

杭十四中高三月考数学学科问卷（4月）

注意事项：

1. 答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息
2. 请将答案正确填写在答题卡上

参考公式：

球的表面积公式

$$S=4\pi R^2$$

球的体积公式

$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

柱体的体积公式

$$V=Sh$$

其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$$V=\frac{1}{3}Sh$$

其中 S 表示锥体的底面积， h 表示锥体的高
台体的体积公式

$$V=\frac{1}{3}h(S_1+\sqrt{S_1S_2}+S_2)$$

其中 S_1, S_2 分别表示台体的上、下底面积， h 表示台体的高

第 I 卷（选择题）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U=A\cup B=\{x\in Z|0\leq x\leq 6\}$ ， $A\cap(C_U B)=\{1,3,5\}$ ，则 $B=$ （▲）

- A. $\{2,4,6\}$ B. $\{1,3,5\}$ C. $\{0,2,4,6\}$ D. $\{x\in Z|0\leq x\leq 6\}$

2. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$ 的一条渐近线方程是 $y=\frac{\sqrt{3}}{3}x$ ，则双曲线的离心率为（▲）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

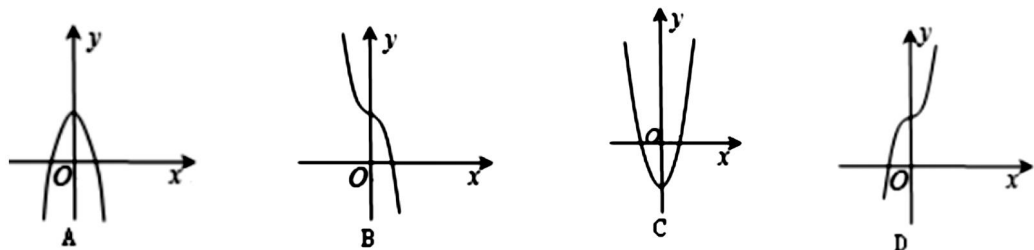
3. 某空间几何体的三视图如图所示，其中俯视图是半径为 1 的圆，则该几何体的体积（▲）

- A. π B. $\frac{4}{3}\pi$ C. $\frac{7}{3}\pi$ D. $\frac{8\pi}{3}$

4. 把复数 z 的共轭复数记作 \bar{z} ，若 $(1+i)z=1-i$ ， i 为虚数单位，则 $\bar{z}=$ （▲）

- A. i B. $-i$ C. $1-i$ D. $1+i$

5. 函数 $y=4\cos x-e^{|x|}$ (e 为自然对数的底数)的图象可能是（▲）



6. 已知平面 α, β 和直线 l_1, l_2 ，且 $\alpha\cap\beta=l_2$ ，则“ $l_1//l_2$ ”是“ $l_1//\alpha$ ，且 $l_1//\beta$ ”的（▲）

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x)=(x^2+a)e^x$ 有最小值，则函数 $g(x)=x^2-x+a$ 的零点个数为（▲）

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 取决于 a 的值

8. 任取 0,1,2,3,4,5 六个数字中的 3 个组成能被 3 整除的三位数，则这样的三位数的个数有（▲）

A. 27

B. 30

C. 36

D. 40

9. 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 与直线 $l_1:y=\frac{x}{2}$ ， $l_2:y=-\frac{x}{2}$ ，过椭圆上一点 P 作 l_1, l_2 的

平行线，分别交 l_1, l_2 于 M, N 两点。若 $|MN|$ 为定值，则 $\sqrt{\frac{a}{b}}=$ （▲）

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

10. 三棱锥 $A-BCD$ 中，记二面角 $A-BC-D$ 的大小为 θ ，（▲）

A.若 $AB+AC>DB+DC$ ，则 $\angle BAC<\angle BDC$

B.若 $AB+AC>DB+DC$ ，则 $\angle BAC>\angle BDC$

C.若 $BA+BD=CA+CD$ ，且 $AD\perp BC$ ，则 $\theta\geq\angle ACD$

D.若 $AB+AC=DB+DC$ ，且 $AD\perp BC$ ，则 $\theta\geq\angle ACD$

第 II 卷（非选择题）

二、填空题：本大题共 7 小题，11 到 14 每空 3 分，15 到 17 每空 4 分，共 36 分。

11. 比较 $\lg 2, (\lg 2)^2, \lg(\lg 2)$ 的大小，其中最大的是▲，最小的是▲。

12. 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c 。若 $a=\sqrt{7}$ ， $c=3$ ， $A=60^\circ$ ，则 $b=$ ▲， $\triangle ABC$ 的面积 $S=$ ▲。

13. 若 $(2x-\frac{1}{x^2})^n$ 的展开式中所有二项式系数和为 64，则 $n=$ ▲，展开式中的常数项是▲。

14. 给定区域 $D: \begin{cases} x+4y\geq 4, \\ x+y\leq 4, \\ x\geq 0. \end{cases}$ 令点集 $T=\{(x_0, y_0)\in D|x_0, y_0\in\mathbf{Z}, (x_0, y_0)\text{是 } z=x+y \text{ 在 } D \text{ 上取得最大值或最小值的点}\}$ ，则 z 的最小值为▲，且 T 中的点共确定▲条不同的直线。

15. 1202 年，意大利数学家斐波那契在《算盘之书》中，提出了一个关于兔子繁殖的问题，得到著名的斐波那契数列 $\{a_n\}:1,1,2,3,5,8,\dots$ ，满足 $a_1=a_2=1$ ， $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ ($n\in N^*$)，那么 $a_1+a_3+a_5+a_7+a_9+\dots+a_{2017}$ 是斐波那契数列中的第▲项。

16. 已知向量 a, b 满足 $|b|=1$ ， $a^2-\frac{10}{3}a\cdot b+1=0$ ，则 $b\cdot(2a+b)$ 的取值范围是▲。

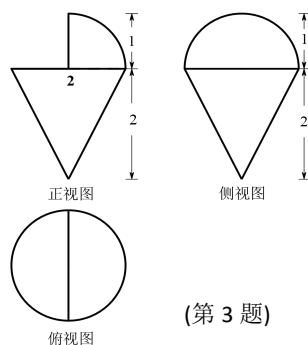
17. 已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)=\frac{e^x}{e^x+\sqrt{e}}$ ，若存在实数 a ，使得对于任意实数 x ，都有 $|f(x)-a|<k$ 成立，则实数 k 的最小值为▲。

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。

18.（本题满分 14 分）已知 $2\sin\alpha\tan\alpha=3$ ，且 $0<\alpha<\pi$ 。

（I）求 α 的值；

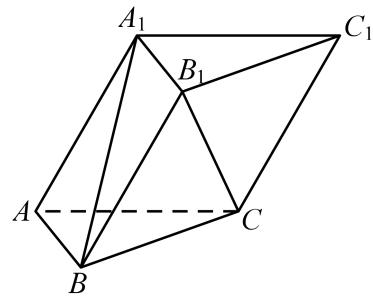
（II）求函数 $f(x)=4\cos x\cos(x-\alpha)$ 在 $[0, \frac{\pi}{4}]$ 上的值域。



(第 3 题)

19. (本题满分 15 分) 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 所有的棱长均为 2, $A_1B=\sqrt{6}$, $A_1B \perp AC$.

- (I) 求证: $A_1C_1 \perp B_1C$;
 (II) 求直线 AC 和平面 ABB_1A_1 所成角的余弦值.



(第 19 题图)

20. (本题满分 15 分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1=1$, $S_n=\frac{(n+1)}{2}a_n$, $n \in \mathbb{N}^*$.

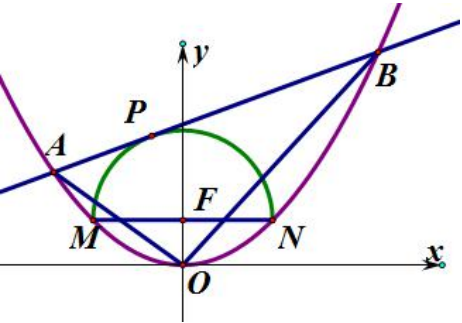
- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;
 (II) 若数列 $\{b_n\}$ 满足: 对任意的正整数 n , 都有 $a_1b_1+a_2b_2+\dots+a_nb_n=(n-1) \cdot 2^n+1$,
 求数列 $\left\{\frac{S_n}{b_n}\right\}$ 的最大项.

21. (本题满分 15 分) 如图, 已知抛物线 $C_1: y=\frac{x^2}{4}$ 的焦点为 F , 过 F

作垂直于 y 轴的弦 MN 称为“通径”。曲线 C_2 是以通径 MN 为直径的圆

在通径上方的部分 (不含 M, N)。点 $P(x_0, y_0)$ 是曲线 C_2 上任意一点,

过点 P 且与 C_2 相切的直线 l 与 C_1 交于不同的两点 A, B 。



- (I) 求曲线 C_2 的方程及直线 l 的方程 (用 x_0, y_0 表示);
 (II) 求 ΔOAB 的面积的取值范围.

22. (本题满分 15 分) 已知 $f(x)=\ln(ax+b)+x^2(a \neq 0)$

- (I) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y=x$, 求 a, b 的值;
 (II) 若 $f(x) \leq x^2+x$ 恒成立, 求 ab 的最大值.