

柯尔莫戈洛夫：为数学与教育贡献一生

——纪念柯尔莫戈洛夫诞辰100周年

汪晓勤

柯尔莫戈洛夫 (A. N. Kolmogorov) 于 1903 年 4 月 25 日出生于俄国坦波夫省，1987 年 10 月 20 日逝世于莫斯科。他的父亲卡塔也夫 (Nikolai Kataev) 是一位牧师的儿子，是个被流放的农学家。十月革命后回来，担任农业部某个部门的领导。1919 年在战斗中牺牲。母亲出生贵族，因难产而死。柯尔莫戈洛夫的童年是在外祖父家度过的，姨妈 Vera Yakovlena 把他抚养长成人。尽管出生后就失去了母爱，也从未得到父爱，但柯尔莫戈洛夫是在关爱中长大的。在他很小的时候，姨妈就教育他热爱知识、热爱学习、热爱大自然。五、六岁时，柯尔莫戈洛夫就独自发现了奇数与平方数的关系：

$$1 = 1^2, 1 + 3 = 2^2, 1 + 3 + 5 = 3^2, 1 + 3 + 5 + 7 = 4^2, \dots$$

体会到了数学发现的乐趣。外祖父家办了一份家庭杂志《春燕》，年仅五岁的柯尔莫戈洛夫竟然负责起其中的数学栏目来，他把自己的上述发现发表在杂志上。

6 岁时，他随姨妈去了莫斯科，在一家被认为是当时最进步的预科学校读书。在读书期间，柯尔莫戈洛夫的兴趣异常广泛，他认真学习了生物学和物理学；14 岁时，他从一部百科全书中学习了高等数学。他对象棋、社会问题和历史也产生了兴趣。

1920 年中学毕业后，柯尔莫戈洛夫当了短时间的列车售票员；工作之余，他写了一本关于牛顿力学定律的小册子。同年，柯尔莫戈洛夫进莫斯科大学学习。除了数学，他还学习了冶金和俄国史。他对历史特别着迷，曾写了一篇关于 15-16 世纪诺夫格勒地区地主财产的论文。关于这篇论文，他的老师、著名历史学家巴赫罗欣说：

“你在论文中提供了一种证明，在你所研究的数学上这也许足够了，但对历史学家来说是不够的，他至少需要五种证明。”

也许这位历史教授的回答对柯尔莫戈洛夫产生了重要影响：他选择了只需要一种证明的数学。

在莫斯科大学，柯尔莫戈洛夫听大数学家鲁津的课，且与鲁津的学生亚历山德罗夫 (P.

S. Alexandrov)、乌里松 (P. S. Urysohn)、苏斯林 (Suslin) 等有了学术上的频繁接触。在鲁津的课上, 这位一年级的大学生竟反驳了老师的一个假设, 令人刮目相看。柯尔莫戈洛夫还参加斯捷班诺夫 (Stepanov) 的三角级数讨论班, 解决了鲁津提出的一个问题。鲁津知道后对他十分赏识, 主动提出收他为弟子。

尽管柯尔莫戈洛夫还只是一名大学生, 但他却取得了举世瞩目的成就: 1922 年 2 月他发表了集合运算方面的论文, 推广了苏斯林的结果; 同年 6 月, 发表了一个几乎处处发散的傅立叶级数 (到 1926 年, 他进而构造出了处处发散的傅立叶级数)。据他自己说, 这个级数是他当列车售票员时在火车上想出的。柯尔莫戈洛夫一时成为世界数学界一颗闪亮的新星。几乎同时, 柯尔莫戈洛夫对分析中的其他许多领域, 如微分和积分问题、测度论等也产生了兴趣。

1925 年, 柯尔莫戈洛夫大学毕业, 成了鲁津的研究生。这一年柯尔莫戈洛夫发表了 8 篇读大学时写的论文! 在每一篇论文里, 他都引入了新概念、新思想、新方法。他的第一篇概率论方面的论文 (与辛钦合作) 就是在这一年发表的, 其中含有三级数定理, 以及关于独立随机变量部分和的不等式, 后来成了鞅不等式以及随机分析的基础。他证明了希尔伯特变换的一个切比雪夫型不等式, 后来成了调和分析的柱石。1928 年, 他得到了独立随机变量序列满足大数定律的充要条件; 翌年, 又发现重对数律的广泛条件。此外, 他的工作还包括微分和积分运算的若干推广以及直觉主义逻辑等。

1929 年夏, 柯尔莫戈洛夫与亚历山德罗夫乘船从 Yaroslavl 出发, 沿伏尔加河穿越高加索山脉, 最后到达亚美尼亚的 Sevan 湖, 在湖中的一个小半岛上住下。在那里, 在享受游泳和日光浴乐趣的同时, 亚历山德罗夫戴着墨镜和巴拿马草帽, 在阳光下撰写一部拓扑学著作 (与霍普夫 (Hopf) 合作), 而柯尔莫戈洛夫则在树荫下研究连续状态和连续时间的马尔可夫过程。柯尔莫戈洛夫完成的结果发表于 1931 年, 是扩散理论之滥觞。两人的终生友谊即始于这次长途旅行。亚历山德罗夫后来回忆道:

“1979 年是我与柯尔莫戈洛夫友谊的五十周年, 在整整半个世纪里, 这种友谊不仅从未间断过, 而且从未有过任何争吵。在任何问题上, 我们之间从未有任何误解, 无论它们对于我们的生活和我们的哲学是如何重要; 即便是在某个问题上有分歧, 我

们彼此对对方的观点也抱有完全的理解和同情。”

而柯尔莫戈洛夫则把这一“亲密的和水乳交融的友谊”看作是他一生幸福的原因！

1930年夏，柯尔莫戈洛夫与亚历山德罗夫作了另一次长途旅行。这次他们访问了柏林、哥廷根、慕尼黑、巴黎。柯尔莫戈洛夫结识了希尔伯特（D. Hilbert）、库朗（R. Courant）、兰道（E. Landau）、外尔（H. Weyl）、卡拉泰奥多里（Caratheodory）、弗雷歇（Fréchet）、波雷尔（Borel）、莱维（Paul Lévy）、勒贝格（Lebesgue）等一流数学家，与弗雷歇、莱维等进行了深入的学术讨论。

1930年代是柯尔莫戈洛夫数学生涯中的第二个创造高峰期。这个时期，他在概率论、射影几何、数理统计、实变函数论、拓扑学、逼近论、微分方程、数理逻辑、生物数学、哲学、数学史与数学方法论等方面发表论文 80 余篇。1931 年，柯尔莫戈洛夫被莫斯科大学聘为教授。1933 年，他出版了《概率论的基本概念》。该书首次将概率论建立在严格的公理基础上，解决了希尔伯特第 6 问题的概率部分，标志着概率论发展新阶段的开始，具有划时代的意义，成了概率论的经典之作。同年，柯尔莫戈洛夫发表了“概率论中的分析方法”这篇具有重要意义的论文，为马尔可夫随机过程理论奠定了基础，从此，马尔可夫过程理论成为一个强有力的科学工具。

在拓扑学上，柯尔莫戈洛夫是线性拓扑空间理论的创始人之一；他和美国著名数学家亚历山大（J. W. Alexander）同时独立引入了上同调群的概念。1934 年柯尔莫戈洛夫研究了链、上链、同调和有限胞腔复形的上同调。在 1936 发表的论文中，柯尔莫戈洛夫定义了一局部紧致拓扑空间的上同调群的概念。1935 年，在莫斯科国际拓扑学会议上，柯尔莫戈洛夫定义了上同调环。

1935 年，柯尔莫戈洛夫和亚历山德罗夫在莫斯科郊外的一个名叫科马洛夫卡的小村庄里买了一座旧宅邸。他们的许多数学工作都是在这里完成的。许多著名数学家都访问过科马洛夫卡：哈达玛（Hadamard）、弗雷歇（Fréchet）、巴拿赫（S. Banach, 1892~1945）、霍普夫（H. Hopf, 1894~1971）、库拉托夫斯基（Kuratowski）等等。莫斯科大学的研究生们（包括柯尔莫戈洛夫自己的研究生和其他导师的研究生）经常作“数学郊游”，来到科马洛夫卡，拜访两位数学大师，在那里，柯尔莫戈洛夫和亚历山德罗夫招待学生们共进晚餐。

到了晚上，他们尽管很疲劳，但总是带着数学上的收获快乐地回到莫斯科。后来成为苏联科学院院士的著名数学家马尔柴夫（Malcev）和盖尔范德就是其中的两位研究生。柯尔莫戈洛夫的博士生、著名数学家格涅坚科（B. V. Gnedenko）回忆说：

“对于柯尔莫戈洛夫的所有学生来说，师从柯尔莫戈洛夫做研究的岁月是终生难忘的：在科学与文化上的发奋努力、科学上的巨大进步、科学问题的全身心投入。难以忘怀的是周日那一次次的郊游，柯尔莫戈洛夫邀请所有他自己的学生（研究生或本科生）以及别的导师的学生。在这些 30-35 公里远直到 Bolshevo、Klyazma 和别的地方附近的郊游过程中，我们一直讨论着当前的数学（及其应用）问题，还讨论文化进步，特别是绘画、建筑和文学问题。”

30 年代末，柯尔莫戈洛夫发展了平稳随机过程理论，美国数学家维纳（N. Wiener）稍后获得了同样的结果。柯尔莫戈洛夫还把研究领域拓广到行星运动和空气的湍流理论。

40 年代，柯尔莫戈洛夫的兴趣转向应用方面。1941 年，他发表了湍流方面的两篇具有重要意义的论文，成了湍流理论历史上最重要的贡献之一。柯尔莫戈洛夫所得到的其中一个著名结果是“三分之二律”：在湍流中，距离为 r 的两点的速度差的平方平均与 $r^{2/3}$ 成正比。

这个时期，除了数学，柯尔莫戈洛夫在遗传学、弹道学、气象学、金属结晶学等方面均有重要贡献。在 1940 年发表的一篇论文里，柯尔莫戈洛夫证明了 Lysenko 的追随者们所收集的材料恰恰是支持孟德尔律的，当时，孟德尔律在苏联是受批判的，柯尔莫戈洛夫的论文反映了他追求真理的科学精神。

50 年代是柯尔莫戈洛夫学术生涯的第三个创造高峰期。这个时期，柯尔莫戈洛夫的研究领域包括经典力学、遍历理论、函数论、信息论、算法理论等。

1953 和 1954 年，柯尔莫戈洛夫发表了两篇动力系统及其在哈密尔顿动力学中的应用方面的论文，标志着 KAM-理论（以 Kolmogorov、Arnold 和 Moser 命名）的肇始。1954 年，柯尔莫戈洛夫应邀在阿姆斯特丹国际数学家大会上作了“动力系统的一般理论与经典力学”的重要报告。后来的研究证明了柯尔莫戈洛夫深刻的洞察力。

这个时期，柯尔莫戈洛夫还开始了自动机（automata）理论和算法理论的研究。他和

学生乌斯宾斯基 (Uspenskii) 建立了今称“柯尔莫戈洛夫——乌斯宾斯基机”的重要概念。他还力排反对意见，支持计算理论的研究。许多苏联的计算机科学家都是柯尔莫戈洛夫的学生或学生的学生。50 年代中后期，柯尔莫戈洛夫致力于信息论和动力系统遍历论的研究。他在动力系统理论中引入了熵的重要概念，开辟了一个广阔的新领域，后来还导致混沌理论的诞生。1958-59 年，柯尔莫戈洛夫将遍历理论应用于一类湍流现象，对后来的工作产生了深远的影响。

1957 年，柯尔莫戈洛夫和学生阿诺尔德 (Arnold) 完全解决了希尔伯特的第 13 问题：存在连续的三元函数，不能表成二元连续函数的叠合。答案是否定的：任意多个变量的连续函数都可表成单变量连续函数的叠合。

60 年代以后，柯尔莫戈洛夫有开创了演算信息论（今称“柯尔莫戈洛夫复杂性理论”）和演算概率论这两个数学分支。

柯尔莫戈洛夫的研究几乎遍及数论之外的一切数学领域。1963 年，在第比利斯召开的概率统计会议上，美国统计学家 J. Wolfowitz 说：“我来苏联的一个特别的目的是确定柯尔莫戈洛夫到底是一个人呢，还是一个研究机构。”

在半个多世纪的漫长学术生涯里，柯尔莫戈洛夫不断提出新问题、构建新思想、创造新方法，在世界数学舞台上保持着历久不衰的生命力，这部分得益于他健康的体魄。他酷爱体育锻炼，被人称作“户外数学家”。他和亚历山德罗夫每周有四天时间在科马洛夫卡度过（另外三天则住在城里的学校公寓里）。其中有一整天是体育锻炼的时间：滑雪、划船、徒步行走（平均路程长达 30 公里）。在晴朗的三月天，他们常常穿着滑雪鞋和短裤、连续四小时在外锻炼。平日里，早晨的锻炼是不间断的，冬天还要再跑 10 公里。当河冰融化的时候，他们还喜欢下水游泳。在柯尔莫戈洛夫 70 岁生日庆祝会期间，组织了一次滑雪旅行，柯尔莫戈洛夫穿着短裤，光着膀子，老当益壮，把别的参加者都甩在了后面！

他的许多奇妙而关键的思想往往是在林间漫步、湖中畅游、山坡滑雪的时候诞生的。1962 年访问印度时，他甚至建议印度所有的大学和研究所都建在海岸线上，以便师生在开始严肃讨论前可以先游泳。

柯尔莫戈洛夫也是一位著名的数学教育家，他对于为有数学天赋的学生提供特殊教育

的计划有特别的兴趣。他认为，一些家长和教师企图从 10-12 岁左右的学生中挖掘有数学才能的孩子，这样做会害了孩子。但到了 14-16 岁，情况发生变化。这个年龄段的孩子对于数学有无兴趣通常明显地表现出来。其中约有一半的学生断定数学物理对他们并无多大用处，这些学生应该学习特殊的简化课程。另一半学生的数学教育就可以更有效地进行。而这些学生在选择数学作为大学专业时，还应测验一下自己对于数学的适应性——运算能力、几何直观能力、逻辑推理能力。

柯尔莫戈洛夫创立了莫斯科大学数学寄宿学校。多年来，他花费大量时间于学校上，制订教学大纲、编写教材、授课（每周多达 26 个小时）、带领学生徒步旅行、探险、教学生音乐、艺术、文学，寻求孩子个性的自然发展。他的学校里的学生常常在全苏和国际数学奥林匹克竞赛中名列前茅。但对于那些成不了数学家的学生，他并不感到担忧，不论他们最终从事什么职业，如果他们能保持开阔的视野、常新的好奇心，他都感到满意。一个学生如能够进入柯尔莫戈洛夫的大家庭，该是多么的幸运！

作为 20 世纪世界上最杰出的数学家之一，柯尔莫戈洛夫获得了许许多多的荣誉。1941 年荣获首届苏联国家奖；1949 年荣获苏联科学院切比雪夫奖；1963 年获国际巴尔扎恩奖；1965 年获列宁奖；1976 年获民主德国科学院亥姆霍兹奖章；1980 年获沃尔夫奖、1986 年获罗巴切夫斯基奖等。他前后共七次获得列宁勋章。

1939 年，柯尔莫戈洛夫当选苏联科学院院士。他还是波兰科学院（1956）、伦敦皇家统计学会（1956）、罗马尼亚科学院（1957）、民主德国科学院（1959）、美国艺术与科学院（1959）、美国哲学学会（1961）、荷兰皇家科学院（1963）、伦敦皇家学会（1964）、匈牙利科学院（1965）、美国国家科学院（1967）、法国科学院（1968）、芬兰科学院（1983）等的外籍院士或荣誉会员。巴黎大学（1955）、斯德哥尔摩大学（1960）、印度统计研究所（1962）、华沙大学、布达佩斯大学等相继授予他荣誉博士学位。

柯尔莫戈洛夫对于俄国古建筑、俄国诗歌、世界雕塑、绘画等都有渊博的知识。他将诗体学看作是自己科学研究的一个领域。他又酷爱音乐，莫扎特的 G 小调交响乐和巴赫的小提琴协奏曲常常伴随他和亚历山德罗夫（常常还有众多朋友）度过科马洛夫卡宁静之夜。