2019 届高三年级三校联考数学试题卷

命题：新昌中学　　审校：浦江中学　富阳中学

姓名________________　　　　　　　　　　准考证号________________________

参考公式:

如果事件 A，B 互斥，那么

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件 A，B 相互独立，那么

$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，那么 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$

台体的体积公式

$V=\frac{1}{3}(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)h$

其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高

柱体的体积公式

$V=Sh$

其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$V=\frac{1}{3}Sh$

其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中 R 表示球的半径

第 I 卷（共 40 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1．若集合 $A=\left\{x\middle|x^2-1\geq 0\right\}$，$B=\left\{x\middle|0<x<4\right\}$，则 $A\cap B=$

A．$(-\infty,-1)$　　B. $\left[0,4\right)$　　C. $\left[1,4\right)$　　D. $(4,+\infty)$

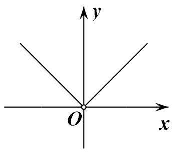
2．已知 i 为虚数单位，$z=\frac{2+\mathrm{i}}{\mathrm{i}}$，则 z 的虚部为

A．1　　B. -2　　C. 2　　D. $-2i$

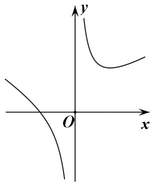
3．已知双曲线 $\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1$ 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{1}{2}x$，则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{5}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 3　　D. 2

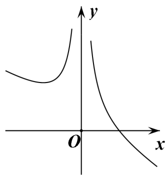
4．函数 $f(x)=|x|-\dfrac{1}{x}$ 的图象是



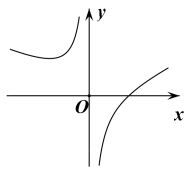
A.



B.



C.



D.

5．已知随机变量 ξ 满足 $P(\xi=0)=x$，$P(\xi=1)=1-x$，若 $0<x<\dfrac{1}{2}$，则

A．$E(\xi)$ 随着 x 的增大而增大，$D(\xi)$ 随着 x 的增大而增大

B．$E(\xi)$ 随着 x 的增大而减小，$D(\xi)$ 随着 x 的增大而增大

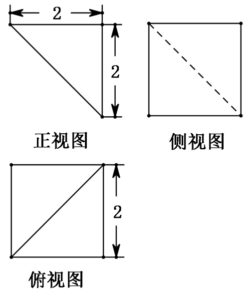
C．$E(\xi)$ 随着 x 的增大而减小，$D(\xi)$ 随着 x 的增大而减小

D．$E(\xi)$ 随着 x 的增大而增大，$D(\xi)$ 随着 x 的增大而减小

6．某几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是

A．$\dfrac{2}{3}$　　B．$\dfrac{4}{3}$

C．$\dfrac{8}{3}$　　D．$\dfrac{16}{3}$



（第6题图）

7．“$2^{x-y}<1$”是“$\ln\dfrac{x}{y}<0$”的

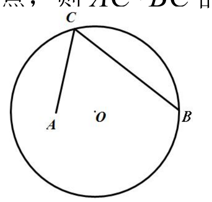
A．充要条件　　B．充分不必要条件

C．必要不充分条件　　D．既不充分也不必要条件

8．如图，圆 O 是半径为1的圆，$OA=\dfrac{1}{2}$，设 B,C 为圆上的任意 2 个点，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}$ 的取值范围是

A．$[-\dfrac{1}{8},3]$　　B．$[-1,3]$

C．$[-1,1]$　　D．$[-\dfrac{1}{8},1]$



（第 8 题图）

9．在棱长为 $6\sqrt{3}$ 的正四面体 $D-ABC$ 中，过点 D 的平面 Γ 与底面 ABC 所成锐二面角的正切值为 $\sqrt{6}$，设平面 Γ 与底面 ABC 的交线为 l，当平面 Γ 运动时，直线 l 在 ΔABC 内的部分形成的区域的面积为

A．$9\sqrt{3}+6\pi$　　B．$3\sqrt{3}+12\pi$

C．$12\sqrt{3}+6\pi$　　D．$18\sqrt{3}-6\pi$

10．已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 有零点，且 $a+b+c=1$，则 $\max\{\min\{a,b,c\}\}=$

A．$\dfrac{1}{2}$　　B．$\dfrac{1}{3}$　　C．$\dfrac{1}{4}$　　D．$\dfrac{1}{6}$

第 II 卷（共 110 分）

二、填空题（本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分)

11．《九章算术》中，将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称为“阳马”．现有一“阳马”$P-ABCD$，$PA\perp$底面 $ABCD$，$PA=AB=2$，$AD=1$，则该“阳马”的最长棱长等于___▲___；外接球表面积等于___▲___．

12．设 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}2x-y+1\ge 0\\ x-2y\le 0\\ x\le 1\end{cases}$，则 $z=2x+3y$ 的最大值为___▲___；满足条件的 x,y 构成的平面区域的面积是___▲___．

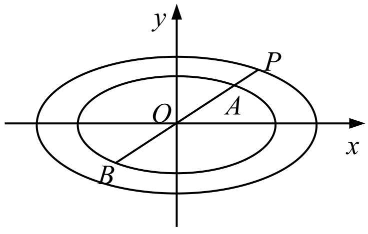
13．已知 $(x+2)^5(2x-5)=a_0+a_1x+\cdots+a_6x^6$，则 $a_0=$__▲__；$a_5=$__▲__．

14．已知△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $A=\dfrac{\pi}{6}$，$b=(4+2\sqrt{3})a\cos B$，且 $b=1$，则 $B=$___▲___；△ABC 的面积为___▲___．

15．从 $0,1,2,3,4,5$ 这 6 个数中随机抽取 5 个数构成一个五位数 $\overline{abcde}$，则满足条件“$a<b<c>d>e$”的五位数的个数有___▲___．

16．已知函数 $f(x)=\begin{cases}2+x, & -2\le x\le 0,\\ \dfrac{1}{2}f(x-2), & 0<x\le 4\end{cases}$．若函数 $y=f(x)-\log_2(a-x)$ 恰有两个零点，则实数 a 的取值范围为___▲___．

17．如图，椭圆 C_1：$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$，椭圆 C_2：$\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{2}=1$．点 P 为椭圆 C_2 上一点，直线 PO 与椭圆 C_1 依次交于点 A，B，则 $\dfrac{|PA|}{|PB|}=$___▲___．



（第 17 题）

三、解答题（本大题共 5 小题，共 74 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算过程)

18．(本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x)=6\cos^2\dfrac{\omega x}{2}+\sqrt{3}\sin\omega x-3\ (\omega>0)$ 的图象上相邻两对称轴之间的距离为 4．

（I）求 ω 的值及 $f(x)$ 的单调递增区间；

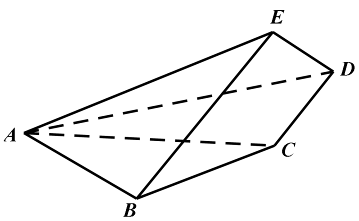
（II）若 $f(x_0)=\dfrac{6\sqrt{3}}{5}$ 且 $x_0\in(\dfrac{2}{3},\dfrac{14}{3})$，求 $f(x_0+1)$ 的值．

19． (本小题满分 15 分)

如图，已知四棱锥 $A-BCDE$ 中，$AB=BC=2$，$\angle ABC=120^\circ$，$AE=2\sqrt{6}$，$CD//BE$，$BE=2CD=4$，$\angle EBC=60^\circ$．

（I）求证：$EC\perp$平面 ABC；

（II）求直线 AD 与平面 ABE 所成角的正弦值.



20．(本小题满分 15 分)

已知数列$\{a_n\}$中，$a_1=a(a\neq 1且a\neq -3)$，$a_2=3$，$a_n=2a_{n-1}+3a_{n-2}(n\geq 3)$.

（I）求$\{a_{n+1}+a_n\}$和$\{a_{n+1}-3a_n\}$的通项公式；

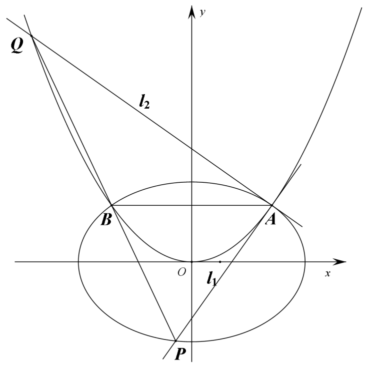
（II）若数列$\{a_n\}$单调递增，求a的取值范围.

21．（本小题满分 15 分）

如图，已知抛物线$C_1:x^2=4y$与椭圆$C_2:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$交于点 A，B，且抛物线$C_1$在点 A 处的切线$l_1$与椭圆$C_2$在点 A 处的切线$l_2$互相垂直.

（I）求椭圆C_2的离心率；

（II）设l_1与C_2交于点P，l_2与C_1交于点Q，求ΔAPQ面积的最小值.



22．(本小题满分 15 分)

已知函数$f(x)=\dfrac{1}{\ln(x^2+1)-2\ln x}-x^2-ax$.

（I）当$a=0$时，求证：$f(x)>0$；

（II）若$x>0$时，$f(x)>0$，求a的取值范围；

（III）求证：$\ln\left[(1+2^2)(1+3^2)\cdots(1+n^2)\right]<1+2\ln(2\times 3\cdots n)$，$n\geq 2$且$n\in N^*$.