Basi di dati

Capitolo 3:

ALGEBRA E CALCOLO RELAZIONALE

1/129

Linguaggi di interrogazione per basi di dati relazionali

- Dichiarativi
 - specificano le proprietà del risultato ("che cosa")
- Procedurali
 - specificano le modalità di generazione del risultato ("come")

3/129

Algebra relazionale

- Insieme di operatori
 - · su relazioni
 - che producono relazioni
 - · e possono essere composti

Linguaggi per basi di dati

- · operazioni sullo schema
 - DDL: data definition language
- · operazioni sui dati
 - DML: data manipulation language
 - interrogazione ("query")
 - aggiornamento

2/129

Linguaggi di interrogazione

- Algebra relazionale: procedurale
- Calcolo relazionale:
 dichiarativo (teorico)
 SQL (Structured Query Language):
 parzialmente dichiarativo (reale)
- QBE (Query by Example): dichiarativo (reale)

4/129

Operatori dell'algebra relazionale

- unione, intersezione, differenza
- ridenominazione
- selezione
- proiezione
- join (join naturale, prodotto cartesiano, theta-join)

5/129

Operatori insiemistici

- · le relazioni sono insiemi
- i risultati debbono essere relazioni
- è possibile applicare unione, intersezione, differenza solo a relazioni definite sugli stessi attributi

7/129

Intersezione

Laureati

S	p	e	cia	ali	st

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati ∩ Specialisti

Matricola	Nome	Età
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

9/129

Un'unione sensata ma impossibile

Paternità

Maternità

Padre	Figlio
Adamo	Abele
Adamo	Caino
Abramo	Isacco

Madre	Figlio
Eva	Abele
Eva	Set
Sara	Isacco

Paternità ∪ Maternità

??

Unione

Laureati

Specialisti

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Matricola	Nome	Età
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati ∪ Specialisti

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45
9297	Neri	33

8/129

Differenza

Laureati

Specialisti

iviatricola	Nome	Eta
7274	Rossi	42
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Matricola	Nome	⊨ta
9297	Neri	33
7432	Neri	54
9824	Verdi	45

Laureati - Specialisti

Matricola	Nome	Età
7274	Rossi	42

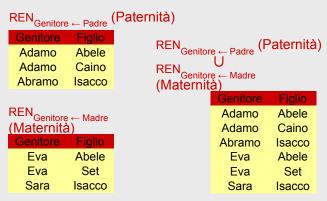
10/129

Ridenominazione

- operatore monadico (con un argomento)
- "modifica lo schema" lasciando inalterata l'istanza dell'operando







Impiegati 55 Rossi Roma Neri Milano 64 Operai 45 Bruni Monza Verdi Latina 55 REN Sede, Retribuzione ← Ufficio, Stipendio (Impiegati) (Operai) Rossi Roma 55 Neri Milano 64 Bruni Monza 45 Verdi Latina 55

16/129

Selezione

- operatore monadico
- produce un risultato che
 - · ha lo stesso schema dell'operando
 - contiene un sottoinsieme delle ennuple dell'operando,
 - quelle che soddisfano una condizione

Impiegati

15/129

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Rossi	Roma	55
5998	Neri	Milano	64
9553	Milano	Milano	44
5698	Neri	Napoli	64

- · impiegati che
 - guadagnano più di 50
 - guadagnano più di 50 e lavorano a Milano
 - · hanno lo stesso nome della filiale presso cui lavorano

17/129 18/129

Selezione, sintassi e semantica

• sintassi

SEL _{Condizione} (Operando)

- *Condizione*: espressione booleana (come quelle dei vincoli di ennupla)
- semantica
 - il risultato contiene le ennuple dell'operando che soddisfano la condizione

19/129

• impiegati che guadagnano più di 50 e lavorano a Milano

SEL_{Stipendio} > 50 AND Filiale = 'Milano' (Impiegati)

Matricola Cognome Filiale Stipendio

Milano

SEL_{Stipendio > 50 AND Filiale = 'Milano'} (Impiegati)

21/129

Selezione e proiezione

· operatori "ortogonali"

5998

- selezione:
 - decomposizione orizzontale
- proiezione:
 - decomposizione verticale

• impiegati che guadagnano più di 50

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Rossi	Roma	55
5998	Neri	Milano	64
5698	Neri	Napoli	64

SEL_{Stipendio > 50} (Impiegati)

20/129

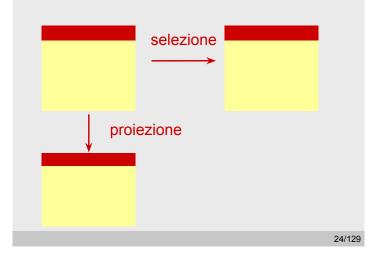
• impiegati che hanno lo stesso nome della filiale presso cui lavorano

SEL Cognome = Filiale (Impiegati)

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
9553	Milano	Milano	44

SEL Cognome = Filiale (Impiegati)

22/129



Proiezione

- operatore monadico
- produce un risultato che
 - ha parte degli attributi dell'operando
 - contiene ennuple cui contribuiscono tutte le ennuple dell'operando

25/129

Proiezione, sintassi e semantica

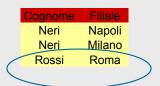
sintassi

PROJ ListaAttributi (Operando)

- semantica
 - il risultato contiene le ennuple ottenute da tutte le ennuple dell'operando ristrette agli attributi nella lista

27/129

• cognome e filiale di tutti gli impiegati



PROJ Cognome, Filiale (Impiegati)

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Stipendio
7309	Neri	Napoli	55
5998	Neri	Milano	64
9553	Rossi	Roma	44
5698	Rossi	Roma	64

- per tutti gli impiegati:
 - · matricola e cognome
 - · cognome e filiale

• matricola e cognome di tutti gli impiegati

26/129

28/129

Matricola	Cognome
7309	Neri
5998	Neri
9553	Rossi
5698	Rossi

PROJ Matricola, Cognome (Impiegati)

Cardinalità delle proiezioni

- · una proiezione
 - contiene al più tante ennuple quante l'operando
 - può contenerne di meno
- se X è una superchiave di R, allora PROJ_X
 (R) contiene esattamente tante ennuple quante R

29/129 30/129

Selezione e proiezione

• Combinando selezione e proiezione, possiamo estrarre interessanti informazioni da una relazione

matricola e cognome degli impiegati che guadagnano più di 50

Matricola	Cognome
7309	Rossi
5998	Neri
5698	Neri

PROJ_{Matricola,Cognome} (SEL_{Stipendio > 50} (Impiegati))

32/129

34/129

36/129

31/129

- combinando selezione e proiezione, possiamo estrarre informazioni da una relazione
- non possiamo però correlare informazioni presenti in relazioni diverse, né informazioni in ennuple diverse di una stessa relazione

Join

- il join è l'operatore più interessante dell'algebra relazionale
- permette di correlare dati in relazioni diverse

33/129

Prove scritte in un concorso pubblico

- I compiti sono anonimi e ad ognuno è associata una busta chiusa con il nome del candidato
- · Ciascun compito e la relativa busta vengono contrassegnati con uno stesso numero

1	25	1	Mario Rossi
2	13	2	Nicola Russo
3	27	3	Mario Bianchi
4	28	4	Remo Neri

Mario Rossi 25 Nicola Russo 13 Mario Bianchi 27 Remo Neri 28

Candidato Numero Voto Numero 25 1 Mario Rossi 1 2 2 13 Nicola Russo 3 27 3 Mario Bianchi 28 Remo Neri

Numero	Candidato	Voto
1	Mario Rossi	25
2	Nicola Russo	13
3	Mario Bianchi	27
4	Remo Neri	28

37/129

Join, sintassi e semantica

- $R_1(X_1)$, $R_2(X_2)$ R_1 JOIN R_2 è una relazione su X_1X_2

39/129

41/129

Un join non completo

Impiegato	Reparto
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Reparto	Capo
В	Mori
С	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori

Join naturale

- operatore binario (generalizzabile)
- produce un risultato
 - sull'unione degli attributi degli operandi
 - con ennuple costruite ciascuna a partire da una ennupla di ognuno degli operandi

38/129

Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	Α	Α	Mori
Neri	В	В	Bruni
Bianchi	В		

Impiegato	Reparto	Capo
Rossi	Α	Mori
Neri	В	Bruni
Bianchi	В	Bruni

- ogni ennupla contribuisce al risultato:
 - join completo

40/129

Un join vuoto

Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	Α	D	Mori
Neri	В	С	Bruni
Bianchi	В		

Impiegato Reparto

Un join completo, con n x m ennuple

Impiegato	Reparto
Rossi	В
Neri	В

Reparto	Capo
В	Mori
В	Bruni

Impiegato	Reparto	Capo
Rossi	В	Mori
Rossi	В	Bruni
Neri	В	Mori
Neri	В	Bruni

43/129

Cardinalità del join, 2

- $R_1(A,B)$, $R_2(B,C)$
- in generale

 $0 \le |R_1 \text{ JOIN } R_2| \le |R_1| \times |R_2|$

• se B è chiave in R₂

 $0 \le |R_1| |R_2| \le |R_1|$ • se B è chiave in R_2 ed esiste vincolo di integrità referenziale fra B (in R₁) e R₂: $|R_1 \text{ JOIN } R_2| = |R_1|$

45/129

Join esterno

- Il join esterno estende, con valori nulli, le ennuple che verrebbero tagliate fuori da un join (interno)
- esiste in tre versioni:
 - sinistro, destro, completo

Cardinalità del join

- Il join di R₁ e R₂ contiene un numero di ennuple ...
 - compreso fra zero e il prodotto di |R₄| e |R₅|
- se il join coinvolge una chiave di R₂, allora il numero di ennuple è ...
 - compreso fra zero e |R₄|
- se il join coinvolge una chiave di R₂ e un vincolo di integrità referenziale, allora il numero di ennuple è
 - pari a |R₁|

44/129

Join, una difficoltà

Impiegato	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	Α	В	Mori
Neri	В	С	Bruni
Bianchi	В		

Impiegato	Reparto	Capo
Neri	В	Mori
Bianchi	В	Mori

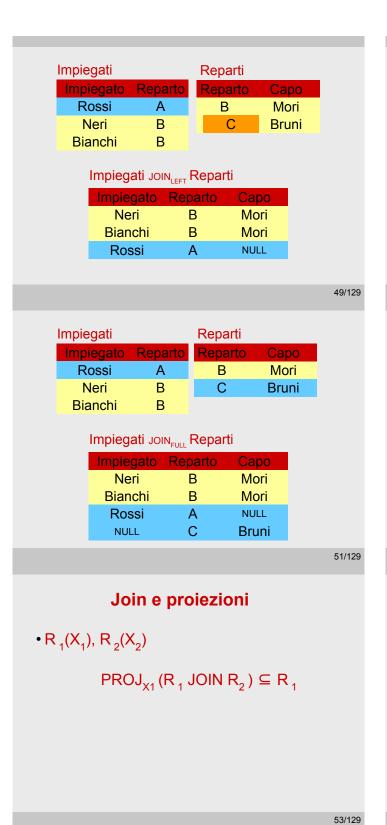
· alcune ennuple non contribuiscono al risultato: vengono "tagliate fuori"

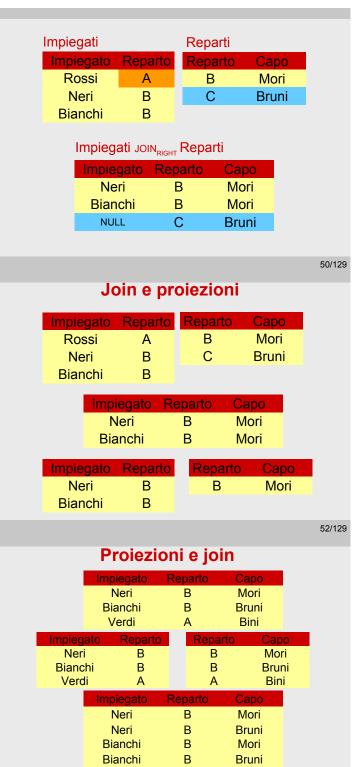
46/129

Join esterno

- sinistro: mantiene tutte le ennuple del primo operando, estendendole con valori nulli, se necessario
- destro: ... del secondo operando ...
- completo: ... di entrambi gli operandi ...

47/129





Verdi

Α

Bini

Join e proiezioni

•
$$R_1(X_1)$$
, $R_2(X_2)$

$$PROJ_{X1}(R_1 JOIN R_2) \subseteq R_1$$

• R(X),
$$X = X_1 \cup X_2$$

$$(PROJ_{x_1}(R)) JOIN (PROJ_{x_2}(R)) \supseteq R$$

55/129

Impiegati Reparti

Impiegato Reparto

Rossi A Mori

Neri B
Bianchi B

Impiegati JOIN Reparti

Impiegato	Reparto	Codice	Capo
Rossi	Α	Α	Mori
Rossi	Α	В	Bruni
Neri	В	Α	Mori
Neri	В	В	Bruni
Bianchi	В	Α	Mori
Bianchi	В	В	Bruni

57/129

Perché "theta-join"?

La condizione C è spesso una congiunzione
 (AND) di atomi di confronto A₁ ℜ A₂ dove ℜ è uno
 degli operatori di confronto (=, >, <, ...)</p>

Prodotto cartesiano

- un join naturale su relazioni senza attributi in comune
- contiene sempre un numero di ennuple pari al prodotto delle cardinalità degli operandi (le ennuple sono tutte combinabili)

56/129

 Il prodotto cartesiano, in pratica, ha senso (quasi) solo se seguito da selezione:

$$SEL_{Condizione} (R_1 JOIN R_2)$$

L'operazione viene chiamata theta-join e indicata con

$$R_1$$
 JOIN Condizione R_2

58/129

Equi-join

 Se l'operatore di confronto nel theta-join è sempre l'uguaglianza (=) allora si parla di equijoin

Nota: ci interessa davvero l'equi-join, non il thetajoin più generale

59/129





Impiegati JOIN Reparti

62/129

64/129

66/129

Join naturale ed equi-join

Impiegati	Reparti
Impiegato Reparto	Reparto Capo

Impiegati JOIN Reparti

 $\begin{aligned} & \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Impiegato}, \mathsf{Reparto}, \mathsf{Capo}} \mathsf{SEL}_{\mathsf{Reparto} = \mathsf{Codice}} \\ & & \mathsf{(Impiegati JOIN } \ \ \mathsf{REN}_{\mathsf{Codice} \ \leftarrow \ \mathsf{Reparto}} \ (\mathsf{Reparti}) \) \) \end{aligned}$

Esempi Impiegati 7309 Rossi 34 45 5998 Bianchi 37 38 9553 Neri 42 35 5698 Bruni 43 42 4076 Mori 45 50 8123 Lupi 60 Supervisione 5698 7309 5998 5698 9553 4076 5698 4076 4076 8123

 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

SEL_{Stipendio>40}(Impiegati)

 Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40

PROJ_{Matricola, Nome, Età} (SEL_{Stipendio>40}(Impiegati))

65/129

 Trovare i capi degli impiegati che guadagnano più di 40

67/129

 Trovare gli impiegati che guadagnano più del proprio capo, mostrando matricola, nome e stipendio dell'impiegato e del capo

```
\begin{aligned} & \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}} \\ & (\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}} > \mathsf{StipC}) \\ & & \mathsf{REN}_{\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC},\mathsf{Eta}} \leftarrow \mathsf{Matr}, \mathsf{Nome}, \mathsf{Stip}, \mathsf{Eta}} \\ & (\mathsf{Impiegati}) \\ & & \mathsf{JOIN}_{\mathsf{MatrC} = \mathsf{Capo}} \\ & & (\mathsf{Supervisione} \ \mathsf{JOIN}_{\mathsf{Impiegato} = \mathsf{Matricola}} \ \mathsf{Impiegati}) \\ & & & \mathsf{polition} \end{aligned}
```

Equivalenza di espressioni

- Due espressioni sono equivalenti se producono lo stesso risultato qualunque sia l'istanza attuale della base di dati
- L'equivalenza è importante in pratica perché i DBMS cercano di eseguire espressioni equivalenti a quelle date, ma meno "costose"

• Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
\begin{array}{c|c} \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Nome},\mathsf{Stipendio}} \left( \begin{array}{c} \mathsf{Impiegati} \\ \\ \mathsf{JOIN} \\ \mathsf{Matricola=Capo} \\ \\ \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Capo}} \left( \begin{array}{c} \mathsf{Supervisione} \\ \\ \mathsf{JOIN} \\ \mathsf{Impiegato=Matricola} \\ \\ \mathsf{(SEL}_{\mathsf{Stipendio>40}} (\mathsf{Impiegati})))) \end{array} \right) \end{array}
```

68/129

 Trovare le matricole dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40

```
\begin{aligned} \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Capo}}\left(\mathsf{Supervisione}\right) & \textbf{-} \\ & \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Capo}}\left(\mathsf{Supervisione}\right. \\ & \mathsf{JOIN}_{\mathsf{Impiegato=Matricola}} \\ & \left(\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}} \leq 40 (\mathsf{Impiegati})\right)) \end{aligned}
```

70/129

72/129

Un'equivalenza importante

- Push selections (se A è attributo di R_2) SEL $_{A=10}$ (R_1 JOIN R_2) = R_1 JOIN SEL $_{A=10}$ (R_2)
- Riduce in modo significativo la dimensione del risultato intermedio (e quindi il costo dell'operazione)

Nota

- In questo corso, ci preoccupiamo poco dell' efficienza:
 - l'obiettivo è di scrivere interrogazioni corrette e leggibili
- Motivazione:
 - I DBMS si preoccupano di scegliere le strategie realizzative efficienti

73/129

Un risultato non desiderabile

SEL $_{\text{Età}>30}$ (Persone) U SEL $_{\text{Età}\leq30}$ (Persone) \neq Persone

- Perché? Perché le selezioni vengono valutate separatamente!
- Ma anche

SEL _{Età>30 ∨ Età≤30} (Persone) ≠ Persone • Perché? Perché anche le condizioni atomiche vengono valutate separatamente!

75/129

77/129

• Quindi:

SEL
$$_{\text{Età}>30}$$
 (Persone) U
SEL $_{\text{Età}\leq30}$ (Persone) U
SEL $_{\text{Età}}$ IS NULL (Persone)

SEL _{Età>30} ∨ Età≤30 ∨ Età IS NULL (Persone)

Persone

Selezione con valori nulli

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Età
7309	Rossi	Roma	32
5998	Neri	Milano	45
9553	Bruni	Milano	NULL

SEL Ftà > 40 (Impiegati)

· la condizione atomica è vera solo per valori non nulli

74/129

Selezione con valori nulli: soluzione

SEL _{Età > 40} (Impiegati)

- la condizione atomica è vera solo per valori non
- · per riferirsi ai valori nulli esistono forme apposite di condizioni:

IS NULL IS NOT NULL

• si potrebbe usare (ma non serve) una "logica a tre valori" (vero, falso, sconosciuto)

76/129

Impiegati

Matricola	Cognome	Filiale	Età
5998	Neri	Milano	45
9553	Bruni	Milano	NULL

SEL (Età > 40) OR (Età IS NULL) (Impiegati)

Viste (relazioni derivate)

- Rappresentazioni diverse per gli stessi dati (schema esterno)
- Relazioni derivate:
 - relazioni il cui contenuto è funzione del contenuto di altre relazioni (definito per mezzo di interrogazioni)
- Relazioni di base: contenuto autonomo
- Le relazioni derivate possono essere definite su altre derivate, ma ...



79/129

Viste, esempio

Afferenza

impiegato	керани
Rossi	Α
Neri	В
Bianchi	В

Direzione

Reparto	Capo
Α	Mori
В	Bruni

• una vista:

Supervisione =

PROJ Impiegato, Capo (Afferenza JOIN Direzione)

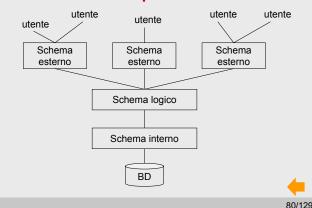
81/129

Viste materializzate

- relazioni derivate memorizzate nella base di dati
 - · vantaggi:
 - immediatamente disponibili per le interrogazioni
 - · svantaggi:
 - ridondanti
 - · appesantiscono gli aggiornamenti
 - sono raramente supportate dai DBMS



Architettura standard (ANSI/SPARC) a tre livelli per DBMS



Viste virtuali e materializzate

- Due tipi di relazioni derivate:
 - viste materializzate
 - <u>relazioni virtuali</u> (o viste)

82/129

Viste virtuali

- relazioni virtuali (o viste):
 - sono supportate dai DBMS (tutti)
 - una interrogazione su una vista viene eseguita "ricalcolando" la vista (o quasi)

Interrogazioni sulle viste

 Sono eseguite sostituendo alla vista la sua definizione:

SEL_{Capo='Leoni'} (Supervisione)

viene eseguita come

 $SEL_{Capo="Leoni"}(PROJ_{Impiegato, Capo}(Afferenza JOIN Direzione))$

85/129

Viste come strumento di programmazione

- Trovare gli impiegati che hanno lo stesso capo di Rossi
- · Senza vista:

PROJ _{Impiegato} ((Afferenza JOIN Direzione) JOIN

REN _{ImpR,RepR ← Imp,Reparto} (SEL _{Impiegato='Rossi'} (Afferenza JOIN

Direzione)))

· Con la vista:

 $\begin{array}{c} \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Implegato}} \text{ (Supervisione JOIN} \\ \mathsf{REN}_{\mathsf{ImpR}\leftarrow \mathsf{Imp}} \text{ (SEL}_{\mathsf{Implegato}=\mathsf{Rossi'}} \text{ (Supervisione JOIN)} \end{array}$

87/129

Viste e aggiornamenti

- "Aggiornare una vista":
 - modificare le relazioni di base in modo che la vista, "ricalcolata" rispecchi l'aggiornamento
- L'aggiornamento sulle relazioni di base corrispondente a quello specificato sulla vista deve essere univoco
- In generale però non è univoco!
- Ben pochi aggionamenti sono ammissibili sulle viste

Viste, motivazioni

- · Schema esterno: ogni utente vede solo
 - ciò che gli interessa e nel modo in cui gli interessa, senza essere distratto dal resto
 - ciò che e' autorizzato a vedere (autorizzazioni)
- Strumento di programmazione:
 - si può semplificare la scrittura di interrogazioni: espressioni complesse e sottoespressioni ripetute
- Utilizzo di programmi esistenti su schemi ristrutturati Invece:
- L'utilizzo di viste non influisce sull'efficienza delle interrogazioni



86/129

Viste e aggiornamenti, attenzione

Afferenza		Direzione	
Impiegato F	Reparto	Reparto	Capo
Rossi	Α	Α	Mori
Neri	В	В	Bruni
Verdi	Α	С	Bruni
Supervisione	Impiegat	o Capo	
	Rossi	Mori	

Neri

Verdi

 Vogliamo inserire, nella vista, il fatto che Lupi ha come capo Bruni; oppure che Belli ha come capo Falchi; come facciamo?

Bruni

Mori

88/129

90/129

Una convenzione e notazione alternativa per i join

- · Nota: è sostanzialmente l'approccio usato in SQL
- Ignoriamo il join naturale (cioè non consideriamo implicitamente condizioni su attributi con nomi uguali)
- Per "riconoscere" attributi con lo stesso nome gli premettiamo il nome della relazione
- Usiamo "assegnazioni" (viste) per ridenominare le relazioni (e gli attributi solo quando serve per l'unione)

• Trovare gli impiegati che guadagnano più del proprio capo, mostrando matricola, nome e stipendio dell'impiegato e del capo

```
\mathsf{PROJ}_{\mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}}
       (SEL<sub>Stipendio>StipC</sub>(
              \mathsf{REN}_{\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC},\mathsf{Et\grave{a}C}} \leftarrow \mathsf{Matr},\!\mathsf{Nome},\!\mathsf{Stip},\!\mathsf{Et\grave{a}}}(\mathsf{Implegati})
                      JOIN MatrC=Capo
                  (Supervisione JOIN _{\rm Impiegato=Matricola} Impiegati)))
```

91/129

Calcolo relazionale

- Una famiglia di linguaggi dichiarativi, basati sul calcolo dei predicati del primo ordine
- · Diverse versioni:
 - calcolo relazionale su domini
 - calcolo su ennuple con dichiarazioni di range

93/129

Commenti

- Differenze rispetto al calcolo dei predicati (per chi lo conosce):
 - · simboli di predicato
 - · relazioni nella base di dati
 - predicati "standard" predefiniti (=, >, ...)
 - non ci sono "simboli di funzione"
 - · interessano (quasi) solo "formule aperte"
 - · utilizziamo notazione non posizionale

```
\mathsf{PROJ}_{\mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}}
      (SEL<sub>Stip>StipC</sub>(
           \overrightarrow{REN}_{MatrC,NomeC,StipC,Et\grave{a}C} \leftarrow \underbrace{Matr,Nome,Stip,Et\grave{a}}(Imp)
           (Sup JOIN imp=Matr Imp)))
                                       Capi := Imp
\mathsf{PROJ}_{\mathsf{Imp.Matr},\;\mathsf{Imp.Nome},\;\mathsf{Imp.Stip,Capi.Matr,Capi.Nome},\;\mathsf{Capi.Stip}
     (SEL<sub>Imp.Stip>Capi.Stip</sub>(
                                            Capi
                                        JOIN Capi.Matr=Capo
                                        (Sup JOIN Imp=Imp,Matr Imp)))
```

92/129

Calcolo su domini, sintassi e semantica

· Le espressioni hanno la forma:

$$\{A_i: x_1, ..., A_i: x_i \mid f\}$$

- { A₁: x₁, ..., A_k: x_k | f }
 f e' una formula (con connettivi booleani e quantificatori)
- A₁: x₁, ..., A_k: x_k "target list":

 A₁: ..., A_k attributi distinti (anche non nella base di
 - x₁, ..., x_k variabili distinte
- Semantica: il risultato e' una relazione su A₁, ..., A_k che contiene ennuple di valori per x₁, ..., x_k che rendono vera la formula f

94/129

Base di dati per gli esempi

Impiegati(Matricola, Nome, Età, Stipendio) Supervisione(Capo, Impiegato)

95/129

Esempio 0a

 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

```
SEL<sub>Stipendio>40</sub>(Impiegati)
```

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e,
Stipendio: s) ∧ s > 40 }
```

97/129

Esempio 1

 Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40

```
PROJ<sub>Matricola, Nome, Età</sub>(SEL<sub>Stipendio>40</sub> (Impiegati))
```

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ s > 40 }

99/129

Esempio 3

 Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
\begin{array}{c} \mathsf{PROJ}_{\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}} (\ \mathsf{REN}_{\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC},\mathsf{EtaC} \leftarrow \mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{Eta}} \\ \mathsf{JOIN} \\ \mathsf{MatrC=Capo} \\ (\mathsf{Supervisione} \\ \mathsf{JOIN} \\ \mathsf{Implegato=Matricola} \\ (\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}>40} (\mathsf{Implegati}))))) \end{array}
```

{ NomeC: nc, StipC: sc | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \land s > 40 \land Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) \land Impiegati(Matricola:c, Nome:nc, Età:ec, Stipendio: sc) }

Esempio 0b

· Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

```
PROJ<sub>Matricola, Nome, Età</sub>(Impiegati)

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
∃ s (Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}
```

98/129

Esempio 2

 Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
\label{eq:projection} \begin{split} &\mathsf{PROJ}_{\mathsf{Capo}} \, ( \, \, \mathsf{Supervisione} \\ & \quad \quad \mathsf{JOIN}_{\mathsf{Impiegato=Matricola}} \\ & \quad \quad (\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio>40}} (\mathsf{Impiegati}))) \end{split} \\ & \{ \, \mathsf{Capo:} \, \, \mathsf{c} \, | \, \mathsf{Supervisione}(\mathsf{Capo:} \mathsf{c,Impiegato:} \mathsf{m}) \, \, \land \\ & \quad \mathsf{Impiegati}(\mathsf{Matricola:} \, \mathsf{m, Nome:} \, \mathsf{n, Eta:} \, \mathsf{e, Stipendio:} \, \mathsf{s}) \, \, \land \\ & \quad \mathsf{s} > \mathsf{40} \, \} \end{split}
```

100/129

Esempio 4

 Trovare gli impiegati che guadagnano più del rispettivo capo, mostrando matricola, nome e stipendio di ciascuno di essi e del capo

```
\label{eq:problem} \begin{split} & \mathsf{PROJ}_{\mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC}}(\mathsf{SEL}_{\mathsf{Stipendio}}\mathsf{StipC}(\\ & \mathsf{REN}_{\mathsf{MatrC},\mathsf{NomeC},\mathsf{StipC},\mathsf{EtàC}} \leftarrow \mathsf{Matr},\mathsf{Nome},\mathsf{Stip},\mathsf{Età}(\mathsf{Impiegati})\\ & \mathsf{JOIN}_{\mathsf{MatrC}}\mathsf{=}\mathsf{Capo}\\ & (\mathsf{Supervisione}\;\mathsf{JOIN}_{\mathsf{Impiegato}}\mathsf{=}\mathsf{Matricola}(\;(\mathsf{Impiegati}))))) \\ & \{\mathsf{Matr}:\mathsf{m},\mathsf{Nome}:\mathsf{n},\mathsf{Stip}:\mathsf{s},\mathsf{MatrC}:\mathsf{c},\mathsf{NomeC}:\mathsf{nc},\mathsf{StipC}:\mathsf{sc}\mid \\ & \mathsf{Impiegati}(\mathsf{Matricola}:\mathsf{m},\mathsf{Nome}:\mathsf{n},\mathsf{Età}:\mathsf{e},\mathsf{Stipendio}:\mathsf{s})\;\land \\ & \mathsf{Supervisione}(\mathsf{Capo}:\mathsf{c},\mathsf{Impiegato}:\mathsf{m})\;\land \\ & \mathsf{Impiegati}(\mathsf{Matricola}:\mathsf{c},\mathsf{Nome}:\mathsf{nc},\mathsf{Età}:\mathsf{ec},\mathsf{Stipendio}:\mathsf{sc})\;\land\;\mathsf{s}>\mathsf{sc}\} \end{split}
```

102/129

Esempio 5

· Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più

```
PROJ<sub>Matricola,Nome</sub> (
                        Impiegati
                        JOIN Matricola=Capo
                        (PROJ<sub>Capo</sub> (Supervisione) - PROJ<sub>Capo</sub> (Supervisione
                                            JOIN Impiegato=Matricola (
                                            SEL<sub>Stipendio ≤ 40</sub>(Impiegati))))
{Matricola: c, Nome: n |
Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) A Supervisione
   (Capo:c. Impiegato:m) A
   ¬ ∃m'(∃n'(∃e'(∃s'(Impiegati(Matr: m', Nome: n', Età: e', Stip: s') ∧
   Supervisione(Capo:c, Impiegato:m') ∧ s' ≤ 40))))}
```

103/129

Calcolo su domini, discussione

- Pregi:
 - dichiaratività
- Difetti:
 - · "verbosità": tante variabili!
 - · espressioni senza senso:

```
\{ A: x \mid \neg R(A: x) \}
     { A: x, B: y | R(A: x) }
{ A: x, B: y \mid R(A: x) \land y=y }
```

queste espressioni sono "dipendenti dal dominio" e vorremmo evitarle;

nell'algebra espressioni come queste non sono formulabili: l'algebra è indipendente dal dominio

105/129

Calcolo su ennuple con dichiarazioni di range

- Per superare le limitazioni del calcolo su domini:
 - dobbiamo "ridurre" le variabili; un buon modo: una variabile per ciascuna ennupla
 - far sì che i valori provengano dalla base di dati
- Il calcolo su ennuple con dichiarazioni di range risponde ad entrambe le esigenze

Quantificatori esistenziali o universali?

· Sono intercambiabili, per le leggi di De Morgan:

```
{Matricola: c. Nome: n l
   Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) A
  Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧
  ¬ ∃m'(∃n'(∃e'(∃s'(Impiegati(Matr: m', Nome: n', Età: e', Stip: s') ∧
   Supervisione(Capo:c, Impiegato:m') \land s' \leq 40))))}
{Matricola: c, Nome: n |
   Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) A
  Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧
   ∀m'(∀n'(∀e'(∀s'(¬(Impiegati(Matr:m', Nome:n', Età:e', Stip:s') ∧
   Supervisione(Capo:c, Impiegato:m')) V s' > 40))))}
```

104/129

Calcolo e algebra

- · Calcolo e algebra sono "equivalenti"
 - per ogni espressione del calcolo relazionale che sia indipendente dal dominio esiste un'espressione dell'algebra relazionale equivalente a essa
 - per ogni espressione dell'algebra relazionale esiste un'espressione del calcolo relazionale equivalente a essa (e di conseguenza indipendente dal dominio)

106/129

Calcolo su ennuple con dichiarazioni di range, sintassi

· Le espressioni hanno la forma:

{ TargetList | RangeList | Formula }

- RangeList elenca le variabili libere della Formula ognuna con il relativo campo di variabilità (una relazione)
- TargetList ha elementi del tipo Y: x.Z (oppure x.Z o anche x.*)
- · Formula ha:
 - atomi di confronto x.A ϑ c, x.A ϑ y.B
 - · connettivi
 - · quantificatori che associano un range alle variabili

 $\exists x(R)(...)$ $\forall x(R)(...)$

108/129 107/129

Esempio 0a

 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

109/129

Esempio 1

 Trovare matricola, nome ed età degli impiegati che guadagnano più di 40

111/129

113/129

Esempio 3

 Trovare nome e stipendio dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

Esempio 0b

· Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

```
PROJ<sub>Matricola, Nome, Età</sub>(Impiegati)

{ Matricola: m, Nome: n, Età: e |
    Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}

{ i.(Matricola,Nome,Età) | i(Impiegati) | }
```

110/129

Esempio 2

 Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
{ Capo: c | Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) ∧ Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ s > 40 }
{ s.Capo | i(Impiegati) , s(Supervisione) |
```

i.Matricola=s.Impiegato ∧ i.Stipendio > 40 }

112/129

Esempio 4

 Trovare gli impiegati che guadagnano più del rispettivo capo, mostrando matricola, nome e stipendio di ciascuno di essi e del capo

```
{ Matr: m, Nome: n, Stip: s, NomeC: nc, StipC: sc | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) ∧ Impiegati(Matricola: c, Nome: nc, Età: ec, Stipendio: sc) ∧ s > sc}
```

Esempio 5

 Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40

```
{Matricola: c, Nome: n |
    Impiegati(Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧
    Supervisione(Capo:c, Impiegato:m) ∧
    ¬ ∃ m'(∃ n'(∃ e'(∃ s'(Impiegati(Matr: m', Nome: n', Età: e', Stip: s') ∧
    Supervisione(Capo:c, Impiegato:m') ∧ s' ≤ 40}

{ i.(Matricola, Nome) | s(Supervisione), i(Impiegati) |
    i.Matricola=s.Capo ∧
    ¬(∃ i'(Impiegati)(∃ s'(Supervisione) (s.Capo=s'.Capo ∧
    s'.Impiegato=i'.Matricola ∧
```

i'.Stipendio ≤ 40)))}

115/129

Calcolo e algebra relazionale: limiti

- Calcolo e algebra sono sostanzialmente equivalenti: l'insieme di interrogazioni con essi esprimibili è quindi significativo; il concetto è robusto
- · Ci sono però interrogazioni interessanti non esprimibili:
 - calcolo di valori derivati: possiamo solo estrarre valori, non calcolarne di nuovi; calcoli di interesse:
 - a livello di ennupla o di singolo valore (conversioni somme, differenze, etc.)
 - su insiemi di ennuple (somme, medie, etc.) le estensioni sono ragionevoli, le vedremo in SQL
 - interrogazioni inerentemente ricorsive, come la chiusura transitiva

117/129

Chiusura transitiva, come si fa?

- Nell'esempio, basterebbe il join della relazione con se stessa, previa opportuna ridenominazione
- Ma:

Impiegato	Capo
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Falchi	Leoni

Impiegato	Superiore
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Falchi	Leoni
Rossi	Falchi
Lupi	Leoni
Rossi	Leoni

Attenzione!

 Il calcolo su ennuple con dichiarazioni di range non permette di esprimere alcune interrogazioni importanti, in particolare le unioni:

 $R_1(AB) \cup R_2(AB)$

- Quale potrebbe essere il range per una variabile? Oppure due variabili?
- · Nota: intersezione e differenza sono esprimibili
- Per questa ragione SQL (che è basato su questo calcolo) prevede un operatore esplicito di unione, ma non tutte le versioni prevedono intersezione e differenza

116/129

Chiusura transitiva

Supervisione(Impiegato, Capo)

 Per ogni impiegato, trovare tutti i superiori (cioè il capo, il capo del capo, e cosi' via)

Capo
Lupi
Bruni
Falchi

Impiegato	Superiore
Rossi	Lupi
Neri	Bruni
Lupi	Falchi
Rossi	Falchi

118/129

Chiusura transitiva, impossibile!

- Non esiste in algebra e calcolo relazionale la possibilità di esprimere l'interrogazione che, per ogni relazione binaria, ne calcoli la chiusura transitiva
- Per ciascuna relazione, è possibile calcolare la chiusura transitiva, ma con un'espressione ogni volta diversa:
 - · quanti join servono?
 - non c'è limite!

120/129

Datalog

- Un linguaggio di programmazione logica per basi di dati derivato dal Prolog
- · Utilizza predicati di due tipi:
 - estensionali: relazioni della base di dati
 - · intensionali: corrispondono alle viste
- Il linguaggio è basato su regole utilizzate per "definire" i predicati estensionali

121/129

Esempio -1

 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che hanno 30 anni

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \land s = 30 }
```

? Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: 30, Stipendio: s)

123/129

Esempio 0b

· Trovare matricola, nome ed età di tutti gli impiegati

```
PROJ<sub>Matricola, Nome, Età</sub>(Impiegati)
```

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e | 
Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)}
```

InfoPubbliche(Matricola: m, Nome: n, Età: e)

← Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)

? InfoPubbliche(Matricola: m, Nome: n, Età: e)

Datalog, sintassi

Regole:

```
testa ← corpo
```

- testa è un predicato atomico (intensionale)
- corpo è una lista (congiunzione) di predicati atomici
- Le interrogazioni sono specificate per mezzo di predicati atomici (convenzionalmente preceduti da "?")

122/129

Esempio 0a

 Trovare matricola, nome, età e stipendio degli impiegati che guadagnano più di 40

```
{ Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s | Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) \land s > 40 }
```

· Serve un predicato intensionale

```
ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ← Impiegati (Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) , s >40
```

? ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s)

124/129

Esempio 2

 Trovare le matricole dei capi degli impiegati che guadagnano più di 40

```
{ Capo: c | Supervisione(Capo:c,Impiegato:m) ∧ Impiegati(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ∧ s > 40 }

CapiDeiRicchi (Capo:c) ← ImpRicchi(Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s),
```

? CapiDeiRicchi (Capo:c)

125/129

Supervisione (Capo:c,Impiegato:m)

Esempio 5

- Trovare matricola e nome dei capi i cui impiegati guadagnano tutti più di 40
 - serve la negazione

 CapiDiNonRicchi (Capo:c) ←

 Supervisione (Capo:c,Impiegato:m),
 Impiegati (Matricola: m, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ,
 s ≤ 40

 CapiSoloDiRicchi (Matricola: c, Nome: n) ←
 Impiegati (Matricola: c, Nome: n, Età: e, Stipendio: s) ,
 Supervisione (Capo:c,Impiegato:m),
 not CapiDiNonRicchi (Capo:c)

? CapiSoloDiRicchi (Matricola: c, Nome: n)

127/129

Datalog, semantica

- La definizione della semantica delle regole ricorsive è delicata (in particolare con la negazione)
- Potere espressivo:
 - Datalog non ricorsivo senza negazione è equivalente al calcolo senza negazione e senza quantificatore universale
 - Datalog non ricorsivo con negazione è equivalente al calcolo e all'algebra
 - Datalog ricorsivo senza negazione e calcolo sono incomparabili
 - Datalog ricorsivo con negazione è più espressivo di calcolo e algebra

129/129

Esempio 6

- · Per ogni impiegato, trovare tutti i superiori.
- · Serve la ricorsione

```
Superiore (Impiegato: i, SuperCapo: c) ← Supervisione (Impiegato: i, Capo: c)
```

Superiore (Impiegato: i, SuperCapo: c) ←
Supervisione (Impiegato: i, Capo: c'),
Superiore (Impiegato: c', SuperCapo: c)