

Nome: Isadora Caetano Brandão de Sousa
RA: 10420646

PROBABILIDADES EXERCÍCIOS

- 1) Dão-se as seguintes probabilidades para os eventos A e B:

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{1}{4} \quad \text{e} \quad P(A|B) = \frac{1}{3}.$$

Calcule: $P(A^C)$; $P(A \cap B)$; $P(A \cup B)$; $P(A \cap B^C)$.

a) $P(A^C) = 1 - P(A) = 1 - 1/2 = 1/2.$

b) $P(A \cap B) = P(A|B) = P(A \cap B)/P(B) = 1/3 = P(A \cap B)/1/4$

$P(A \cap B) = 1/3 * 1/4 = 1/12.$

c) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 1/2 + 1/4 - 1/12 = 6 + 3 - 1/12 = 8/12 = 2/3.$

d) $P(A \cap B^C) = P(A) - P(A \cap B) = 1/2 - 1/12 = 6 - 1/12 = 5/12.$

- 2) Em uma amostra de 40 indivíduos, 10 accusam pressão alta. Estime a probabilidade de outro indivíduo, escolhido ao acaso, no mesmo grupo do qual foi extraída a amostra ter pressão alta.

$P = 10/40 = 1/4 = 0,25$

R: 0,25 ou 25%.

- 3) Jogam-se dois dados. Qual a probabilidade do produto dos números das faces estar entre 12 e 15 (inclusive)?

12 – 2,6 6,2 3,4 4,3 - 4 casos

13 – Número primo – 0 casos

14 – 2,7 mas como dado só vai até 6 não conta – 0 casos

15 – 3,5 5,3 - 2 casos

Total = 6 casos

Casos Possíveis = $6 * 6 = 36$

$P = 6/36 = 1/6$

R: 1/6.

- 4) Uma moeda é viciada de modo que a probabilidade de dar “cara” é duas vezes maior que a de dar “coroa”. Jogada três vezes a moeda, qual a probabilidade de aparecerem exatamente duas “caras”?

$p = P(\text{cara}) \quad q = P(\text{coroa})$

$p = 2q$ e $p + q = 1$, então $3q = 1$

$q = 1/3$ e $p = 2/3$

$$P = (2/3)^2 * 1/3 = 4/9 * 1/3 = 4/27$$

$$P = 3 \cdot 4/27 = 12/27 = 4/9$$

R: $4/9$.

- 5) A probabilidade de um aluno passar em Álgebra (A), em Literatura (L) e em ambas ($A \cap L$), são $0,75$; $0,84$ e $0,63$, respectivamente. Qual a probabilidade do aluno passar em Álgebra, sabendo que passou em Literatura?

$$P(A) = 0,75 \quad P(L) = 0,84 \quad P(A \cap L) = 0,63$$

$$P(A|L) = P(A \cap L) / P(L) = 0,63 / 0,84 = 0,75$$

R: $0,75$ ou 75% .

- 6) A caixa I tem duas bolas brancas e duas bolas pretas; a caixa II tem duas bolas brancas e uma bola preta e a caixa III tem uma bola branca e três bolas pretas:

Caixa 1 – 2B e 2P Caixa 2 – 2B e 1P Caixa 3 – 1B e 3P

- a) Tira-se uma bola de cada caixa. Determine a probabilidade de serem todas brancas;

$$P = 2/4 * 2/3 * 1/4 = 1/2 * 2/3 * 1/4 = 2/24 = 1/12$$

R: $1/12$.

- b) Escolhe-se uma caixa ao acaso e tira-se uma bola. Calcular a probabilidade da bola ser branca;

$$P(B) = 1/3 * 1/2 + 1/3 * 2/3 + 1/3 * 1/4 = 1/3(1/2 + 2/3 + 1/4) = 1/3(6 + 8 + 3/12) = 1/3(17/12)$$

$$P(B) = 1/3 * 17/12 = 17/36$$

R: $17/36$.

- c) Em (b) calcular a probabilidade de ter si escolhida a caixa I, sabendo-se que a bola extraída é branca.

$$P(I|B) = P(I) * P(B|I) / P(B)$$

$$P(I|B) = 1/3 * 1/2 / 17/36 = 1/6 / 17/36 = 1/6 * 36/17 = 1/1 * 6/17 = 6/17$$

R: $6/17$.

- 7) Suponha um teste para câncer em que 95% dos que têm o mal reagem positivamente, enquanto que 3% dos que não têm o mal reagem positivamente. Suponha ainda que 2% dos internos do hospital tenham câncer. Qual a probabilidade de um doente escolhido ao acaso, e que reage positivamente ao teste, ter de fato o mal?

$$\begin{aligned}
 P(+ | Câncer) &= 0.95 \\
 P(+ | Não Câncer) &= 0.03 \\
 P(Câncer) &= 0.02 \\
 P(Não Câncer) &= 0.98
 \end{aligned}$$

$$P = P(Câncer) * P(+ | Câncer) / P(Câncer) * P(+ | Câncer) + P(Não Câncer) * P(+ | Não Câncer)$$

$$\begin{aligned}
 P &= 0.02 * 0.95 / 0.02 * 0.95 + 0.98 * 0.03 = 0.019 / 0.019 + 0.0294 = \\
 &0.019 / 0.0484 = 0.03926 \\
 R: & 0.03926 \text{ ou } 39,26\%.
 \end{aligned}$$

- 8) Uma tábua de mortalidade acusa as seguintes taxas de mortalidade q_x (isto é, a probabilidade de um indivíduo de idade x morrer antes de atingir a idade $x+1$):

| x | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 |
|-------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| q_x | 0,00213 | 0,00219 | 0,00225 | 0,00232 | 0,00240 | 0,00251 |

- a) Dado um indivíduo de 30 anos, qual a probabilidade de ele atingir 31 anos?

$$\begin{aligned}
 P(30 \text{ até } 31) &= 1 - q_{30} = 0.99787 \\
 R: & 0.99787.
 \end{aligned}$$

- b) Para o mesmo indivíduo, qual a probabilidade de morrer antes de completar 35 anos?

$$\begin{aligned}
 P(\text{até } 35) &= (1 - q_{30}) * (1 - q_{31}) * (1 - q_{32}) * (1 - q_{33}) * (1 - q_{34}) \\
 P(\text{até } 35) &= 0.99787 * 0.99781 * 0.99775 * 0.99768 * 0.99760 \\
 P(\text{até } 35) &= 0.98872
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P &= 1 - 0.98872 \\
 P &= 0.01128 \\
 R: & 0.98872 \text{ e } 0.01128.
 \end{aligned}$$