



SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

Esperienza 4: INTERFEROMETRO DI FABRY-PEROT

G. Galbato Muscio

F. Ghimenti

L. Gravina

L. Graziotto

21 Maggio 2019

GRUPPO D1-1

Abstract

Si studia la funzione di trasmissione di un interferometro di Fabry-Perot e, con un fit alla funzione di Airy, se ne ricava la *finesse* di riflettività. Variando la riflettività degli specchi dell'interferometro, si fornisce una seconda stima della *finesse*. Infine, variando la distanza tra gli specchi, si stima la lunghezza d'onda del laser He-Ne impiegato.

Indice

1	Apparato strumentale	2
2	Misura della funzione di trasmissione e fit alla funzione di Airy	2
3	Misura della finesse al variare delle combinazioni di specchi	3
4	Misura della lunghezza del Fabry-Perot e stima della lunghezza d'onda del laser	4
5	Conclusioni	5
6	Appendice	6

1 Apparato strumentale

Si utilizza un laser He-Ne di lunghezza d'onda, dichiarata dal costruttore, $\lambda = 632.8 \text{ nm}$, montato su tavolo ottico¹.

In serie al laser è posta un'iride, allo scopo di evitare l'ingresso nel laser dei fasci di ritorno, che ne perturberebbero il comportamento. Due specchi orientati a 45° portano il fascio ad incidere sull'interferometro di Fabry-Perot. Il secondo specchio dell'interferometro è posto su una slitta regolabile con una vite micrometrica; inoltre, sulla slitta è posto un cristallo piezoelettrico ai cui capi è applicato un segnale a rampa, al fine di passare da un picco all'altro della funzione di trasmissione.

Quindi, a distanza² $L = (209 \pm 2) \text{ mm}$ rispetto al secondo specchio dell'interferometro, è posto il fotodiodo, montato su una slitta micrometrica di portata 15 mm e risoluzione 0.010 mm, che può essere traslato per misurare l'intensità luminosa delle frange di interferenza.

La configurazione utilizzata è illustrata in Figura 1.

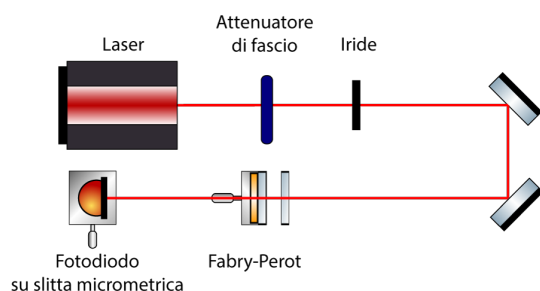


Figura 1: Configurazione utilizzata.

Il segnale in uscita dal fotodiodo è inviato al CH 2 dell'oscilloscopio Tektronik TDS2012C. Le misure di intensità luminosa vengono riportate come differenza di potenziale misurata ai capi del fotodiodo, pertanto è da intendere la

¹Si confronterà dunque il risultato sperimentale ottenuto in seguito con questo valore.

²L'incertezza associata è pari al doppio della risoluzione del metro a nastro, in quanto si ha un errore dovuto sia al posizionamento di un capo dello strumento, sia al posizionamento dell'altro.

³<http://pdf1.alldatasheet.com/datasheet-pdf/view/554089/ETC2/TDS2012C.html>

presenza di un fattore di proporzionalità non noto. Inoltre, si regola con un filtro attenuatore l'intensità della luce emessa dal laser in modo da restare all'interno della regione di linearità del fotodiodo, ossia al di sotto di 10 V. L'incertezza associata alle misure mediante i cursori è quella fornita dal manuale³ dell'oscilloscopio, ossia il 3%.

Poiché il fotodiodo permette l'ingresso della luce attraverso un foro di diametro circa 200 μm , si compiranno spostamenti della slitta micrometrica di almeno 100 μm , e pertanto l'incertezza associata alla posizione del fotodiodo sarà di 100 μm .

2 Misura della funzione di trasmissione e fit alla funzione di Airy

In questa parte dell'esperienza si utilizzano specchi di riflettività $R = 0.9$. Dalla relazione

$$F_{teo} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R} \quad (1)$$

si ricava un valore teorico di finesse $F_{teo} = 29.8$. La ceramica piezoelettrica montata sulla slitta viene pilotata da un segnale triangolare, al fine di osservare due massimi della funzione di trasmissione. Si imposta il filtro attenuatore in modo da avere intensità massima $I_{max} = (6.4 \pm 0.2) \text{ V}$, ben al di sotto della regione di saturazione. Si acquisiscono i punti sperimentali relativi al segnale di rampa e alla risposta del fotodiodo, in funzione del tempo⁴, direttamente dall'oscilloscopio, e si riportano tali punti nel grafico di Figura 2.

Si effettua il fit dei dati sperimentali usando come espressione per la funzione di Airy

$$T = \frac{1}{1 + \frac{4F_{teo}^2}{\pi^2} \sin^2(A(V_{tr} - V_0))}, \quad (2)$$

⁴Si prende l'origine temporale $t = 0$ coincidente con l'istante in cui viene effettuata la prima misura.

espressa in funzione della finesse sperimentale F_{exp} e dello sfasamento $\Delta/2 = A(V_{tr} - V_0)$, dove V_{tr} è il valore della tensione dell'onda triangolare, e normalizzata al massimo dell'intensità. Sono stati introdotti i parametri A e V_0 rappresentanti rispettivamente il coefficiente di proporzionalità tra lo sfasamento e la tensione dell'onda triangolare, ed il fattore traslazione della funzione di trasferimento lungo l'asse delle ascisse.

Il fit, riportato in Figura (2), ha come coefficienti

$$F_{exp} = 29.1 \pm 0.9$$

$$A = (0.472 \pm 0.002) \text{ V}^{-1}$$

$$V_0 = (3.01 \pm 0.02) \text{ V}$$

Il valore sperimentale di finesse risulta compatibile, entro una deviazione standard, con quello teorico.

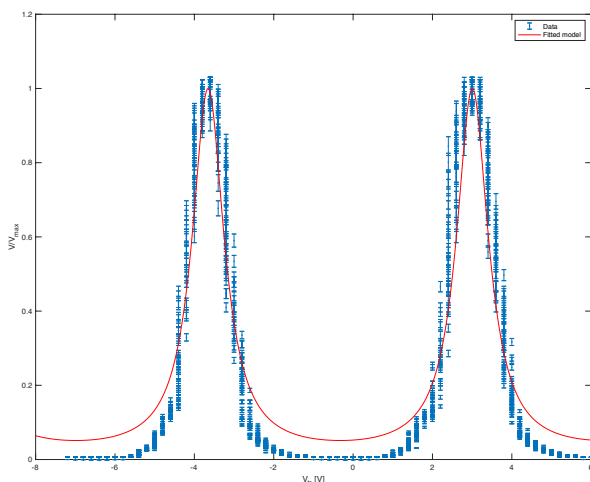


Figura 2: Fit della funzione di Airy.

Si ricorda che $\Delta = b V_{tr}$ con

$$b = \frac{2\pi}{V_{tr_N} - V_{tr_{N+1}}},$$

dove V_{tr_N} è il valore di tensione dell'onda triangolare corrispondente al picco di ordine N . Il valore del parametro A è dunque da confrontarsi con

$$\frac{b}{2} = (0.476 \pm 0.001) \text{ V}^{-1},$$

che risulta essere compatibile, entro due sigma, con il valore ricavato dal fit.

Si osserva come la curva di fit sia più vicina a quella sperimentale in corrispondenza dei massimi, mentre è evidente come i minimi delle due siano molto più distanti, al di fuori delle barre di incertezza. Si ritiene che questo sia dovuto alla ridotta sensibilità del fotodiodo nella regione in cui il segnale è comparabile con il fondo, che non permette di discriminare tra i due; oltretutto, si ipotizza che in prossimità dei minimi non sia superata la tensione di soglia del rivelatore, al di sotto della quale non vi è linearità della risposta. L'identificazione della larghezza dei massimi e della distanza tra essi è però indipendente dall'andamento della tensione nella regione compresa tra essi, e pertanto non compromette la qualità della stima della *finesse*.

3 Misura della finesse al variare delle combinazioni di specchi

Nella relazione (1) per la *finesse* \mathcal{F} si utilizzerà come valore di R la media geometrica delle riflettività dei due specchi utilizzati per costruire l'interferometro. Utilizzando la relazione 3 riferita ai due massimi consecutivi V e \tilde{V} che siano sulla stessa rampa dell'onda triangolare, si ha

$$b = \frac{2\pi}{\tilde{V} - V}. \quad (3)$$

Nell'approssimazione in cui $\Delta V b / 2 \ll 1$, si stima la larghezza a metà altezza ΔV del picco della funzione di Airy imponendo che l'intensità sia pari a metà di quella massima, e si trova

$$\mathcal{F} \simeq \frac{\tilde{V} - V}{2\Delta V}. \quad (4)$$

Poiché si utilizza un segnale triangolare si ha proporzionalità tra la tensione della rampa e l'istante di tempo a cui sono riferiti i punti sperimentali, prendendo come zero il primo dato acquisito dall'oscilloscopio. Le misure di tensione vengono pertanto sostituite con misure

di tempo, più convenienti poiché sono riportate sull'ascissa dell'oscilloscopio, effettuate mediante i cursori dello strumento. Si determinano pertanto la distanza temporale tra due picchi e la larghezza a metà altezza degli stessi.

Si ripetono tali misure per diverse combinazioni di specchi; esse sono riportate in Tabella 2, in Appendice. Si riportano in Figura 3 i valori di \mathcal{F}^{-2} ricavati sperimentalmente, con \mathcal{F} stimata da (4), in funzione di F_{teo}^{-2} , dove F_{teo} è la finesse teorica data da (1).

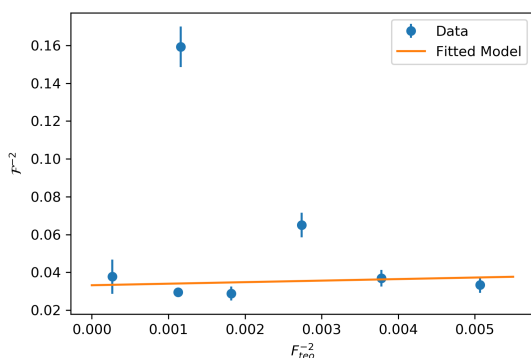


Figura 3: Andamento del quadrato del reciproco della finesse sperimentale in funzione del quadrato del reciproco della finesse ideale

Come è evidente, le misure si discostano molto dall'andamento previsto: ci si aspettava infatti un andamento lineare con coefficiente angolare unitario e intercetta positiva. Al contrario, il coefficiente angolare restituito dal fit risulta essere 0.8, ma con chi quadro di ordine 1.6×10^4 , che caratterizza la scarsa aderenza al modello teorico. Si conclude che questo sia dovuto ad un errore sistematico nell'allineamento del sistema: l'allineamento è stato infatti realizzato sistematicamente al fine di massimizzare la visibilità delle frange, ma non si è verificato ad ogni cambiamento di specchi che il centro della figura di interferenza fosse allineato con il fotodiodo. D'altra parte, infatti, una ulteriore misura fatta allineando correttamente il sistema ha restituito per la finesse il valore di 9.1 ± 0.9 contro un valore teorico previsto di 14 ($R = 0.8$), meno discosto dalla teoria rispetto agli altri punti.

Si ipotizza inoltre che la discrepanza tra il modello e i dati sperimentali possa essere amplificata dal fatto che l'approssimazione $\Delta Vb/2 \ll 1$ non sia stata rispettata a causa dello scarso allineamento.

4 Misura della lunghezza del Fabry-Perot e stima della lunghezza d'onda del laser

Si verifica che per tutta la durata di questa presa dati il voltaggio del fotodiodo rimane compreso tra 0 e 0.6 V, dunque nella regione di linearità. Si rammenta che la distanza tra il fotodiodo e il secondo specchio del Fabry-Perot è $L = (209 \pm 2)$ mm; si interpone dunque tra il secondo specchio metallico e l'interferometro un foglio di plastica trasparente opaco quale mezzo diffusore, al fine di ottenere un'onda analoga a quella generata da una sorgente puntiforme. Oltre l'interferometro si osserva dunque il pattern di massimi e minimi circolari detto *anelli di Airy*.

Si verifica che la posizione assoluta del secondo specchio dell'interferometro, rispetto allo zero della vite micrometrica che non necessariamente corrisponde alla distanza nulla tra gli specchi, è $d_1 = (13.37 \pm 0.01)$ mm.

Traslando la slitta su cui è posto il fotodiodo si misurano le posizioni di due massimi consecutivi e se ne stima l'angolo rispetto al centro del pattern come $\theta = (x - x_0)/L$. Si ha la relazione tra ordine del massimo e angolo

$$\frac{2d^f}{\lambda} \cos \theta_m = m \quad (5)$$

sviluppando il coseno al secondo ordine si ottiene, dalla misura di due angoli,

$$m \simeq \frac{2}{\theta_{m-1}^2 - \theta_m^2}$$

e conoscendo il valore della lunghezza d'onda λ (come dichiarato dal costruttore) si ottiene una stima della lunghezza del Fabry-Perot

$$d^f \simeq \frac{m\lambda}{2},$$

valida per $m \gg 1$.

Variando quindi la posizione assoluta del secondo specchio del Fabry-Perot, e portandolo a $d_2 = (10.75 \pm 0.01)$ mm, si ripete il procedimento precedente e si ricava l'ordine del massimo m_2 . Quindi, si può stimare la lunghezza d'onda del laser da

$$\lambda^{\text{exp}} = \frac{2(d_1 - d_2)}{m_2 - m_1}.$$

Si riportano in Tabella 1, in Appendice, i dati raccolti. La stima della lunghezza d'onda risulta essere

$$\lambda^{\text{exp}} = (181 \pm 46) \text{ nm},$$

e le corrispondenti lunghezze d_i^f del Fabry-Perot

$$\begin{aligned} d_1^f &= (2.8 \pm 0.9) \text{ mm} \\ d_2^f &= (0.21 \pm 0.07) \text{ mm} \end{aligned}$$

Il termine dominante nel calcolo delle incertezze risulta essere quello relativo all'ordine di diffrazione. Osserviamo che il valore di λ determinato sperimentalmente non è compatibile con quello dichiarato dal costruttore. Nemmeno le lunghezze del Fabry Perot sono coerenti con quanto osservato durante l'esperimento, dove l'ordine di grandezza della separazione degli specchi è di circa 1 cm. Consideriamo i dati raccolti quando lo specchio mobile dell'interferometro si trova a una distanza assoluta d_2 . Secondo la relazione (5) all'aumentare di m la distanza relativa tra due massimi consecutivi dovrebbe ridursi per via della funzione coseno. Questo non accade nei dati sperimentali raccolti, dove $x_1 - x_0 < x_2 - x_1$. Ciò porta a pensare a errori di lettura nella presa dati, in particolare di x_2 , a causa di un non corretto allineamento del fascio. Si ritiene infatti che il fotodiodo non abbia rilevato correttamente la presenza di un massimo intermedio, in quanto non avente intensità sufficientemente superiore a quella di soglia. Utilizzando invece la lunghezza d'onda

fornita dal costruttore $\lambda = 632.8$ nm e gli ordini ricavati m_1 e m_2 si ottiene rispettivamente

$$\begin{aligned} d_1^f &= (1.0 \pm 0.2) \text{ cm} \\ d_2^f &= (0.73 \pm 0.03) \text{ mm} \end{aligned}$$

Osserviamo che $d_1^f - d_2^f$ non è compatibile con $d_1 - d_2$. Ciò rafforza l'ipotesi di errori nella stima dell'ordine di diffrazione per la seconda configurazione. Tuttavia, limitandosi alla prima presa dati, si ritiene che la stima della lunghezza del Fabry-Perot sia compatibile con la reale distanza tra gli specchi, che risultava essere, misurata con il metro a nastro, (1.2 ± 0.2) cm.

5 Conclusioni

Dal fit della funzione di trasmissione con la funzione di Airy si ricava un valore della finesse compatibile con quello teorico. Si è infatti allineato, prima della presa dati, il centro del pattern circolare con il foro del fotodiodo. Al contrario, nella seconda parte, non si è prestata altrettanta attenzione all'allineamento del pattern, ritenendo che la lettura su una frangia vicina potesse portare allo stesso risultato. Si sarebbe potuto adoperare il mezzo diffusore al fine di visualizzare l'intera figura e agevolare l'allineamento.

Si osserva inoltre come la non compatibilità dei punti sperimentali rispetto al modello teorico sia dovuta alla non idealità concettuale dell'apparato: gli specchi non sono infatti perfettamente piani e presentano delle rugosità e imperfezioni, l'onda incidente non è piana (l'andamento è meglio descritto da un fascio gaussiano) e l'allineamento inficia la accuratezza delle misure.

Infine, nella terza parte si ritiene che la scelta di specchi ad elevata riflettività ($R = 0.9$) abbia influito sulla lettura dell'intensità da parte del fotodiodo, e sulla conseguente identificazione dell'ordine di interferenza, in quanto è stata ridotta notevolmente l'intensità del fascio.

6 Appendice

Tabella 1: Misure per la stima di λ

	x_0 [mm] ± 0.01	x_1 [mm] ± 0.1	x_2 [mm] ± 0.1	θ_1	θ_2
$d_1 = (13.37 \pm 0.01) \text{ mm}$	10.70	12.7	11.8	$(9.6 \pm 0.7) \times 10^{-3}$	$(5.3 \pm 1.0) \times 10^{-3}$
$d_2 = (10.75 \pm 0.01) \text{ mm}$	14.80	13.1	8.4	$(8.1 \pm 0.7) \times 10^{-3}$	$(31.0 \pm 0.7) \times 10^{-3}$

	m	d^f [mm]	d^f [mm], $\lambda = 632.8 \text{ nm}$
$d_1 = (13.37 \pm 0.01) \text{ mm}$	$(31 \pm 7) \times 10^3$	2.8 ± 0.9	10 ± 2
$d_2 = (10.75 \pm 0.01) \text{ mm}$	$(2.3 \pm 0.1) \times 10^3$	0.21 ± 0.07	0.73 ± 0.03

Tabella 2: Misure per la stima di \mathcal{F} .

R_1	R_2	V [ms]	\tilde{V} [ms]	$2\Delta V$ [ms]
0.90	0.90	14 ± 2	427 ± 2	71 ± 3
0.95	0.95	196 ± 8	608 ± 8	80 ± 11
0.90	0.80	84 ± 4	476 ± 4	100 ± 6
0.90	0.85	532 ± 4	968 ± 4	74 ± 6
0.80	0.85	340 ± 4	756 ± 4	80 ± 6
0.95	0.85	324 ± 4	740 ± 4	166 ± 6
0.80	0.80	332 ± 4	748 ± 4	76 ± 6