

# 单球面反射和折射成像规律的分析

向德祥<sup>1</sup>, 刘庆军<sup>2</sup>

(1. 兰州理工大学, 甘肃 兰州 730050; 2. 甘肃工业大学机械工厂, 甘肃 兰州 730050)

**摘要:**单球面成像是光学成像系统的基础, 文章依据单球面成像的基本公式, 对处于不同位置的物体经单球面折射和反射后所成像的性质进行了分析, 对其规律进行了总结。

**关键词:**球面成像; 像的性质; 反射; 折射

**中图分类号:** O435

## 1 引言

在一般的光学教材中<sup>[1,2]</sup>, 通常只讨论薄透镜成像的性质, 对一般球面成像的性质没有进行详细的分析, 实际上, 单球面是几何光学成像系统的基本单元, 并且在实际中单球面成像也有着重要的应用。本文依据单球面成像的基本公式和牛顿公式, 对处在不同位置的物体经单球面反射和折射成像的性质进行了分析, 对其规律进行了归纳和总结。

## 2 单球面成像的基本理论:

依据几何光学的基本原理, 在近轴近似下, 单球面反射和折射成像都可归结为单球面折射成像, 反射可作为折射  $n' = n$  的特殊情形, 下面只讨论单球面折射成像的规律。从费马原理或光的折射定律出发, 在近轴近似下, 采用新笛卡尔坐标, 可以推知单球面折射的成像公式为<sup>[1]</sup>:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \quad (1)$$

其中,  $n$  和  $n'$  分别为折射前后两种介质的折射率,  $s$  和  $s'$  分别为物距和像距,  $r$  为球面的曲率半径。

依据焦距的定义可得像方焦距和物方焦距分别为:

$$f' = \frac{n'}{n' - n} r \quad f = -\frac{n}{n' - n} r \quad (2)$$

由此可得单球面成像的高斯公式:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 \quad (3)$$

令  $x = -s + f$ ,  $x' = s' - f'$ , 可得单球面折射成像的牛顿公式:

$$xx' = ff' \quad (4)$$

依据放大率的定义, 可得单球面成像的放大率

为:

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{ns'}{n s} = \frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (5)$$

## 3 单球面成像的性质分析

物体经光学系统成像后的性质主要包括像的虚实、正立和倒立、放大和缩小。实像是由实际光线汇聚而成的, 虚像是由实际光线的反向延长线汇聚而成的。对于单球面反射, 由于入射光线和反射光线都在镜面的同一侧, 因而当像和入射光线在镜面的同一侧时, 像为实像, 反之则像为虚像; 对于单球面折射, 由于入射光线和折射光线在镜面的两侧, 因而当像和入射光线在镜面的两侧时, 像为实像, 反之则像为虚像。对于像的正立和倒立, 依据放大率的定义, 当放大率为正时, 像和物的方向相同, 为正立的像, 当放大率为负时, 像为倒立的像。对于像的放大和缩小, 当放大率的绝对值大于 1 时, 为放大的像, 当放大率的绝对值小于 1 时, 为缩小的像。下面, 分四种情形对单球面成像的性质进行分析。

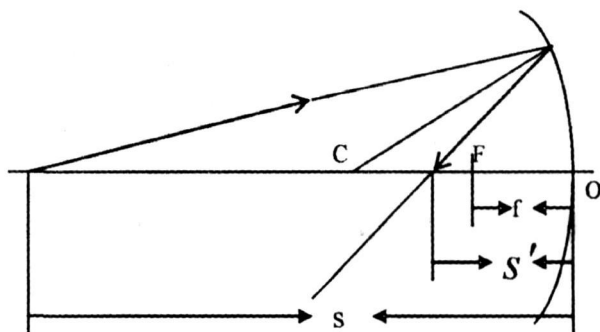


图1 凹球面反射成像示意图

### 3.1 凹球面反射成像的性质:

对凹球面反射, 如图1所示, 在新笛卡尔坐标下,  $r < 0$ ,  $f' = f < 0$ , 焦点为实焦点。对于像的性质, 有以下四种情形讨论:

1)物体位于焦点和球面顶点之间:  
 $0 > x > |f|$ , 依据  $x' = \frac{ff'}{x}$ ,  $|x'| = \frac{|ff'|}{|x|}$ , 可得  $x' > 0$ ,  $|x'| > |f'|$ , 像的位置位于球面顶点的右侧, 在镜面的后面, 为虚像;  
依据  $\beta = -f/x$ , 可得  $\beta > 0$ , 为正立的像;  
依据  $|\beta| = |f|/|x|$ , 可得  $|\beta| > 1$ , 为放大的像。

2)物体位于焦点到 2 倍焦距之间:  
 $x < 0$ ,  $|x| < |f|$ , 可得  $x' < 0$ ,  $|x'| > |f'|$ , 像的位置位于 2 倍焦距以外, 在镜面的前面, 为实像; $\beta < 0$ , 为倒立的像;  $|\beta| > 1$ , 为放大的像。

3)物体位于 2 倍焦距以外:  
 $x < 0$ ,  $|x| > |f|$ ,  $x' < 0$ ,  $|x'| < |f'|$ , 像的位置位于焦点和球面顶点之间, 在镜面的前面, 为实像; $\beta > 0$ , 为正立的像;  $|\beta| < 1$ , 为缩小的像。

4)虚物  
 $x > 0$ ,  $|x| > |f|$ ,  $x' > 0$ ,  $|x'| < |f'|$ , 像的位置位于 2 倍焦距以外, 在镜面的前面, 为实像; $\beta < 0$ , 为倒立的像;  $|\beta| > 1$ , 为放大的像。

以上结果归纳起来可用表 1 表示。

表 1 不同位置的物体经凹球面反射成像的性质				
物距	$f < s < 0$	$2f < s < f$	$s < 2f$	$s > 0$
像距	$s' > 0$	$s' > 2f$	$2f < s' < f$	$f < s' < 0$
像的虚实	虚像	实像	实像	实像
像的正和倒	正立	倒立	倒立	正立
像的缩和放	放大	放大	缩小	缩小

3.2 凸球面反射成像的性质

对凸球面反射,  $r > 0$ ,  $f' = f > 0$ , 焦点为虚焦点, 采用和前面相同的分析方法, 可得不同情形下成像的性质如表 2:

表 2 不同位置的物体经凸球面反射成像的性质				
物距	$s < 0$	$0 < s < f$	$f < s < 2f$	$s > 2f$
像距	$0 < s' < f'$	$s' < 0$	$s > 2f'$	$f' < s' < 2f'$
像的虚实	虚像	实像	虚像	虚像
像的正和倒	正立	正立	倒立	倒立
像的缩和放	缩小	放大	放大	缩小

3.3 凹球面折射成像的性质

对凹球面折射,  $r < 0$ , 设  $n_2 > n_1$ , 则  $f' < 0$ ,  $f > 0$ , 像方焦点和物方焦点均为虚焦点, 采用和前面相同的分析方法, 可得不同情形下成像的性质见表 3。

表 3 凹球面折射成像的性质				
物距	$s < 0$	$0 < s < f$	$f < s < 2f$	$s > 2f$
像距	$0 < s' < f'$	$s' > 0$	$s' > 2f'$	$2f' < s' < f'$
像的虚实	虚像	实像	虚像	虚像
像的正和倒	正立	正立	倒立	倒立
像的缩和放	缩小	放大	放大	缩小

3.4 凸球面折射成像的性质:

当球面为凸球面,  $r > 0$ , 设  $n_2 > n_1$ , 则  $f' > 0$ ,  $f < 0$ , 像方焦点和物方焦点均为实焦点, 采用和前面相同的分析方法, 可得不同情形下成像的性质见表 4。

表 3 凸球面折射成像的性质				
物距	$f < s < 0$	$2f < s < f$	$s < 2f$	$s > 0$
像距	$s' > 0$	$s' > 2f'$	$f' < s' < 2f'$	$0 < s' < f'$
像的虚实	虚像	实像	实像	实像
像的正和倒	正立	倒立	倒立	正立
像的缩和放	放大	放大	缩小	缩小

4 结论

通过以上分析, 可以看出: 对单球反射和折射成像, 像的放大和缩小取决于物体到物方焦点的距离, 当物体到物方焦点的距离小于物方焦距的绝对值时, 所成的像为放大的, 物体到物方焦点的距离大于物方焦距的绝对值时, 所成的像为缩小的。像的正立和倒立同焦点的虚实有关, 对于实焦点, 当物体位于物方焦点的左侧时, 像为倒立的, 物体位于物方焦点的右侧时, 像为正立的; 对于虚焦点, 当物体位于物方焦点的左侧时, 像为正立的, 物体位于物方焦点的右侧时, 像为倒立的。

参考文献:

[1] 姚启钧. 光学教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.  
[2] 赵凯华. 光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2004  
[5] 索传军. 论基于网络环境的主动信息服务系统. 河南图书馆学刊, 2006, 23(3): 10—13  
[6] 王咏. 基于 Push 技术的信息获取方式及其应用. 情报学报, 2000, 19(4): 363—368  
[7] 崔虹燕, 蒋念平. 一种改进的多级信息安全过滤模型. 情报理论与实践, 2006, 29(5): 615—617  
[8] 焦玉英, 李进华. 网上信息服务的主动性及其相关技术. 现代图书情报技术, 2002, 92(2): 56—58

(上接第 22 页)

动信息服务. 情报杂志, 2005(10): 59—61  
[3] 曾维宏, 陈铁军等. 基于 Push 技术的主动信息服务系统设计与实现. 计算机工程与设计, 2005, 26(11): 2893—2895  
[4] 黄晓斌. 网络信息过滤原理与应用. 北京: 北京图书馆出版社, 2005