**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по лабораторной работе №3**

**по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»**

Тема: **Потоки в сети**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8304 |  | Николаева М. А. |
| Преподаватель |  | Размочаева Н. В. |

Санкт-Петербург

2020

**Цель работы.**

Ознакомиться с алгоритмом поиска максимального потока в сети Форда-Фалкерсона, научиться оценивать временную сложность алгоритма и применять его для решения задач.

**Постановка задачи.**

Разработать программу, которая решает задачу нахождения максимального потока в сети, а также фактической величины потока, протекающего через каждое ребро, используя алгоритм Форда-Фалкерсона (для поиска пути в алгоритме используется алгоритм BFS, соответствует индивидуализации работы №1).

Сеть (ориентированный взвешенный граф) представляется в виде триплета из имён вершин и целого неотрицательного числа - пропускной способности (веса).

Выходные рёбра требуется отсортировать в лексикографическом порядке по первой вершине, потом по второй (в результатах работы программы должны присутствовать все указанные входные рёбра, даже если поток в них равен 0).

**Описание алгоритма.**

Изначально рассматриваем нулевой максимальный поток, начальный граф с ориентированными ребрами и вершину-исток, вершину-сток. Далее, пока существует путь из вершины-истока в вершину-сток:

1. Проходим по найденному пути с конца и находим минимальное значение потока в графе. Запоминаем его.
2. Проходим по найденному пути в обратную сторону и для каждого ребра изменяем значение потока на найденное ранее значение (пункт 1)).
3. Добавляем к значению максимального потока найденное ранее минимальное значение потока в графе.

Когда путей больше не найдено, алгоритм заканчивает свою работу и выводит значение максимального потока в сети, а также все ребра со значением фактического потока в них.

Для поиска пути используется алгоритм поиска в ширину. Поочередно обрабатываются вершины текущего фронта, вершины перебираются в алфавитном порядке.

**Анализ алгоритма.**

Временная сложность: O (E \* F), E – число ребер в графе, F – максимальный поток

Затраты памяти: O (V+E), V – количество вершин, E – количество ребер

**Описание функций и структур данных.**

Для хранения графа используется структура Graph, которая является контейнером map, содержащим <char, map<char, int>>. Ключ – первая вершина ориентированного ребра, соответственно. По нему получаем доступ к паре <вторая вершина ребра, значение пропускной способности>.

using Graph = map<char, map<char, int>>;

bool breadthFirstSearch (Graph& graph, char start, char end, map<char, char>& path) – функция поиска пути для алгоритма Форда-Фалкерсона. Реализует поиск в ширину. Принимает граф, стартовую вершину, конечную вершину и ссылку на путь. Возвращает true, в случае, когда путь был обнаружен.

void FordFulkersonAlgorithm (Graph& graph, char start, char end)– функция, реализующая алгоритм поиска максимального потока в сети Форда-Фалкерсона. Возвращаемое значение отсутствует. Принимает граф, стартовую и конечную вершину. Находит значение максимального потока и выводит результат работы на экран.

**Тестирование программы.**

|  |  |
| --- | --- |
| Ввод | Вывод алгоритма |
| 7  a  f  a b 7  a c 6  b d 6  c f 9  d e 3  d f 4  e c 2 | Network Max Flow Value: 12  Actual flow through a - b :6  Actual flow through a - c :6  Actual flow through b - d :6  Actual flow through c - f :8  Actual flow through d - e :2  Actual flow through d - f :4  Actual flow through e - c :2 |
| 5  a  d  a b 2  a c 3  c b 1  b d 3  c d 2 | Network Max Flow Value: 5  Actual flow through a - b :2  Actual flow through a - c :3  Actual flow through b - d :3  Actual flow through c - b :1  Actual flow through c - d :2 |
| 5  a  d  b d 3  c d 1  a b 2  a c 3  c b 1 | Network Max Flow Value: 4  Actual flow through a - b :2  Actual flow through a - c :2  Actual flow through b - d :3  Actual flow through c - b :1  Actual flow through c - d :1 |

**Выводы.**

В ходе выполнения лабораторной работы был реализован алгоритм поиска максимального потока в сети Форда-Фалкерсона (для поиска пути использован алгоритм поиска в ширину), дана оценка времени работы алгоритма.

**Приложение.**

**Код работы.**

**main.cpp:**

#include <limits.h>

#include <iostream>

#include <map>

#include <queue>

using namespace std;

using Graph = map<char, map<char, int>>;

bool breadthFirstSearch(Graph& graph, char start, char end, map<char, char>& path);

void FordFulkersonAlgorithm(Graph& graph, char start, char end);

void FordFulkersonAlgorithm(Graph& graph, char start, char end) {

Graph flowGraph = graph;

char u, v;

map<char, char> path;

int maxFlow = 0;

while (breadthFirstSearch(flowGraph, start, end, path)) {

int delta = INT\_MAX;

for (v = end; v != start; v = path[v]) {

u = path[v];

delta = min(delta, flowGraph[u][v]);

}

for (v = end; v != start; v = path[v]) {

u = path[v];

flowGraph[u][v] -= delta;

flowGraph[v][u] += delta;

}

maxFlow += delta;

}

cout << "Network Max Flow Value: " << maxFlow << endl;

int flow;

for (auto& vertex : graph) {

char u = vertex.first;

for (auto neighbor : graph[u]) {

char v = neighbor.first;

int throughput = neighbor.second;

if (throughput - flowGraph[u][v] < 0) {

flow = 0;

}

else {

flow = throughput - flowGraph[u][v];

}

cout << "Actual flow through "<< u << " - " << v << " :" << flow << endl;

}

}

}

bool breadthFirstSearch(Graph& graph, char start, char end, map<char, char>& path) {

queue<char> queue;

queue.push(start);

map<char, bool> visited;

visited[start] = true;

while (!queue.empty()) {

char vertex = queue.front();

queue.pop();

for (auto neighbor : graph[vertex]) {

char v = neighbor.first;

int throughput = neighbor.second;

if (!(visited[v]) && throughput > 0) {

queue.push(v);

visited[v] = true;

path[v] = vertex;

}

}

}

return visited[end];

}

int main() {

Graph graph;

char start, end, u, v;

int throughput, vertexCount;

cout << "Enter the number of edges" << endl;

cin >> vertexCount;

cout << "source" << endl;

cin >> start;

cout << "stock" << endl;

cin >> end;

cout << "Enter the edges of the graph" << endl;

for (int i = 0; i < vertexCount; ++i) {

cin >> u >> v >> throughput;

graph[u][v] = throughput;

}

FordFulkersonAlgorithm(graph, start, end);

return 0;

}