2019年普通高等学校招生全国统一考试
广东省文科数学模拟试卷(二)
参考答案及评分标准

评分标准：

1. 本解答给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则.
2. 对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答未改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有较严重的错误，就不再给分.
3. 解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数.
4. 只给整数分数，选择题不给中间分.

1.D　2.C　3.D　4.B　5.C　6.A　7.A　8.A　9.C　10.B　11.C　12.B

13.3　14. $\frac{4}{3}$　15. $\frac{3}{4}$　16.40

17.解：(1)由余弦定理得 $AB^2=BC^2+AC^2-2BC\times AC\times\cos C$，…… 1分

代入数据整理得 $BC^2+3BC-40=0$，…… 3分

解得 $BC=5$($BC=-8$ 舍去). …… 5分

(2)由 $\cos A=\sqrt{3}\sin B$ 及 $C=120^\circ$，

得 $\cos(60^\circ-B)=\sqrt{3}\sin B$，…… 6分

展开得 $\frac{1}{2}\cos B+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B-\sqrt{3}\sin B=0$，…… 7分

即 $\frac{\sqrt{3}}{2}\sin B=\frac{1}{2}\cos B$，$\tan B=\frac{\sin B}{\cos B}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，…… 8分

所以 $B=30^\circ$. …… 9分

从而 $A=60^\circ-B=30^\circ$，即 $A=B=30^\circ$，

所以 $BC=AC=3$. …… 10分

故△ABC 的面积为 $\frac{1}{2}\times3\times3\times\sin120^\circ=\frac{9\sqrt{3}}{4}$. …… 12分

评分细则：

第(1)问中，只要由余弦定理得到 $BC=5$，就给5分；

第(2)问中，$\cos(60^\circ-B)=\sqrt{3}\sin B$ 是关键，得到 $B=30^\circ$ 或 $A=30^\circ$，就给3分.

18.解：(1)填写列联表如下：

性别	入围人数	未入围人数	总计
男生	24	76	100
女生	20	80	100
总计	44	156	200

…… 4分

因为 K^2 的观测值 $k=\frac{200\times(24\times80-76\times20)^2}{100\times100\times44\times156}=\frac{200}{429}<2.706$，…… 6分

所以没有90%以上的把握认为脑力测试后是否为“入围学生”与性别有关. …… 7分

(2)(ⅰ)这 11 名学生中,被抽到的女生人数为 $20\times\frac{11}{44}=5$. ………………………………………… 9 分

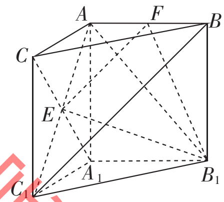
(ⅱ)因为入围的分数不低于 120 分,且每个女生的测试分数各不相同,每个人的分数都是整数,

所以这 11 名学生中女生的平均分的最小值为 $\frac{120+121+122+123+124}{5}=122$. ……………… 12 分

评分细则:

第(1)问计算得到 K^2 的观测值 $k=\frac{200}{429}$ 即可得 1 分.

19.(1)证明:如图,连接 BC_1. ………………………………………… 1 分



在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,E 为 AC_1 的中点. ………………………… 2 分

又因为 F 为 AB 的中点,

所以 $EF/\!/BC_1$. ………………………………………… 3 分

又 $EF\not\subset$ 平面 BCC_1B_1,$BC_1\subset$ 平面 BCC_1B_1,

所以 $EF/\!/$ 平面 BCC_1B_1. ………………………………………… 5 分

(2)解:因为 $AC\perp AB$,$AA_1\perp AC$,$AA_1\cap AB=A$,所以 $AC\perp$ 平面 ABB_1A_1, ……………… 7 分

又 $AC=4$,E 为 A_1C 的中点,所以 E 到平面 ABB_1A_1 的距离为 $\frac{1}{2}\times4=2$. ……………… 9 分

因为 $\triangle AB_1F$ 的面积为 $\frac{1}{2}\times2\times6=6$, ………………………………………… 10 分

所以 $V_{B_1-AEF}=V_{E-AB_1F}=\frac{1}{3}\times2\times6=4$. ………………………………………… 12 分

评分细则:

第(1)问中,先证面面平行,再证线面平行,也是常见的方法,阅卷时应同样给分.

20.(1)证明:设 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$,联立 $\begin{cases}y=kx+1,\\x^2=4y,\end{cases}$ 得 $x^2-4kx-4=0$, ……………… 1 分

则 $x_1x_2=-4$, ………………………………………… 2 分

所以 $y_1y_2=\frac{(x_1x_2)^2}{16}=1$, ………………………………………… 3 分

从而 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=-3<0$, ………………………………………… 4 分

则 $\angle AOB$ 为钝角,故 $\triangle AOB$ 为钝角三角形. ………………………………………… 5 分

(2)解:由(1)知,$x_1+x_2=4k$,$y_1+y_2=k(x_1+x_2)+2=4k^2+2$, ……………………… 6 分

则 $|AB|=y_1+y_2+p=4k^2+4$. ………………………………………… 7 分

由 $x^2=4y$,得 $y=\frac{x^2}{4}$,$y'=\frac{x}{2}$,设 $P(x_0,y_0)$,则 $\frac{1}{2}x_0=k$,$x_0=2k$,$y_0=k^2$,

则点 P 到直线 $y=kx+1$ 的距离 $d=\sqrt{k^2+1}$. ………………………………………… 9 分

从而 $\triangle PAB$ 的面积 $S=\frac{1}{2}d|AB|=2(k^2+1)\sqrt{k^2+1}=16$, ……………………… 10 分

解得 $k=\pm\sqrt{3}$, ………………………………………… 11 分

故直线 l 的方程为 $y=\pm\sqrt{3}x-3$. ………………………………………… 12 分

评分细则:

第(1)问中,得到 x_1x_2,y_1y_2 的值分别给 1 分;若只是得到其中一个,且得到 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-3<0$,可以共给 3 分.

21.(1)解:当 $a=-4$ 时,$f(x)=\frac{1}{2}x^2+3x-4\ln x$,定义域为 $(0,+\infty)$. ……………………… 1 分

$f'(x)=x+3-\frac{4}{x}=\frac{x^2+3x-4}{x}=\frac{(x-1)(x+4)}{x}$. ………………………………………… 2 分

当 $x>1$ 时,$f'(x)>0$,$f(x)$ 单调递增,则 $f(x)$ 的单调递增区间为 $(1,+\infty)$; ……………… 3 分

当 $0<x<1$ 时,$f'(x)<0$,$f(x)$ 单调递减,则 $f(x)$ 的单调递减区间为 $(0,1)$. ……………… 4 分

(2)证明:$f'(x)=\frac{x^2-(a+1)x+a}{x}=\frac{(x-1)(x-a)}{x}$, ………………………………………… 5 分

$g'(x)=3x^2+2bx-(2b+4)+\frac{1}{x}=\frac{(x-1)[3x^2+(2b+3)x-1]}{x}$. ………………………………… 6 分

令 $p(x)=3x^2+(2b+3)x-1$.

因为 $a\in(1,2]$,所以 $f(x)$的极小值点为 a,则 $g(x)$的极小值点为 a, ………………………………………… 8 分

所以 $p(a)=0$,即 $3a^2+(2b+3)a-1=0$,即 $b=\dfrac{1-3a^2-3a}{2a}$, ………………………………………… 9 分

此时 $g(x)$的极大值为 $g(1)=1+b-(2b+4)=-3-b=-3-\dfrac{1-3a^2-3a}{2a}=\dfrac{3}{2}a-\dfrac{1}{2a}-\dfrac{3}{2}$. ……………… 10 分

因为 $a\in(1,2]$,所以$\dfrac{3}{2}a-\dfrac{1}{2a}-\dfrac{3}{2}\leqslant\dfrac{3}{2}\times2-\dfrac{1}{2\times2}-\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{4}$. ………………………………………… 11 分

故 $g(x)$的极大值不大于$\dfrac{5}{4}$. ………………………………………………………………………… 12 分

评分细则:

第(1)问中,计算导数时未因式分解不扣分;

第(2)问中,计算 $g(x)$的导数时未因式分解扣 1 分.

22. 解:(1)由 $\rho^2-4\rho\cos\theta-6\rho\sin\theta+12=0$,得 $x^2+y^2-4x-6y+12=0$, ……………………………… 3 分

即$(x-2)^2+(y-3)^2=1$,此即为曲线 C 的直角坐标方程. ………………………………………………… 4 分

(2)由(1)可设 P 的坐标为$(2+\cos\alpha,3+\sin\alpha)$,$0\leqslant\alpha<2\pi$, ………………………………………… 6 分

则$|PM|=3+\sin\alpha$, ………………………………………………………………………………… 7 分

又直线 $\rho\cos\theta=-1$ 的直角坐标方程为 $x=-1$,

所以$|PN|=2+\cos\alpha+1=3+\cos\alpha$. ……………………………………………………………… 8 分

所以$|PM|+|PN|=6+\sqrt{2}\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)$, ……………………………………………………………… 9 分

故当 $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$时,$|PM|+|PN|$取得最大值,且最大值为 $6+\sqrt{2}$. ………………………………… 10 分

评分细则:

第(2)问中,亦可设 P 的坐标为$(2+\sin\alpha,3+\cos\alpha)$,$|PM|=3+\cos\alpha$,$|PN|=3+\sin\alpha$,各给 1 分.

23. 解:(1)由 $f(x)<0$,得$|x+1|+|2-x|<4$. ……………………………………………………… 1 分

当 $x<-1$ 时,$-x-1+2-x<4$,解得$-\dfrac{3}{2}<x<-1$; ……………………………………………… 2 分

当$-1\leqslant x\leqslant2$ 时,$x+1+2-x=3<4$ 恒成立,则$-1\leqslant x\leqslant2$; ………………………………………… 3 分

当 $x>2$ 时,$x+1+x-2<4$,解得 $2<x<\dfrac{5}{2}$. ……………………………………………………… 4 分

故 $f(x)<0$ 的解集为$\left(-\dfrac{3}{2},\dfrac{5}{2}\right)$. ………………………………………………………………… 5 分

(2)因为 $f(x)=|x+1|+|2-x|-k\geqslant|x+1+2-x|-k=3-k$, ……………………………………… 6 分

所以 $f(x)$的最小值为 $3-k$. ……………………………………………………………………… 7 分

因为不等式 $f(x)\geqslant\sqrt{k+3}$对 $x\in\mathbf{R}$ 恒成立,所以 $3-k\geqslant\sqrt{k+3}$,$k+3\geqslant0$,

所以$\begin{cases}3-k\geqslant0,\\(3-k)^2\geqslant k+3,\end{cases}$ 解得 $-3\leqslant k\leqslant1$, ………………………………………………… 9 分

则 k 的取值范围为$[-3,1]$. …………………………………………………………………………… 10 分

评分细则:

第(1)问中,先将 $f(x)$化为三段的分段函数,得 3 分,再得出不等式的解集,得 2 分;

第(2)问中,未写 $3-k\geqslant0$,扣 1 分.