

台州市 2019 年 4 月高三年级调考试题

数 学

姓名：_____ 准考证号：_____

本试题卷分选择题和非选择题两部分。全卷共 4 页，选择题部分 1 至 2 页；非选择题部 3 至 4 页。满分 150 分。考试用时 120 分钟。

考生注意：

1. 答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔分别填在试题卷和答题纸规定的位置上。

2. 答题时，请按照答题纸上“注意事项”的要求，在答题纸相应的位置上规范作答，在本试题卷上的作答一律无效。

参考公式：

若事件 A, B 互斥，则

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

若事件 A, B 相互独立，则

$$P(AB) = P(A)P(B)$$

若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p ，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0,1,2,\dots,n)$$

台体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h$$

其中 S_1, S_2 分别表示台体的上、下底面积， h 表示台体的高

柱体的体积公式

$$V = Sh$$

其中 S 表示柱体的底面积， h 表示柱体的高

锥体的体积公式

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

其中 S 表示锥体的底面积，表示 h 锥体的高

球的表面积公式

$$S = 4\pi R^2$$

球的体积公式

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ， $B = \{2, 3\}$ ，则集合 $A \cap (C_U B) =$

A. $\{1\}$ B. $\{4\}$ C. $\{1, 4, 5\}$ D. $\{1, 4\}$

2. 已知 x, y 满足条件 $\begin{cases} x-2y \leq 0 \\ 2x+y-5 \geq 0 \\ y-3 \leq 0 \end{cases}$ ，则 $x+y$ 的最小值是

A. 9

B. 4

C. 3

D. 0

3. 已知复数 z 满足 $z \cdot i = z - i$ (i 为虚数单位), 则 $|z| =$

A. $\frac{1}{2}$

B. 2

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\sqrt{2}$

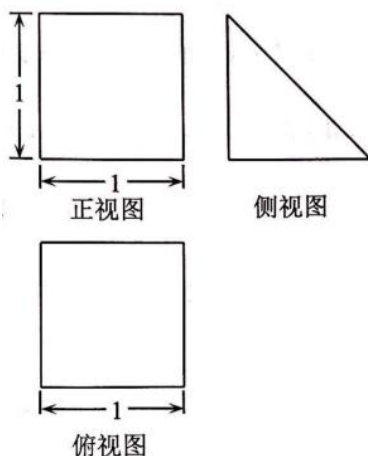
4. 一个几何体的三视图如图所示, 则这个几何体的体积为

A. 1

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{6}$



(第4题)

5. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 “ $a > b + 1$ ” 是 “ $|a| > b + 1$ ” 的

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 已知 $(x-1)^5 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \cdots + a_5(x+1)^5$, 则 $a_2 =$

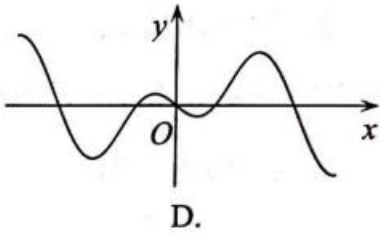
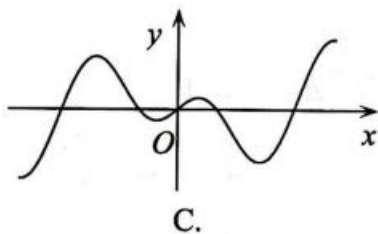
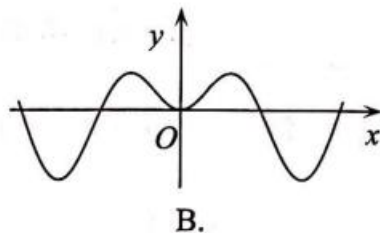
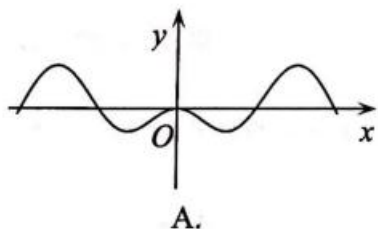
A. 20

B. -20

C. 80

D. -80

7. 已知 $f(x) = \frac{1-3^x}{1+3^x} \cos(2x+\alpha)$, $x \in \mathbb{R}$. 则当 $\alpha \in [0, \pi]$ 时, $f(x)$ 的图像不可能是



8. 若平面向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 满足: $|\vec{a}| = |\vec{c}| = 1$, $|\vec{b}| = 2$, 且 $\vec{c} \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$, 则 $|\vec{b} - \vec{c}|$ 的取值范围是

A. $\sqrt{2}, \sqrt{6}$

B. $\sqrt{3}, \sqrt{7}$

C. $\sqrt{3}, \sqrt{5}$

D. $[1, 3]$

9. 已知六人排成一排拍照, 其中甲、乙、丙三人两两不相邻, 甲、丁两人必须相邻, 则满足要求的排队方法数为

A. 72

B. 96

C. 120

D. 288

10. 已知 $a > 1$ ，且函数 $f(x) = 2|x^2 - x + a| + |x^2 - 4x + a|$. 若对任意的 $x \in (1, a)$ 不等式 $f(x) \geq (a-1)x$ 恒成立，则实数 a 的取值范围为
- A. $(1, 9]$ B. $(1, 25]$ C. $[4, 25]$ D. $[4, +\infty)$

非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分。

11. 我国古代数学著作《孙子算经》中记载：“今有三人共车，二车空，二人共车，九人步. 问人车各几何？”其大意是：“每车坐 3 人，两车空出来；每车坐 2 人，多出 9 人步行. 问人数和车数各多少？”根据题意，其车数为_____辆.
12. 已知 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，满足 $a_2 + a_8 = 6$ ， $S_5 = -5$ ，则 $a_6 =$ _____， S_n 的最小值为_____.
13. 设实数 a, b 满足 $a + b = 4$ ，则 $a + b$ 的最大值为_____， $(a^2 + 1)(b^2 + 1)$ 的最小值为_____.
14. 一个不透明袋中放有大小、形状均相同的小球，其中红球 3 个、黑球 2 个，现随机等可能取出小球. 当有放回依此取出两个小球时，记取出的红球数为 ξ_1 ，则 $E\xi_1 =$ _____；若第一次取出一个小球后，放入一个红球和一个黑球，再第二次随机取出一个小球. 记取出的红球总数为 ξ_2 ，则 $E\xi_2 =$ _____.
15. 已知 F 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点，过点 F 作直线 l 与圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 相切于点 A ，且与双曲线右支相交于点 B ，若 $\overrightarrow{FA} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FB}$ ，则双曲线的离心率为_____.
16. 在 $\triangle ABC$ 中， AD 是 BC 边上的中线， $\angle ABD = \frac{\pi}{6}$. 若 $AB = \sqrt{3}BD$ ，则 $\angle CAD =$ _____，若 $AC = 2AD = 2$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.
17. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 为 BC 的中点，在平面 $A_1B_1C_1D_1$ 内，直线 $l \parallel B_1D_1$ ，设二面角 $A - l - E$ 的平面角为 θ ，当 θ 取最大值时， $\cos \theta =$ _____.

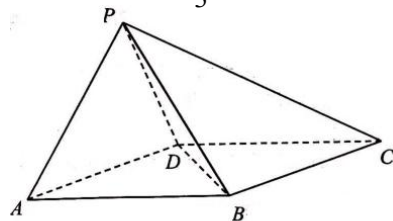
三、解答题：本大题有 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. （本题满分 14 分）已知函数 $f(x) = \sin^2 x - \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x$ ， $x \in \mathbb{R}$.

（I）求 $f(x)$ 的单调递增区间；

（II）若关于 x 的方程 $f(x) = a$ 在 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 上有解，求实数 a 的取值范围.

19. (本题满分 15 分) 如图棱锥 $P-ABCD$ 的底面是菱形, $AB=2$, $\angle DAB=\frac{\pi}{3}$, 侧面 PAB 垂直于底面 $ABCD$, 且 $\triangle PAB$ 是正三角形.



(第 19 题)

- (I) 求证: $PD \perp AB$;
- (II) 求直线 PC 与平面 PBD 所成角的正弦值.

20. (本题满分 15 分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_n = 2a_n - n$, $n \in \mathbf{N}_+$.

(I) 求证数列 $\{a_n + 1\}$ 为等比数列, 并求通项公式 a_n ;

(II) 若对任意的 $n \in \mathbf{N}_+$, 都有 $\lambda a_n \leq S_n + n - n^2$, 求实数 λ 的取值范围.

21. (本题满分 15 分) 已知斜率为 k 的直线 l 经过点 $M(0, m)$, 且直线 l 交椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 于 A, B 两个不同的点.

(I) 若 $k=1$, 且 A 是 MB 的中点, 求直线 l 的方程;

(II) 若 $|AB|$ 随着 $|k|$ 的增大而增大, 求实数 m 的取值范围.

22. (本题满分 15 分) 已知函数 $f(x) = x^2 \cdot e^x$ (e 为自然对数的底数, $e \approx 2.71828 \dots$).

(I) 若关于 x 的方程 $f(x) = a$ 有三个不同的解, 求实数 a 的取值范围;

(II) 若实数 m, n 满足 $m+n=f(-2)$, 其中 $m>n$, 分别记: 关于 x 的方程 $f(x)=m$ 在 $(-\infty, 0)$

上两个不同的解为 x_1, x_2 ; 关于 x 的方程 $f(x)=n$ 在 $(-2, +\infty)$ 上两个不同的解为 x_3, x_4 , 求

证: $|x_1 - x_2| > |x_3 - x_4|$.