绝密★启用前

2019年普通高等学校招生全国统一考试

数学试题卷

姓名：________________　　准考证号：________________

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共4页，选择题部分1至2页；非选择题部3至4页。满分150分。考试用时120分钟。

考生注意：

1．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填在试题卷和答题纸规定的位置上。

2．答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A,B 互斥，则

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

若事件 A,B 相互独立，则

$P(AB)=P(A)P(B)$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1，S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，表示 h 锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共40分）

一、选择题：本大题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $P=\{x|0<x<2\}$，$Q=\{x|-1<x<1\}$，则 $P\cap Q=$

A. $(-1,2)$　　B. $(0,1)$　　C. $(-1,0)$　　D. $(1,2)$

2. 双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 的一个焦点到一条渐近线的距离是

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. $\sqrt{5}$

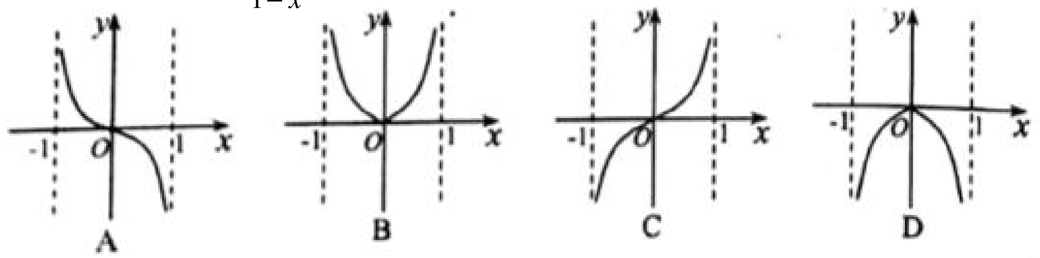
3. 复数 $\dfrac{2}{1+\mathrm{i}}$ （i 是虚数单位）的共轭复数是

A. $-1+\mathrm{i}$　　B. $1-\mathrm{i}$　　C. $1+\mathrm{i}$　　D. $-1-\mathrm{i}$

4. 若变量 x， y 满足约束条件 $\begin{cases} y \le x, \\ x+y \le 1, \\ y \ge -1. \end{cases}$，则 $|x+3y|$ 的最大值是

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

5. 设函数 $f(x)=x^2 \ln\dfrac{1+x}{1-x}$，则函数 $f(x)$ 的图像可能为



6. 设平面 α 与平面 β 相交于直线 l，直线 a 在平面 α 内，直线 b 在平面 β 内，且 $b \perp l$，则“ $\alpha \perp \beta$ ”是“ $a \perp b$ ”的

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

7. 已知袋子中装有若干个大小形状相同且标有数字1， 2 ， 3的小球，每个小球上有一个数字，它们的个数依次成等差数列，从中随机抽取一个小球，若取出小球上的数字 X 的数学期望是 2，则 X 的方差是

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. $\dfrac{8}{3}$　　D. $\dfrac{4}{3}$

8. 已知三棱锥 $P-ABC$ 中，ΔABC 为正三角形，$PA>PB>PC$，且 P 在底面 ABC 内的射影在 ΔABC 的内部（不包括边界），记二面角 $P-AB-C$，二面角 $P-BC-A$，二面角 $P-AC-B$ 的大小分别为 α， β， γ，则

A. $\alpha>\beta>\gamma$　　B. $\gamma>\alpha>\beta$　　C. $\alpha<\gamma<\beta$　　D. $\alpha<\beta<\gamma$

9. 已知向量 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的夹角为 60°，$|\vec{a}|=1$ 且 $\vec{c}=-2\vec{a}+t\vec{b}(t\in \mathrm{R})$，则 $|\vec{c}|+|\vec{c}-\vec{a}|$ 的最小值为

A. $\sqrt{13}$　　B. $\sqrt{19}$　　C. 5　　D. $\dfrac{9\sqrt{13}}{4}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=\dfrac{1}{2}$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n^{\ 2}}{2018}+a_n(n\in \mathbf{N}^*)$，则使 $a_n>1$ 的正整数 n 的最小值是

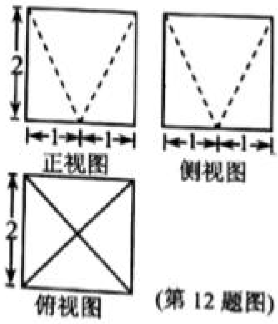
A. 2018　　B. 2019　　C. 2020　　D. 2021

非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 我国古代某数学著作中记载了一个折竹抵地问题：“今有竹高二丈，末折抵地，去本六尺，问折者高几何？”意思是：有一根竹子（与地面垂直），原高二丈（1 丈=10 尺），现被风折断，尖端落在地上，竹尖与竹根的距离为六尺，则折断处离地面的高为______尺.

12. 某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积（单位：cm^3）等于______，表面积（单位：cm^2）等于______.



(第 12 题图)

13. 在$\triangle ABC$中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c.

已知$\tan(\dfrac{\pi}{4}+A)=2$. 则$\sin A$的值为______，

若$B=\dfrac{\pi}{4}$，$a=4$时，则ΔABC的面积等于______.

14. 若$(x-3)^3(2x+1)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_8x^8$，则$a_0=$______，$a_0+a_2+\cdots+a_8=$______.

15. 已知函数$f(x)=\begin{cases}2^{-x},x\le 0\\ -x^2+4x,x>0\end{cases}$，则$f(f(-1))=$______，若实数$a<b<c$，

且$f(a)=f(b)=f(c)$，则$a+b+c$的取值范围是______.

16. 现有排成一排的 7 个不同的盒子，将红、黄、蓝、白颜色的 4 个小球全部放入这 7 个盒子中，若每个盒子最多放一个小球，则恰有两个空盒相邻且红球与黄球不相邻的不同放法共有______种.（结果用数字表示）

17. 已知椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的两个顶点$A(a,0)$，$B(0,b)$，过$A$，$B$分别作$AB$的垂线交该椭圆于不同的顶点$C$，$D$两点，若$2|BD|=3|AC|$，则椭圆的离心率是______.

三、解答题：本大题有 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. （本题满分 14 分）已知函数$f(x)=2\cos^2 x-2\sqrt{3}\sin x\cos x$.

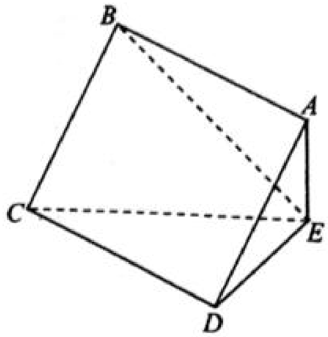
（Ⅰ）求函数$f(x)$的单调递减区间；

（Ⅱ）求方程$f(x)=-\dfrac{1}{3}$在区间$\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$内的所有实根之和.

19. （本题满分 15 分）如图，在四棱锥$E-ABCD$中，底面$ABCD$是边长为2的正方形，且$DE=\sqrt{3}$，平面$ABCD\perp$平面ADE，二面角$A-CD-E$为30°.

（Ⅰ）求证：$AE\perp$平面CDE；

（Ⅱ）求AB与平面BCE所成角的正弦值.

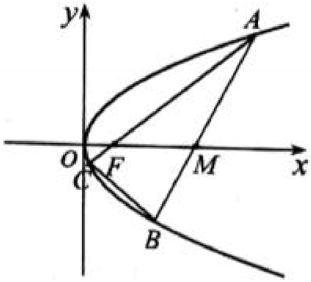


20. （本题满分 15 分）已知等差数列$\{a_n\}$前n项和为S_n，$a_1=1$，公差$d\neq 0$，且S_1，S_3，S_9成等比数列，数列$\{b_n\}$满足$b_1S_1+b_2S_2+\cdots+b_nS_n=6-\dfrac{n^2+4n+6}{2^n}(n\in \mathrm{N}^*)$，$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）记$R_n=\dfrac{1}{a_1a_2}+\dfrac{1}{a_2a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_na_{n+1}}$，试比较$R_n$与$\dfrac{1}{2}T_n$的大小.

21. （本题满分 15 分）已知抛物线$L: y^2=2px(p>0)$的焦点为F，过点$M(5,0)$的动直线l与抛物线L交于A，B两点，直线AF交抛物线L于另一点C，$|AC|$的最小值为4.



（Ⅰ）求抛物线L的方程；

（Ⅱ）记ΔABC、ΔAFM的面积分别为S_1，S_2，

求$S_1\cdot S_2$的最小值.

22. （本题满分 15 分）已知函数$f(x)=2x^2$，$g(x)=m\ln x(m>0)$，曲线$f(x)$与$g(x)$有且仅有一个公共点.

（Ⅰ）求m的值；

（Ⅱ）若存在实数a，b，使得关于x的不等式$g(x)\le ax+b\le f(x)+2$对任意正实数x恒成立，求a的最小值.