

绝密★启用前

普通高等学校招生全国统一考试（浙江）模拟测试

数 学

姓名：_____ 准考证号：_____

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共 4 页，选择题部分 1 至 3 页；非选择题部 3 至 4 页。满分 150 分。考试用时 120 分钟。

考生注意：

1. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填在试题卷和答题纸规定的位置上。

2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A, B 互斥，则

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

若事件 A, B 相互独立，则

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ，则 n 次

独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0,1,2,\dots,n)$$

台体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h$$

其中 S_1, S_2 分别表示台体的上、下底面积，

h 表示台体的高

柱体的体积公式

$$V = Sh$$

其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

其中 S 表示锥体的底面积，表示 h 锥体的高

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{x | x < 2\}$ ， $B = \{x | x^2 - 3x < 0\}$ ，则 $(C_U A) \cap B =$

A. $(0,3)$

B. $[2,3)$

C. $(0,2)$

D. $(0,+\infty)$

2. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 的渐近线方程是

A. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$

B. $y = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}x$

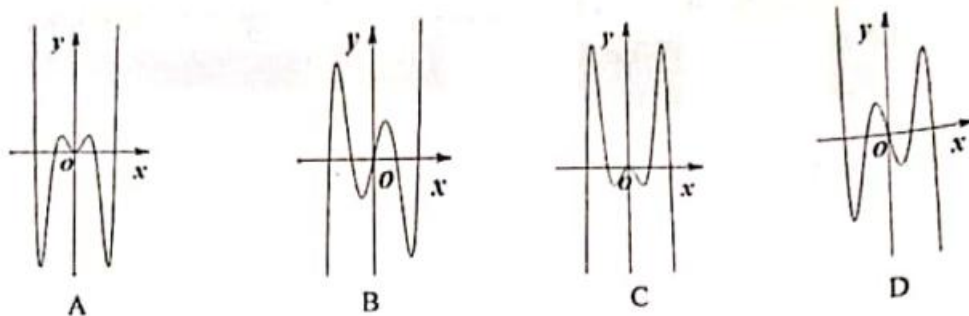
C. $y = \pm \frac{1}{2}x$

D. $y = \pm 2x$

3. 若实数 x, y 满足 $\begin{cases} y \leq 2, \\ x + y \geq 1, \\ y \geq x. \end{cases}$ 则 $z = x + 2y$ 的最小值是

- A. 6 B. 5 C. 2 D. $\frac{3}{2}$

4. 函数 $f(x) = x^2(x^2 - 1)(x^2 - 4)$ 的图像可能是



5. 已知随机变量 X 的分布列是

X	1	2	3
P	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	a

则 $E(2X + a) =$

- A. $\frac{5}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{23}{6}$

6. 函数 $y = f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, 则 “ $y = |xf(x)|$ 的图像关于 y 轴对称” 是 “ $y = f(x)$ 是奇函数” 的

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 2 的正项等比数列, 若 a_m, a_n 满足 $2a_n < a_m < 1024a_n$, 则 $(m-1)^2 + n$ 的最小值为

- A. 3 B. 5 C. 6 D. 10

8. 已知 $a > b > 0$, 则下列不等式正确的是

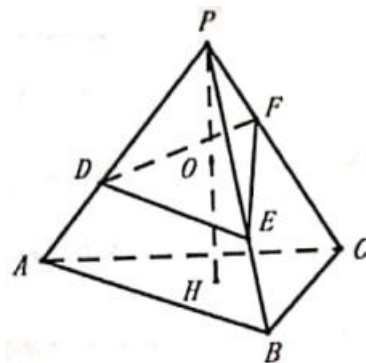
- A. $|\sqrt{a} - b| < |\sqrt{b} - a|$ B. $|\sqrt{a} - b| > |\sqrt{b} - a|$
C. $|e^a - b| < |e^b - a|$ D. $|e^a - b| > |e^b - a|$

9. 要排出高三某班一天中, 语文、数学、英语各 2 节, 自习课 1 节的功课表, 其中上午 5 节, 下午 2 节, 若要求 2 节语文课必须相邻且 2 节数学课也必须相邻 (注意: 上午第五节和下午第一节不算相邻), 则不同的排法种数是

- A. 84 B. 54 C. 42 D. 18

10. 如图, 正四面体 $P-ABC$ 的体积为 V , 底面积为 S , O 是高 PH 的中点, 过 O 的平面 α 与棱 PA , PB , PC 分别交于 D , E , F , 设三棱锥 $P-DEF$ 的体积为 V_0 , 截面三角形 DEF 的面积为 S_0 , 则

- A. $V \leq 8V_0$, $S \leq 4S_0$
 B. $V \leq 8V_0$, $S \geq 4S_0$
 C. $V \geq 8V_0$, $S \leq 4S_0$
 D. $V \geq 8V_0$, $S \geq 4S_0$



(第 10 题图)

非选择题部分 (共 110 分)

二、填空题: 本大题共 7 小题, 多空题每题 6 分, 单空题每题 4 分, 共 36 分。

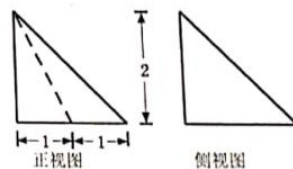
11. 我国古代数学著作《九章算术》中记载“今有人共买物, 人出吧, 盈三; 人出七, 不足四。问人数、物价各几何?” 设人数、物价分别为 x , y , 满足 $\begin{cases} 8x = y + 3 \\ 7x = y - 4 \end{cases}$, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$,

$y = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知复数 $z = (i-2)^2$ (i 为虚数单位), 则 z 的共轭复数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, $|z| = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 二项式 $(\frac{1}{x} - 2x)^6$ 的展开式的各项系数之和为 $\underline{\hspace{2cm}}$,

含 x^2 项的系数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14. 某几何体的三视图如图所示 (单位: cm),

则该几何体的体积是 $\underline{\hspace{2cm}} cm^3$;

最长棱的长度是 $\underline{\hspace{2cm}} cm$.

(第 14 题图)

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A , B , C 所对的边分别为 a , b , c , 若 $c=1$, $C=60^\circ$, 则 b 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 已知平面向量 \vec{a} , \vec{b} 的夹角为 $\frac{5\pi}{6}$, 且 $|\vec{a} + \vec{b}| = 1$, 则 $3\vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b}$ 的最大值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 已知椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的下顶点为 A , 若直线 $x = ty + 4$ 与椭圆交于不同的两点 M 、 N ,

则当 $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $\triangle AMN$ 外心的横坐标最大.

三、解答题: 本大题有 5 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本题满分 14 分) 已知 $0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$, 函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(2x + \varphi) - \cos^2 x$.

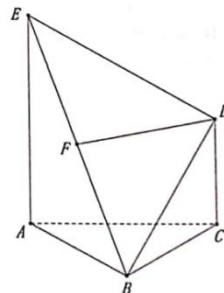
(I) 若 $\varphi = \frac{\pi}{3}$, 求 $f(x)$ 的单调递增区间;

(II) 若 $f(\frac{\pi}{6}) = -\frac{1}{4}$, 求 $\sin \varphi$ 的值.

19. (本题满分 15 分) 已知多面体 $ABCDE$ 中, AE, CD 均垂直于平面 ABC , $\angle ABC = 120^\circ$, $AE = 2CD$, $AB = BC = CD$, F 是 BE 的中点.

(I) 求证: $DF \parallel$ 平面 ABC ;

(II) 求直线 BD 与平面 ABE 所成角的正弦值.



(第 19 题图)

20. (本小题满分 15 分) 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_2 = 5$, $S_6 + S_5 = 2S_4 + 35$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

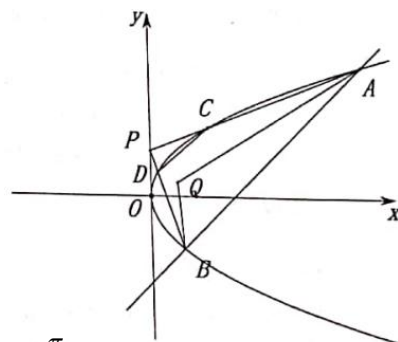
(II) 若满足不等式 $\lambda(\sqrt{2})^n + (-1)^{n-1} S_n < 0$ 的正整数 n 恰有 3 个, 求正实数 λ 的取值范围.

21. (本小题满分 15 分) 已知点 $P(0,1)$, 直线 $y = x + t (t < 0)$ 与抛物线 $y^2 = 2x$ 交于不同两

点 A, B , 直线 PA, PB 与抛物线的另一交点分别为两点 C, D , 连接 CD , 点 P 关于直线 CD 的对称点为点 Q , 连接 AQ, BQ .

(I) 证明: $AB \parallel CD$;

(II) 若 $\triangle QAB$ 的面积 $S \geq 1 - t$, 求 t 的取值范围.



(第 21 题图)

22. (本题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = \tan x + a \sin 2x - 2x (0 \leq x < \frac{\pi}{2})$.

(I) 若 $a = 0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.