



O Minimax τιμές

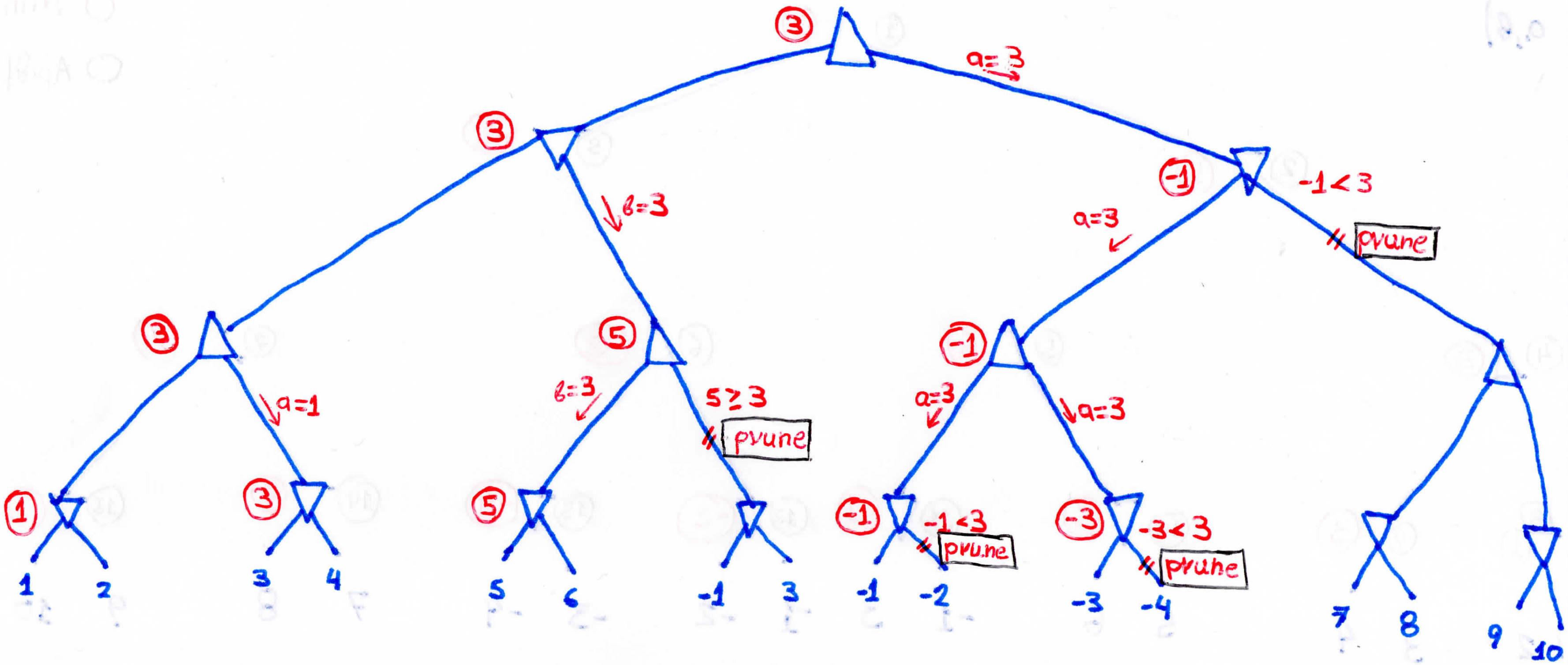
O Αριθμός κόμβου

γ) Οι κόμβοι οι οποίοι κλαδεύονται από τον αλγόριθμο Alpha-Beta-Search είναι:

- Το δεξί παιδί του κόμβου 5 (Δηλ. ο κόμβος 11 και τα παιδιά-φύλλα του)
- Το δεξί παιδί του κόμβου 13
- Το δεξί παιδί-υποδένδρο του κόμβου 7 (Δηλ. ο 15 και τα παιδιά φύλλα του)

Προβλημα 3

γ)


3
a=3
3
-1
-1<3
b=3
a=3
pvune
3
5
-1
b=3
5≥3
a=3
a=3
a=1
pvune
1
3
5
-1
-1<3
-3
-3<3
pvune
pvune
1
2
3
4
5
6
-1
3
-1
-2
-3
-4
7
8
9
10