

Opgavesæt 2

Finansiering, HA.jur

October 10, 2025

NIKLAS LEHMANN JENSEN

1 Obligationsteori

Opgave 1.1. Man kan beskytte sig mod stigninger i inflation ved at købe "inflation-indekserede obligationer". De fungerer således, at en hovedstol på 100 kr. er udtrykt i reale termer. De forkortes ofte med "DGBi" i deres navn. Derfor vil det nominelle kronebeløb stige hvert år i takt med inflationen. Således, hvis inflationen er 2% om året, så vil hovedstolen stige med 102 ($100 \cdot (1 + 0.02)$) i år 1, og $102 \cdot 1.02 = 104.04$ i år 2 osv. Kuponbetalingen skal hvert år også korrigeres for inflationen ($5 \cdot (1 + 0.02)^1$) i år 1, og $5 \cdot (1 + 0.02)^2$ i år 2, osv.

Du som investor står nu overfor to obligationer - en normal kuponbærende obligation og en indeksobligation: ¹

Obligationsnavn	Fondskode	Kurs	Kupon (%)	Cirk. (mio)	Terminer	Udløb
5 STA GOV 2029	DK0009924466	100	5%	1.903	1	2029
5 DGBi INDX GOV 2029	DK0009924466	102	5%	760	1	2029

Du får yderligere at vide, at rentestrukturen er flad på 5%.

1. Du vælger at købe 5 STA GOV 2029 til kurs 100. Antag at de 2% inflation bliver realiseret. Hvad er dit reale afkast? (Hint: Tag nominelle afkast for obligationen og korriger med inflationen).
2. Hvorfor er kursen lig med 100 for den kuponbærende obligation? Havde kursen også været 100, hvis vi havde en stejl rentekurve?
3. Lige efter du har købt obligationen stiger inflationen til 3% over de næste 5 år. Hvad er dit nye reale afkast?
4. Du køber nu i stedet 5 DGBi INDX GOV 2029 til kurs 102. Udregn betalingsstrømmen på obligationen under hhv. 2 og 3% inflation. Hvad bliver dit afkast for denne obligation? Stiger eller falder afkastet med inflationen og hvorfor? (Hint: Sæt op en betalingsstrøm for hver inflations-regime og brug IRR funktionen i Excel)

¹Bemærk: Dette er blot fiktive obligationer

Du er obligationsinvestor og ser følgende information på tre obligationer (hver med en pålydende værdi på 100 DKK):

Obligation	Kuponrente (%)	Udløb (år)	Effektiv rente (%)
A	0	1	5,00
B	5	2	5,50
C	6	3	6,00

Bemærk: Kuponbetalingerne er årlige.

- (5) Beregn prisen på de tre obligationer A, B og C ved brug af deres givne kuponrenter, løbetider og effektive renter.
- (6) Forklar, hvordan du kan replikere betalingstrømmen for obligation C ved hjælp af nul kuponobligationer. Diskutér dernæst, hvorfor det er vigtigt at kunne dekomponere en obligations betalingsstrømme på denne måde.
- (7) Forklar, hvordan stigende inflationsforventninger vil kunne påvirke prisen på obligationerne.

2 Rentestrukturteori

Opgave 2.1. Du tager en tidskapsel tilbage i tiden og vil gerne købe en 30-årig dansk statsobligation med en kuponrente på 10,5%. Obligationen blev åbnet for første gang den 11. april 1996 og har årlig termin den 14. oktober frem til udløb. Den sidste kuponbetaling og tilbagebetaling af hovedstol sker således den 14. oktober 2026.

Antag, at du køber obligationen den 19. maj 1996, og at valørdag er den 21. maj 1996. Vedhængende rente skal beregnes fra den seneste rentedato (i dette tilfælde åbningsdagen, da der endnu ikke har været en kuponbetaling).

De relevante rentekurver til opgaven findes i det vedlagte Excel-ark.

- (a) Beregn **dirty price**, **vedhængende rente** og **clean price** for obligationen pr. valørdag den 21. maj 1996 ved brug af den givne rentekurve i Excel-filen.
- (b) Antag nu en **parallelforskydning af rentekurven på 5 procentpoint**. Beregn den nye pris for obligationen, og kommentér, hvordan en lavere rente påvirker obligationskursen.
- (c) Beregn **Fisher-Weil-varigheden** (kurvebaseret varighed) for obligationen før og efter renteforskydningen. Kommentér forskellen, og forklar hvorfor FW-varigheden ændrer sig, når renteniveauet falder.
- (d) Du observerer, at obligationen aktuelt handles til kurs 113,789 i markedet. Sammenlign denne kurs med din beregnede teoretiske pris fra punkt (a). Er obligationen **over- eller undervurderet**?
- (e) Antag, at markedsrenten inkluderer et **kredit- og likviditetstillæg på 20 basispoint**, som din simple prisfastsættelse ikke tager højde for. Justér rentekurven med dette tillæg og beregn den nye teoretiske pris. Ændrer dette din vurdering af, om obligationen er korrekt prissat?

Opgave 2.2. Sandt eller falsk? Begrund dine svar

- (a) Når vi investerer i obligationer, så burde vi altid investere i obligationer med højest effektiv rente, fordi de giver et højere forventet afkast.
- (b) Investorer vil altid forvente højere afkast på lange obligationer fremfor korte, fordi de er mere risikable. Derfor har rentestrukturen altid en positiv hældning.
- (c) Rentestrukturen er altid stejl fordi obligationer med længere løbeteid er mere risikable og kan generere højere afkast.

3 Renterisiko

Opgave 3.1. Du står som investor mellem to forskellige statsobligationer, som du vil købe 25/10/2024. Obligationerne er som følger: Der antages en flad rentestruktur på 3%. Kuponbe-

Obligationsnavn	Fondskode	Kurs	Kupon (%)	Terminer	Udløb
10 STA GOV 2025	DK0009924411	103,7	5%	1	2025
10 STA GOV 2034	DK0009924411	119,06	5%	1	2034

talingerne på begge obligationer falder den 1. april hvert år. Du behøver derudover ikke at tage højde for skudår. Obligationerne udløber hhv. 01-04-2025 og 01-04-2034.

- (a) Beregn varigheden for begge obligationer.
- (b) Diskuter, hvilken en af de to obligationer investor skal vælge givet en hhv. kort og lang investeringshorisont. Argumenter ud fra immuniseringsprincippet.
- (c) Beregn nu den modificeret samt kronevarigheden for hver obligation. Hvor meget vil kursene ændre sig, hvis rentemarkedet steg/faldt med 1%-point? Brug kronevarigheden til at estimere kursændringen.

Du får nu at vide, at de faktiske kursændringer giver følgende kurser:

Table 1: Lang obligation: Følsomhed ved rentefald og rentestigninger

Renteændring	Effektiv rente	Kurs	Kursændring
+1%-point	4,00%	110,571	-8,491
-1%-point	2,00%	128,398	9,336

Table 2: Kort obligation: Følsomhed ved rentefald og rentestigninger

Renteændring	Effektiv rente	Kurs	Kursændring
+1%-point	4,00%	103,277	-0,422
-1%-point	2,00%	104,126	0,428

(d) Brug konveksiteten til at finde de mere eksakte kursændringer. Hvorfor bliver vi nødt til at tage højde for konveksiteten?

Opgave 3.2. Du skal analysere en 5-årig stående låns obligation med en kuponrente på 4% og en pålydende værdi på 100. Markedet antages at have en flad rentekurve på 3%. For at undersøge, hvordan prisen reagerer på ændringer i renteniveauet, vil du bestemme obligationens **nøglerentevarighed** ud fra den 1-årige og 5-årige rente.

Hint: Når du ændrer én nøglerente ad gangen, skal de mellemliggende nulkuponrenter tilpasses **lineært** mellem 1 og 5 år. Det kan udtrykkes som

$$z(t) = \begin{cases} z_0(t) + \Delta z \cdot \frac{5-t}{4}, & \text{hvis kun 1Y ændres} \\ z_0(t) + \Delta z \cdot \frac{t-1}{4}, & \text{hvis kun 5Y ændres} \end{cases} \quad \text{for } 1 < t < 5,$$

hvor $z_0(t) = 0,03$ og $\Delta z = 0,01$.

Beregn herefter, hvor meget obligationskursen ændrer sig, når henholdsvis den 1-årige og den 5-årige rente stiger med 1 procentpoint, og vis, at nøglerentevarighederne bliver:

$$1Y KRD = 0,179 \text{ kr}, \quad 5Y KRD = 4,404 \text{ kr}.$$

Opgave 3.3. Der antages en effektiv rente på 3% og du har en varighed på en obligation på 9,12, en konveksitet på 8.886 og en pris på 91,47. Find nu og bekræft følgende nøgletal:

- Modifieret varighed på 8,85
- Kronevarighed på 8,10
- Kronekonveksitet på 0,84

Opgave 3.4. Forklar immuniseringsprincippet. Hvilke svagheder er der bag denne tankegang? (Hint: Tænk på hvor mange renteændringer vi kigger på)

Opgave 3.5. Forklar forskellen på modifieret varighed og kronevarighed

Opgave 3.6. Hvis man gerne vil have meget konveksitet i sin portefølje, hvilke forventninger har så til markedet?

Opgave 3.7. Vis at følgende portefølje har en varighed på 3,04 år og en kronevarighed på 3,38 kroner:

	Varighed	Krone- varighed	Nominal Værdi	Markeds- værdi
Obligation 1	2	2,25	50	55
Obligation 2	4	4,5	50	60

Opgave 3.8. Antag to porteføljer: A) Her har du kun statsobligationer. B) Her har du kun nulkupeobligationer. Hvilken portefølje vil have højst varighed og hvorfor?