线性代数习题

一． 必做

1. 求 A+B，AB，其中 $A=\begin{pmatrix}4&3&1\\-2&1&5\\0&7&-1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}-1&2&1\\3&0&2\\6&-4&-1\end{pmatrix}$

2. 设A 为三阶可逆矩阵，若 $A^{-1}=\begin{pmatrix}1&-2&1\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}$，求 A

3. 求证：若λ是矩阵 A 的特征值，则当 A 可逆时，λ^{-1}是A^{-1}的特征值

（提示：由特征值的公式 $A\vec{x}=\lambda\vec{x}$ 开始推导）

4. 求使平面上三点$(x_1,y_1),(x_2,y_2),(x_3,y_3)$位于一条直线上的充分必要条件。

（提示：设直线方程为 $ax+by+c=0$ ，然后列出方程组求解）

二． **选做：**

1. V 是属于数域 F 上的线性空间，$\boldsymbol{\mathcal{A}}$是空间 V 上的线性变换。$f(x),f_1(x),f_2(x)$

都是属于 F 的多项式。已知$f(x)=f_1(x)f_2(x)$,且 $f_1(x)$与$f_2(x)$互素，

求证 $kerf(\mathcal{A})=kerf_1(\mathcal{A})\oplus kerf_2(\mathcal{A})$

注：ker 表示核，$\oplus$表示直和.

（提示：若两个多项式互素，则存在多项式$u(x),v(x)$使

$$u(x)f_1(x)+v(x)f_2(x)=1$$

）

答案见《高等代数强化讲义》李扬 著，P176