

微积分习题

一. 必做

1. 若 $f(x)$ 的一个原函数为 $F(x) = \ln x^2$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$
2. 已知 $f(x) = xe^{-x}$, 则 $f''(0) = \underline{\hspace{2cm}}$
3. 欲做一个底为正方形, 容积为 32 立方米的长方体开口容器, 怎样做法用料最省?

(提示: 设底边长为 x , 高为 h , 则 $x^2h = 32$)

4. 设函数

$$L(\mu, \sigma^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x_i - \mu)^2}{2\sigma^2}}$$

求函数 L 的极大值点

(提示: 取对数。 $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$)

二. 选做

计算 $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$

提示: 考虑辅助函数 $\int_0^{+\infty} dx \int_0^1 e^{-px} \cos xy dy$

答案见《数学分析》华东师范大学数学系 编, 下册 P200

本题就是著名的迪利克雷积分, 想拿满分不容易, 同学们加油