

Lektionsnoter i finansiering

Niklas Lehmann Jensen

September 27, 2025

Contents

Contents	2
I Renter, obligationer og risiko	7
1 Fundamentet for rentedannelsen	9
1.1 Vigtige rentebegreber	9
1.2 Rentedannelsen på kredit- og lånemarkedet	12
1.3 Inflationens betydning for renten	13
1.4 Pengepolitik og rentedannelse	16
1.5 Institutionelle forhold for rentedannelsen i Danmark	17
1.6 Renten og investeringer	21
1.7 Sammenligning af rentesatser og debitorrenten	22
1.8 Afrunding	24
2 Obligationer	25
2.1 Obligationstyper	26
2.1.1 Stående lån	26
2.1.2 Annuitetslån	27
2.1.3 Serielån	27
2.2 Betalingsrækken og nutidsværdi	28
2.3 Handel med obligationer	32
2.3.1 Kurslisten	32
2.3.2 Terminer	32
2.3.3 Valør	33
2.3.4 Vedhængende rente	34
2.4 Nulkuponobligationer	35
2.5 Kuponbærende obligationer	37
2.6 Sammenhængen mellem markedsrente, kuponrente og kursern	46
2.6.1 Obligationsprisernes dynamik	47

2.6.2	Tid og obligationspriser	48
2.7	Afrunding	49
3	Rentestrukturen	51
3.1	Teorien bag rentestrukturen	51
3.2	Den effektive rente - et problematisk afkastmål	52
3.3	Rentekurven og obligationsarbitrage	53
3.4	Forklaringer på rentestrukturens udseende	57
3.5	Estimation af rentestrukturen	60
3.6	Prisfastsættelse ud fra rentestrukturen	62
3.7	Afrunding	65
4	Renterisiko	67
4.1	Varighed	67
4.1.1	Varighed og gennemsnitlig løbetid	67
4.1.2	Varighed og immuniseringshorisont	71
4.1.3	Varighed og risikomål	72
4.2	Konveksitet	74
4.3	Renterisiko på porteføljer	79
4.4	Riskomål ved brug af rentestrukturen	82
4.5	Nøglerentevarighed (Delta-vektorer)	83
4.6	Afrunding	88
II	Realkredit	89
5	Dansk Realkredit	91
5.1	Introduktion	91
5.2	Realkreditsystemet	92
5.2.1	Instituttets struktur og balance	94
5.2.2	Match-funding princippet og udstedelse af obligationsserier	95
5.3	Lovgivning og regulering	96
5.3.1	Tilsynsdiamanten for realkreditinstitutter	97
5.3.2	Obligationstyper og covered bond-lovgivning	98
5.4	Markedet	99
5.4.1	Lange fastforrentede lån	103
5.4.2	Konvertering og genplaceringsrisikoen	105
5.4.3	Variabelt forrentede lån	109
5.4.4	Flekslån	110

5.4.5	Markedsbevægelser kan åbne nye obligationer	114
5.5	Afrunding	115
6	Modellering af Konverteringsadfærd	117
6.1	Konverteringsadfærd	118
6.2	Konverteringsraten	120
6.3	Konverteringsdata	121
6.3.1	Stamdata og ordinære ydelsesrækker	121
6.3.2	Debitorfordelinger (CK92)	123
6.4	Konverteringsmodellen	125
6.4.1	Gevinstkrav-modellen.	126
6.4.2	Mikstur-modellen.	128
6.4.3	Modelspecifikation	130
6.5	Afrunding	134
6.6	Opgaver	134
6.6.1	Udtræk på serieniveau	134
6.6.2	Debitorfordelinger	135
6.6.3	Gain-opgaver	136
6.6.4	Miksturmodellen	136
7	Prisfastsættelse og nøgletal på konverterbare obligationer	139
7.1	Konverteringsrisiko	139
7.2	Markedsbestemmelse af konverteringspræmien	140
7.3	Prisfastsættelse af konverterbare obligationer	142
7.4	Varighed og konveksitet for konverterbare obligationer	143
7.4.1	Varigheden af konverterbare obligationer	143
7.4.2	CPR og pris	148
7.5	Diskonteringskurver: Swapkurven og refinansieringskurven	151
7.5.1	Stød til refinansieringskurven	153
7.6	OAS (Option Adjusted Spread)	155
7.7	Afrunding	157
7.8	Opgaver	158
7.8.1	Prisfastsættelse og nøgletalsberegning	158
III	Performanceevaluering	159
8	Obligationsafkast	161
8.1	Afkastuniverset	161

8.2 Opgørelse af afkastet	163
8.2.1 Holding-Period Return	163
8.2.2 Ændring i horisontværdi ved skift i renteniveau	165
8.3 Fixed Income Performance Attribution (FIPA)	168
8.3.1 Prisfunktion og dekomponering	169
8.4 Hvad tjente investorerne på i 2024?	170
8.5 Afrunding	171
IV Regulering	173
9 Finanskrisens udvikling og eftervirkninger	175
9.1 Perioden op til finanskrisen	175
9.1.1 Udviklingen i den finansielle sektor	176
9.1.2 Hvordan låntagning øger risiko	180
9.2 Krisens udbrud	184
9.3 Eftervirkningerne af finanskrisen	185
9.3.1 Øget regulering	189
9.4 Kan "det" ske igen?	192
9.4.1 Silicon Valley Bank: varigheds- og likviditetsrisiko i praksis	192
9.4.2 Skete "det" så igen?	197
9.5 Afrunding	199
10 Pengeinstitutters risikostyring	201
10.1 Kreditrisiko	201
10.1.1 Systematisk og usystematisk kreditrisiko	203
10.1.2 Probability of Default (PD)	204
10.1.3 Loss Given Default (LGD) og Recovery Rate	205
10.1.4 Exposure at Default (EAD)	206
10.1.5 Worst Case Default Rate (WCDR), forventet tab og uforudset tab	206
10.1.6 Eksterne ratings	208
10.1.7 Kapitalkrav på udlån (standardmetoden)	209
10.2 Likviditetsrisiko	211
10.2.1 Regulering: LCR og NSFR – hvad måles der på?	213
10.2.2 Markedslikviditet: mål og "pris for at komme ud"	215
10.3 Afrunding	215
Bibliography	219

Part I

Renter, obligationer og risiko

Chapter 1

Fundamentet for rentedannelsen

I dette kapitel får vi styr på grundlaget for, hvordan renter dannes. Vi starter med en teoretisk gennemgang af, hvorfor renter overhovedet opstår, og hvordan økonomisk politik påvirker renteniveauet. Herefter ser vi på, hvordan denne teori afspejler sig i praksis, særligt med udgangspunkt i danske forhold.

Renten fungerer grundlæggende som prisen på penge. Når du sætter penge i banken, låner du dem ud til banken, og banken betaler dig renter som kompensation for, at du udsætter dit forbrug. På samme måde betaler du renter, når du låner penge, fordi du får muligheden for at forbruge tidligere end ellers.

Hvis der er få penge i omløb, stiger prisen (renten), og omvendt: Er der mange penge til rådighed, falder renten. Derfor kan renten også ses som en markedspris, der balancerer udbud og efterspørgsel på penge.

Når vi taler om renten, er det dog vigtigt at præcisere, hvilken type rente vi mener. Der findes nemlig mange forskellige rentebegreber, som vi nu gennemgår én for én.

1.1 Vigtige rentebegreber

Når penge lånes ud eller spares op, skal långivere kompenseres for to ting: For det første for, at de udsætter deres forbrug, og for det andet for eventuelle prisstigninger (inflation).

Realrenten kompenserer netop for den nytte, man går glip af ved at udsætte sit forbrug. Lad os tage et konkret eksempel: En person har 5.000 kr., som kan bruges på en cykel i dag. Hvis personen vælger at vente et år med købet, skal renten kompensere for, at cyklen ikke kan bruges det første år. Hvis renten er 2

$$5.000 \times (1,02) = 5.100 \text{ kr.} \quad (1.1)$$

De ekstra 100 kr. er kompensation for at vente et år.

Definition 1.1: *Realrente*

Realrenten er renten, der kompenserer forbrugeren for den nytte, der mistes ved at udsætte sit forbrug.

Men der skal også tages hensyn til, at priser generelt kan stige, så pengenes købekraft falder. Cyklen kan nemlig stige i pris, hvis inflationen i samfundet er steget. Forbruger taber både nytte ved at udskyde sit forbrug igennem udskudt tid samt prisstigninger. **Den nominelle rente** inkluderer både realrenten og en kompensation for forventet inflation.

Definition 1.2: *Nominel rente*

Den nominelle rente er renten, der kompenserer forbrugeren både for at udsætte forbruget og for prisstigninger.

Når vi i hverdagen taler om rente, er det som regel den nominelle rente, vi tænker på.

Ud over forskellen mellem real- og nominelle renter, er det vigtigt at forstå, at renten også varierer med løbetiden på lån. **Rentestrukturen** viser sammenhængen mellem renteniveauet og løbetiden på forskellige lån. Renten på et lån med kort løbetid er typisk lavere end renten på et lån med lang løbetid.

Eksempelvis har en 30-årig statsobligation som regel en højere rente end en 2-årig, fordi långiver påtager sig større risiko og usikkerhed over den længere løbetid. Et andet eksempel er en fastrentekonto i banken: Her kan du binde dine penge i 3-12 måneder og blive kompenseret med en højere rente, end hvis beløbet stod på en almindelig indlånskonto. Rationalet kan betragtes fra flere vinkler: Du skal have en højere realrente som kompensation for både det udskudte forbrug og den risiko, du påtager dig ved at binde pengene hos banken (som i teorien kan gå konkurs, om end det er usandsynligt).

Det er derfor ikke tilstrækkeligt at snakke om en rente på eksempelvis 4%. Fordi, er det renten 1 år ud i fremtiden? Er det om 6 måneder? Eller er det om 30 år? Vi skal altid tænke over sammenhængen mellem renteniveauet og løbetiden på de forskellige fordringer. Derfor skal man altid angive både rente og løbetid, ellers sammenligner vi æbler og pærer.

Definition 1.3: Rentestruktur

Rentestrukturen angiver sammenhængen mellem renteniveauet og løbetiden på lån.

På grund af rentestrukturen vigtighed, vil den blive uddybet i sit eget selvstændige afsnit senere.

Når vi taler om lån og handler med obligationer, støder vi på to centrale begreber: Den pålydende rente og den effektive rente. Den **pålydende rente** er renten, der officielt står angivet på lånet eller obligationen. Det kan eksempelvis være en 30-årig statsobligation til 5% i kuponrente eller et banklån med pålydende rente 8.75%. Mere vigtigere er nok den **effektive rente**, hvilket er den rent man faktisk betaler, og den effektive rente vil oftest være højere (eller direkte lig med) den pålydende rente. Det skyldes, at enten banklånet og eller obligationen kan tilskrive renter flere gange årligt (helårligt, halvårligt, kvartalsvis eller månedligt), hvor man kommer til at betale (eller få betalt) renten af de foregående rentetilskrivninger. Den effektive rente tager derfor højde for rentes rente-effekten.

Billedet er dog lidt mere mudret, når det gælder obligationer, fordi der skal foretages et par modifikationer. Det ses ofte, at obligationer handles til en kurs, som ikke er *pari* (kurs 100), mens et banklån altid udbetales til den pålydende værdi, dvs. kurs 100.

Antag en Kuponrente på (fx 6%). Den beregnes altid af den pålydende hovedstol – uanset hvad obligationen kostede dig. Betaler du mindre end kurs 100, får du den samme kronekupon for færre investerede kroner, og forrentningen stiger; betaler du mere end kurs 100, falder forrentningen tilsvarende:

$$\text{Direkte rente} = \frac{\text{Kuponrente}}{\text{Købekurs}} \times 100\%.$$

Eksempel 1: køb til kurs 80

$$\frac{6}{80} = 7,50\%.$$

Eksempel 2: køb til kurs 109

$$\frac{6}{109} = 5,50\%.$$

Denne brøk kaldes den **direkte rente**. Købes obligationen til kurs 80, er den potentielle kursgevinst $100 - 80 = 20$ kurspoint, mens et køb til kurs 109 medfører et potentielt kurstab på $109 - 100 = 9$ kurspoint. Lægges kursgevinsten (eller

-tabet) til den direkte rente *og* der tages højde for rentes-rente-effekten på alle betalinger, fås den **effektive rente**, som er et fuldt mål for afkastet pr. år, når både kuponer, kursændring og renters rente medregnes.

Vi vil dedikere en stor del af vores tid på obligationer, så bare rolig, hvis man ikke føler sig særlig fortrolig ved ovenstående lingo.

Definition 1.4: *Den pålydende, direkte og effektive rente*

Pålydende rente: Den rente, der officielt står angivet på lånet eller obligationen. **Direkte rente:** Renten beregnet ud fra obligationens pris (kursværdi).

Effektiv rente: Renten inklusiv rente-på-rente effekten og eventuelle kursgevinster eller -tab

1.2 Rentedannelsen på kredit- og lånemarkedet

Renten fastsættes på et marked, hvor alle økonomiens låntagere og långivere mødes. Tænk først på et helt enkelt lån: du låner \$1 000 i banken i dag og lover at betale beløbet tilbage om ét år. Kontrakten angiver altså (i) det lånte beløb, (ii) tidspunktet for tilbagebetaling og (iii) det beløb, der skal tilbagebetales. Jo større den fremtidige betaling er, desto mere fristende er aftalen for banken, men desto dyrere er den for dig. Hvis mange banker konkurrerer om at udbyde lån, mens mange husholdninger konkurrerer om at optage lån, vil konkurrencen presse renten ned til et ligevægtsniveau, hvor udbud og efterspørgsel er lige store.

I makroøkonomien ser vi på det samlede kreditmarked snarere end på det enkelte lån. På markedets *udbudsside* står den private opsparing hos husholdninger og virksomheder, eventuelle offentlige budgetoverskud samt kapitalindstrømning fra udlandet. En højere *realrente* giver alle tre grupper større tilskyndelse til at stille midler til rådighed, så udbudskurven hælder opad. På *efterspørgselssiden* finder vi de samme husholdninger og virksomheder, når de skal finansiere boligkøb, varige forbrugsgoder og investeringer, suppleret af staten, når den løber underskud, og af udlandet i perioder med kapitaludstrømning. Fordi en høj rente gør lån dyrere, hælder efterspørgselskurven nedad.

Figur 1.1 illustrerer mekanismen: den lodrette akse viser realrenten r , mens den vandrette akse måler den samlede mængde lån L . Skæringspunktet angiver ligevægtsrenten r^* . Ligger renten over r^* , overstiger udbuddet efterspørgslen, og

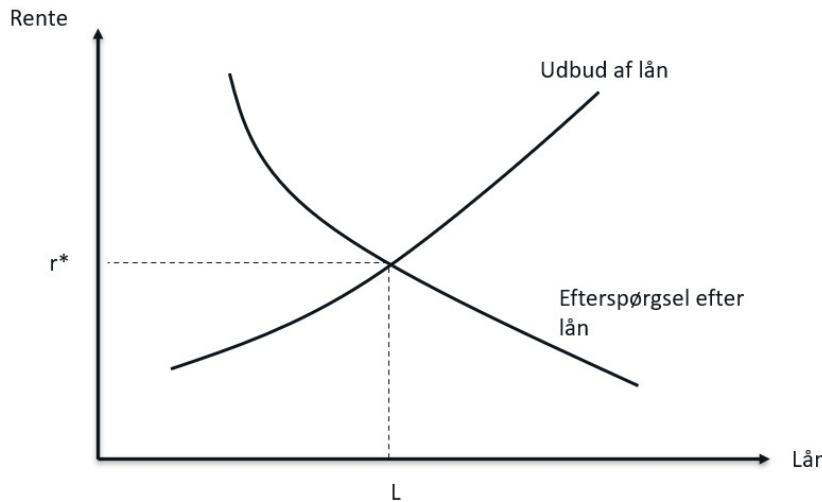


Figure 1.1: Rentens dannelses som ligevægt mellem udbud og efterspørgsel på kreditmarkedet.

konkurrencen långiverne imellem presser renten ned. Ligger renten under r^* , vil låntagerne byde hinanden op, indtil balancen atter er nået. Først ved r^* er både långivere og låntagere tilfredse med deres dispositioner.

Det er altså justeringen af realrenten, der sikrer, at de finansielle pengestrømme i den cirkulære indkomstmodel går op: den samlede opsparing (tilførsel af likviditet) bliver nøjagtigt lige så stor som den samlede låntagning (efterspørgsel efter likviditet). Når realrenten stiger, øges opsparingen, mens investeringer og forbrugskøb på kredit dæmpes; falder renten, sker det modsatte. Dermed fungerer renten som markedets egen prisme: den afbalancerer umiddelbart spare- og lønemotiverne i hele økonomien.

Definition 1.5: *Ligevægtsrenten r^**

Ligevægtsrenten r^* bestemmes som den rente, der sikrer ligevægten mellem efterspørgslen efter lån og udbuddet af lån.

1.3 Inflationens betydning for renten

Inflation spiller en afgørende rolle for rentedannelsen, fordi den bestemmer, hvor meget købekraft penge reelt vinder eller taber over tid. Den *nominelle* rente er den, vi møder i bankaftaler og obligationskontrakter; det er den hastighed, hvormed et

pengebeløb vokser i kroner og øre. Men købekraften afhænger af prisudviklingen, og derfor interesserer investorer, långivere og låntagere sig også for den *reelle* rente, der renser den nominelle rente for forventet inflation.

Fra nominelle til reale renter. Sammenhængen skrives

$$1 + r = \frac{1 + R}{1 + \pi}, \quad (1.2)$$

hvor R er den nominelle rente, π den forventede inflation, og r er realrenten. Ved omformning fås

$$r = \frac{R - \pi}{1 + \pi} \approx R - \pi, \quad (1.3)$$

hvor den sidste lighed er en god tilnærmelse ved moderate inflationsrater. Eksempelvis giver $R = 0,3\%$ og $\pi = 3,0\%$ en realrente på ca. $-2,7\%$, mens $R = 0,1\%$ og $\pi = -0,05\%$ medfører en positiv realrente på omtrent $0,15\%$.

Fisher-relationen. Irving Fisher viste, at den lange sammenhæng mellem inflation, realrente og nominel rente er

$$(1 + R) = (1 + r)(1 + \pi), \quad (1.4)$$

hvilket kan udvides til den *præcise Fisher ligning*

$$R = r + \pi + r\pi. \quad (1.5)$$

Når rente- og inflationsniveauet ($r\pi$) er relativt lavt, bruger man den lineære (approksimative) form

$$R \approx r + \pi, \quad (1.6)$$

så en stigning på ... så en stigning på 1 %-point i forventet inflation løfter den nominelle rente omtrent én-til-én på lang sigt (*Fisher-effekten*).

Vi kan anskue det som følger: En høj nominel rente på enten et bankindskud eller statsobligation kan blot afspejle høje inflationsforventninger, og behøver nødvendigvis ikke signalere, at realrenten på denne placering/instrument forventes at være høj.

Kortvarige afvigelser. På kort sigt reagerer nominelle renter ikke altid fuldt på nye inflationsforventninger. Uventet inflation kan midlertidigt reducere realrenten, fordi kontrakter først justeres, når banker og investorer har indarbejdet den nye

information. Desuden kan låntagere og långivere tilpasse sig i forskelligt tempo, så ligevægtsrenten ændres mindre end inflationen.

Grafisk illustration. Figur 1.2 illustrerer, hvordan en forventet inflation på $\pi = 3\%$ forskyder både låneefterspørgslen (mod højre) og låneudbuddet (mod venstre). Den nye ligevægt ligger ved en nominell rente på $R = 5\% = 2\% + 3\%$, mens realrenten forbliver $r = 2\%$. Dermed er inflationen fuldt overvæltet i den nominelle rente, som Fisher forudsiger.

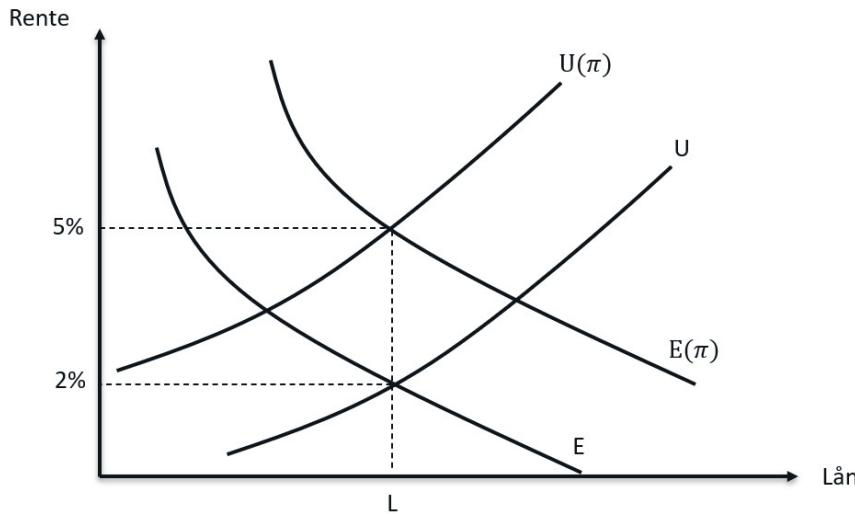


Figure 1.2: Inflationens overvæltning på den nominelle rente. Uden inflation skærer efterspørgslen E og udbuddet U hinanden ved $R = 2\%$. Forventes $\pi = 3\%$, flytter efterspørgslen til $E(\pi)$ og udbuddet til $U(\pi)$; ny ligevægt opstår ved $R = 5\%$.

Åben økonomi. I en lille åben økonomi som Danmarks bestemmes renten også af verdensmarkedet. Hvis R_{DK} og π_{DK} er danske satser, mens R_w og π_w er internationale, gælder approksimativt

$$R_{DK} = R_w + (\pi_{DK} - \pi_w), \quad (1.7)$$

så dansk nominelle rente følger både de globale renter og inflationsforskellen til udlandet. For en uændret inflation i ind- og udlandet, vil en rentestigning i verdensrenten påvirke den danske rente én-til-én. Ligeledes vil en stigning i inflationsforskellen ($\pi_{DK} - \pi_w$), givet en uændret verdensrente R_w , resultere i en højere dansk rentesats R_w . Empirisk har man fundet, at rentedannelsen i Danmark har været påvirket meget af den tyske rente (se den som verdensrenten i denne sammenhæng).

Definition 1.6: Fisher-ligningen

I følge ligningen er der to åsager til, at den nominelle rente ændrer sig: Enten ved at realrenten ændrer sig, eller inflationen ændrer sig. Der er desuden et én-til-én forhold mellem inflationstaksten og den nominelle rente.

1.4 Pengepolitik og rentedannelse

Efter at have gennemgået, hvordan markedskræfter og inflation danner renterne, mangler vi én central aktør: Nationalbanken. Pengepolitikken er det redskab, der *hurtigst* kan påvirke renteniveauet, fordi den direkte ændrer likviditeten i økonomien.

Likviditetseffekten på kort sigt. Figur 1.3 illustrerer mekanismen. Udgangspunktet er efterspørgslen efter penge E og en initial pengemængde U_1 , der skærer hinanden ved en nominel rente R_1 . Hvis Nationalbanken ønsker at *sænke* renten, køber den obligationer i det åbne marked og betaler med nyudstedte kroner. Herved øges den udbudte pengemængde til U_2 , og ligevægtsrenten falder øjeblikkeligt til R_2 . Denne umiddelbare reaktion kaldes *likviditetseffekten*: flere penge i omløb presser prisen på likviditet (renten) ned.

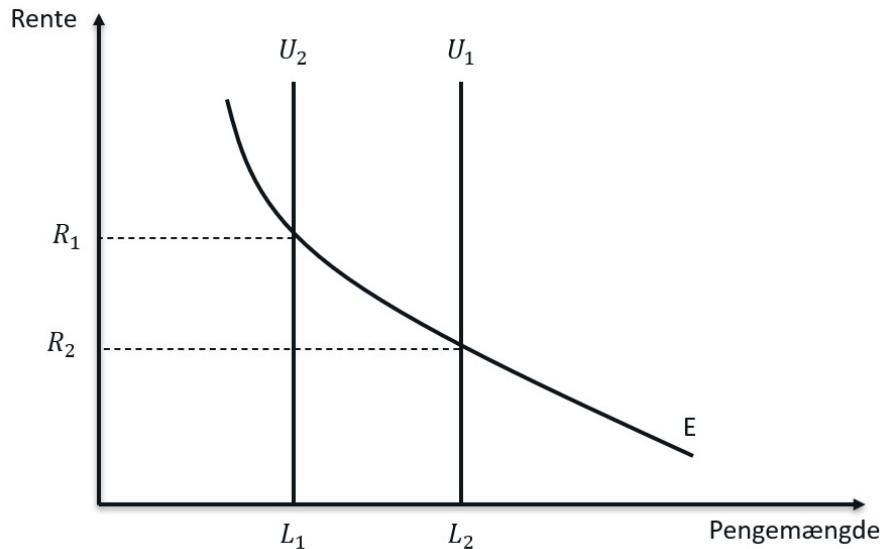


Figure 1.3: Pengepolitik, pengemængde og kortsigtet rente. Nationalbankens obligationskøb øger pengemængden fra U_1 til U_2 og sænker renten fra R_1 til R_2 .

Indkomsteffekten på mellemlangt sigt. Den lavere rente gør det billigere at finansiere investeringer, og forbrugerne får flere penge mellem hænderne. Begge dele øger den samlede efterspørgsel, hvilket skubber produktion og beskæftigelse opad. Den realøkonomiske fremgang kaldes *indkomsteffekten* og slår igennem over kvartaler snarere end dage.

Langsigtet neutralitet. Når den højere aktivitet driver priser og lønninger op, vender realrenten tilbage mod sit oprindelige niveau: så en stigning på 1 pct-point vedvarende udvidelse af pengemængden giver i sidste ende en tilsvarende stigning i både inflation og nominel rente, præcis som Fisher (1.6) kræver. Realøkonomiske størrelser-realrente, produktion og realindkomst-er dermed *neutrale* på lang sigt.

Kvantitetsteorien som forankring. Sammenhængen kan formaliseres ved pengemængdeligningen

$$M \cdot H = P \cdot Q, \quad (1.8)$$

hvor M er pengemængden, H pengeomløbshastigheden, P prisniveauet og Q real produktion. Logaritmerer vi (små bogstaver) og differentierer, fås

$$m + h = p + q, \quad (1.9)$$

$$\Delta m = \Delta p + \Delta q \quad (1.10)$$

hvor Δ angiver procentrater. Antager vi, at omløbshastigheden h og den langsigtede vækst i real produktion q er omrent konstante, dvs. $\Delta q = 0$, giver (1.10) én-til-én pass-through fra pengeomfangen til inflationen. Kombineres dette resultat med Fisher- relationen, fås samme én-til-én-forhold til de nominelle renter.

Konklusionen er, at pengepolitik er et kraftfuldt værktøj til at påvirke den nominelle rente på kort sigt og dermed stabilisere konjunkturerne. På lang sigt bestemmes rentens *reelle* niveau derimod af opsparing, investeringer og produktivitetsvækst-de fundamentale kræfter, vi gennemgik i kapitel 1.2.

1.5 Institutionelle forhold for rentedannelsen i Danmark

Indtil nu har fokus været på de *markedsmaessige* mekanismer bag rentedannelsen. I Danmark påvirkes renteniveauet imidlertid også af tre institutionelle aktører:

Definition 1.7: *Kvantitetsteorien*

På kortsigt kan centralbanken øge pengemængden og tilføre ekstra likviditet på kreditmarkedet, som heraf mindsker ligevægtrenten. Men på længere sigt vil det skabe en indkomsteffekt og større efterspørgsel, som medfører højere inflation. Realrenten på lang sigt vil derfor være uændret, selvom pengemængden er blevet højere.

Nationalbanken, staten og udlandet. Tilsammen sætter de rammerne for, hvor de korte og lange renter kan bevæge sig.

1. Nationalbanken

Nationalbanken er nøglespiller, fordi den fastlægger den danske pengepolitik. Siden 1982 har Danmark ført *fastkurspolitik* over for euroen, hvilket betyder, at kronens kurs holdes inden for en snæver margin. Et stabilt valutakryds er Nationalbankens første prioritet – lav og stabil inflation kommer som et afledt mål, idet en troværdig fastkurs kræver, at inflationen ikke afviger for meget fra euroområdet.

Instrumenterne.

- *Foliorenten* (dag-til-dag indlånsrente) sætter gulvet for bankernes kortfristede placeringsrente.
- *Udlånsrenten* (typisk 14 dage) bestemmer loftet for, hvad bankerne betaler for likviditetslån mod sikkerhed.
- *Indskudsbeviser* og *open-market-operations (OMO)* – køb og salg af statsgældsbeviser (løbetid ≤ 2 år) – justerer likviditeten og forankrer de helt korte pengemarkedsrenter.

Ved at absorbere eller tilføre likviditet kan Nationalbanken flytte den korte rente stort set fra dag til dag. Da cirka 26 % af de omløbende obligationer (ult. 2004) var statspapirer, har banken også betydelig indflydelse på obligationsrenten og fungerer oftest som *market-maker*: de private aktører følger som hovedregel den kurs, Nationalbanken signalerer.

Likviditets- og rentestruktur-styring. Skal den korte rente hæves, kan banken sælge korte statspapirer og trække kontanter ud – omvendt ved rentenedsættelser. Ønsker man samtidig at lune boligefterspørgslen, kan man kombinere et *renteskub* i den korte ende med køb af lange obligationer. Resultatet ses i Figur 1.4: den korte rente stiger, mens den lange falder, så rentekurven *inverteres*.

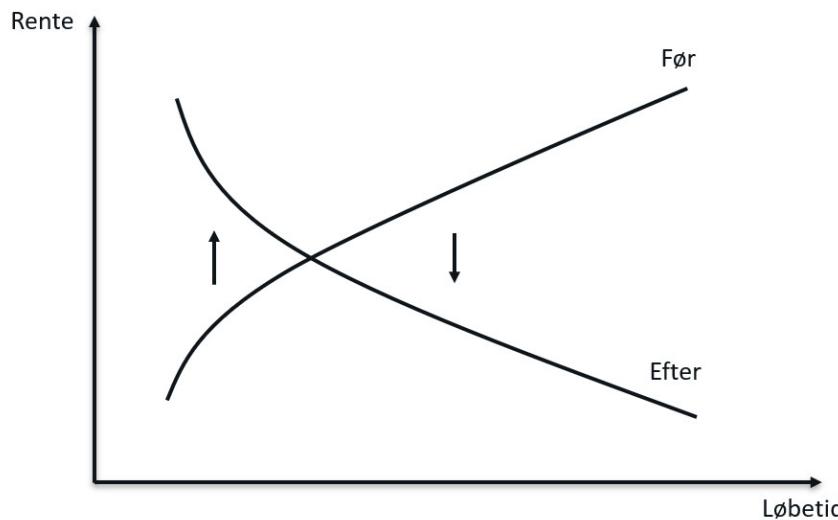


Figure 1.4: Pengepolitisk “invertering” af rentestrukturen.

Endelig har Nationalbanken et strategisk hensyn til *valutareserven*, som skal virke som buffer mod spekulation. Der er dermed et behov for at beskytte reservens størrelse, fordi det kan agere som en støddæmper for, hvor højt man sætter den danske renter over euro-rentens niveau.

Eksempelvis, hvis efterspørgslen efter danske kroner svækkes, så presses fastkurspolitikken overfor euroen. Et konkret eksempel på dette har ikke været prominent i dansk økonomi, men vi kan forestille os et scenarie inspireret af begivenhederne i foråret 2020. I løbet af 2020’s COVID-19-pandemi oplevede mange investorer stor usikkerhed og solgte deres aktiver i lande som Danmark for at flytte kapital til ”sikre havne” såsom USA og Schweiz. Dette skabte et stort udbud af danske kroner, hvilket lagde nedadgående pres på forventet valutakurs mellem kronen og euroen. Som reaktion på dette øgede Danmarks Nationalbank styringsrenten(foliorenten) relativ til den europæiske, for at gøre investering i danske finansielle produkter mere attraktivt, og dermed øge efterspørgslen efter kronen. En forhøjelse af renten kunne dog også dæmpe investeringslysten og potentielt forårsage en recession, hvis rentestigningen er betydelig. En anden strategi være at anvende udenlandske valutareserver til at købe danske kroner, hvilket ville øge efterspørgslen efter kronen. Dette har dog en begrænsning, da udenlandske reserver ikke er ubegrænsede.

2. Staten

Statsfinanserne påvirker renten via *udstedelse af statsgæld*. I årene før midten af 1990'erne finansierede Danmark store underskud med nye obligationer, hvilket skubbede renterne op. Omvendt har de markante overskud på finanslov og betalingsbalance siden 1997 bidraget til historisk lave renter.

- *Direkte effekt* – flere statspapirer til salg presser obligationskurserne ned og løfter de lange renter.
- *Indirekte effekt* – store statslige ind- og udbetalinger påvirker den daglige likviditet i banksystemet og dermed de korte renter.

Per ultimo 2004 udgjorde bruttostatsgælden ca. DKK 689 mia. Tal som disse opdateres naturligvis løbende, men de illustrerer statens tyngde i det danske kapitalmarked.

3. Udlandet

Kapitalen er mobil, og investorer sammenligner afkast på tværs af lande. Rentespændet mellem Danmark og euroområdet er derfor centralt.

Kort ende. Under fastkurspolitikken følger den *korte* danske rente euro-renten næsten slavisk, blot med et lille risikospænd som kompensation for mulig kronedevaluering (opgivelse af fastkursen).

Lange renter. Også de *lange* renter påvirkes: udenlandske investorer ejer en betydelig andel af danske statspapirer (jf. de fornævnte 26 % i 2004). Højere internationale renter tvinger derfor de danske obligationsrenter op for at fastholde udenlandsk kapital.

Risikopræmier. Rentespændet har varieret over tid afhængigt af EMS-aftalen, eurosamarbejdet og investorernes vurdering af dansk økonomi. En positiv præmie er nødvendig for at kompensere for valutarisiko og eventuelle likviditetsforskelle mellem de nationale markeders statspapirer.

Eksempelvis i 2015 så vi, at en række investorer formåede at presse Schweiz til at opgive deres fastkurspolitik over for euroen, hvilket førte til en kraftig revaluering på 20% (stigning i valutakurs overfor euroen). Hvis man havde gæld i

schweizerfranc, stod en investor lige pludselig med en højere gæld på 20%! Derfor vil man have en kompensation igennem et lille risikospænd. Man kan derfor i praksis udvidde ligning 1.7 med et risikospænd, kald det x :

$$R_{DK} = R_w + (\pi_{DK} - \pi_w) + x \quad (1.11)$$

1.6 Renten og investeringer

En central konsekvens af rentedannelsen er dens betydning for værdiansættelsen af fremtidige pengestrømme. Dette gælder både realøkonomiske investeringsprojekter og finansielle aktiver som aktier og obligationer. Renten anvendes som diskonteringsfaktor i nutidsværdiberegninger, og selv små ændringer i renten kan derfor få stor betydning for prisen på et aktiv.

Lad os tage et konkret eksempel. En virksomhed overvejer et projekt med en investering på 10 mio. kr. og en forventet årlig tilbagebetaling på 3 mio. kr. over fire år. Nettonutidsværdien (NPV) afhænger afgørende af det anvendte renteniveau:

$$NPV_{5\%} = -10 + \frac{3}{1.05} + \frac{3}{1.05^2} + \frac{3}{1.05^3} + \frac{3}{1.05^4} = 0,64 \text{ mio. kr.}$$

$$NPV_{9\%} = -10 + \frac{3}{1.09} + \frac{3}{1.09^2} + \frac{3}{1.09^3} + \frac{3}{1.09^4} = -0,28 \text{ mio. kr.}$$

Ved 5% er projektet rentabelt, mens det ved 9% ikke er det. Dette illustrerer, hvordan et højere renteniveau – alt andet lige – sænker nutidsværdien af fremtidige betalingsstrømme og dermed hæmmer investeringslysten.

Men konsekvensen rækker langt videre end den enkelte virksomheds projekter. Samme logik gælder for prissætningen af obligationer, aktier og andre finansielle aktiver. Når renten falder, stiger nutidsværdien af fremtidige indtjeninger og betalinger – og dermed stiger aktivernes værdi. Omvendt fører stigende renter til lavere værdier. Rentedannelsen er derfor en afgørende mekanisme i hele det finansielle systems værdiansættelse.

Af denne grund anvender centralbanker renten som et aktivt instrument til at påvirke den makroøkonomiske udvikling. Under lavkonjunkturer – som eksempelvis finanskrisen i 2008 – sænkes styringsrenten med det formål at stimulere investeringer, kreditgivning og aktivpriser og derved understøtte den økonomiske aktivitet. Renten er dermed ikke blot en pris på penge, men en nøglevariabel for det samlede økonomiske kredsløb.

1.7 Sammenligning af rentesatser og debitorrenten

Rentesatser opgives ofte som *pro anno*-renter (per år renter), men med forskellig antal tilskrivninger pr. år. For at sammenligne rentesatser korrekt skal de bringes på *samme tilskrivningsfrekvens* (eller omregnes til én fælles standard, fx den effektive årlige rente).

Generel omregning mellem frekvenser. Lad r_m være en *nominel* årlig rente, hvor renten tilskrives m gange årligt, og lad r_n være den tilsvarende nominelle rente med n tilskrivninger. To placeringer er ækvivalente, hvis de giver samme årlige vækstfaktor:

$$\left(1 + \frac{r_n}{n}\right)^n = \left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^m. \quad (1.12)$$

Heraf fås omregningsformlen

$$r_n = n \left[\left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^{m/n} - 1 \right]. \quad (1.13)$$

Debitorrenten (effektiv årlig rente). Sætter vi $n = 1$ i (1.13), fås den *effektive* årlige rente (debitorrenten) for en nominel rente r_m med m tilskrivninger:

$$\text{Debitorrente} = \left(1 + \frac{r_m}{m}\right)^m - 1. \quad (1.14)$$

Debitorrenten er altid større end eller lig med den nominelle rente, når $m \geq 1$, fordi rente-på-rente-effekten indregnes ved flere årlige tilskrivninger.

Debitorrenten bruges ikke til at *definere* lånevilkår (det gør den nominelle rente), men den er det rette mål til *sammenligning* af lån med forskellige terminer og løbetider, da den udtrykker den samlede årlige omkostning inkl. rente-på-rente-effekten.

Eksempel: Beregning af debitorrenten

Et lån har en nominel rente på 24 % med månedlig tilskrivning ($m = 12$). Rente pr. termin er $24\% / 12 = 2\%$. Debitorrenten bliver:

$$\begin{aligned} \text{Debitorrente} &= \underbrace{(1 + 2\%) \cdot (1 + 2\%) \cdots (1 + 2\%)}_{12 \text{ gange}} - 1 \\ &= (1 + 0,02)^{12} - 1 \approx 26,82\%. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Selv om den nominelle rente er 24 %, er den effektive årlige omkostning altså ca. 26,82 % pga. rente-på-rente.

Eksempel: Fra debitorrente til nominel rente

Kendes debitorrenten og antallet af terminer, kan den nominelle rente findes ved at isolere r_m i (1.14):

$$1 + \frac{r_m}{m} = (1 + \text{Debitorrente})^{1/m} \Rightarrow r_m = m \left[(1 + \text{Debitorrente})^{1/m} - 1 \right]. \quad (1.16)$$

For en debitorrente på 26,82 % med $m = 12$ fås:

$$r_{12} = 12 \left[(1 + 0,2682)^{1/12} - 1 \right] \approx 12 \cdot 0,02 = 24\%.$$

Eksempel: Omregning mellem terminer

Antag, at vi har en nominel rente på 6,00% p.a. med halvårlig tilskrivning ($m = 2$). Den tilsvarende effektive årlige rente (debitorrente) kan findes som:

$$\left(1 + \frac{0,06}{2}\right)^2 - 1 = 0,0609 \text{ eller } 6,09\% \text{ p.a. med årlig tilskrivning.}$$

Den effektive årlige rente på 6,09% kan derefter omregnes til en kvartalsvis nominel rente ($m = 4$). Vi finder først den kvartalsvise vækstrate:

$$(1 + 0,0609)^{1/4} - 1 = 0,0149 \text{ eller } 1,49\% \text{ pr. kvartal.}$$

Omsat til en nominel rente med kvartalsvis tilskrivning bliver det:

$$r_4 = 0,0149 \cdot 4 = 0,0596 \text{ eller } 5,96\% \text{ p.a. med kvartalsvis tilskrivning.}$$

Eksemplet viser, hvordan man kan bevæge sig fra en nominel rente med én tilskrivningsfrekvens til en anden, ved først at finde den effektive årlige rente og derefter omregne tilbage til ønsket frekvens.

Praktisk brug. Når rentesatser skal sammenlignes på tværs af produkter:

- Omregn alle satser til *samme tilskrivningsfrekvens* med (1.13), eller
- omregn alle satser til *debitorrenten* med (1.14).

Dermed sikres et retvisende og fair sammenligningsgrundlag på tværs af forskellige terminer og løbetider.

1.8 Afrunding

Temaet for kapitlet har været fundamentet for rentedannelsen, der er blevet forklaret med udgangspunkt i både en teoretisk og en praktisk indgangsvinkel. Først blev centrale rentebegreber gennemgået, hvor realrenten blev beskrevet som kompenstation for udskudt forbrug, mens den nominelle rente inkluderer kompenstation for både udskudt forbrug og forventet inflation. Fisher-ligningen blev præsenteret som det fundamentale forhold, der forbinder realrenten, den nominelle rente og inflationen.

Herefter blev kreditmarkedet behandlet, hvor det blev illustreret, hvordan renten bestemmes gennem ligevægt mellem udbud af opsparing og efterspørgsel efter låن. Inflationen blev identificeret som en afgørende faktor for udviklingen i den nominelle rente, hvor det blev understreget, at en ændring i inflationsforventninger typisk fører til en tilsvarende justering af renteniveauet.

Rentedannelsens betydning blev desuden koblet til investeringer og finansielle markeder. Da renten anvendes som diskonteringsfaktor i alle nutidsværdiberegninger, har ændringer i renteniveauet direkte effekt på prissætningen af både realøkonomiske projekter og finansielle aktiver som obligationer og aktier. Renten fungerer således som en nøglefaktor i hele det finansielle systems værdiansættelse. Pengepolitikken, der har stor gennemslagskraft på renten på kort sigt, spiller derfor en afgørende rolle i at stabilisere den økonomiske aktivitet.

Endelig blev de institutionelle rammer for rentedannelsen i Danmark gennemgået. Her blev Nationalbankens, statens og udlandets rolle fremhævet – særligt i lyset af fastkurspolitikken, der betyder, at danske renter i høj grad følger euroområdets. Afslutningsvis blev det understreget, at det danske obligationsmarked kan karakteriseres som informationsmæssigt effcient i den svage form.

Chapter 2

Obligationer

I forrige kapitel blev vi introduceret for en hurtig gennemgang af de forskellige rentebegreber, hvordan renten bliver dannet på kreditmarkedet og de institutionelle forhold, der danner rammen for rentedannelsen i Danmark. Den viden skal vi nu tage videre til obligationsmarkedet, som i dette kapitel vil blive introduceret. Herudover skal vi dykke ned i investeringsteorien som en investor benytter sig af, når han skal overveje en obligationsinvestering. At forstå obligationsmarkedet er afgørende for enhver, der interesserer sig for finansiering og investering. Obligationer udgør en grundsten i de finansielle markeder og tjener som et væsentligt redskab for stater, virksomheder, finansielle institutioner og helt almindelige borgere til at rejse kapital. De repræsenterer en kontraktlig aftale mellem udsteder og investor, hvor udstederen forpligter sig til at tilbagebetale det lånte beløb sammen med renter over en bestemt periode. Vi ved, hvor central en rolle renten spiller i en nutidsværdiberegning af en betalingsstrøm, og det vil derfor spille en værdiansættelsen og attraktiviteten af obligationer. Vi vil se, at obligationsmarkedet er tæt forbundet med renteniveauet, og bevægelser i renterne kan have betydelige indvirkninger på obligationspriser og afkast.

Inledningsvis vil vi beskrive de forskellige afdragsprofiler der gør sig gældende for danske obligationer. Hernæst vil de generelle betalingsrækker blive stillet op, og vi vil kigge på diskonteringsfaktorer og nutidsværdiberegninger. Efterfølgende dykkes der ned i praktisk eksempel, hvor vi vil introducere vigtige fagterminer, når der handles med obligationer. Der vil blive givet en kort og indledningsvis gennemgang af den bagvedliggende risici når man handler med obligationer. Til sidst obligationskursen dynamik, og hvordan den bliver påvirket af markedsrenterne.

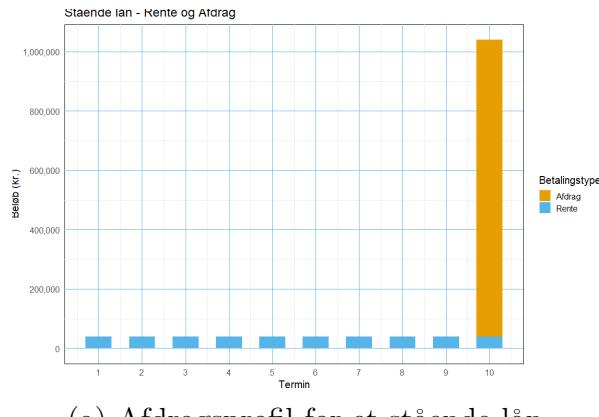
2.1 Obligationstyper

En obligation er kendetegnet ved dens løbetid og kuponrente. Det er også vigtigt at kende til obligationens afviklingsform, hvilket fortæller, hvordan man som låntager tilbagebetaler sin gæld til investoren (vedkommende der har købt obligationen). Dette kaldes også for lånets amortisering, hvilket kan være: Et annuitetslån, hvor ydelsen (afdrag og rente) er konstant. Et serielån, hvor afdragene er konstante, eller et stående lån, hvor rentebetalingerne er konstante. Der findes mange former for obligationer: Fastforrentede, variabelt forrentede, obligationer der er konverterbare, indekserede obligationer, og mange flere. I dette kapitel vil der blive lagt vægt på de fastforrentede uden konverteringsret. Vi vil komme til sidste nævnte i fremtidige kapitler.

Vi vil nu gennemgå, ammortiseringsprofiler og hvad hhv. en nulkuponobligation og en kuponbærende obligation er, hvilke egenskaber de har, og hvordan de prisfastsættes.

2.1.1 Stående lån

De fleste statsobligationer er konstrueret som stående lån. Dette indebærer, at investorer modtager periodiske rentebetalinger, mens hovedstolen først tilbagebetales fuldt ud ved lånets udløb. Lånet er illustreret i figur 2.1a og betalingsrækken 2.1b. Betalingsrækken illustrerer, at det fulde nominelle beløb på 1.000.000 afdrages i den sidste termin, dvs. ydelsen i de foregående terminer består udelukkende af rentebetalingen.



Termin	Restgæld	Afdrag	Rente	Ydelse
1	1.000.000	0 00	40.000	40.000
2	1.000.000	0 00	40.000	40.000
3	1.000.000	0 00	40.000	40.000
4	1.000.000	0 00	40.000	40.000
5	1.000.000	0 00	40.000	40.000
6	1.000.000	0 00	40.000	40.000
7	1.000.000	0 00	40.000	40.000
8	1.000.000	0 00	40.000	40.000
9	1.000.000	0 00	40.000	40.000
10	1.000.000	1.000.000	40.000	1.040.000

(b) Betalingsrække for 4% stående lån over 10 år

Figure 2.1: (a) Stående låns afdragsprofil og (b) betalingsrække for samme lån.

I løbet af lånets løbetid foretages der således ingen afdrag, og restgælden forbliver uændret gennem hele perioden. På det danske obligationsmarked findes der også realkreditobligationer, som er udformet efter samme model. Siden 1996 har denne låntype desuden været anvendt til finansiering af variabelt forrentede lån (der findes også variabelt forrentede lån med afdrag). I det følgende vil vi undersøge, hvordan renter og afdrag beregnes for et stående lån. Som eksempel anvendes et 10-årigt lån med en rente på 4 procent, hvor rentebetalingen sker én gang årligt på en hovedstol på 1.000.000 kroner.

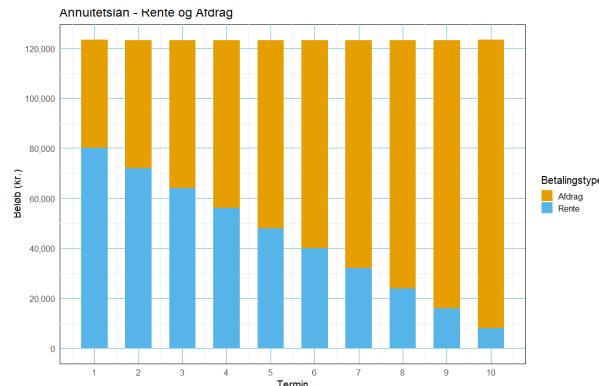
Ved hver termin modtager investoren en rentebetaling svarende til 4 procent af restgælden. Eftersom der ikke foretages afdrag før lånets udløb, udgør rentebetalingen i hver termin 4 procent af hovedstolen på 1.000.000 kr., hvilket resulterer i en årlig rentebetaling på 40.000 kr. Ved lånets udløb tilbagebetales hovedstolen på 1.000.000 kr. sammen med den sidste rentebetaling, hvilket medfører en samlet sidste betaling på 1.040.000 kr.

2.1.2 Annuitetslån

Et annuitetslån er karakteriseret af, at ydelsen er konstant som illustreret i figur og betalingsrækken i figur [2.2a](#) og [2.2b](#). Når der afdrages løbende på lånnet, reduceres restgælden gradvist fra kr. 1.000.000 til kr. 0 i løbet af lånets løbetid. Efterhånden som restgælden falder, mindskes også rentebetalingen, da renten beregnes af den tilbageværende restgæld. Rentebeløbet vil således falde i takt med restgælden, som det fremgår af ovenstående figur. Da ydelsen samtidig forbliver konstant, bliver en større del af den faste betaling anvendt til afdrag på hovedstolen. I en annuitetslånstruktureret betaling består en større del af ydelsen derfor af rente i begyndelsen af lånets løbetid, mens afdragsandelen stiger mod slutningen. En betydelig del af det danske realkreditmarked består af annuitetsobligationer.

2.1.3 Serielån

Den tredje obligationstype, der behandles her, er de såkaldte serielån. Disse er kendetegnet ved, at afdragene er konstante i hver termin, som det fremgår af figur [2.3a](#) og [2.3b](#). For et lån på kr. 1.000.000, som skal tilbagebetales over ti terminer, vil afdraget være fastlagt til kr. 100.000 pr. termin. I et serielån betaler låntager konstant afdrag i hver termin, hvilket medfører, at restgælden reduceres i takt med løbetiden. Dette har den konsekvens, at rentebetalingerne gradvist falder, da renterne beregnes af den tilbageværende restgæld. Ligesom ved annuitetslån modtager investorerne altså en mindre rente i takt med faldende restgæld. Dette



(a) Afdragsprofil for et annuitetslån

Termin	Restgæld	Afdrag	Rente	Ydelse
1	1.000.000	25.734	40.000	65.734
2	974.266	26.763	38.971	65.734
3	947.503	27.833	37.900	65.734
4	919.670	28.946	36.787	65.734
5	890.724	30.106	35.629	65.734
6	860.618	31.314	34.425	65.734
7	829.304	32.573	33.172	65.734
8	796.731	33.886	31.868	65.734
9	762.845	35.256	30.510	65.734
10	727.589	36.685	29.095	65.734

(b) Betalingsrække for 4% annuitetslån over 10 år

Figure 2.2: (a) Annuitetslåns afdragsprofil og (b) betalingsrække for samme låن.

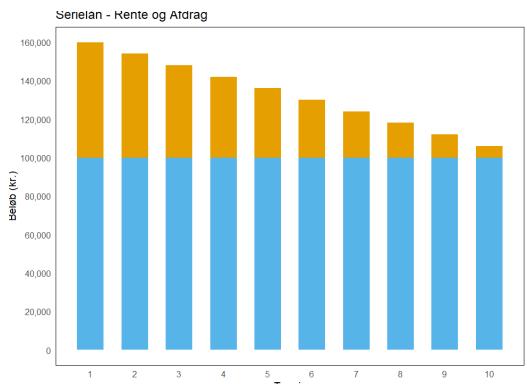
betyder også, at de samlede ydelser, som består af både rente og afdrag, falder i løbet af lånets varighed, hvilket afspejles i ovenstående figur.

Seriellån er sjeldne i Danmark, fordi de har høje ydelser i starten af låneperioden, hvor både renter og afdrag er betydelige. Dette gør dem mindre attraktive end annuitetslån, som fordeler ydelserne mere jævnt over lånets løbetid. Privatlåntagere foretrækker ofte en mere stabil betalingsprofil, hvilket gør annuitetslån og stående lån mere populære. Serielån anvendes mest i erhvervslån eller projekter, hvor konstant afdrag er påkrævet, men på obligationsmarkedet er de mindre fleksible og derfor mindre udbredte.

2.2 Betalingsrækken og nutidsværdi

I det ovenstående har vi taget udgangspunkt i tre eksempler på, hvordan en betalingsrække for et stående lån, et annuitetslån, og et seriellån kan se ud. Lad os nu tage en mere generel beskrivelse af, hvordan betalingsrækken kan anvendes i relation til de investeringsovervejelser, der ligger bag investeringen i obligationer. Generelt kan en betalingsrække illustreres som i den nedenstående figur med vedhængende rente.

Vi har nu illustreret, hvordan vores betalingsstrøm kan vises i ovenstående diagramform. Diagrammet indeholder en tidsakse, hvor hver betaling finder sted



(a) Afdragsprofil for et seriellån

Termin	Restgæld	Afdrag	Rente	Ydelse
1	1.000.000	100.000	40.000	140.000
2	900.000	100.000	36.000	136.000
3	800.000	100.000	32.000	132.000
4	700.000	100.000	28.000	128.000
5	600.000	100.000	24.000	124.000
6	500.000	100.000	20.000	120.000
7	400.000	100.000	16.000	116.000
8	300.000	100.000	12.000	112.000
9	200.000	100.000	8.000	108.000
10	100.000	100.000	4.000	104.000

(b) Betalingsrække for 4% seriellån over 10 år

Figure 2.3: (a) Serielåns afdragsprofil og (b) betalingsrække for samme lån.

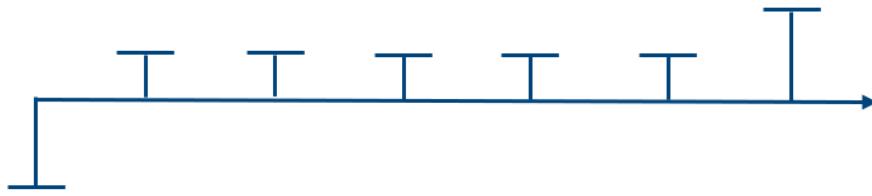


Figure 2.4: Simpel betalingsrække

på et specifikt tidspunkt, indikeret af de vertikale linjer. Højden på den vertikale linje angiver størrelsen af betalingen. I dette tilfælde ligner diagrammet et stående lån.

Men udfordringen indenfor obligationsinvestering er som følger: Hvilken betalingsstrøm er mest attraktiv? Hvor meget er man villig til at betale for at eje en given betalingsstrøm? Givet et hav af forskellige betalingsstrømme, hvilken bør man så vælge? Det viser sig, at betalingsstrømmen allerede indeholder svaret; det er blot gemt væk i det, vi kalder for den *effektive rente*. Investeringens afkast kan nemlig udtrykkes ved denne effektive rente, som kan beregnes ud fra betalingsrækken.

For at besvare dette spørgsmål, er vi nødt til at introducere ideen om nutidsværdien af penge. Tanken bag nutidsværdien er, at penge vi har i dag, er mere værdifulde end penge, vi får i fremtiden, fordi vi kan investere dem og dermed opnå renter. Lad os kigge på to eksempler:

1. Du har mulighed for at få 110 kr. om 1 år, eller

2. Du kan få 100 kr. nu og sætte dem i banken til en rente på 10%.

Efter 1 år vil du i begge tilfælde ende med 110 kr. Dette betyder, at 110 kr. om 1 år faktisk har samme værdi som 100 kr. i dag, når renten er 10%. Vi siger derfor, at nutidsværdien af 110 kr. om 1 år er 100 kr. Generelt kan vi sige, at 1 kr. vi modtager om 1 år har en nutidsværdi på $\frac{1}{1+r}$, hvor r er renten.

Denne tankegang kan også anvendes, når vi taler om fremtidige forpligtelser, som for eksempel tilbagebetaling af gæld. Lad os sige, at du skal betale 100 kr. om 1 år. Dette er en fremtidig udgift. For at finde ud af, hvad denne forpligtelse er værd i dag, skal vi finde ud af, hvor meget vi skulle indsætte på en bankkonto i dag for at have præcis 100 kr. om 1 år.

Hvis renten er r , vil det kræve, at vi indsætter $\frac{100}{1+r}$ kr. i banken nu. Dette beløb vil vokse til præcis 100 kr. efter 1 år på grund af rentetilskrivning. Derfor er nutidsværdien af vores forpligtelse på 100 kr. om 1 år lig med $\frac{100}{1+r}$.

Nutidsværdien hjælper os altså med at forstå, hvad fremtidige beløb er værd i dag, og det gør det nemmere at sammenligne værdien af penge på forskellige tidspunkter.

Processen med at evaluere fremtidige forpligtelser som nutidsværdier kaldes diskontering. Nutidsværdien af et fremtidigt pengebeløb er mindre end det pålydende beløb, og derfor skal den fremtidige værdi diskonteres for at finde nutidsværdien. Faktoren, vi skal bruge til at diskontere den fremtidige værdi, kaldes **diskonteringsfaktoren**. Den 1-årige diskonteringsfaktor er defineret som $d_1 = \frac{1}{1+r}$, hvor r er den 1-årige rente. Hvis vi får et beløb A om 1 år, så er nutidsværdien af dette beløb $d_1 A$.

Det er derfor klart, at nutidsværdien afhænger af den rente, vi kan opnå i banken eller via andre finansieringskilder. Antag en nominelt årlig rente r med rentes-rente m gange pr. år. Lad t være tid i år og $k = m t$ antallet af delperioder. Den korrekte diskonteringsfaktor for en betaling ved tiden t år (eller i den k -te delperiode) er

$$d(t) = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{-mt}. \quad (2.1)$$

Ækvivalent skrevet på delperiode-indeksform:

$$d_k = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^{-k}, \quad k = mt. \quad (2.2)$$

Nutidsværdien af en betaling A modtaget ved t år er derfor

$$PV = A d(t) = \frac{A}{\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{mt}} = A d_k. \quad (2.3)$$

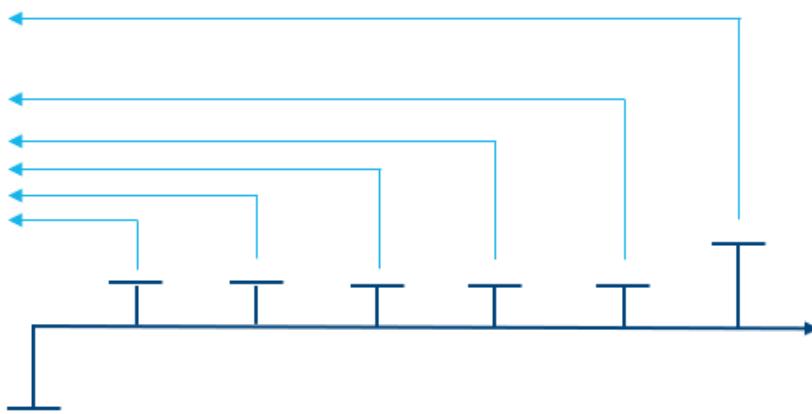


Figure 2.5: Simpel betalingsrække og effektiv rente

Men vi er ikke helt færdige med konceptet omkring den effektive rente. Betragt igen en obligation og dens betalingsrække. Obligationen har flere betalinger i betalingsrækken, og disse betalinger forfalder på forskellige tidspunkter ude i fremtiden. Se dette i figur 2.14. Som investor er vi nødt til at overveje, hvad en obligation og dens betalingsrække er værd i dag. For at vurdere dette må vi omregne hver enkelt af obligationens betalinger til nutidskroner for at gøre dem sammenlignelige. Og netop *her* kommer den effektive rente ind i billedet.

Den effektive rente for en obligation er den gennemsnitlige rente, der gør, at nutidsværdien af alle fremtidige betalinger fra obligationen (kuponbetalinger og tilbagebetaling af hovedstolen) er lig med den pris, du betaler for obligationen i dag. Med andre ord er det den rente, der "balancerer" nutidsværdien af betalingerne med den initiale investering. Den effektive rente er derfor r i diskonteringsformlen i (2.1). Bemærk: Den effektive rente er en *gennemsnitsrente*, så den er ens på tværs af tid.

Og sagt på en anden måde er årsagen til omregningen til nutidskroner, at 100 kr. i dag er mere værd end 100 kr. om et år, hvilket skyldes produktivitetsstigninger samt inflation i samfundet. Disse forhold kompenserer renten for, og netop derfor anvendes renten til at bestemme nutidsværdien af fremtidige betalinger.

Vi vil senere se på, hvilke faktorer der påvirker nutidsværdien af forskellige obligationer. Det vil forklare, hvorfor man eksempelvis kun vil betale 80 kr. for at modtage 100 kr. om et antal år, eller hvorfor man er villig til at betale 120 kr. for at modtage 100 kr. om et antal år. Alt dette er tæt knyttet til den effektive rente.

2.3 Handel med obligationer

Vi vil nu gå mere specifikt til værks og gå i dybden med to former for obligationer, som vi finder i nedenstående kursliste. Herudover skal vi også få nogle mere praktiske begreber på plads.

2.3.1 Kurslisten

Nedenstående tabel viser et lille udsnit af det danske statsobligationsmarked pr. 10. september 2024.

Table 2.1: Udsnit af danske statsobligationer den 10. september 2024.

Kilde: Vitec Scanrate

Obligationsnavn	Fondskode	Kurs	Kupon (%)	Cirk. (mio)	Terminer	Udløb
0 STA GOV 2024	DK0009819666	99.33	0	2,660	1	2024
4.5 STA GOV 2039	DK0009922320	127.8	4.5	104,250	1	2039

Den første obligation er en nulkuponobligation, der åbnede den 31. maj 2024 og udløber den 2. december 2024. Den sidste er en kuponbærende 30-årig statsobligation, som åbnede den 11. november 2008 med en 4,5% kupon. Bemærk: Den første kolonne angiver obligationsnavnet, som indeholder de vigtigste karakteristika. Den anden kolonne viser obligationens fondskode, også kaldet ISIN-nummeret. Det er et nummer, der entydigt identificerer obligationen, ligesom et CPR-nummer identificerer en person. Tredje kolonne viser kursen på den pågældende handelsdag, hvilket er prisen, som investorer kan købe obligationen til. Fjerde kolonne er obligationens kuponrente, som er henholdsvis 0% og 4,5%, hvilket er fast gennem hele obligationens løbetid. Den femte kolonne angiver den nominelle mængde, der er i cirkulation på den pågældende handelsdag, hvilket indikerer, hvor likvid obligationen er. Den sjette kolonne viser antallet af terminer om året, hvor der skal betales rente, og sidste kolonne angiver udløbsåret.

2.3.2 Terminer

På de to ovenstående obligationer er der kun én termin per år. Det er almindeligt, at der kun er en termin på danske statsobligationer. Det er også kutymen i resten af Europa. I USA er det derimod mere normalt, at der er to terminer per år.

Renten per termin vil så blot være:

$$4.50 \cdot \frac{1}{2} = 2,25\%$$

Som vi også vil se senere, så vil man på det danske realkreditmarked normalt have fire terminer per år, netop 1.januar, 1.april, 1.juli og 1.oktober.

Kursværdien på en obligation

Lad os tage udgangspunkt i den 30-årige statsobligation i kurslisten. Der angives prisen på obligationen ved obligationens kurserne, det vil sige, hvad det koster at købe en obligation, med en udløbskurs, også kaldet nominelle værdi/pålydende værdi/pari, hvilket er 100. Når vi arbejder med obligationer, så vil vi gerne arbejde med standardiserede enheder. Eksempelvis, så kan man udstede og eller obligationer ned til 1 øre, men prisen opgives ikke som prisen på 1 øre hovedstol. Derfor bruger vi betegnelsen markedskurserne eller kurser om prisen på obligationen. Obligationer kan handles til, over eller under pari.

Vi kan se at kurserne på den pågældende handelsdag d.10 september 2024, er på 127,8. Hvis investor køber for 100.000 af denne obligation, så vil kursværdien være på:

$$KV = 100.000 \cdot \frac{127,8}{100} = 127.800$$

Det betyder, at hvis investor ønsker en nominel værdi af obligationen på 100.000, så skal vedkommende faktisk give 127.800. Så investoren skal faktisk give mere end den nominelle værdi. Dette vil vi også se nærmere på, hvorfor dette scenarie opstår, men det kan eksempelvis skyldes markedsrenten givet det nuværende rentemiljø.

Men selvom der står at investor skal betale en kurs på 127,8 for at modtage en pålydende værdi til kurs 100, så skal investor også betale det vi kalder for vedhængende rente. Det skal man altid, medmindre obligationen netop er købt med en valørdato svarende til terminsdatoen. Det kigger vi på nu.

2.3.3 Valør

Valørdatoen er den dag, hvor selve overførslen af obligationerne fra sælgerens depot til køberens depot finder sted, og hvor betalingen bliver trukket fra køberens konto og sat ind på sælgerens konto. Dette er en vigtig del af obligationshandlen, da det markerer den officielle afslutning af handlen.

Oprindeligt blev begrebet "valør" brugt i en tid, hvor obligationer eksisterede som fysiske papirer. Disse skulle transporteres og overføres manuelt fra én part til en anden, og det kunne tage flere dage, før handlen var gennemført. I dag foregår alt elektronisk, og derfor er valørdatoen stadig relevant, men processen er langt mere effektiv.

Lad os tage udgangspunkt i vores eksempel fra den 30-årige statsobligation med en kurs på 127,8, som blev handlet den 10. september 2024. Hvis en investor købte for en nominel værdi af 100.000 kr., ville kursværdien være 127.800 kr. Her kommer valørdatoen ind i billedet: Selvom handlen fandt sted den 10. september 2024, vil obligationen først blive overført til investorens depot, og pengene vil først blive trukket fra investorens konto på selve valørdatoen.

I Danmark er valørdatoen som regel to bankdage efter handelsdatoen. Så hvis handlen blev indgået den 10. september 2024 (som var en tirsdag), vil valørdatoen være torsdag den 12. september 2024. Det betyder, at det er på denne dag, at obligationerne skifter hænder, og betalingen gennemføres. Dette er standard praksis for de fleste obligationer, og derfor er det vigtigt for investorer at være opmærksomme på, at den faktiske overførsel af penge og værdipapirer først sker på valørdatoen, ikke selve handelsdagen.

2.3.4 Vedhængende rente

Vores 4,5 procent statsobligationer, som udløber i 2039 havde den den 10. september 2024 næste terminsdato den 15.november 2024. Denne dag modtager investor (køberen) hele rentebeløbet, selvom vedkommende kun har ejet obligationen en del af terminsperioden, hvilket er d.12 september 2024 (+2 handelsdages valør) og frem.

Det er illustreret i nedenstående figur, hvor det ses, at køber får hele rentebeløbet udbetalt den 15.november 2024, på trods af at vedkommende kun har ejet obligationen i fra d.12 september frem til d.15 november, hvilket er 63 dage. Kan det virkelig passe, at køberen bare skal have *hele* kuponbetalingen, når vedkommende kun har ejet den så få dage? Sælgeren har jo ejet den i 302 dage siden sidste kuponbetaling (15-11-2023 til 12-09-2024), så derfor skal sælgeren kompenseres for dette. Kompensationen sker så igennem en betaling af en vedhængende rente.

Derfor bliver sælger kompenseret for det rentebeløb, som vedkommende egentlig er berettiget til. Køber betaler derfor 302 dages rente til sælger i forbindelse med obligationshandlen. Netop dette er den vedhængende rente, v , som regnes som:

$$v = \frac{r \cdot H \cdot D}{n \cdot DT} \quad (2.4)$$

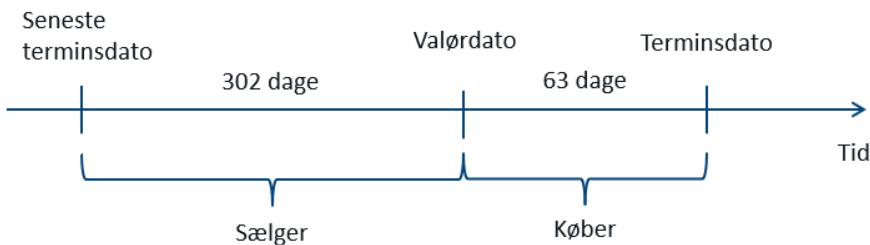


Figure 2.6: Eksempel på vedhængende rente

hvor r er kuponrenten per år, H er hovedstolen, n er antal terminer per år, D er kalenderdage mellem seneste terminsdato og valørdagen, og DT er kalenderdage i hele terminsperioden. I vores eksempel får vi derfor en vedhængende på:

$$v = \frac{0,045 \cdot 100.000 \cdot 302}{1 \cdot 365} = 3,723.29$$

Denne vedhængende rente skal lægges oven i kursværdien, således det samlede beløb bliver: $127.800 + 3.723,29 = 131.523,29$.

Hvis vi skal have den vedhængende rente over i kursværdien på de 127,8 så bliver det $127,8 + 0,037 = 127,837$, fordi vi ikke tager højde for hovedstolen H i ligning 2.4. Dette leder os også frem til til to måder at sklene obligationskursen på: Igennem *dirty price* og *clean price*, hvor sidste nævnte tager højde for at rense vedhængende rente ud af kursten på:

$$\text{Clean price} = \text{Dirty price} - \text{Vedhængende rente} \quad (2.5)$$

Det vil også være "Clean price" man vil se som kurs på sin handelsterminal, hvis man sidder og handler obligationer. Hvorfor er det så vigtigt at adskille? Det viser sig nemlig, at dirty-price er mere ustabile end clean-prices, og derfor vil obligationshandlere altid kigge på clean-price. Denne ustabilitet opstår, fordi lige når man har lavet en kuponbetaling, så vil den vedhængende rente være 0, også vil det langsomt stige igen indtil terminen igen er nået. Dette vil give et "savtakket mønster" alå:

2.4 Nulkuponobligationer

Nulkuponobligationer er den mest simple type af obligationer. Den har nemlig *ingen* kuponbetalinger (ligger heraf af navnet). Derfor er investor efterladt med alene én betalingsstrøm, nemlig det fulde afdrag af hovedstolen i sidste periode af

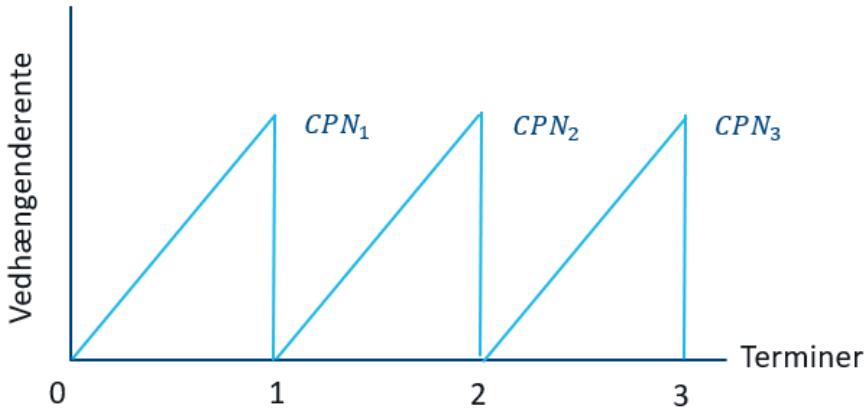


Figure 2.7

obligationens løbetid. En nulkuponobligation har derfor en ammortiseringsprofil lig med et stående lån. Således, hvis man har en 1-årig nulkuponobligation, hvor man betaler 96,618.36 DKK og får 100.000 DKK udbetalt om 1 år. Du får ingen løbende kupon, og derfor er den eneste måde du kan blive kompenseret på er, at du får betalt den pålydende værdi til slut¹, som er højere end det du betalte i starten. Derfor er der kun ét pay-off og det er i slutningen. En nulkuponobligation handles derfor altid til en discount i starten.

Værdifastsættelsen af en nulkuponobligation er ret simpel. Man tager blot dens fremtidige cashflow og tilbage den tilbage til i dag. Antag at r er den periodiske diskonteringsrente - altså det afkast vi får på obligationen givet dens risikokarakteristika - og A er hovedstolen som vi får t perioder fra idag, så er den *nuværende* pris på obligationen:

$$P = \frac{FV}{(1+r)^n} \quad (2.6)$$

Eksempelvis, så vil en nul-kuponobligation som giver os 100 kr. tre år fra nu, men en årlig rente på 5% pr år, være prisfastsat i dag til at være:

$$P = \frac{100}{(1+0.05)^3} = 86.38 \text{ kroner}$$

Tilsvarende, så kan vi givet en observeret pris på obligationen udregne den effektive rente. Den effektive rente af en obligation er diskotneringssatsen der sætter nutidsværdien af en obligationsbetalingsstrøm lig med den pris vi kan observere i markedet.

¹Blot et fancy ord for den oprindelige og faste værdi, som en aktie eller obligation lyder på. Det er uafhængigt af fald og stigninger i kursværdien.

Antag vi har en anden nulkuponobligation med en 4 årig løbetid, hvor parværdien er lig med 100 (det vi får udbetalt i sidste periode), men som nu handles til 80 kroner i markedet. Så er dens effektive rente:

$$r = y = \left(\frac{FV}{P}\right)^{1/t} - 1 = \frac{100^{1/4}}{80} - 1 = 5.74\%$$

Vi kan altså se, at der er et invers forhold mellem prisen på obligationen og dens effektive rente. Dette er en utrolig vigtig forhold at forstå! Det skyldes nemlig, at betalingsstrømmen på den obligation man ejer, er total uafhængig af, hvordan den effektive rente er på andre obligationer ude i markedet. Se det ud fra en investors synspunkt: Du ejer en obligation, som i dag er prisfastsat til 86.38 kroner. Lige pludselig, så stiger den effektive rente på andre obligationer (måske fordi centralbanken hæver renten). Derved vil andre obligationer faktisk love et højere og bedre betalingsstrøm end på den obligation du står med. Det vil altså gøre den mindre attraktiv, og derfor må prisen på den falde. Omvendt, så hvis den effektive rente på andre obligationer falder, så vil værdien af din obligation stige.

Bemærk: Når $r > 0$, så kan vi i formel 2.6 se, at $P < FV$, altså at prisen på nul-kuponobligationen altid vil prisen på en nul kuponobligation altid handles til en discount relativ til dens par-værdi. Derfor er en nul kuponobligation også kaldt en "discount-bond". Logikken er, at siden en nul-kuponobligation ikke har nogle løbende kuponbetalinger, så er den eneste måde at investoren kan få et afkast på, er at tjene forskellen mellem priser hun betaler nu og par-værdien hun får ved udløb.

Den risikofrie rente som så ofte bliver omtalt i finansiering og brugt til NPV beregninger, er faktisk lig med den effektive rente fra nul kuponobligationer. Det skyles, at nulkuponobligationer er noget af det mest sikre at investere i, netop af den grund er det en god proxy for en rente der er risikofri. Derfor, hvis man får opgivet priser på en række nulkuponobligationer, så vil man være i stand til at udregne en hel rentekurve, som man kan bruge til at udregne sin NPV beregninger over en længere periode. Bemærk: Man bruger også terminologien *spotrenter* om disse renter konstrueret ud fra nul kuponobligationer.

2.5 Kuponbærende obligationer

En anden type obligation er den kuponbærende obligation. Dette inkluderer f.eks. den 30-årige statsobligation, som vi så i kurslisten. I modsætning til nulkuponobligationer, hvor investoren kun modtager én enkelt betaling ved udløb, vil man som investor i en kuponbærende obligation modtage løbende kuponbetalinger samt den pålydende værdi ved slutningen af løbetiden.

The Takeaways

Effektiv rente og nulkuponobligationer Den effektive rente betegnes som obligationens samlede afkast. Antag at en investor køber for 1.000.000 af en 10 årig nulkuponobligation. Investoren investerer for 980.000 og er dermed sikret en kursgevinst på 20.000. Obligationens betalingsrække kan ses ved:

Ved at investor køber for 980.000 i en nulkuponobligation, får ingen betalinger undervejs i obligationsens løbetid, men kun hovedstolen på 1.000.000 om ti år. Vi kan beregne den effektive rente som den rente, der gør, at alle de fremtidige betalinger diskontoret tilbage til nutidsværdi svarer til det investerede beløb. Vi følger blot 2.6 og skriver den "mere dansk" som:

$$IB = \frac{H}{(1+r)^n} \quad (2.7)$$

Hvor IB er det investerede beløb, hvilket er 980.000, n er antal terminer, hvilket er 10, H er hovedstolen og r er den effektive rente. Da det er en nulkuponobligation er den effektive rente nem at udregne:

$$980.000 = \frac{1.000.000}{(1+r)^{10}}$$

$$r = \left(\frac{1.000.000}{980.000}\right)^{1/10} - 1 = 0.002022$$

Herved er den effektive rente på nulkuponobligationen 0.2022%. Vi kan se, at jo højere kurserne er på obligationen, desto lavere er den effektive rente, det vil sige, at jo mere investor skal give for en obligation, desto lavere afkast har den.

Ligesom med nulkuponobligationer kan vi beregne den effektive rente for en kuponbærende obligation, men det er lidt mere kompliceret. Husk, at den effektive rente er den diskonteringsfaktor, der sætter nutidsværdien af obligationens betalingsstrøm lig med dens nuværende markedspris. For at udregne prisen på en kuponbærende obligation, bruger vi følgende ligning:

$$P = CPN \times \frac{1}{y} \left(1 - \frac{1}{(1+y)^N} \right) + \frac{FV}{(1+y)^N} \quad (2.8)$$

Hvad indeholder denne ligning? Først og fremmest repræsenterer CPN de årlige kuponbetalerne, der betales over en bestemt periode N . Dette kaldes også en *annuitet* – en kontrakt, der betaler ejeren en fast betaling over tid. I vores tilfælde er annuiteten de årlige kuponbetalerne, der fortsætter indtil obligationens udløb. Ligning 2.8 viser, at prisen på obligationen er lig med nutidsværdien af både kuponbetalerne og hovedstolen (det oprindelige beløb, der tilbagebetales ved udløb).

For at forstå denne ligning bedre, kan vi opdele den:

- $CPN \cdot \frac{1}{y}$: Dette udtryk repræsenterer nutidsværdien af en uendelig række af kuponbetalerne på CPN , hvis obligationen fortsatte i uendelighed uden en slutdato.
- $1 - \frac{1}{(1+y)^N}$: Dette justerer for, at vores kuponbetalerne kun varer i N år. Ved at trække $1 - \frac{1}{(1+y)^N}$ fra 1 sikrer vi, at vi kun medtager kuponbetalerne for denne begrænsede periode.

Vi kan også visualisere dette som to *perpetuiteter* (uendelige betalerne). Forestil dig, at vi har en annuitet, der løber i 3 år. For at beregne denne, vil vi have en uendelig betaling $\frac{CPN}{y}$, men derefter trække en tilsvarende uendelig betaling fra år 4 og frem $\frac{CPN}{(1+y)^N}$. Summen af disse to vil give os nutidsværdien af en 3-årig annuitet. Grafisk kan det illustreres som to betalingsstrømme:

Her ser vi øverst en uendelig betalingsstrøm, der starter ved tidspunkt 1, og nedenunder en uendelig betalingsstrøm, der begynder ved tidspunkt 4. Forskellen mellem disse to repræsenterer en tidsbegrænset annuitet, der løber fra periode 1 til periode 3.

Bemærk: Vi mangler stadig det sidste led i ligning 2.8, nemlig $\frac{FV}{(1+y)^N}$, som er nutidsværdien af hovedstolen, der betales tilbage ved udløb. Denne del skal også diskonteres til nutidsværdien. For at sammenligne med en livsannuitet (f.eks.

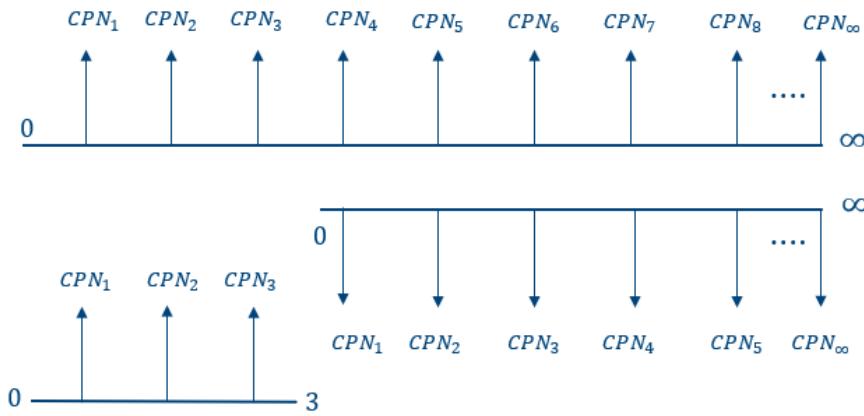


Figure 2.9: Perpetuitet betalingsstrøm

folkepension), ville der ikke være en hovedstol, da man ikke får en engangsudbetaling fra staten, når man dør.

Ligning 2.8 giver os en enkel måde at beregne prisen på en kuponbærende obligation ved at diskontere alle fremtidige betalinger (kuponbetalinger og hovedstolen) tilbage til nutidsværdi. Men hvad nu, hvis vi vil finde den effektive rente y ? Hvis vi kender markedsprisen P , kuponbetalingen CPN , og antallet af perioder N , er det ikke så ligetil at isolere y . Modsat nulkuponobligationer kræver beregningen af y numeriske metoder – noget Excel kan hjælpe os med. Hvis vi derimod kender y , kan vi nemt bruge ligningen til at beregne markedsprisen.

Reinvesteringsrisiko

Selvom en investor observerer en effektiv rente på en given obligation, er det langt fra sikkert, at han får det tilsvarende afkast, som den effektive rente angiver – heller ikke, hvis obligationen holdes til udløb. Det skyldes reinvesteringsrisikoen (også kaldet genplaceringsrisiko), som er risikoen for, til hvilken rente man som investor kan genplacere de renter og afdrag, man får i obligationens løbetid. I forrige eksempel så vi, at en 10-årig 4% kuponbærende obligation havde en effektiv rente på 4,25%. Lad os nu vende beregningen om ved at beregne, hvor stort et beløb investor har ved obligationens udløb efter 10 år, givet at investor løbende reinvesterer de udbetalte renter til 4,25%.

Investor investerer for kr. 980.000 og får en årlig effektiv forrentning på 4,25%. Om ti år har investor således et beløb på:

$$980.000 \times (1 + 0,0425)^{10} = 1.485.841,15$$

Denne værdi kan vi opdele i tre elementer:

The Takeaways

Eksempel 1: Effektiv rente og kuponbærende obligaitoner
 Antag at en investor nu køber for 1.000.000 af en 10 årig kuponbærende obligation med en kupon på 4% med årlig betaling. Investoren investerer for 980.000 og er dermed sikret en kursgevinst på 20.000, samt får udbetalt 40.000 i rente de næste ti terminer. Obligationens betalingsrække kan nu ses ved:

Da investor nu både for kuponbetalinger udnervejs, samt hovedstolen om ti år, så kan den effektive rente nu udregnes gennem ^a

$$IB = \sum_{t=1}^t \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{H}{(1+r)^n} \quad (2.9)$$

Hvor vi nu har C som de faste kuponbetalinger og t er kuponbetalingen på tidspunkt t, der er på 40.000 i alle årerne (for alle t). Denne effektive rente skal nu i stedet udregnes igennem Excel og det giver en effektiv rente på 4.25%. Dette er meget højere end nulkuponobligationens ølle effektive rente på 0.2022%, og det skyldes at udeover investoren får hovedstolen på 1.000.000 får han nu også løbende kuponbetalinger, hvilket er med til at skubbe det samlede afkast - og dermed den effektive rente op.

^aBemærk: Dette er en omskrivning af ligning 2.8. De gør begge det samme, nemlig at prisfastsætte en kuponbærende obligation. Den summer kuponbetalingerne en af gangen over obligationens levetid, mens den anden bruger en short-cut fopræmel til at udregne summen af alle kuponbetalingerne i ét step ved at behandle kuponbetalingerne som en annuitet.

- For det første er der hovedstolen på kr. 1.000.000.
- For det andet er der ti rentebetalinger på hver 40.000 kr., det vil sige 400.000 kr. i alt.
- De to beløb giver imidlertid kun 1.400.000 kr. tilsammen. Der mangler således 85.841,15 kr. for at nå det samlede beløb, som investor har efter 10 år. Dette beløb kommer fra den såkaldte rentes rente-effekt.

Ved den første termin, det vil sige efter det første år, får investor udbetalt den første rentebetaling på 40.000 kr. Denne reinvesterer investor til en effektiv rente på 4,25%.

Ved anden termin har den første rentebetaling således en værdi på:

$$40.000 \times (1 + 0,0425) = 41.700 \text{ kr.}$$

På dette tidspunkt modtager investor også den anden rentebetaling på 40.000 kr. Efter den anden termin har investors to udbetalte rentebetalinger således en samlet værdi på:

$$41.700 + 40.000 = 81.700 \text{ kr.}$$

Dette beløb reinvesterer investor igen til en effektiv rente på 4,25%.

Efter den tredje termin har de samlede rentebetalinger derfor en værdi på:

$$81.700 \times (1 + 0,0425) = 85.172 \text{ kr.}$$

På dette tidspunkt modtager investor den tredje rentebetaling på 40.000 kr. Efter den tredje termin har investors tre udbetalte rentebeløb således en samlet værdi på:

$$85.172 + 40.000 = 125.172 \text{ kr.}$$

På tilsvarende vis kan vi beregne værdien af rentebetalingerne år for år, som det er gjort i kolonnen ”Akkumuleret værdi” i tabel 3.3, hvor hovedstolen er tillagt den samlede værdi i det tiende år.

Det ses, at værdien efter ti år netop svarer til 1.485.841 kr., hvilket også er værdien af det investerede beløb på 980.000 kr. forrentet i ti år med en rente på 4,25%.

Vi kan således opdele obligationsværdien ved udløb i:

- Hovedstol: 1.000.000 kr.
- Rentebetalinger: 400.000 kr.
- Rentes rente-effekt: 85.841 kr.

Den samlede værdi ved udløb: 1.485.841 kr.

Dette viser tydeligt to vigtige forudsætninger for beregningen af den effektive rente:

Table 2.2: Obligationens akkumulerede værdi

År	Rentebetaling	Hovedstol	Ydelse	Akkumuleret værdi
0		-980.000	-980.000	
1	40.000		40.000	81.700
2	40.000		40.000	125.172
3	40.000		40.000	170.491
4	40.000		40.000	217.736
5	40.000		40.000	266.990
6	40.000		40.000	318.336
7	40.000		40.000	371.864
8	40.000		40.000	427.667
9	40.000		40.000	485.841
10	40.000	1.000.000	1.040.000	1.485.841

- For det første, at investor løbende reinvesterer de udbetalte rentebeløb.
- For det andet, at reinvesteringen kan ske til den samme effektive rente, som obligationen er købt til.

Men det er ingenlunde sikkert, at investor i praksis vil kunne investere de udbetalte rentebetalinger samt eventuelle afdrag til den samme effektive rente, som da obligationen blev købt.

Hvis investor ikke kan reinvestere til en effektiv rente, der er lige så høj som obligationens effektive rente på handelstidspunktet, vil obligationens realiserede værdi ved udløb blive mindre end 1.485.841 kr. Hvis investor omvendt kan reinvestere til en effektiv rente, der er højere end den effektive rente på købstidspunktet, vil obligationens realiserede værdi ved udløb derimod blive større end 1.485.841 kr. Dette er netop reinvesteringsrisikoen eller genplaceringsrisikoen.

Som det fremgår af ovenstående, er de beløb, der skal reinvesteres på en obligation, afhængige af:

- hvor lang obligationens løbetid er
- størrelsen af ydelsesbetalingerne.

Jo længere løbetiden er på obligationen, og jo højere obligationens ydelse er, jo større er reinvesteringsrisikoen.

Lad os prøve at dykke ned i dette med et simpelt eksempel mellem to obligationer. Dette ses i tabel 2.3:

Table 2.3: Sammenligning af Obligation A og Obligation B

	Obligation A	Obligation B
Pålydende værdi	1.000 kr.	1.000 kr.
Kuponrente	10%	10%
Tid til udløb	30 år	1 år

Obligation A og B er helt identiske udover deres tid til udløb, hvor Obligation A er en langsigtet obligation, og B er mere kortsigtet. I nedenstående tabel 2.4 ser vi, hvordan værdien af obligationerne ændrer sig givet forskellige niveauer af effektive renter. Når den effektive rente er præcis lig med kuponrenten, så er begge obligationer det samme værd (1.000 kr.). Hvis den effektive rente stiger til eksempelvis 15%, så vil begge obligationer falde i pris-men faldet i prisen er større på Obligation A (671,70 kr.) sammenlignet med Obligation B, der har en pris på 956,52 kr. Det samme gør sig gældende, når den effektive rente falder, hvor prisen på Obligation A stiger endnu mere end Obligation B. Derved er Obligation A mere sensitiv over for ændringer i den effektive rente end kortfristede obligationer. Det skyldes, at ved kortsigtede obligationer får man størstedelen af sin betalingsstrøm hurtigere (hovedstolsbetalingen på 1.000 kr.) relativt til langsigtede obligationer, hvor man får størstedelen af sin betalingsstrøm senere. Denne rentefølsomhed ses hurtigt ved at se, hvor hårdt man diskonterer betalingen af hovedstolen på tværs af de to obligationer:

$$\frac{1.000}{(1+y)^1} > \frac{1.000}{(1+y)^{30}}$$

Som vi kan se, så vil for enhver given værdi af effektiv rente y opløftet i 30 have en langt større betydning end i starttidspunktet ($t = 0$). Derfor har langsigtede obligationer også en højere prisrisiko end kortsigtede obligationer. Dette er også tæt tilknyttet til varighedsbegrebet, som vi kommer ind på senere.

Ovenstående dynamik er også plottet grafisk i figur ??, hvor vi tydeligt kan se hældningsforskellen mellem Obligation A og B. Obligation A har en langt stejlere hældning end Obligation B, og dermed vil en given renteændring have en større effekt for Obligation A end B. **Bemærk:** På annuitetsobligationer består ydelsen

som bekendt både af rente og afdrag. Den løbende ydelse er således noget større end

Table 2.4: Kurser på forskellige obligationer og ændringer i effektiv rente

Effektiv rente (%)	Kurs på Obligation A	Kurs på Obligation B
5	1.768,62	1.047,62
6	1.550,59	1.047,74
7	1.372,27	1.028,04
8	1.225,16	1.018,12
9	1.102,74	1.009,17
10	1.000,00	1.000,00
11	913,06	990,99
12	838,09	982,14
13	775,13	973,45
14	719,89	964,91
15	671,70	956,52

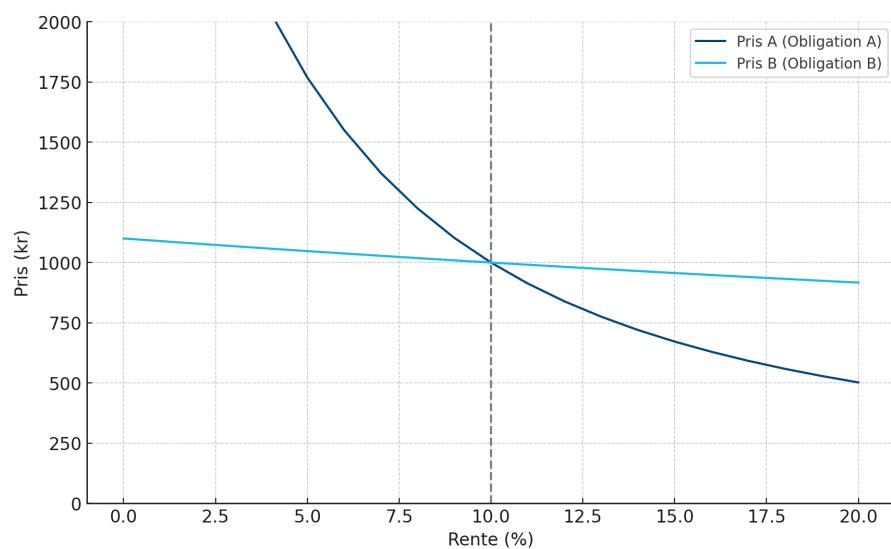


Figure 2.11: Forskelle i prissensitivitet

på stående lån. Der er derfor en større reinvesteringrisiko på annuitetsobligationer end på stående lån, og den effektive rente på disse obligationer er derfor behæftet med større usikkerhed end den effektive rente på stående lån.

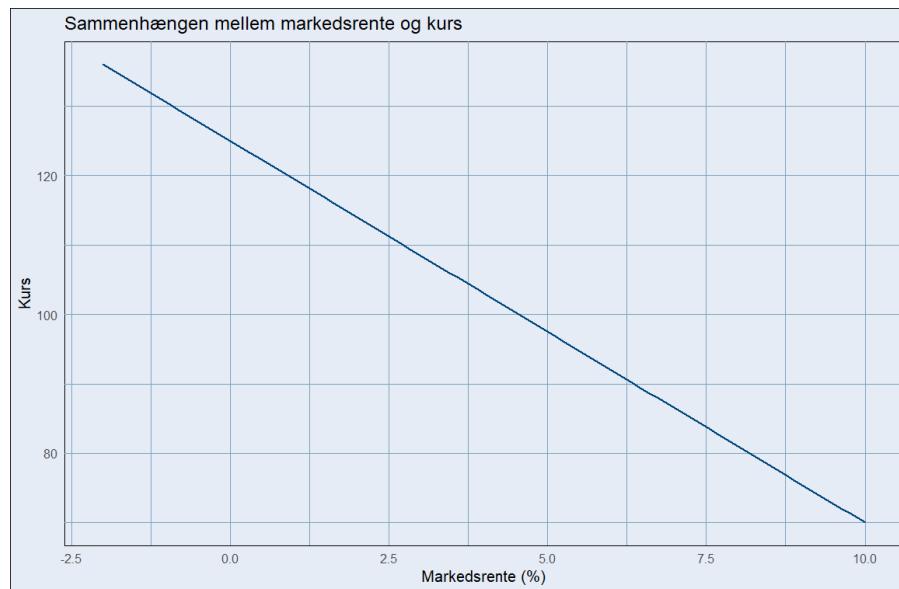


Figure 2.12: Sammenhængen mellem markedsrente og kur

2.6 Sammenhængen mellem markedsrente, kuponrente og kurserne

Den effektive rente på en obligation vil i et likvidt marked med stor omsætning altid svare til den effektive rente på lignende obligationer med samme løbetid og risici. Man kan derfor også kalde den effektive rente for markedsrenten for de pågældende obligationer. Vi vil i dette afsnit se nærmere på sammenhængen mellem markedsrenten, kuponrenten og obligationskursen.

Vi vil tage udgangspunkt i et 1,5 procent stående lån med udløb i 2023, vi betragtede ovenfor. Vi så, at en kurs på 108,35 den 18. december 2019 betød en effektiv rente på -0,61 procent.

Vi kan med andre ord se, at med en markedsrente på -0,61 procent var kurserne på denne obligation 108,35 den pågældende dag. I figur 3.7 ses, hvad kurserne på obligationen ville have været den 18. december 2019 ved forskellige markedsrenter.

Det ses, at jo højere markedsrenten er, jo lavere er kurserne. Det vil sige, at jo mere investor kan få i afkast på alternative placeringer, jo mindre vil vedkommende give for 1,5-procents-statsobligationen. Vi kan også se, at når markedsrenten er lig med kuponrenten på 1,5 procent, er obligationens kurs 100.

Vi har således, at:

- kurserne på en obligation er netop 100 (svarende til pari), når markedsrenten er lig med kuponrenten,

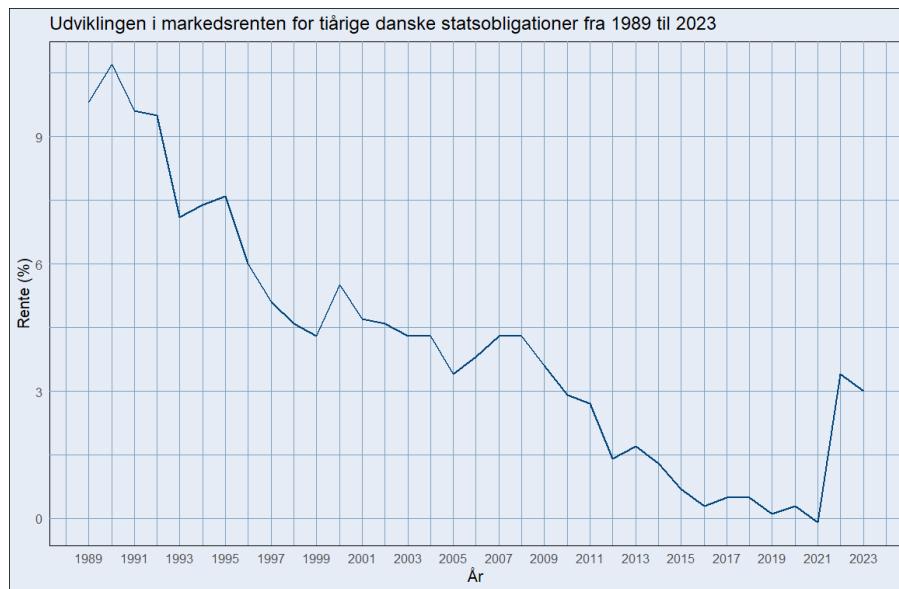


Figure 2.13: Markedsrente for ti årig dansk statsobligation. Kilde: DST

- kurSEN pÅ en obligation er under 100, når markedsrenten er større end kuponrenten,
- kurSEN pÅ en obligation er over 100, når markedsrenten er mindre end kuponrenten.

Figur 2.13 viser udviklingen i markedsrenten for en tiårig dansk statsobligationer fra 1989 til 2023. Det ses at markedsrenten i 2021 var på et historisk lavt (negativt) niveau.

Når en obligation udstedes, er kuponen som regel på niveau med markedsrenten. I perioden fra 1989 til 2023 har markedsrenten generelt været faldende, og i 2021 nåede den et historisk lavpunkt på -0,1%. Når markedsrenten er lavere end kuponrenten, stiger obligationens kurs, da dens kuponbetalinger bliver mere attraktive. Dette var tilfældet i 2021, hvor obligationer med en højere kupon blev handlet til en kurs over 100.

2.6.1 Obligationsprisernes dynamik

Vi fandt ud af at nulkuponobligationer altid handles til en discount, fordi dens markedspris er mindre end den pålydende værdi til udløb. Dette discount princip var fordi investoren skulle kompenseres. Men, hvad med kuponobligationer? De har jo løbende kuponbetalinger, burde de så ikke altid handles til en præmie? (en markedspris højere end dens pålydende værdi). Og svaret er: Måske. Det kommer an på, hvordan rentemiljøet ændrer sig over tid.

- Discount: Hvis en kuponobligation handles til en discount, så en investor (givet et uændret rentemarked) tjene *både* på kuponbetalerne *og* den pålydende værdi. I dette tilfælde vil den effektive rente på sådan en obligation være højere end dens kuponrente. Det skyldes, at når obligationens pris er lavere end dens pålydende værdi, skal den effektive rente være højere end kuponrenten for at afspejle den samlede afkast, som investoren får fra både de løbende kuponbetalerne og kapitalgevinsten ved udløb.
- Premium: I dette tilfælde vil investorens afkast fra kuponbetalerne fordampe en smule, fordi betalingen af den pålydende værdi vil være mindre, end den værdi man betalte for obligationen. Og her har vi det modsatte eksempel, hvor den effektive rente vil være mindre end kuponrenten.
- Par: Her er prisen på obligationen lig med den pålydende værdi på obligationen. Altså, du køber en obligation til 100, og du får 100 til udløb. Det vil sige, at den handles til par.

Hvilken kuponrente vil en obligationsudsteder så sætte? Det kommer an på det rentemiljø som obligationen skal udstedes i. Men, generelt vil udstederen altid sætte kuponrenten så den ved udstedelse er meget tæt på par. Antag et flad og stabilt renteniveau på 5%, og en udsteder sætter en kuponrente højt til 10%, så vil obligationen handles til en præmie. Således skal investoren altså betale over kurs 100 med det samme, men derimod kun modtage 100 til udløb - og selvfølgelig kompenseres med kuponbetalerne undervejs. Men, dette er ikke attraktivt. Men i samme omgang, så er det også dyrt for udstederen at give store kuponbetalerne. Derfor vil udstederen typisk sætte kuponrenten, så obligationen handles til kurs 100 eller meget tæt på, for at minimere de samlede omkostninger ved udstedelsen og samtidig sikre en bred investorappel.

2.6.2 Tid og obligationspriser

Hvordan påvirker tid til udløb så en obligation? Hvis du starter ud med en nulkuponobligation der har 30 år til udløb, hvor den pålydende værdi er på 100, den effektive rente er på 5%, så vil prisen være på 23.14. Men, hvis der nu er gået 5 år, og der nu er 25 år til udløb, og renten er den samme, så skal du pludselig betale 29.53, derfor er discounten faldet. Når tiden til udløb bliver kortere (fra 30 år til 25 år), anvendes diskonteringsfaktoren over færre år. Det betyder, at den nuværende værdi (prisen) af obligationen stiger, fordi der nu er færre år til, at man modtager de 100 kroner, og derfor er den diskonterede fremtidige værdi (prisen) tættere på den faktiske pålydende værdi. Så desto længere tid til udløb en given

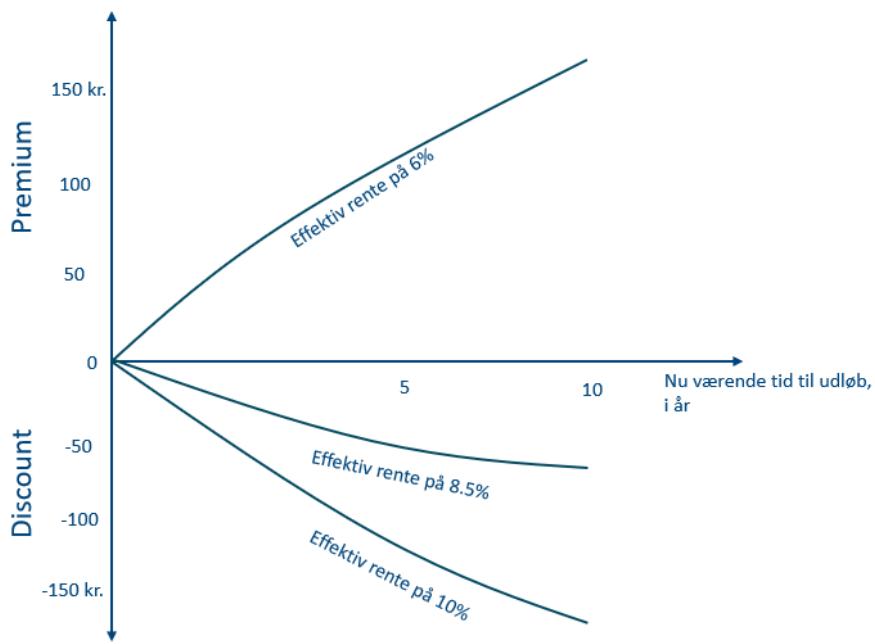


Figure 2.14: Premium/discount givet markedsrenten

obligation har, jo mere sensitiv vil dens pris være til ændringer i den effektive rente. Det skyldes, at desto længere betalingsstrømmen desto flere betalingsperioder skal diskonteres når man udregner nutidsværdien.

Vi kan illustrere denne dynamik i den nedenstående graf: Vi betragter en obligation med en kuponrente på 8% og en investeret værdi på 1000 kr. Grafen viser, hvordan obligationen handles til enten en præmie eller discount, afhængigt af om den effektive rente på sammenlignelige obligationer er 6%, 8.5% eller 10%. På x-aksen ser vi de *nuværende* perioder til udløb, mens y-aksen viser obligationens discount/præmie.

Som vi kan se, bliver prisen på vores 8% kuponobligation mere følsom over for renteændringer, jo længere tid der er til udløb (dvs. jo længere vi bevæger os ud ad x-aksen). En stigning i den effektive rente til 8.5% eller 10% øger obligationens discount, mens et fald til 6% øger dens præmie. Bemærk, at denne effekt er mere markant, jo længere tid der er til udløb, hvilket er tæt relateret til begrebet varighed, som vi vil dække senere.

2.7 Afrunding

Chapter 3

Rentestructuren

Vi så i forrige kapitel på fastforrentede obligationer, eksempelvis statsobligationer med en kendt kuponrente fra start til slut. Det danske obligationsmarked er dog meget differentieret og består af mange forskellige typer obligationer: fastforrentede, variabelt forrentede, med eller uden konverteringsret, inflationsindekserede og flere andre. Fælles for alle obligationstyper er, at investoren skal danne sig et klart overblik over både risikoen og afkastet for hver type. For at kunne gøre dette må vi dog først forstå den underliggende drivkraft bag dem alle – nemlig rentekurven. Rentekurven danner fundamentet for prisfastsættelsen af alle finansielle aktiver, og lidt dramatisk kan man sige, at fremtiden for den globale økonomi hviler på dens form. *Gud velsigne rentekurven!*

3.1 Teorien bag rentestructuren

Når man investerer i en fastforrentet obligation, så tages der udgangspunkt i en planlægningshorisont, som eksempelvis kan være 10-år, fordi man har købt en 10-årig obligation. Vi så i forrige kapitel, at renterisikoen kan forekomme i to former: kursrisiko og geninvesteringsrisiko. Kursrisikoen er knyttet til størrelsen af obligationens realisationsværdi frem til udløb. Geninvesteringsrisikoen er knyttet til en akkumulerede værdi af obligationens løbende kuponbetalinger frem til udløb, samt rentes rente heraf. Renterisikoen ses ved to elementer; en stigning (et fald) i renten vil resultere i et tab (en gevinst) baseret på kurselementet, eller som en gevinst (et tab) på geninvesteringselementet. Vi vil i et senere kapitel se, hvordan en investor kan mindske de to former for risiko, ved at lade dem afbalancere hinanden.

3.2 Den effektive rente - et problematisk afkastmål

I kapitel 2 så vi, hvordan den effektive rente kunne bruges som målestol for obligationsinvesteringens afkast. Vi fandt ud af, at den effektive rente er én gennemsnitlig sats, som forbliver den samme ved hver eneste termin gennem hele løbetiden. Den gør, at den samlede nutidsværdi af alle fremtidige betalinger fra obligationen nøjagtigt svarer til den pris, man betaler for den. Matematisk kan det udtrykkes ved (hvis vi ser bort for vedhængende rente)

$$K = \frac{Y(1)}{1+r} + \frac{Y(2)}{(1+r)^2} + \dots + \frac{Y(t)}{(1+r)^n} \quad (3.1)$$

Hvor:

- K = obligationsens købskurs
- r = den effektive rente
- n = obligationens løbetid
- $Y(t)$ = ydelsen (løbende kuponrenter og hovedstol ved udløb) i tidspunkt $t; t = 1, \dots, t$

Forholdet mellem den effektive rente på obligationer, der er ens i alle aspekter end løbetiden, betegnes som obligationsmarkedets rentestruktur. Det kan eksempelvis være statsobligationer udstedt af det samme land, som løber alt fra 6 måneder og op til 30 år.

Fra ligning 3.1 ser vi, at den effektive rente afhænger af betalingen(ydelsens) størrelse og, hvor langt det er fordelt over tid. Hvis obligationer har den præcis samme løbetid, men forskellige betalingsforløb, vil vi se forskellige effektive renter. Det kan eksempelvis være en 5-årig nulkupon og en 5-årig kuponbærende obligation på 2%. De har samme udløb, men forskellig kuponrente.

Hvornår giver den effektive rente så et entydigt mål for det realiserede afkast over en given periode? Kun hvis afkastet i løbet af den selvsagte periode alene kommer af kursstigninger, dvs. som en enkekelt betaling ved udløb. Herudover, hvis en obligation har flere løbende betalinger indenfor løbetiden, så er den effektive rente kun et nøjagtig afkastmål hvis;

1. Hvis den effektive rente er konstant gennem restløbetiden på obligationen.

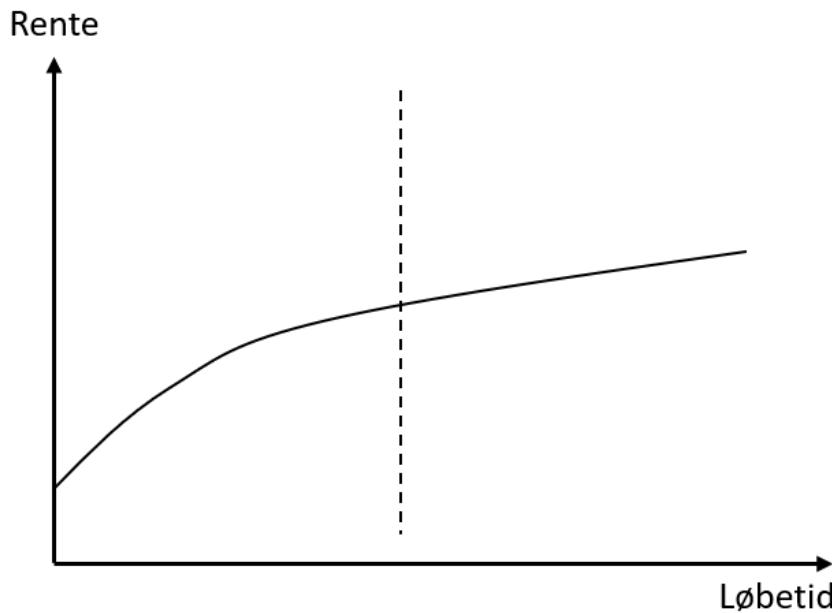


Figure 3.1: Horisontal (—) og vertikal (---) rentestruktur

2. Hvis de løbende betalinger geninvesterings til den effektive rente på investeringstidspunktet.

Men rentekurven er *nærmeest aldrig* flad, da investorerne kræver et forskelligt afkast afhængig af hvilke obligationer de ejer.

Fordi den effektive rente for en obligation med flere løbende betalinger indenfor løbetiden ikke giver et entydigt afkastmål, har det ført til, at man inddeler rentestrukturen i to; En løbetidsafhængig rentestruktur, kaldt den horisontale rentestruktur, og en vertikal rentestruktur, hvor rentestrukturen ser på obligationer med samme løbetid, men med forskellige egenskaber. Disse to rentestrukturer er vist i figur 3.1 Et eksempel på obligationer med en vertikal rentestruktur kan være en 30-årig statsobligation og en 30-årig realkreditobligation. Begge obligationer har samme løbetid, men vidt forskellige egenskaber. En horisontal rentestruktur vil kunne bestå af statsobligationer med kort løbetid og op til længere løbetid. Samme egenskab, men forskellige restløbetider.

3.3 Rentekurven og obligationsarbitrage

Det er nu tydeligt den effektive rente har sine mangler, når vi kigger på den som et afkastmål. Vi har derfor behov for at introducere nogle alternative vurderingsredskaber, som ikke har de samme mangler som den effektive rente. Hertil vil vi

bruge *nulkuponrenten*. Vi vil også se, at en rentestruktur konstrueret af nulkuponrenter vil give os et effektivt værktøj til at prisfastsætte samt udregne effektive renter for mange forskellige obligationer. Eksempelvis kan de effektive renter fra nulkuponobligationer bruges til at prisfastsætte kuponbærende obligationer.

Vi har set nulkuponrenten er baseret på nulkuponobligationer, som er karakteriseret ved at have én enkelt betaling lige inden udløbsdagen. Heraf er der ingen løbende kuponbetalinger, da kuponrenten er nul. Lad os se, hvordan vi kan opsalte en kuponbærende obligation igennem en portefølje af nulkuponobligationer. Dette sker igennem loven om samme pris. Lad os eksempelvis replikere en 3-årig obligation, der betaler en årlig kuponrente på 10% med en hovedstol på 1000 kroner. Ved brug af tre forskellige nulkuponobligationer kan vi skabe en portefølje, der replikerer den kuponbærende obligations pengestrøm 1:1. Dette illustreres i figur 3.3.

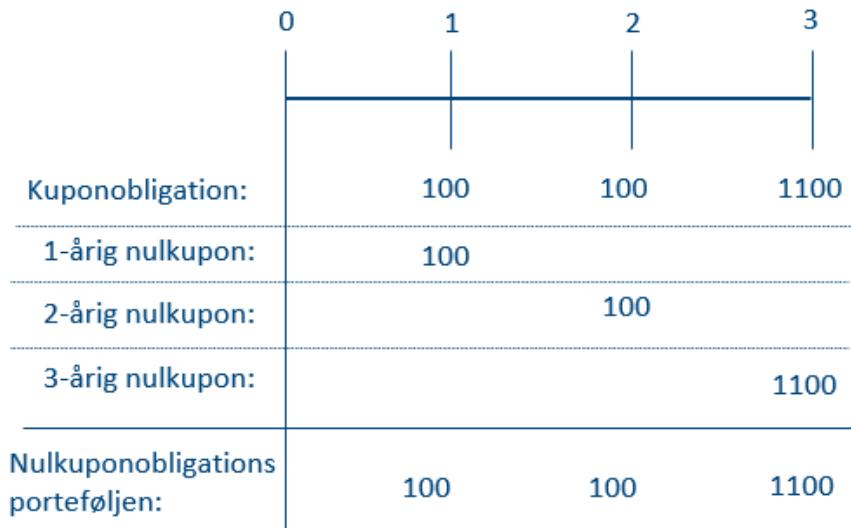


Figure 3.2: Kuponobligation som portefølje af nulkuponobligationer

Pointen er her, at vi skal genskabe kuponobligationens pengestrøm. Fordi den betaler årligt 10% i rente med en hovedstol på 1000 kroner, får vi årlige betalinger på 100 kroner samt udbetalingen af hovedstolen ved udløb i periode 3. Vi køber nu tre forskellige nulkuponobligationer: én 1-årig med en pålydende værdi på 100 kroner, en 2-årig med en pålydende værdi på 100 kroner og til sidst en 3-årig med en pålydende værdi på 1100 kroner. Hermed har vi sammensat en portefølje af nulkuponobligationer, der matcher kuponobligationens pengestrøm 1:1. Fordi loven om samme pris *skal* holde, vil prisen på vores nulkuponportefølje være præcis den samme som prisen på kuponobligationen. Hvis ikke, ville der opstå arbitrage,

hvor vi kunne sælge kuponobligationen (hvis prisen på den var højere, da den så ville være overvurderet) og købe nulkuponobligationsporteføljen.

Hvorfor er nulkuponrenten så et bedre afkastmål end den effektive rente? Fordi at nulkuponrenten er defineret som hver af de tre nulkuponobligationers interne renter, hvilket er entydigt bestemt. De tre nulkuponobligationers interne rente vil være forskellige, vil nulkuponrenten variere fra termin til termin, hvilket ikke var tilfældet med den effektive rente, som var konstant for alle terminer.

Definition 3.1: *Forskellen mellem effektiv rente og nulkuponrente*

Den effektive rente vil være ens for alle obligationens betalinger, uanset hvornår betalingen forfalder. Den effektive rente vil dog variere fra obligation til obligation. Nulkuponrenten vil derimod være ens for alle betalinger, der forfalder på den samme termin, uanset, hvilken obligation der tales om.

For at illustrere beregningen af nulkuponrenter ud fra kuponobligationer tager vi udgangspunkt i obligationsmarkedet i tabel 3.1, der består af 3 stående lån.

Table 3.1: Obligationsmarked

Løbetid	Kupon	Kurs	Eff. rente
1 år	5%	100,96	4,00%
2 år	6%	101,91	4,97%
3 år	7%	102,92	5,91%

Da den første kuponobligation kun har én resterende betaling, er denne obligation også en nulkuponobligation, og vi kan umiddelbart bestemme den første nulkuponrente som

$$100,96 = 105 \times \frac{1}{1 + n_1}$$

hvilket giver en 1-årig nulkuponrente på 4,00%.

Herefter kan vi med udgangspunkt i den 1-årlige nulkuponrente og den 2-årlige kuponobligation bestemme den 2-årlige nulkuponrente, idet den første betaling, der forfalder efter 1 år, skal diskonteres med den netop beregnede 1-årlige nulkuponrente. Vi får derfor

$$101,91 = 6 \times \frac{1}{1 + 0,04} + 106 \times \frac{1}{(1 + n_2)^2}$$

og vi finder, at den 2-årige nulkuponrente er 5,00%.

Endelig kan den 3-årige nulkuponrente bestemmes ud fra den 3-årige kuponobligation, hvor de to første betalinger diskonteres med de to nulkuponrenter, som er beregnet ovenfor. Vi får således

$$102,92 = 7 \times \frac{1}{1 + 0,04} + 7 \times \frac{1}{(1 + 0,05)^2} + 107 \times \frac{1}{(1 + n_3)^3}$$

og den 3-årige nulkuponrente bliver 6,00%.

Denne beregning bygger på, at når kuponobligationen er identisk med porteføljen af nulkuponobligationer, skal prisen for de to derfor også være ens. Når man har bestemt nulkuponrenterne er det forholdsvis simpelt at beregne de tilsvarende diskonteringsfaktorer, hvor vi her anvender nulkuponrenter i modsætning til kapitel 2, hvor diskonteringsfaktoren blev baseret på den effektive rente.

Generelt kan diskonteringsfaktoren beregnes som

$$d_t = \frac{1}{(1 + n_t)^t}$$

og i det konkrete tilfælde, hvor $n_1 = 4,00\%$, $n_2 = 5,00\%$ og $n_3 = 6,00\%$, fås

$$d_1 = \frac{1}{1,04} = 0,9615, \quad d_2 = \frac{1}{(1 + 0,05)^2} = 0,9070, \quad d_3 = \frac{1}{(1 + 0,06)^3} = 0,8396.$$

Hvilket tydeligt illustrerer, at vi kan finde nulkuponrenterne ud fra kuponbærende obligationer, hvilket selv sagt betyder vi kan bruge dem til at prise de selv samme obligationer med. Konklusionen må derfor være, at nulkuponrenter må danne udgangspunktet for rentestrukturen. Et glimrende eksempel på, hvor vigtig nulkuponrentestrukturen er for prisfastsættelsen af en obligation - og dermed også afkastet og risikoen - kan ses i følgende eksempel:

Betrætter vi en 4% kuponobligation med en hovedstol på 1000 kr., som prisesættes under to forskellige rentestrukturer: et lavt og et højt renteniveau.

Table 3.2: Diskontering af en 4% kuponobligation over 8 år

År	1	2	3	4	5	6	7	8
Lav rente (%)	1.5	1.8	2.1	2.4	2.7	3.0	3.3	3.6
Høj rente (%)	4.0	4.5	5.0	5.5	6.0	6.5	7.0	7.5
CF (kr.)	40	40	40	40	40	40	40	1040
PV ved lav rente (kr.)	39.4	38.6	37.6	36.4	35.0	33.5	31.9	783.7
PV ved høj rente (kr.)	38.5	36.6	34.6	32.3	29.9	27.4	24.9	583.1

Hvor som det fremgår af tabellen, medfører et højere renteniveau en større diskontering af pengestrømmene, hvilket resulterer i en lavere obligationspris. Omvendt fører et lavere renteniveau til mindre diskontering og dermed en højere pris. Ved brug af prisfastsættelsesligningen for en obligation i ligning 3.1, kan vi i dette eksempel se, at obligationsprisen i højrente-miljøet bliver 807,28 kr., mens den i lavrente-miljøet bliver 1.036,06 kr., svarende til kurserne 80,73 og 103,61.

Intuitivt skyldes dette, at når de risikofrie renter overstiger kuponrenten på 4%, er der mindre incitament til at betale en høj pris for obligationen, da alternative investeringer tilbyder højere afkast. Derfor bliver nutidsværdien af fremtidige pengestrømme lavere i et højrente-miljø.

Rentestrukturen vil rykke sig dag-til-dag givet investorernes markedsforventninger, hvilket vi vil komme til i kommende afsnit. Har man denne daglige rentestruktur, vil man være i stand til at regne afkast og risikomål for vores enkelte og en portefølje af obligationer. Desuden har vi nu forstået, at når vi omtaler rentestrukturen, så menes der nulkuponrentestrukturen.

3.4 Forklaringer på rentestrukturens udseende

Rentestrukturen kan i teorien have forskellige slags former. I ovenstående eksempel har vi antaget, at begge rentestrukturer har en opadgående form. Men, det er ikke den enste form, en rentestruktur kan indtage. Den kan nemlig indtage tre forskellige former: Stejl, vandret og invers: Der er tre vigtige elementer, der

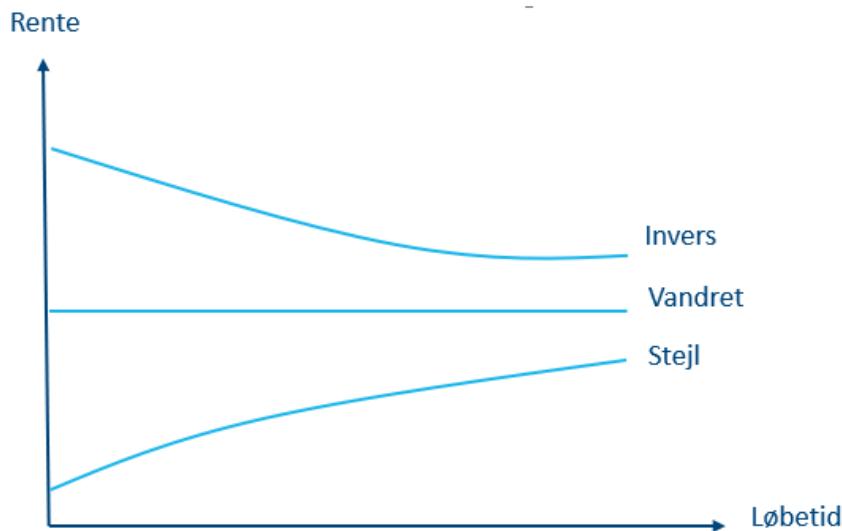


Figure 3.3: Rentestrukturens former

traditionelt antages at indgå i forklaringen af rentekurven, nemlig investorernes:

- Forventninger til fremtiden (forventningshypotesen)
- Løbetidspræferencehypotesen
- Markedssegmentering (markedssegmenteringshypotesen)

Forventningshypotesen siger, at den aktuelle rentestruktur er tæt forbundet med markedsforventninger til den fremtidige rentestruktur. Hermed forstår, hvordan økonomien ser ud i fremtiden. En voksende rentestruktur vil afspejle forventninger til, at renterne vil være højere i fremtiden end de er nu. Dette kan skyldes, at økonomien går godt, og at der vil være øget efterspørgsel i økonomien, hvilket vil kunne sætte sig i højere priser, og dermed inflation. Der vil derfor være en forventning til et højere afkast, for at give investoren et godt afkast målt i reelle termer.

Forventningshypotesen kan også anskues ud fra et krav om højere kreditpræmier. Jo længere lån - og dermed jo længere løbetid der er tale om, desto større er renterisikoen ved obligationen. Det udløser et krav fra investorerne om en højere præmie i form af en højere rente.

En anden traditionel forklaring på rentestrukturens form og udseende er givet ved *løbetidspræferencehypotesen*. Hypotesen tager udgangspunkt i, at priserne på obligationer med lang løbetid er mere påvirkelige af renteændringer end priserne på korte obligationer. De lange obligationer er derfor mere risikable end korte obligationer, hvilket næste kapitel vil dykke meget mere ned i. Investorerne vil derfor foretrække at købe de korte obligationer, og kræver en højere risikopræmie for at investere i lange obligationer fremfor korte. Jo længere udløbsperioden er, desto større skal løbetidspræmien også være.

I figur 3.4 illustrerer, at en rentestruktur kun indeholder forventninger til markedet, og en rentestruktur, hvor der både er forventninger og løbetidspræmier. Det ses, at kurven indeholder begge præmier vil være over kurven med forventninger alene, og at løbetidspræmien vokser med løbetiden.

Den tredje forklaring på rentestrukturens udseende er givet ved *markedssegmenteringshypotesen*. Hypotesen tager udgangspunkt i, at kapitalmarkedet består af forskellige investorgrupper med hver deres præferencer og behov. Nogle investorer foretrækker korte løbetider, mens andre foretrækker lange obligationer. Markedet er dermed opdelt i segmenter, som fungerer relativt uafhængigt af hinanden. Det betyder, at renteniveauet for bestemte løbetider afgøres af udbud og efterspørgsel inden for hvert enkelt segment, uden nødvendigvis at blive påvirket af forholdene i andre segmenter. Eksempelvis vil banker typisk have en præference

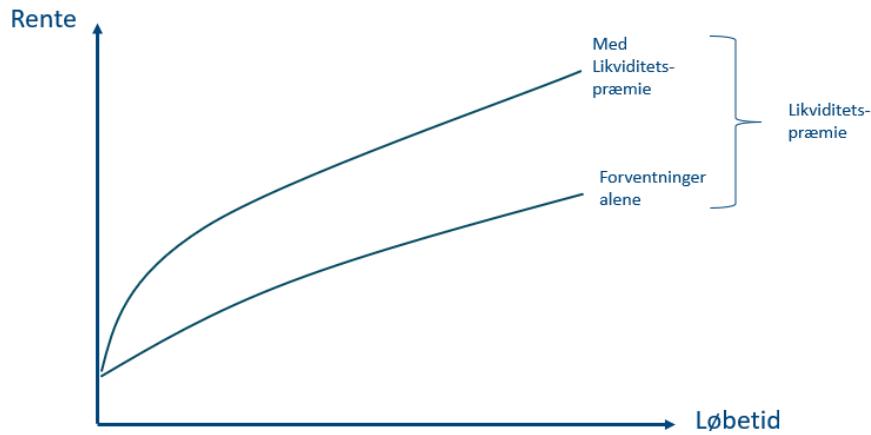


Figure 3.4: Rentestruktur og løbetidspræmie

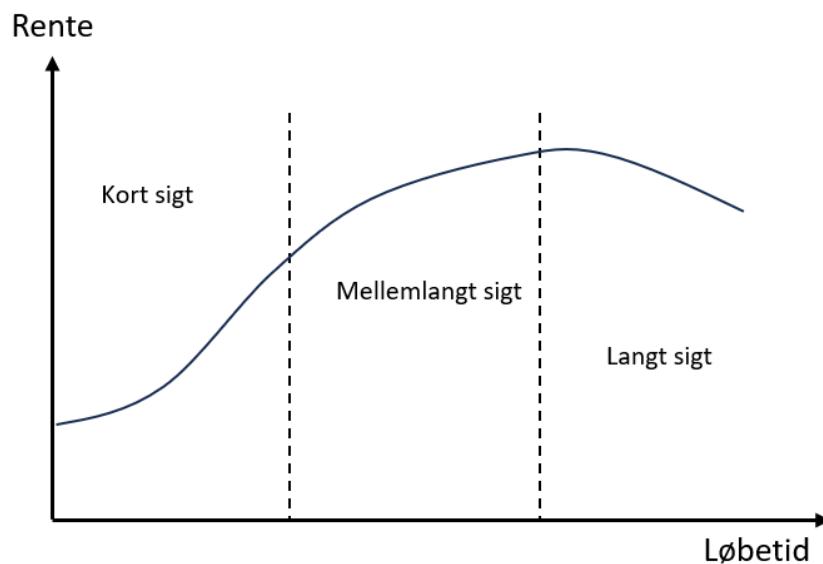


Figure 3.5: Rentestrukturens segmentering

for obligationer med korte løbetider, da det passer godt med deres behov for likviditet og deres regulatoriske krav. Pensionskasser og forsikringsselskaber foretrækker derimod lange obligationer, fordi deres forpligtelser typisk ligger længere ude i fremtiden. Mellem-lange obligationer er derimod mindre attraktive for mange institutionelle investorer, hvilket kan føre til højere renter (lavere priser) i dette segment. Denne segmentering af markedet betyder derfor, at rentestrukturen kan få en karakteristisk form med forskellige renteniveauer langs løbetidskurven, som alene afspejler investorernes segmenterede præferencer og ikke nødvendigvis forventninger til den generelle renteudvikling. Dette afspejles også i figur 3.5, hvor vi ser den traditionelle stigning i renten langs løbetiden. Effekten af efterspørgsel er tydelig, idet renterne på lange obligationer er relativt lave på grund af høj efterspørgsel, mens renterne i det mellem-lange segment er højere, fordi efterspørgslen her er lavere.

Definition 3.2: Rentekurvens form og de tre hypoteser

- Forventningshypoten siger, at investorernes forventninger til økonomiens fremtid påvirker rentekurvvens form.
- Løbetidspræferencehypotesen siger, at investorerne har en præference for korte obligationer fordi der er mere sikre.
- Markedssegmentering siger, at kapitalmarkedet består af investorer med præferencer for forskellige obligationer. Typisk har man en præference for helt korte og helt lange, og det påvirker rentekurvvens form igenmennem udbud/efterspørgsel.

3.5 Estimation af rentestrukturen

Som tidligere nævnt eksisterer nulkuponobligationer i praksis kun som skatkammerbeviser med en maksimal løbetid på ét år. Derfor er det ikke muligt at observere en hel nulkuponrentestuktur direkte på markedet. I stedet bliver vi nødt til at udlede rentestrukturen indirekte ud fra kuponbærende obligationer. Som vi illustrerede i figur 3.3, kan en kuponbærende obligation nemlig opfattes som en sammensætning af flere nulkuponobligationer. Ved at anvende informationen fra kuponobligationernes priser kan vi dermed beregne, hvilken implicit rente

nulkuponobligationer med længere løbetider bør have. Dette betyder, at vi ikke behøver en faktisk nulkuponobligation med f.eks. 10 års løbetid, fordi dens rente indirekte kan beregnes ud fra en tilsvarende 10-årig kuponbærende obligation.

Så længe der eksisterer tilstrækkeligt mange kuponbærende obligationer med forskellige løbetider, kan vi beregne de nødvendige *punkter* for at opbygge en komplet rentekurve. En rentekurve består imidlertid ikke blot af enkelte punkter; den skal være en glat og sammenhængende kurve, der ikke fremstår "savtakket". Derfor benyttes forskellige interpolationsteknikker som eksempelvis lineær interpolation, cubic splines og polynomiumsmetoden til at skabe en glat kurve. I figur 3.6(a) sammenlignes netop lineær interpolation med cubic spline-metoden. Set fra et prisfastsætningsperspektiv er det afgørende at vælge en interpolationsmetode, som resulterer i en glat kurve. En mere glat kurve sikrer nemlig mere præcise og stabile priser, da ujævnheder og "savtakker" i rentekurven potentielt kan føre til unøjagtigheder og arbitragemuligheder.

I figur 3.6(b) ses et eksempel på et datasample med kunstigt konstruerede kuponbærende obligationer, som typisk ville anvendes til at estimere en sådan rentekurve.

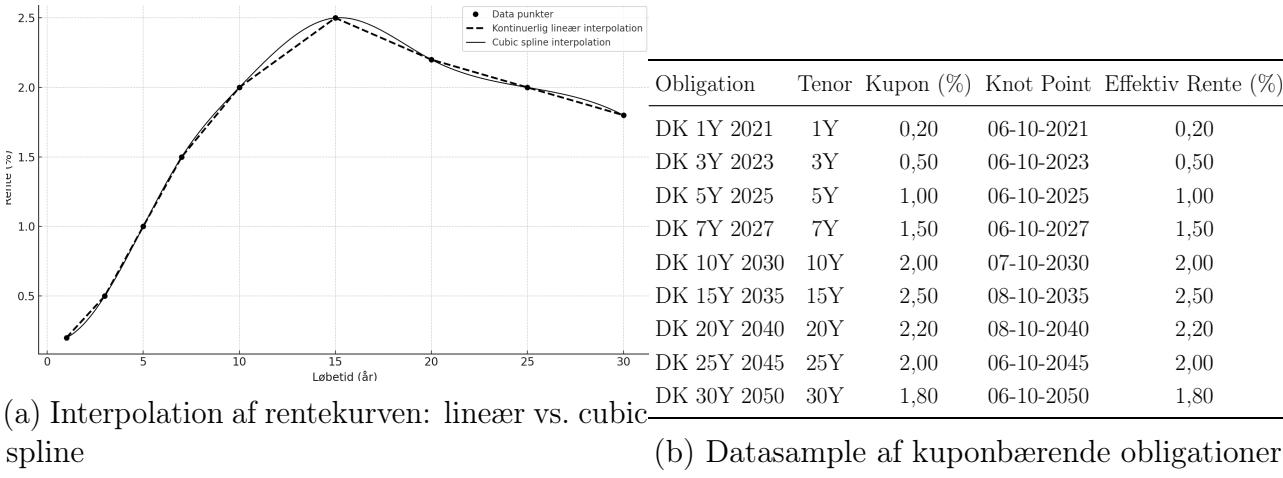


Figure 3.6: (a) Sammenligning af interpolationsmetoder og (b) datasample til kalibrering.

For at demonstrere, hvordan den estimerede rentekurve omsættes til teoretiske obligationskurser og sammenholdes med de faktiske markedspriser, viser figur 3.7 den glatte kurve, der fremkommer, når alle cash-flows diskonteres med de spotrenter, som interpolationsteknikken i figur 3.6a (her: cubic spline) leverer. De sorte trekantede angiver de observerede markedspriser. Liggende en trekant under den glatte kurve er obligationen *undervurderet*, mens et punkt over kurven indikerer, at obligationen er *overvurderet* i forhold til den estimerede rentestruktur. Tanken

er, at man først konstruerer en rentestruktur ud fra obligationsmarkedets egne priser og derefter bruger denne struktur til at beregne teoretiske priser på de samme obligationer.

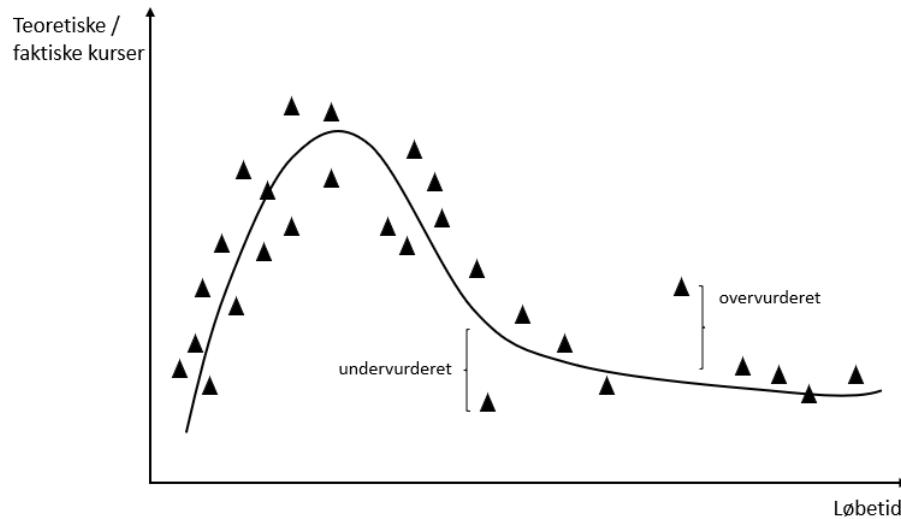


Figure 3.7: Beregnet rentestruktur og markedspriser

Som det fremgår af figuren er den beregnede kurve generelt placeret centralt blandt datapunkterne; mindre afvigelser afspejler handelsstøj, likviditetseffekter samt modelbegrensninger. Kurven kan derfor bruges både til en fair-value-vurdering af individuelle obligationer og til at identificere potentielle arbitragemuligheder, hvor markedet prissætter en obligation væsentligt anderledes end hvad den estimerede rentestruktur tilsiger.

Definition 3.3: *Den glatte rentestruktur*

En teoretisk solid rentestruktur skal estimeres ud fra finansielle instrumenter, der handles i markedet, givet som punkter. Vi bruger herefter interpolationsmetoder, som kobler punkterne sammen i en glat facon.

3.6 Prisfastsættelse ud fra rentestrukturen

I dette afsnit benytter vi rentestrukturen til teoretisk at prisfastsætte en obligation ud fra den aktuelle nulkuponrentestruktur. Som vi tidligere har set, kan der opstå afvigelser mellem den teoretiske kurs, vi beregner med vores finansielle modeller, og

den faktiske markedspris. Dette skyldes, at markedsdeltagerne indregner faktorer, som vores simple modeller ikke kan tage højde for. Sådanne faktorer kan være kredit- eller likviditetsrisiko eller andre forhold, der får markedet til at værdisætte obligationen anderledes. Markedsaktørerne bruger imidlertid stadig den teoretiske kurs som udgangspunkt og justerer herefter prisen med disse øvrige faktorer, inden de fastsætter den endelige markedspris. Derfor er rentestrukturen fortsat fundamentet for prisfastsættelsen.

I det foregående afsnit viste vi, hvordan en kuponbærende obligation kan opfattes som en portefølje af nulkuponobligationer, hvor antallet svarer til antallet af betalingsterminer. Givet disse nulkuponrenter kan obligationens samlede betalingsstrøm nutidsværdisættes ved:

$$K^* + v = \sum_{t=1}^N \frac{y_t}{(1+n_t)^t} \quad (3.2)$$

Her angiver K^* obligationens nutidsværdi, som repræsenterer den teoretiske kurs, v er den vedhængende rente, y_t er ydelsen på termin t , og n_t er nulkuponrenten gældende for betaling på tidspunkt t . Markedskurserne kan tilsvarende beregnes ved hjælp af den *effektive rente*:

$$K + v = \sum_{t=1}^N \frac{y_t}{(1+r_t)^t} \quad (3.3)$$

hvor K er den observerede markedskurs, og r_t er den effektive rente, som er ens for alle betalinger i beregningen. Hvorfor er der så forskel mellem den effektive rente og nulkuponrenten? Forskellen skyldes, at n_t er den teoretiske diskonteringsrente udledt af risikofrie nulkuponrenter konstrueret gennem metoder som eksempelvis cubic-splines. Nulkuponrenten er således *teoretisk*, mens den effektive rente r_t afspejler den rente, markedet implicit kræver for netop *den specifikke* obligation. Den effektive rente indeholder dermed alle præmier og øvrige faktorer, eksempelvis kredit- og likviditetspræmier, som investorerne korrigerer prisen med. Markedsprisen er altså bestemt af udbud og efterspørgsel, mens den teoretiske pris er bestemt ud fra en teoretisk rentestruktur. Med andre ord angiver nulkuponkurven "ren" tidsværdipenge-prisning, mens markedets effektive indbygger alle andre tillæg.

Ved hjælp af ligningerne 3.2 og 3.3 kan vi nu beregne nettonutidsværdien, der er givet ved $(K^* - K)$. Nettonutidsværdien afgør, om en obligation er korrekt prissat i markedet, og dermed om den er overvurderet eller undervurderet. Hvis

$$(K^* - K) > 0,$$

er den teoretiske pris højere end markedsprisen, og obligationen handles derfor undervurderet i markedet. Man kan altså købe obligationen billigere end andre obligationer med *tilsvarende* betalinger (samme kupon, løbetid, rentetilskrivning osv.). Omvendt gælder, at hvis

$$(K^* - K) < 0,$$

så er obligationen overvurderet, og prisen er højere end sammenlignelige obligationer.

Lad os tage et konkret eksempel på beregningen af nettonutidsværdien. Vi ser på den nye 10-årige statsobligation med en kuponrente på 2,25% (DK0009924961), som åbnede den 5. februar 2025 og har termin hvert år den 15. november frem til udløb den 15. november 2035. Vi antager, at vi køber obligationen på åbningsdagen, og at valørdagen derfor er den 7. februar 2025.

Table 3.3: Nutidsværdier (NV) for terminer 2025–2035

Termin	Tid i år	Ydelse (%)	Nulkuponrente (%)	NV
15-11-2025	0,77	2,25	2,24	2,21
15-11-2026	1,77	2,25	2,03	2,16
15-11-2027	2,77	2,25	2,04	2,12
15-11-2028	3,77	2,25	2,14	2,07
15-11-2029	4,77	2,25	2,25	2,02
15-11-2030	5,77	2,25	2,35	1,98
15-11-2031	6,77	2,25	2,44	1,94
15-11-2032	7,78	2,25	2,52	1,89
15-11-2033	8,78	2,25	2,60	1,85
15-11-2034	9,78	2,25	2,67	1,81
15-11-2035	10,78	102,25	2,72	80,58
Total NV				100,64

I tabel 3.3 angives betalingsrækken og den tilsvarende rentekurve. Bemærk, at vi har målt terminerne som tid i år, hvilket er perioden fra valørdagen frem til de enkelte betalinger. Grunden til, at vi bruger præcise tidsangivelser i stedet for blot hele tal (1, 2, ..., 10), er, at obligationens værdi afhænger stærkt af præcis, hvor lang tid der er tilbage til hver betaling. Selv små afvigelser i antallet af dage

mellem valørdagen og betalingsdagen kan have betydelig indflydelse på beregningen af nutidsværdien, især når vi anvender den faktiske nulkuponrentestruktur. Dette skyldes, at diskonteringsfaktorer afhænger eksponentielt af løbetiden, og derfor vil unøjagtige tidsangivelser føre til en upræcis prisfastsættelse.

Den teoretiske kurs K^* er 100,64, hvor vi har antaget, at der ikke er nogen vedhængende rente. Markedskursen K var på samme tidspunkt 100,63. Ud fra den teoretiske prisfastsættelse kan vi således konkludere, at den 10-årige statsobligation med 2,25% kupon er undervurderet i markedet relativt til den teoretiske kurs med $(100,64 - 100,63) = 0,01$ kurspoint.

3.7 Afrunding

Dette kapitel har givet en grundig indføring i rentekurvens betydning for obligationsprisfastsættelse. Vi har set, hvordan rentekurven danner fundamentet for værdiansættelsen af alle obligationer, da obligationens pris afhænger af, hvordan dens fremtidige betalinger diskonteres med de relevante nulkuponrenter. Derfor er det afgørende at kunne bestemme rentestrukturen korrekt. Vi har set, hvordan nulkuponrenter giver en mere entydig og teoretisk baseret prisfastsættelse end den effektive rente, som kun giver mening under stramme antagelser om geninvesteringsrenten.

Vi har desuden set, hvordan en obligation kan prissættes ved at opdele den i en portefølje af nulkuponobligationer, og hvordan vi kan vurdere om en obligation er overvurderet eller undervurderet ud fra nettonutidsværdien, dvs. forskellen mellem den teoretiske og markedsprisen. Hele pointen med at forstå rentestrukturen er, at den ikke kun bruges til at beregne priser, men også til at beregne risiko. For obligationers risiko er netop forbundet med, at markedspriserne ændrer sig, og disse prisændringer opstår, når rentekurven – altså markedets diskonteringsrenter – ændrer sig. Med dette fundament kan vi nu i næste kapitel gå videre til at analysere obligationsrisiko og introducere de klassiske risikomål som varighed og konveksitet.

Chapter 4

Renterisiko

I dette kapitel præsenteres en række nøgletal for renterisiko, som traditionelt anvendes i forbindelse med obligationsinvesteringer. Udgangspunktet er det mest anvendte risikomål kaldet varighed og dets forskellige variationer: Macaulay-varighed, modificeret varighed, kronevarighed og konveksitet. Særligt konveksiteten er vigtig, når vi senere skal beskæftige os med konverterbare obligationer. Varigheden har dog det problem, at man antager renteændringen sker parallelt, dvs. alle rentsatsen langs rentestrukturen ændres ens. Det sker sjældent i praksis, så derfor vil kapitlet også gennemgå nøglerentevarighed (delta-vektorer), hvor obligationens rentefølsomhed analyseres over for ændringer i specifikke punkter på rentekurven – og ikke blot ved et parallelt skift i hele kurven.

4.1 Varighed

Varighedsbegrebet blev introduceret af Frederik Macaulay i 1938 og udtrykker:

1. Obligationens gennemsnitlige løbetid
2. Obligationens immuniseringshorisont
3. Obligationens rentefølsomhed, som kan måles igennem:
 - a) Varighed
 - b) Modificeret varighed
 - c) Krone varighed

4.1.1 Varighed og gennemsnitlig løbetid

Antag, at vi har to 10-årige obligationer: en serieobligation og en stående obligation. De har præcis samme restløbetid, men deres betalingsstrømme er markant

forskellige. For et stående lån betales der kun renter løbende, og hele hovedstolen tilbagebetales til sidst. I et serielån betales der derimod afdrag konstant, og rentebetalerne falder over tid.

Allerede her kan vi få den centrale intuition: *Prisen på den 10-årige stående obligation vil reagere kraftigere på renteændringer end serielånet*, fordi den gennemsnitlige løbetid (varigheden) er længere for den stående obligation. Selvom begge papirer har 10 år til endelig forfald, er det afgørende *hvornår* i forløbet de store betalinger ligger. I en stående obligation ligger hovedparten af værdien koncentreret i slutbetalingen (hovedstolen), mens en serieobligation ”trækker” værdi tidligere frem i tid via faste afdrag og faldende renter. Jo mere af betalingsstrømmen der ligger sent, desto flere perioder bliver den diskonteret over, og desto mere påvirkes nutidsværdien af en ændring i renten. Derfor har stående obligationer typisk længere varighed og større prisfølsomhed end serieobligationer *alt andet lige*.

Varighed hjælper os med at anskue denne forskel i risiko ved at måle den *gennemsnitlige* tid, investoren venter på at modtage pengestrømmene, hvor hver betaling vægtes efter sin (diskonterede) størrelse. Jo længere tid der går, før investoren får sine penge, desto større er usikkerheden om, hvad der vil ske i mellemtiden, og desto flere betalinger bliver ramt af en renteændring. Hvis en obligation har kort tid tilbage, er effekten af en renteændring begrænset; har den lang tid tilbage, vil værdien påvirkes mere, fordi mange (og store) betalinger påvirkes over en længere horisont.

For at finde varigheden skal vi multiplicere tiden til hver betaling med den vægt, som den pågældende betaling udgør af den samlede betalingsstrøm, og derefter summere disse vægtede tider:

$$\text{Varighed (D)} = \sum_{t=1}^N w_t \cdot t \quad (4.1)$$

hvor w_t er vægten af den individuelle betaling, og t er tiden målt i år frem til betalingen.

Den første kuponbetaling, der forfalder i november 2025, har eksempelvis en nutidsværdi på:

$$P = \frac{FV}{(1+r)^t} = \frac{2.25}{(1+0.0245)^{0.811}} = 2.206.$$

Vi finder nutidsværdien af alle betalerne (både løbende kuponer og hovedstolen), summerer dem og beregner vægtene. Summen svarer til markedsprisen. For den stående obligation er denne pris 98,696, og varigheden ender på 8,867 år. For serielånet er prisen 99,454 og varigheden 4,985 år.

Hvorfor er varigheden på den stående obligation 8,867 og ikke lig med 10 år, som er restløbetiden? Varigheden er ofte kortere end restløbetiden, fordi obligationens kuponbetalinger modtages løbende før udløbsdatoen. Disse betalinger reducerer den gennemsnitlige tid, investoren venter på at modtage pengestrømmene. For seriellånet bliver varigheden endnu kortere, fordi afdragene fordeles jævnt over hele løbetiden og dermed trækker gennemsnittet yderligere frem i tid. Konsekvensen er, at to obligationer med samme restløbetid kan have meget forskellig prisfølsomhed over for renteændringer, netop fordi deres betalingsstrømmme er struktureret forskelligt.

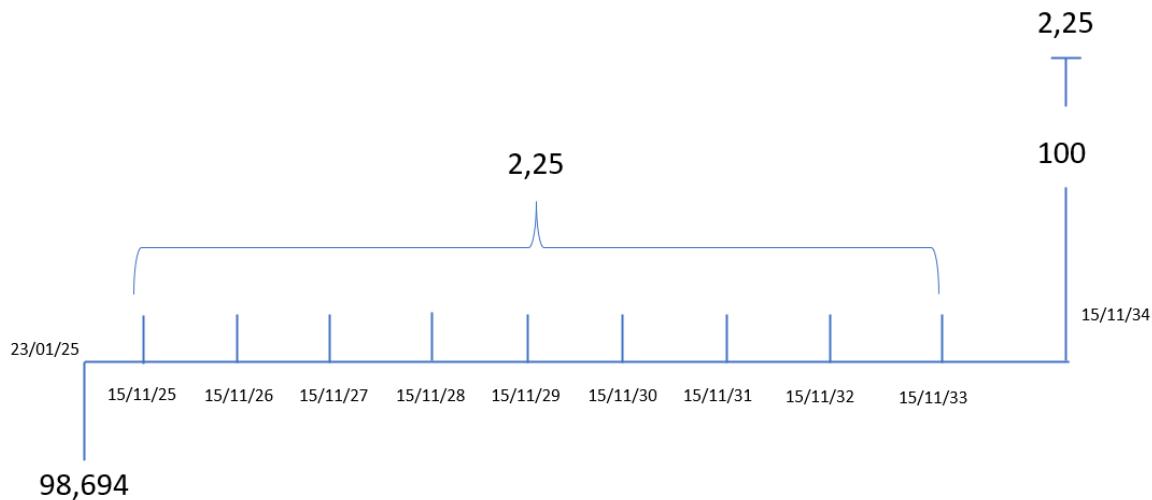


Figure 4.1: Cash flow for stående obligation (2,25% 2034)

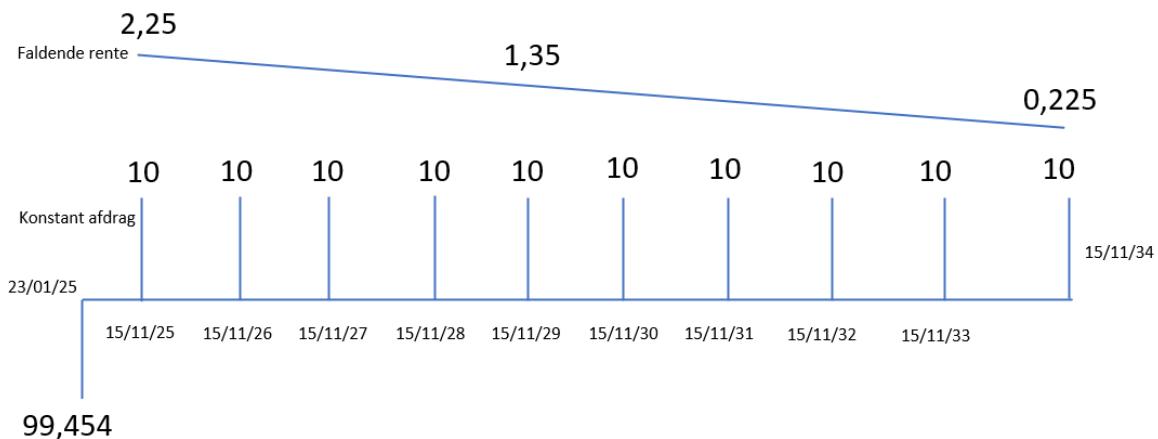


Figure 4.2: Cash flow for serieobligation (2,25% 2034)

Table 4.1: Nøgledata for beregning af varighed (gælder både serie- og stående obligation)

Handelsdag	21-01-2025	Sidste kuponbetaling	15-11-2024
Valørdag	23-01-2025	Antal vedh. rentedage	69
Effektiv rente	2,45%	Vedhængende rente	0,425

Table 4.2: Beregning af varighed og ekstra data for en 10-årig stående obligation

Dato (termin)	Tid i år	CF	PV CF	Vægt (%)	Vægt · tid
15-11-2025	0,811	2,25	2,206	2,24%	0,0181
15-11-2026	1,811	2,25	2,154	2,18%	0,0395
15-11-2027	2,811	2,25	2,102	2,13%	0,0599
15-11-2028	3,811	2,25	2,052	2,08%	0,0792
15-11-2029	4,811	2,25	2,003	2,03%	0,0976
15-11-2030	5,811	2,25	1,955	1,98%	0,1151
15-11-2031	6,811	2,25	1,908	1,93%	0,1317
15-11-2032	7,811	2,25	1,862	1,89%	0,1474
15-11-2033	8,811	2,25	1,818	1,84%	0,1623
15-11-2034	9,811	102,25	80,636	81,70%	8,0158
Sum			98,696	100,00%	8,867

Table 4.3: Beregning af varighed og ekstra data for en 10-årig serieobligation

Dato (termin)	Tid i år	CF	PV CF	Vægt (%)	Vægt · tid
15-11-2025	0,811	12,25	12,012	12,17%	0,0987
15-11-2026	1,811	12,03	11,509	11,66%	0,2112
15-11-2027	2,811	11,80	11,024	11,17%	0,3140
15-11-2028	3,811	11,58	10,555	10,69%	0,4076
15-11-2029	4,811	11,35	10,102	10,24%	0,4924
15-11-2030	5,811	11,13	9,665	9,79%	0,5691
15-11-2031	6,811	10,90	9,243	9,37%	0,6379
15-11-2032	7,811	10,68	8,836	8,95%	0,6993
15-11-2033	8,811	10,45	8,443	8,55%	0,7537
15-11-2034	9,811	10,23	8,064	8,17%	0,8016
Sum			99,454	100,00%	4,985

Samlet set: To obligationer med samme restløbetid kan have vidt forskellig varighed og dermed forskellige prisreaktioner på renteændringer. Forskellen drives af fordelingen af (diskonterede) betalinger over tid—ikke bare den kalenderbestemte udløbsdato.

4.1.2 Varighed og immuniseringshorisont

Når man investerer i en statsobligation, er man utsat for to typer risiko: **Kursrisiko**: Obligationens kurs falder, når renterne stiger. **Geninvesteringsrisiko**: Hvis renten falder, vil kuponbetalingerne ikke kunne geninvesteres til den tidlige rente, hvilket fører til tab. Disse to risici trækker i modsatte retninger. Vi mister penge på kursrisikoen, hvis renterne stiger, men vinder ved at geninvestere kuponerne til en højere rente. Omvendt taber vi ved rentefald på geninvesteringerne. Spørgsmålet er: Hvornår opvejer den ene effekt den anden? Dette illustreres i figur 4.3.

I obligationens løbetid modtager vi løbende kuponbetalinger, som vi kan geninvestere, hvilket skaber en rentes-rente effekt. Der er tre scenarier: Uændret rente (fuld streg), rentefald (stiplet linje), og rentestigning (mørk stiplet linje). Hvis renten stiger, falder obligationens kurs, hvilket umiddelbart er en ulempe. Men hvis investoren beholder obligationen, kan kuponerne geninvesteres til en højere rente, som gradvist opvejer kursfaldet. Efter et vist punkt vil investoren faktisk stå bedre stillet, når renterne stiger. Dette sker, når de to linjer krydser

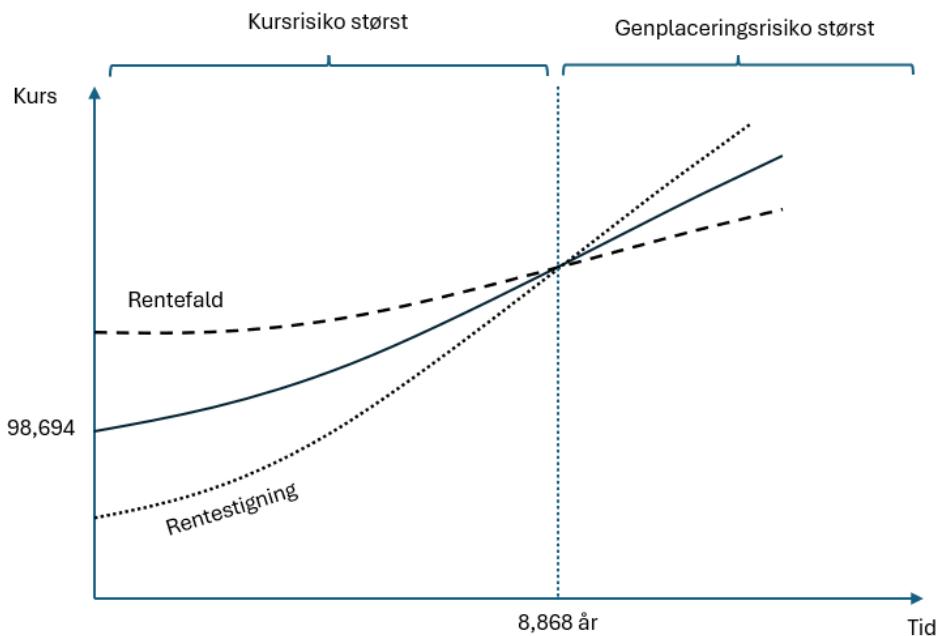


Figure 4.3: Immuniseringshorisonten

hinanden – ved varighedspunktet på 8,867 år (ud af obligationens løbetid på 10 år).

I rentefaldsscenariet vil man til at starte med opleve en kursgevinst, men fordi renteniveauet er lavere, vil fremtidige kuponbetalinger ikke kunne geninvesteres til samme rente som før. Efter 8,867 år er fordelen ved kursgevinsten opbrugt, da den lavere geninvesteringsrente udligner fordelen.

Vi kan konkludere, at et rentefald er fordelagtigt frem til varighedspunktet, hvorefter en rentestigning er mere fordelagtig. Præcis ved varighedspunktet er de to risici afbalancerede, hvilket betyder, at investeringen er immun over for rentændringer – heraf betegnelsen "immunisering".

Pointen er derfor, at hvis en investor kender sin investeringshorisont (altså, hvornår pengene skal bruges igen) og ønsker at minimere risiko, bør vedkommende vælge en obligation, hvor horisonten i år matcher obligationens varighed. Hvis investeringshorisonten er 8-9 år, vil vores 10-årige statsobligation med en varighed på 8,867 år være et oplagt valg.

4.1.3 Varighed og risikomål

Varighed kan give os et direkte mål for, hvor meget prisen på en obligation ændrer sig i procent, hvis renten ændrer sig (specifikt den effektive rente). Lad os igen tage udgangspunkt i den tidligere obligation med en effektiv rente på 2,45%. Vi kan nu spørge: Hvad sker der, hvis renten stiger med 1%? Dette kan udtrykkes

som $1.01 \cdot (1 + 0.0245) = (1 + 0.0347)$, hvilket betyder, at vi skal diskontere alle betalingsstrømme med den nye rente. Dette vil medføre, at kurserne falder fra 98,694 til 90,572, hvilket svarer til et fald på 8,867%. Bemærk, at kursændringen *ikke er eksakt*, men blot en tilnærmelse. Denne afvigelse skyldes konveksitet, som vi vil komme ind på senere.

Da en renteændring fra 2,45% til 3,47% ikke er særlig intuitiv, foretrækker man ofte at arbejde med 1-procentpoint ændringer. Dette kaldes den modificerede varighed, som beregnes som:

$$\text{Modificeret Varighed (MD)} = \frac{D}{1+r} \quad (4.2)$$

hvor D er obligationens varighed, og r er den effektive rente. For vores 10-årige statsobligation kan vi beregne den modificerede varighed:

$$\frac{8.867}{1+0.0245} = 8.655$$

Dette betyder, at hvis renten ændrer sig med 1 procentpoint, vil prisen på obligationen falde med 8,655%.

Definition 4.1: Modificeret varighed

Den modificerede varighed angiver den procentvise ændring i obligationens pris ved en ændring på 1 %-point i obligationens effektive rente

Hvad nu, hvis vi ønsker at se konsekvensen af en renteændring i kroner? I dette tilfælde anvender vi kronevarigheden, som beregnes som:

$$\text{Kronevarighed (d)} = \frac{D}{1+r} \cdot \frac{\text{Kurs}}{100} = MD \cdot \frac{\text{Kurs}}{100} \quad (4.3)$$

For vores obligation bliver kronevarigheden:

$$\frac{8.867}{1.0245} \cdot \frac{98.694}{100} = 8.542 \text{ kr.}$$

Kronevarigheden angiver dermed ændringen i obligationens pris/kurs målt i kroner ved en ændring på 1 %-point i obligationens effektive rente.

Vi kan også arbejde med meget små renteændringer, som f.eks. ændringer på få basispunkter. En anden form af kronevarigheden, kaldet Basis Point Value (BPV), fokuserer på en ændring på 1 basispunkt (0,01%). Den beregnes som:

$$\text{Kronevarighed i BPV} = \frac{\text{Kronevarighed}}{100} = 0.008542 \text{ kr.} \quad (4.4)$$

Definition 4.2: Kronevarigheden

Kronevarigheden angiver ændringen i obligationens pris eller kurs målt i kroner ved en ændring på 1 %-point i obligationens effektive rente. Dette er det mest anvendte varighedsmål.

Alle tre varighedsmål er meget vigtige, når finansielle institutioner skal vurdere deres risikoeksponering.

Men der er et mindre problem. Både kronevarighed og modificeret varigheder er blot approksimationer. Hvor god denne approksimation kan ses igennem *konveksiteten*, hvilket vil forsøge at måle, hvor meget approksimationen skyder ved siden af.

4.2 Konveksitet

Som nævnt i afsnit 2.1 er varighedsnøgletallene approksimationer. Ændrer man den effektive rente på statsobligationen med 1%-point opad og nedad, og tilbagediskonterer man cash flows med disse nye rentesatser, opnår man resultaterne i tabel 4.4.

Af tabel 4.4 ses, at ved et rentefald på 1%-point stiger kurSEN med 8,995 kr., mens den ved en tilsvarende rentestigning kun falder med 8,122 kr. Havde man taget udgangspunkt i den beregnede kronevarighed, ville vores forventning have været en kursændring på 8,542 kr. Som det fremgår af tabellen, sker der en større ændring, når renten falder, end når renten stiger. Kronevarigheden bliver således et gennemsnit af konsekvenserne ved renteændringer i begge retninger.

Table 4.4: Følsomhed ved rentefald og rentestigninger

Renteændring	Effektiv rente	Kurs inkl. vedh. rente	Kursændring
+1%-point	3,45%	90,572	-8,122
-1%-point	1,45%	107,689	8,995

At der ikke er symmetri mellem kursændringer ved rentefald og rentestigninger, benævnes **konveksitet**.

At der ikke er symmetri, kan også ses af Figur 4.4, som viser obligationens pris som funktion af den effektive rente. Som det fremgår, er der ikke tale om en

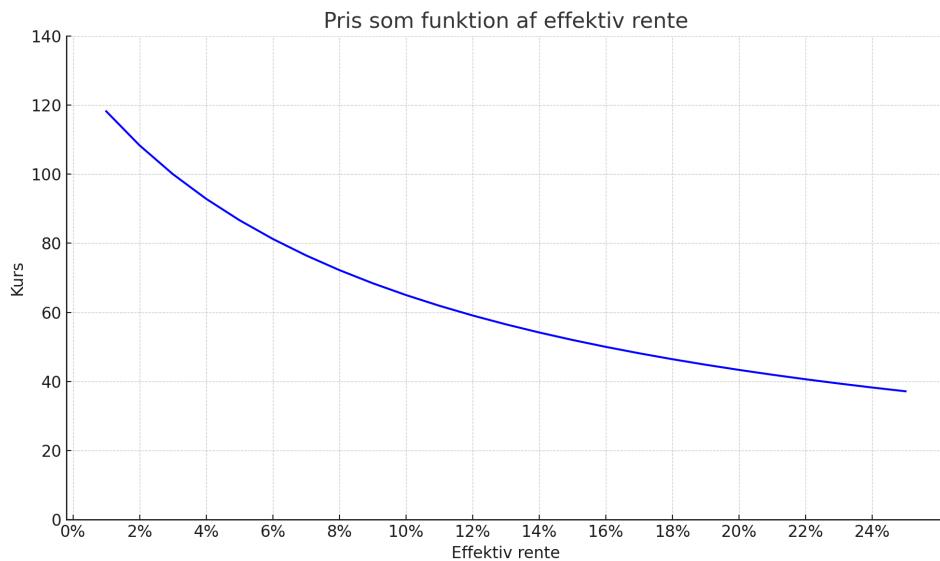


Figure 4.4: Pris som funktion af effektiv rente

lige linje. Kurven er stejlere ved lave renteniveauer end ved høje renteniveauer. Det betyder, at den samme ændring i den effektive rente har større effekt ved lave renteniveauer end ved høje renteniveauer.

Det betyder også, at varighedsnøgletallene ændrer sig med renteniveaet. Når renten falder, stiger risikoen (kronevarigheden), og når renten stiger, falder risikoen.

At kurs-rente-funktionen ikke kan være lineær, men må være krum (konveks), kan ses af, at hvis der var en lineær sammenhæng mellem kurs og effektiv rente, ville kursten på et eller andet tidspunkt (ved et tilstrækkeligt højt renteniveau) krydse nul og blive negativ. Det giver ikke mening at have obligationer med en negativ kurs, hvorfor kursfunktionen må bøje af, efterhånden som renten stiger. Se igen figur 4.4.

Kronekonveksiteten angiver i kroner det meste af den fejl, man begår ved at bruge kronevarigheden som approksimation for kursændringen. Fejlen findes som

$$\frac{1}{2} \cdot \text{kronekonveksitet} \cdot (\text{renteændring})^2 \quad (4.5)$$

Som ovenstående ligning 4.5 angiver, måler kronekonveksiteten størstedelen af den fejl, der begås ved at bruge kronevarigheden som mål for kursændringen. Fortolkningen af kronekonveksiteten er illustreret i figur ???. Hvis kronevarigheden er 10 kr. for en obligation, og kronekonveksiteten er 1 kr., kursten er 100 kr., og den effektive rente er på 2%.

Kronekonveksiteten angiver den fejl, der samlet begås ved at anvende kronevarigheden. Fejlen ved et rentefald på 1%-point bliver:

$$\text{Fejl} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1)^2 = 0,50 \text{ kr.} \quad (4.6)$$

og tilsvarende ved en rentestigning på 1%-point. De røde markeringer på figuren illustrerer dette.

Den faktiske kursændring ved et rentefald på 1%-point bliver således kronevarigheden plus fejlen fra konveksiteten, hvilket ses i figur 4.6.

$$10 \text{ kr.} + 0,50 \text{ kr.} = 10,50 \text{ kr.} \quad (4.7)$$

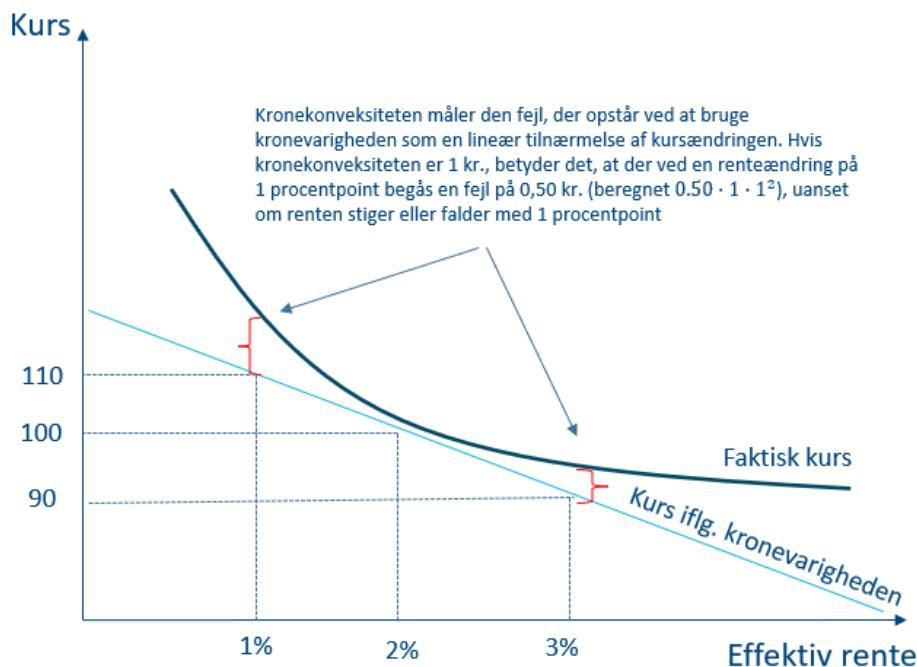


Figure 4.5: Pris som funktion af effektiv rente

Tilsvarende vil man opleve, at når den effektive rente stiger fra 2% til 3%, vil man ikke tage 10 kr., som krenevarigheden angiver, men kun 9,50 kr.

Definition 4.3: Kronekonveksiteten

Kronekonveksiteten angiver i kroner det meste af den fejl, som man begår ved at alene bruge krenevarigheden som approksimation for kursændringen. Fejlen findes som $\frac{1}{2} \cdot \text{kronekonveksiteten} \cdot \text{renteændring}^2$

Man kan dermed konstatere, at konveksiteten giver et positivt bidrag til investeringsresultatet. Ved rentestigninger bliver tabet ikke helt så stort som

frygtet (baseret på kronevarigheden), og ved rentefald oplever man en større gevinst, end man havde håbet på.

Det kan også udtrykkes ved, at kronevarigheden falder, når renten stiger, og stiger, når renten falder. Konveksiteten er således en positiv faktor for investoren.

Beregningen af kronekonveksiteten fremgår af formel 4.8

$$\text{Kronekonveksitet } (C) = \frac{\sum_{t=1}^N (t^2 + t) \cdot c_t \cdot (1+r)^t}{(1+r)^2} \cdot 0,01^2 \quad (4.8)$$

hvor t angiver tiden til forfald for de enkelte betalinger, c_t er cash flow til tidspunkt t , og r er den effektive rente.

På baggrund af vores obligation fra tidligere (2,25% Danske Stat 2033) vises beregningen af kronekonveksiteten i Tabel 2.3. Som det fremgår, er Tabel 2.1 blevet udvidet med en ekstra kolonne, hvor konveksitetsbidraget (tælleren i ligning 4.8) beregnes.

Table 4.5: Beregning af varighed og ekstra data for en 10-årig stående obligation

Handelsdag	21-01-2025	Sidste kuponbetaling	15-11-2024
Valørdag	23-01-2025	Antal vedh. rentedage	69
Effektiv rente	2,45%	Vedhængende rente	0,425

Dato (termin)	Tid i år	CF	PV CF	Vægt (%)	Vægt·tid	(tid ² +tid)·PV
15-11-2025	0,811	2,25	2,206	2,24%	0,0181	3,24
15-11-2026	1,811	2,25	2,154	2,18%	0,0395	10,96
15-11-2027	2,811	2,25	2,102	2,13%	0,0599	22,52
15-11-2028	3,811	2,25	2,052	2,08%	0,0792	37,62
15-11-2029	4,811	2,25	2,003	2,03%	0,0976	55,99
15-11-2030	5,811	2,25	1,955	1,98%	0,1151	77,37
15-11-2031	6,811	2,25	1,908	1,93%	0,1317	101,51
15-11-2032	7,811	2,25	1,862	1,89%	0,1474	128,17
15-11-2033	8,811	2,25	1,818	1,84%	0,1623	157,14
15-11-2034	9,811	102,25	80,636	81,70%	8,0158	8552,77
Sum			98,696	100,00%	8,867	9147,28

Indsættes i ligning 4.8, fås:

$$\begin{aligned}\text{Kronekonveksitet } (C) &= \frac{\sum_{t=1}^N (t^2 + t) \cdot c_t \cdot (1+r)^t}{(1+r)^2} \cdot 0,01^2 \\ &= \frac{9.147,283}{(1+0,0245)^2} \cdot 0,01^2 = 0,872 \text{ kr.}\end{aligned}$$

Kronekonveksiteten kan fortolkes som den fejl, der begås ved at anvende kronevarigheden alene. Betragt fx eksemplet fra tabel 4.4, hvor vi ændrede den effektive rente på statsobligationen med henholdsvis +1%-point og -1%-point. Vi kan nu efterprøve, om vi kommer tættere på den faktiske kursændring ved at inddrage konveksiteten.

Ved et rentefald på 1%-point:

$$\text{Kursændring} = 1 \cdot \text{kronevarighed} + \frac{1}{2} \cdot \text{kronekonveksitet} \cdot (1)^2 \quad (4.9)$$

$$= 1 \cdot 8,542 + 0,5 \cdot 0,872 \cdot 1^2 \quad (4.10)$$

$$= 8,978 \text{ kr.} \quad (\text{faktisk ændring} = 8,995 \text{ kr.}) \quad (4.11)$$

Ved en rentestigning på 1%-point:

$$\text{Kursændring} = -1 \cdot \text{kronevarighed} + \frac{1}{2} \cdot \text{kronekonveksitet} \cdot (1)^2 \quad (4.12)$$

$$= -1 \cdot 8,542 + 0,5 \cdot 0,872 \cdot 1^2 \quad (4.13)$$

$$= -8,106 \text{ kr.} \quad (\text{faktisk ændring} = -8,122 \text{ kr.}) \quad (4.14)$$

Eksempel

En obligation har en effektiv rente på 2,00%, en kronevarighed på 4,5 kr. og en kronekonveksitet på 0,8 kr. Hvad bliver ændringen i kurset ved henholdsvis et rentefald til 1,5% og en rentestigning til 2,5%?

- Ved et rentefald til 1,5% (dvs. en renteændring på -0,5%):

$$\text{Kursændring} = 0,5 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot (-0,5)^2 \quad (4.15)$$

$$= 2,35 \text{ kr.} \quad (4.16)$$

- Ved en rentestigning til 2,5% (dvs. en renteændring på +0,5%):

$$\text{Kursændring} = -0,5 \cdot 4,5 + \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot (0,5)^2 \quad (4.17)$$

$$= -2,15 \text{ kr.} \quad (4.18)$$

Betrætter man tælleren i Formel 4.8, vil man observere, at konveksiteten stiger kvadratisk med løbetiden, da tiden opløftes i anden potens. Det betyder, at konveksiteten bliver meget afgørende for obligationer med lang løbetid, mens den er mindre vigtig for kortløbende obligationer. Som tommelfingerregel kan man sige, at for almindelige fastforrentede obligationer med løbetid under 10 år er konveksiteten ikke så afgørende, mens den bliver vigtig ved løbetider over 10 år.

Som nævnt bidrager konveksiteten positivt til investeringsresultatet. Men konveksitet har en pris. Spørgsmålet er derfor, hvornår det vil være relevant for en investor at betale ekstra for at opnå høj konveksitet i obligationsporteføljen. I Figur ?? ses to obligationer. Obligation A har høj konveksitet, mens obligation B har lav konveksitet. Obligation A bør alt andet lige være dyrere end obligation B, da den klarer sig bedre ved både rentefald og rentestigninger.

Hvis investoren forventer små renteudsving på markedet, vil de to obligationer klare sig næsten lige godt, og det vil derfor være mere attraktivt at købe den billigere obligation B. Hvis investoren derimod forventer store udsving i renterne, vil obligation A klare sig væsentligt bedre end B, og her vil det kunne forsvarer at betale en højere pris.

Generelt kan man derfor sige, at køb af obligationer med høj konveksitet er et væddemål med markedet om stigende volatilitet, mens køb af obligationer med lav (eller negativ) konveksitet er et væddemål om faldende volatilitet.

4.3 Rentersiko på porteføljer

Når man ønsker at opgøre risikoen på porteføljeniveau, kan man vælge mellem to tilgange. Enten kan man opstille det samlede cash flow og beregne alle risikotal ud fra dette, for derefter at gennemgå de enkelte papirer. Dette kan dog være en tidskrævende proces. Derfor vælger man ofte en anden tilgang: at anvende approximationer til at finde nøgletalene på porteføljeniveau.

Grundreglen, når man skal finde porteføljenøgletal ved hjælp af approximationer, er, at nøgletal, der udtrykkes i kroner (kronevarighed, BPV og kronekonveksitet), skal vægtes med de nominelle værdier, og nøgletal, der udtrykkes i

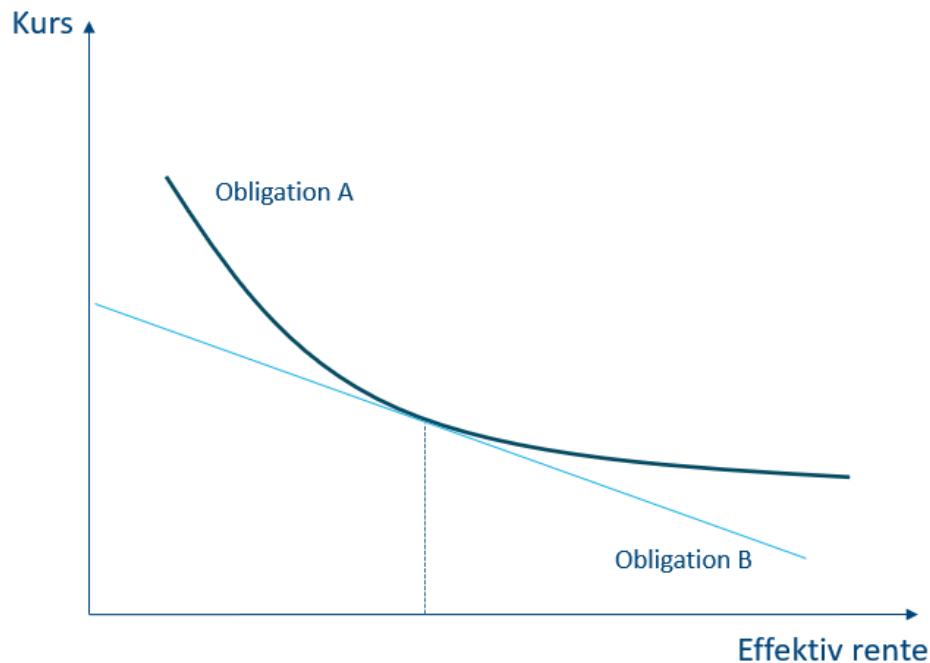


Figure 4.6: Hvornår er konveksitet vigtig?

procenter (varighed og modificeret varighed), skal vægtes med obligationernes markedsværdier.

Table 4.6: Risikonøgletal på porteføljeniveau

	Nom. beløb	Kurs	Markedsværdi (M)	Macaulay varighed	Modificeret varighed	Kronevarighed	Kronekonveksitet
Obligation 1	10.000.000	99,3	9.930.000	2,2	2,18	2,16	0,14
Obligation 2	15.000.000	101,5	15.225.000	4,8	4,73	4,8	0,34
Obligation 3	25.000.000	102,8	25.700.000	10,5	10,3	10,59	1,2
Portefølje	50.000.000	-	50.855.000	7,17	7,05	7,17	0,73

Tabel 4.6 viser, hvordan man kan beregne risikotal på porteføljeniveau. Ved beregning af varigheden på porteføljeniveau skal man vægte med markedsværdierne:

$$\begin{aligned}
 \text{Varighed}_{\text{Portefølje}} &= \frac{9,93M \cdot 2,20 + 15,225M \cdot 4,80 + 25,625M \cdot 10,50}{9,93M + 15,225M + 25,625M} \\
 &= \frac{21,846 + 73,080 + 268,063}{50,780} \\
 &= \frac{362,989}{50,780} \\
 &= 7,17
 \end{aligned}$$

Den modificerede varighed beregnes på tilsvarende vis ved at vægte med markedsværdierne:

$$\begin{aligned}\text{Modificeret Varighed}_{\text{Portefølje}} &= \frac{9,93M \cdot 2,18 + 15,225M \cdot 4,73 + 25,625M \cdot 10,14}{9,93M + 15,225M + 25,625M} \\ &= \frac{21,647 + 72,018 + 259,821}{50,780} \\ &= \frac{353,486}{50,780} \\ &= 7,05\end{aligned}$$

Havde man allerede beregnet porteføljens effektive rente, kunne den modificerede varighed også findes ved hjælp af formelen:

$$\text{Modificeret Varighed} = \frac{D}{1+r} = \frac{7,17}{1+0,0177} = \frac{7,17}{1,0177} = 7,05$$

Kronevarigheden er et risikotal udtrykt i kroner og skal derfor vægtes med obligationernes nominelle værdier:

$$\begin{aligned}\text{Kronevarighed} &= \frac{10M \cdot 2,16 + 15M \cdot 4,80 + 25M \cdot 10,59}{10M + 15M + 25M} \\ &= 7,167\end{aligned}$$

Fortolkningen af tallet er, at hvis man har nominelt 100 af porteføljen, vil man tage 7,17 kr., hvis den effektive rente stiger fra 1,77 % til 2,77 %. Eller man vil tjene 7,17 kr., hvis den effektive rente falder med 1 procentpoint til 0,77 %. Dette er naturligvis uden at tage hensyn til konveksitetsbidraget.

Porteføljens samlede kronevarighed er:

$$\text{Samlet Kronevarighed} = \frac{7,17 \cdot 50M}{100} = 3,59 \text{ mio. kr.}$$

Ved en rentestigning (rentefald) på 1 procentpoint tabes (tjenes) altså 3,59 mio. kr. på porteføljen.

Ligeledes kan kronekonveksiteten for porteføljen regnes ved brug af de tilsvarende vægte som ved kronevarigheden:

$$\text{Kronekonveksitet} = \frac{10M \cdot 0,14 + 15M \cdot 0,34 + 25M \cdot 1,20}{10M + 15M + 25M} = 0,73 \text{ kr}$$

Kronekonveksiteten på 0,73 kr. viser, hvor meget porteføljens værdi yderligere vil ændre sig ved en renteændring på 1 %-point, ud over hvad varigheden forudsiger. Med andre ord bidrager konveksiteten med en ekstra prisjustering på 0,73 kr., som varigheden ikke fanger. Fordi konveksitetens effekt er *ikke-lineær* i forhold til renteændringen, anvender vi halvdelen af denne værdi ($0,5 \times 0,73 \text{ kr} = 0,37 \text{ kr}$) for at korrigere prisestimatet. Dette giver os en mere præcis vurdering af, hvordan porteføljens værdi påvirkes af renteændringer og hjælper os med bedre at forstå risikoen i vores investeringer.

4.4 Risikomål ved brug af rentestrukturen

Indtil nu har vi brugt én enkelt effektiv rente til at beregne varigheder og konveksiteter for alle betalinger – som om rentekurven var flad. Det betyder, at uanset om en kupon falder om ét år eller om ti år, diskonteres den med samme rente. Denne fremgangsmåde kan føre til inkonsistente pris- og risikomål.

Løsningen er at anvende nulkuponrentestrukturen. Her diskonteres hver enkelt betaling med præcis den nulkuponrente, som gælder for den pågældende betalingsdato. Nulkuponrentestrukturen sikrer således en konsistent prissætning og et præcist risikomål.

Som eksempel tager vi en 3-årig stående obligation med 2,25% kuponkurs, der i markedet handles til kurs 98,50. Beregnet ud fra denne effektive rente får vi en Macaulay-varighed på 2,9339 år. Hvis vi i stedet bruger de enkelte nulkuponrenter, opnår vi en Fisher–Weil-varighed på 2,9313 år. Selv om forskellen her er minimal, er Fisher–Weil-varigheden ofte at foretrække, da man oftest anvender nulkuponrentestrukturen i pris- og risikomål.

Table 4.7: Macaulay- vs. Fisher–Weil-vægtede for en 3-årig obligation

Effektiv rente: 2,78 %			Nutidsværdi		Vægt		Vægt·Tid	
Tid	CF	Nulkuponrente	Eff.rente (Mac.)	Nulkupon (F–W)	Mac.	F–W	Mac.	F–W
1	2.25	1.25 %		2.19		2.22	2.22 %	2.32 %
2	2.25	2.50 %		2.13		2.14	2.16 %	2.23 %
3	102.25	3.75 %		94.18		91.56	95.62 %	95.45 %
Kurs			98,50		95,92	Varighed	2,9339	2,9313

Definition 4.4: Fisher–Weil varighed

Fisher–Weil varigheden angiver den gennemsnitlige tid (i år) til en obligations betalinger, vægtet med nutidsværdier diskonteret ved nulkuponrenterne. Den bruges til at måle kursens følsomhed over for parallelle forskydninger i hele rentekurven.

4.5 Nøglerentevarighed (Delta-vektorer)

En af ulempene ved udelukkende at anvende Macaulay- og Fisher–Weil-varighedsmålene er, at disse kun mäter risikoen ved parallelle skift i rentekurven, dvs. at *alle* renter på tværs af hele løbetiden ændrer sig lige meget – eksempelvis med ét procentpoint. Denne problematik kan illustreres med følgende eksempel: Antag, at en investor sælger korte obligationer for 50 mio. kr. med en varighed på 2 år. Investoren tror umiddelbart, at ved blot at købe lange obligationer for 10 mio. kr. med en varighed på 10 år, er renterisikoen uændret, fordi den samlede markedsværdivægtede varighed er den samme. Problemet opstår dog, fordi investorens portefølje kun er immun over for parallelle renteændringer, hvor alle renter bevæger sig ens. Ved at skifte til længere obligationer vil porteføljen derimod blive markant mere eksponeret over for ændringer i de *lange renter*, selv hvis de korte renter falder.

Dette understreger nødvendigheden af at anvende mere nuancerede risikomål, som også kan tage højde for ikke-parallelle renteforskydninger. En almindeligt anvendt metode til dette formål er nøglerentevarighed (også kaldet *delta-vektoranalyse*). Figur 4.7 illustrerer forskellene mellem Macaulay-varighed, Fisher–Weil-varighed og nøglerentevarighed. Ved Macaulay-varighed måles risikoen ved parallelle skift i en flad rentekurve baseret på den effektive rente. Fisher–Weil-varigheden bruger derimod nulkuponrenter, som muliggør en ikke-flad kurve. Nøglerentevarigheden mäter derimod obligationens følsomhed over for renteændringer i udvalgte punkter på rentekurven. Dette fremgår tydeligt af figur 4.8, hvor rentekurven kun forskydes i ét punkt ad gangen for at måle priseffekten af denne lokale ændring.

Nøglerentevarigheden beregnes ved hjælp af en såkaldt *ryg og regn*-metode, hvor man udregner nutidsværdier for obligationen ved hvert lokale rentestød på kurven og herefter bestemmer den specifikke varighed for hvert punkt. Herved dekomponeres obligationens samlede kronevarighed. Eksempelvis kan en obligation have en kronevarighed på 5 kr. uden, at det er klart, hvor på kurven følsomheden primært stammer fra. Ved at opgøre varigheden i nøglerenter, bliver risikoen mere specifik og håndterbar. Tabel 4.8 viser et simpelt eksempel på en sådan opdeling.

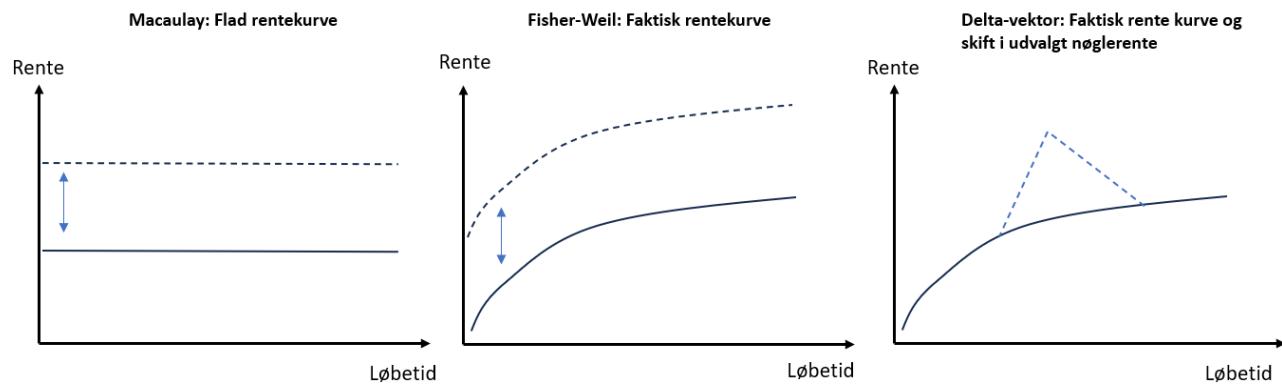


Figure 4.7: Metoderne til måling af varighed

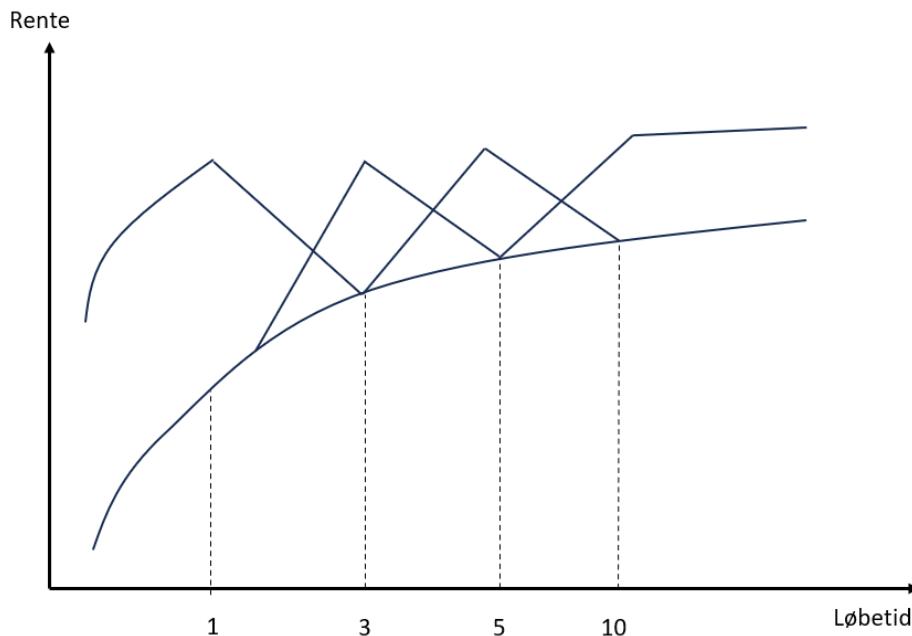


Figure 4.8: Lokale renteændringer ved nøglerenteværdighed

Table 4.8: Kronevarighed fordelt på nøglerenter

	Kronevarighed	1-årig rente	3-årig rente	5-årig rente	10-årig rente
Eksempel	5 kr.	0,5 kr.	1,5 kr.	2 kr.	1 kr.

For at sikre, at summen af nøglerentevarighederne svarer til den samlede kronevarighed, vælges rentestødene således, at de sammenlagt udgør en parallel forskydning af hele rentekurven. Eksemplet i tabel 4.8 kan ligeledes illustreres grafisk som i figur 4.9. Ved at summere hvert af de individuelle rentestød opnås en samlet renteforskydning på ét procentpoint.

En detaljeret beregning af nøglerentevarighed kan illustreres med en 3-årig obligation med en kuponrente på 3%. Vi beregner obligationens følsomhed ved ændringer i den 1-årige og 3-årige nulkuponrente. Først gives hvert punkt et isoleret stød på ét procentpoint. Dette fremgår af figur 4.9. Stødene sker ved lineære ændringer mellem de forskellige nøglerentepunkter, hvor renten stiger lineært op til nøglerenten og herefter falder lineært til næste nøglerente. Summen af disse stød svarer derfor samlet set til en parallelforskydning af kurven.

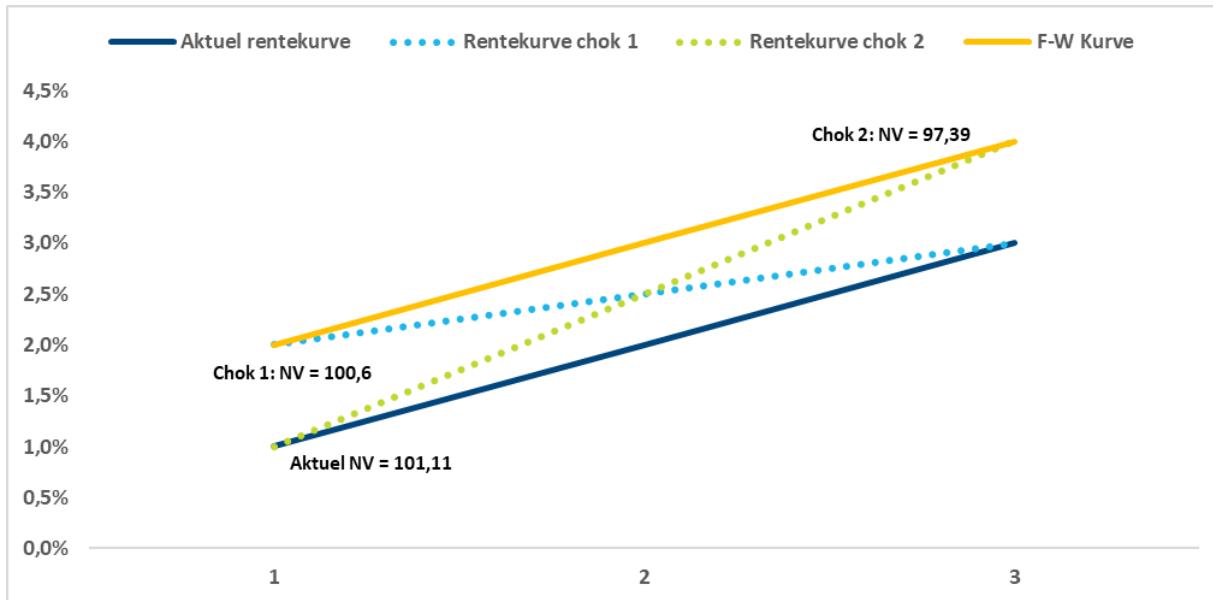


Figure 4.9: Illustration af rentestød på en 3-årig obligation

Tabel 4.9 viser de detaljerede beregninger af obligationens nutidsværdi ved de individuelle rentestød, og dermed beregningen af de specifikke nøglerentevarigheder. Resultatet illustrerer klart betydningen af at dekomponere varigheden, idet obligationens værdi påvirkes væsentligt mere af stød til de lange renter, da størstedelen af betalingsstrømmene diskonteres ude i fremtiden.

Når man sammenlægger effekterne fra chok 1 og chok 2, fås præcist det samlede parallelstød på ét procentpoint på tværs af rentekurven, hvilket ses i følgende tabel:

Resultatet illustrerer klart betydningen af at dekomponere varigheden, idet obligationens værdi påvirkes væsentligt mere af stød til de lange renter, da størstedelen af betalingsstrømmene diskonteres ude i fremtiden.

Table 4.9: Nøglerentevarighedsberegning for 3-årig obligation

Tid år	Nulkupon-	Chok 1	Chok 2	CF	NV CF	NV Chok 1	NV Chok 2
1		1,0 %	2,0 %	1,0 %	3,00	2,97	2,94
2		2,0 %	2,5 %	2,5 %	3,00	2,88	2,86
3		3,0 %	3,0 %	4,0 %	103,00	94,26	94,26
Nutidsværdi					100,11	100,06	97,39
Følsomhed (Nøglerentevarighed)					-0,06	-2,72	

Table 4.10: Effekt af lokale chok sammenlignet med parallelstød (FW)

År	Chok 1 effekt	Chok 2 effekt	Samlet effekt	Oprindelig rente	Rente efter chok
1	+1,0%	0,0%	+1,0%	1,0%	2,0%
2	+0,5%	+0,5%	+1,0%	2,0%	3,0%
3	0,0%	+1,0%	+1,0%	3,0%	4,0%

Lad os nu se på et større eksempel. Antag, at vi har 11 nøglerenter:

$$\{0.25, 0.5, 1, 2, 5, 7, 10, 15, 20, 25, 30\}$$

som er de punkter på rentekurven, vi ønsker at buppe for at udregne den lokale varighed for en obligation. I figur 4.10 ses et sæt på 8 triangulære skift til spotrenten på 10 basispunkter i følgende løbetidsintervaller: 3M–2Y, 2–5Y, 5–7Y, 7–10Y, 10–15Y, 15–20Y, 20–25Y, 25–30Y og 30Y–∞.

Ved det første skift (Chok 1) bumper man spotrenten med 10 basispunkter ved løbetidspunkterne 3M, 6M, 1Y og 2Y, hvorefter bumpet falder lineært ned mod det 5-årige punkt. Det næste skift (Chok 2) starter med en lineær stigning fra det foregående nøglerentepunkt i 2 år, toppe ved nøglerentepunktet og falder herefter lineært ned mod det efterfølgende nøglerentepunkt. Således fortsættes der, indtil det sidste nøglerentepunkt nås ved 30 års løbetid, hvorefter skiftet forbliver konstant.

De tilsvarende skift fremgår af figur 4.11, hvor de 8 rentekurver er skabt ved at lægge de triangulære skift oven på den aktuelle rentekurve. Nutidsværdien af en obligation beregnes herefter for hvert scenarie ved at erstatte nulkuponrentestrukturen med den tilsvarende rykkede rentekurve. Hvis vi eksempelvis kun er interesserede i at beregne nøglerentevarigheden i den korte ende (hvor vi bumper 3M, 6M, 1Y og 2Y), så er det *kun* kurven for "Chok 1", vi skal anvende.

Antag, at vi gerne vil kigge på effekten ved at skubbe alle 11 nøglerenter for en 0.25% 2052 statsobligation. Nutidsværdien givet den aktuelle rentestruktur (Rentekurve grafen i 4.11) er 51.67 og dens kronevarighed givet Fisher-Weil er på 13.0979. Nøglerenterne, som også er opgjort i kronevarigheder, er givet i tabel 4.11.

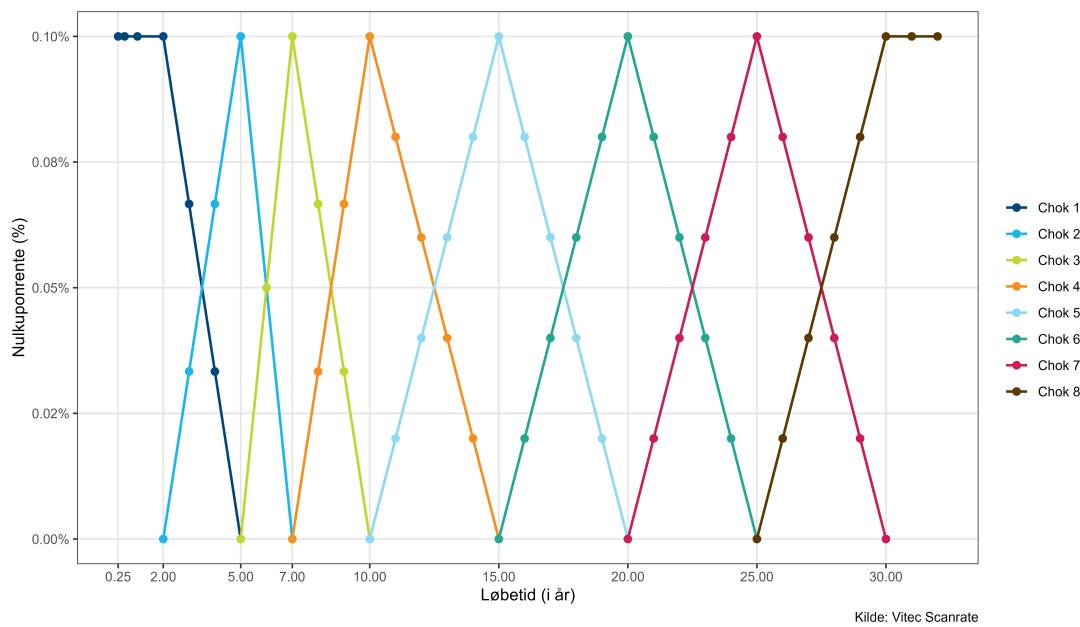


Figure 4.10: Triangulære skift til spotrenten på 10 basispunkter

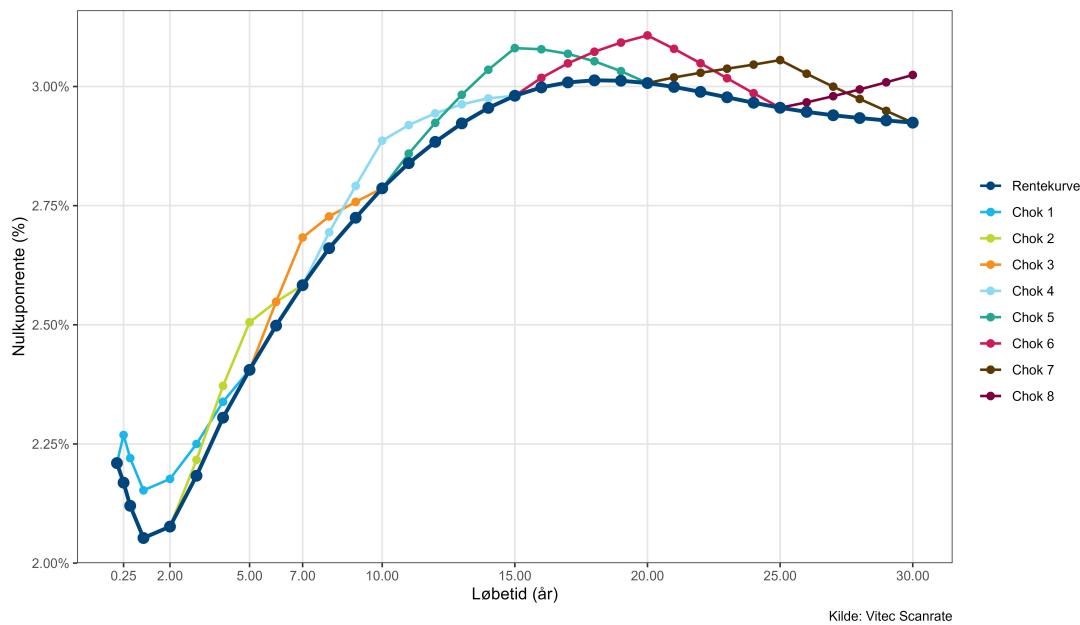


Figure 4.11: Rentekurver skabt af triangulære skift

Som det ses, er der næsten ingen ændring i risikoen i den korte ende af den aktuelle rentekurve, selvom den stødes med 10 basispunkter. Renterisikoen stiger, jo længere ud i løbetiden vi bevæger os, og den toppe ved de 25- og 30-årige punkter. Dette skyldes, at obligationen har en stående amortiseringsprofil, hvilket betyder, at størstedelen af betalingsstrømmen først forfalder ved obligationens udløb, hvorfor diskonteringseffekten er størst der. Summerer vi nøglerenterne sammen, får vi pr. konstruktion samme resultat, som hvis vi havde foretaget et parallelskift, nemlig en varighed på 13,0979.

Table 4.11: Nøglerentevarigheder fordelt på løbetider

	3M	6M	12M	2Y	5Y	7Y	10Y	15Y	20Y	25Y	30Y	Sum
Værdi	0,0000	0,0004	0,0021	0,0124	0,0259	0,0378	0,0783	0,1186	0,1361	6,7621	5,9244	13,0979

4.6 Afrunding

Dette kapitel har beskæftiget sig med renterisiko og de forskellige måder at beregne denne på, herunder varighed, modificeret varighed, kronevarighed, delta-vektorer og konveksitet. Det blev påpeget, at man ikke uden videre kan anvende varighed, da metoden bygger på simple antagelser. Derfor blev konveksitetsbegrebet introduceret, som mäter den fejl, man begår ved alene at bruge kronevarigheden som en approksimation for kursændringen. Fælles for både varighed og konveksitet er, at der antages en direkte parallelforskydning af rentekurven. Dette sker dog sjældent i praksis. Kapitlet beskrev derfor også nøglerentervarigheder (delta-vektorer), som giver mulighed for at opdele varigheden på udvalgte løbetider. Herved kan man analysere, hvordan en obligation (eller en portefølje) påvirkes af renteændringer, som varierer langs rentestrukturen. Der kan nemlig forekomme økonomiske begivenheder, der medfører, at enten kun de lange eller kun de korte renter påvirkes, eller at renterne bevæger sig i modsatte retninger.

Part II

Realkredit

Chapter 5

Dansk Realkredit

I dette kapitel gennemgåes historien bag det danske realkreditsystem, hvordan lovgivningen er sat op, samt hvordan systemet fungerer for boligejere, investorerne og insitutterne. Yderligere realkredit markedet blive gennemgået, og vi vil se på produktpaletten af de forskellige realkreditlån gennemgåes, med særlig fokus på de konvterbare-obligationer.

5.1 Introduktion

Det danske realkreditsystem blev født i kølvandet på en skæbnesvanger dag den 5. juni 1795, hvor der opstod brand på en flåde ved Gammelholm. Ilden raserede i hele 2 dage og efterlod i alt 941 huse ødelagt, hvilket medførte et akut behov for kapital til genopbygningen. På dette tidspunkt var der imidlertid begrænset adgang til langsigtet kredit.

En række långivere slog sig derfor sammen under navnet "Husejernes Kredittkasse", med det formål at stille kredit til rådighed gennem lån til genopretning af de ødelagte ejendomme. Der var dog ét problem: Lovgivningen dengang tillod ikke en rente over 4%. Långiverne måtte derfor finde en kreativ løsning for at sikre en tilstrækkelig høj kreditkvalitet, som kunne retfærdiggøre den lave rente. De krævede, at låntagerne skulle være medlemmer af foreningen og være villige til at hæfte solidarisk for gælden. Derudover skulle låntagerne stille sikkerhed (pant) i de faste ejendomme, som lånene gik til.

Inspireret af tyske forbilleder begyndte kreditforeninger at udstede lange obligationer med pant i fast ejendom. Provenuet fra salget af disse obligationer blev direkte anvendt til genopbygningen af København. Realkreditsystemet blev kendt for sit balanceprincip, som sikrer match mellem låntagernes betalinger og obligationernes udbetalinger, samt for den effektive spredning af kreditrisiko gennem investeringer i pantebreve.

Denne innovative finansielle struktur har med god grund gjort det danske realkreditsystem internationalt anerkendt for sin stabilitet. En af de unikke egenskaber ved systemet er de børsnoterede obligationer, som sikrer en transparent finansiering af långivningen.

Gennem tiden er de fleste af de oprindelige kreditforeninger blevet omdannet til aktieselskaber, typisk som datterselskaber af banker. Dog eksisterer enkelte traditionelle kreditforeninger endnu. Kreditforeningen Forenet Kredit er eksempelvis fortsat Danmarks største aktør på området, og ejer blandt andet Nykredit og Totalkredit.

Får man lyst til at grave dybere ned i den danske realkredits historie, så har Møller og Nielsen (1997) skrevet historien om det unikke danske realkreditsystem.

5.2 Realkreditsystemet

Det danske realkreditsystem er komplettest, men også meget effektivt og unikt i en international sammenhæng. Overordnet bygger systemet på, at boligejere optager lån gennem et realkreditinstitut, som er den direkte långiver. Instituttet fremskaffer kapitalen til lånet ved at udstede realkreditobligationer, der sælges til investorerne i markedet. Realkreditinstituttet fungerer dermed som en gennemstrømningsmekanisme mellem låntager og investor, og der opstår derfor ikke nogen direkte debitor-kreditor-relation mellem boligejeren og obligationsinvestoren.

Balanceprincippet er rygraden i det danske realkreditsystem og hovedårsagen til, at systemet ofte betragtes som det bedste boligfinansieringssystem i verden. Balanceprincippet indebærer, at realkreditinstituttets aktiver og passiver skal matche nøje, hvilket reducerer instituttets eksponering mod markedsrisici, især renterisiko.

Risikoen forbundet med udsving i renterne bliver sendt direkte videre til investorerne, fordi enhver ændring i markedsværdien af obligationerne modsvares af en tilsvarende ændring i værdien af boligejernes gæld. Instituttet påtager sig dermed ingen renterisiko, men alene kreditrisikoen, som dækkes af instituttets egenkapital samt af de såkaldte ejerpantebreve, der giver instituttet krav på låntagernes ejendom, hvis låntagerne misligholder deres gældsforpligtelser.

I Danmark findes der fem realkreditinstitutter: DLR Kredit, Nordea Kredit, Nykredit/Totalkredit, Realkredit Danmark (RD), Jyske Realkredit (tidligere BRF Kredit). I figur 5.2 fremgår det, at Nykredit er det største realkreditinstitut med en markedsandel på på 51,7%, efterfulgt af henholdsvis RD, Nordea, Jyske Realkredit med 22,5%, 15,5% og 9,8%. Til sidst er der DLR Kredit med blot 0.5%, fordi de tilbyder kun finansiering af landbrugs- og erhvervsejendomme, og har dermed ingen

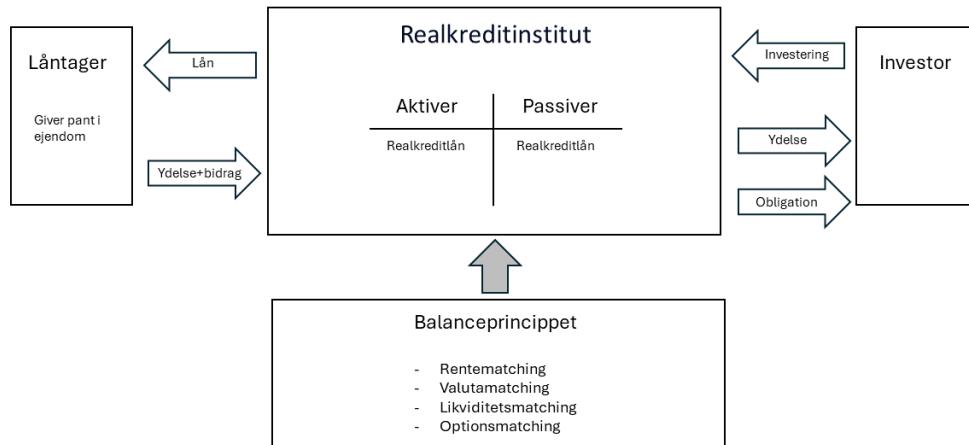
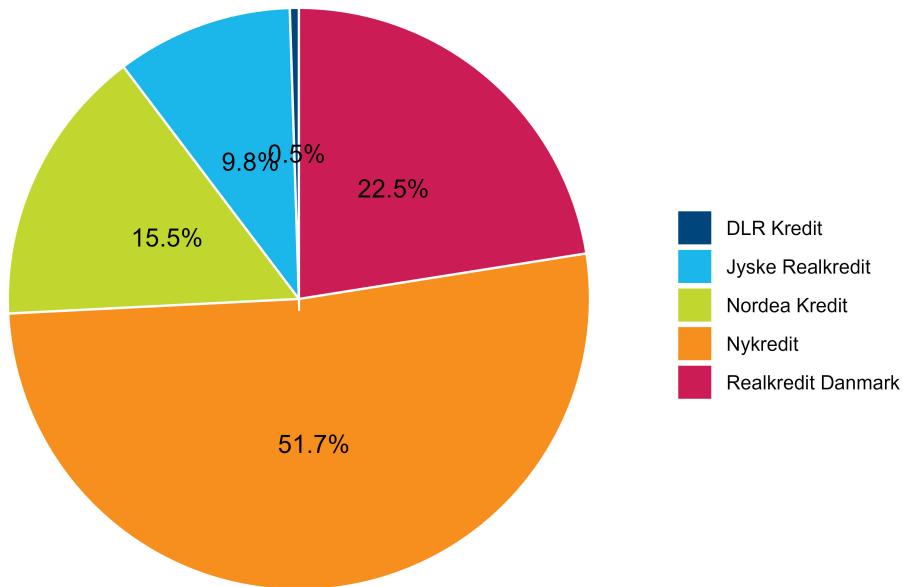


Figure 5.1: Balanceprincippet

Markedsandele for realkreditinstitutter, 2022



Kilde: Konkurrence- og Forbrugerstyrelsen / institutternes årsrapporter

Figure 5.2: Markedsandele blandt realkreditinstitutterne

private kunder men isoleret til erhvervskunder. Men uanset udsteder, så er der tale om et enhedsmarked, hvor obligationerne betragtes som perfekte substitutter.

5.2.1 Instituttets struktur og balance

Et realkreditinstitut fungerer som et finansielt bindeled mellem boligejere (låntagerne) og investorerne (långiverne). Boligejere er indekseret som $i = 1, \dots, I$, hvor hver boligejer har optaget et lån på størrelse H_i i nominelle termer. Den samlede nominelle værdi af instituttets udlån er derfor:

$$H = H_1 + H_2 + \dots + H_I$$

Instituttet udsteder obligationer til investorerne, som er indekseret $j = 1, \dots, J$, hvor hver investor ejer obligationer til en samlet nominel værdi D_j . Dermed har instituttet også passiver på obligationsmarkedet svarende til:

$$D = D_1 + D_2 + \dots + D_J$$

Balancen mellem instituttets aktiver og passiver sikres derfor gennem følgende regnskabsmæssige relation:

$$H = D + E$$

hvor E betegner instituttets egenkapital.

Denne sammenhæng er illustreret i Figur 5.3, som viser den skematiske opbygning af realkreditinstituttet.

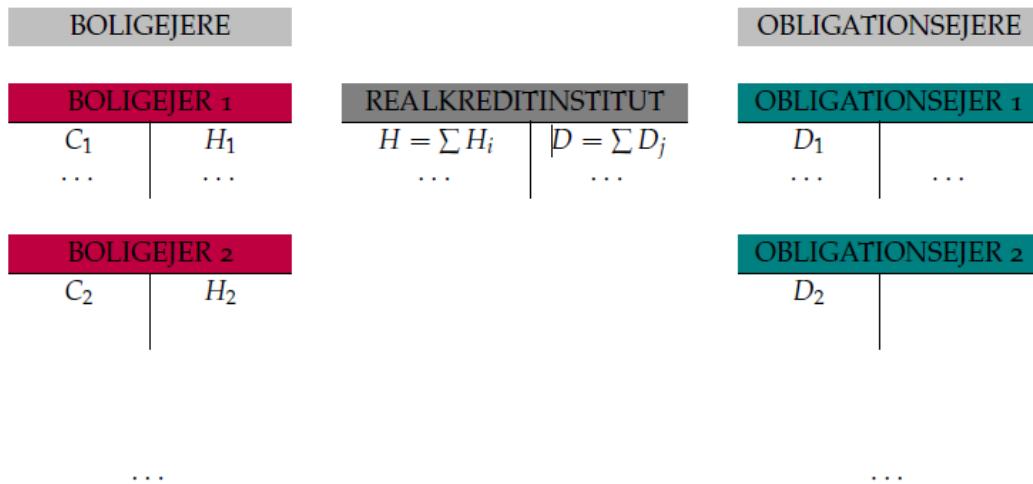


Figure 5.3: Skematisk opbygning af et realkreditinstitut. Kilde: Tanggaard (2024).

Det er vigtigt at understrege, at obligationsinvestorerne ikke har direkte krav på låntagernes bolig. Dette krav tilfalder alene realkreditinstituttet. Investor-

ernes krav er således rettet mod instituttet, som forpligter sig til at sikre, at obligationsinvestorerne modtager deres løbende betalinger af renter og afdrag.

5.2.2 Match-funding princippet og udstedelse af obligationsserier

Realkreditinstituttet opfylder balanceprincippet gennem match-funding, hvilket indebærer en præcis sammenhæng mellem boliglånet og den tilsvarende obligationsudstedelse. Hver gang en boligejer optager et nyt lån, udsteder instituttet en obligation med tilsvarende karakteristika: størrelse, afdragsprofil, valuta og tidshorisont. Denne udstedelsesform kaldes også for tap-udstedelse og sikrer en løbende balance mellem udlån og obligationsudstedelser.

I praksis udsteder institutterne ikke obligationer for hvert enkelt lån separat. I stedet samles lånen i serier, som typisk holdes åbne for udstedelse i op til tre år. Efter denne periode lukkes serien, og nye lån finansieres gennem en ny serie. Et eksempel på åbne serier hos Realkredit Danmark er vist i Tabel 5.1:

Obligationslån	Aktuel kurs
Fastforrentet lån med afdrag (årgang 2056) 30 år / 4,0%	97,450
Fastforrentet lån med IO10 (årgang 2056) 30 år / 4,0%	96,600
Fastforrentet lån med afdrag (årgang 2046) 20 år / 4,0%	98,518
Fastforrentet lån med afdrag (årgang 2036) 10 år / 3,0%	97,710

Table 5.1: Åbne serier med fast rente hos Realkredit Danmark (pr. 16-07-2024).

Instituttet grupperer de enkelte boliglån i en obligationsserie, hvilket sikrer store volumener og dermed høj likviditet på markedet. Investorerne køber dele af denne samlede obligationsserie, og den nominelle værdi af obligationsserien modsvarer således præcist den samlede nominelle værdi af lånen:

$$H = D$$

Både låntagere og investorer opnår klare fordele ved dette princip. Låntagerne opnår gennemsigtighed og standardisering, hvilket gør det nemt at følge obligationsskuserne. Investorerne får samtidig øget sikkerhed, idet kreditrisikoen håndteres af realkreditinstituttet. Til gengæld må investorerne acceptere kompleksiteten forbundet med konverterbare obligationers risiko- og afkastprofiler, en kompleksitet, som vi netop vil udforske yderligere i dette kursus.

5.3 Lovgivning og regulering

Siden etableringen af Husejernes Kreditkasse i 1850'erne har realkreditsystemet gennemgået omfattende forandringer. Det moderne realkreditsystem er underlagt en række love og reguleringer, som skal sikre en ansvarlig og stabil boligfinansiering. Et centralet princip i denne regulering er, at realkreditinstitutter udelukkende må yde lån mod sikkerhed i fast ejendom. Udlånene skal desuden ligge inden for fastsatte rammer i forhold til ejendommens værdi - det såkaldte belåningsgradsprincip eller *Loan-to-Value (LTV)*.

Belåningsgraden er defineret som forholdet mellem restgælden på lånet og den vurderede ejendomsværdi:

$$LTV = \frac{\text{Restgæld}}{\text{Estimeret ejendomsværdi}}$$

Der er fastsat maksimumgrænser for, hvor stor en andel af ejendomsværdien der kan belånes med realkreditlån. Disse grænser varierer afhængigt af ejendomstypen og fremgår af tabel ??:

Ejendomstype	Belåningsgrad
Helårshuse	80%
Sommerhuse	75%
Erhverv	60% (70% med supplerende sikkerhed)
Landbrugsejendomme	60% (70% med supplerende sikkerhed)

Table 5.2: Maksimale LTV-grænser for forskellige ejendomstyper.

Den del af finansieringen, der ligger ud over realkreditgrænsen, skal typisk dækkes af egenbetaling eller suppleres med banklån, som ofte har en højere rente. LTV-princippet bidrager dermed både til at beskytte långivere mod tab og til at sikre, at låntagere ikke påtager sig uforholdsmaessig høj gæld.

Herudover er institutterne underlagt tilsyn fra Finanstilsynet (FT), som stiller krav til både ejendomsvurdering og kreditvurdering. Realkreditinstitutterne er forpligtet til at vurdere låntagters betalingsevne og må ikke yde lån, hvis risikoen vurderes som for høj. Denne ansvarlighed skal blandt andet beskytte forbrugerne mod overgældsætning og samtidig reducere den systemiske risiko for samfundet. Erfaringerne fra finanskrisen 2007–2009 viser tydeligt, hvilke konsekvenser ukritisk kreditgivning kan medføre.

Endelig følger dansk realkredit særlige regler om, hvordan udlån skal finansieres. Som gennemgået tidligere sker dette ved udstedelse af obligationer på

kapitalmarkedet. Denne sammenhæng er ikke blot en forretningsmodel, men et lovgivningsmæssigt krav, og sikrer, at realkreditinstitutterne overholder balanceprincippet - altså, at der er direkte sammenhæng mellem udlån og funding¹. På den måde forbliver instituttet en mellemmand og påtager sig kun kreditrisikoen, mens markedsrisikoen (primært renterisiko) bæres af investorerne.

5.3.1 Tilsynsdiamanten for realkreditinstitutter

Efter finanskrisen blev Rangvid-rapporten fremlagt med det formål at analysere årsagerne til krisen og dens konsekvenser. Finanstilsynet tog rapportens anbefalinger til sig og opstillede fem centrale indikatorer for, hvornår et pengeinstitut vurderes som værende risikabelt. Disse fem indikatorer er siden blevet kendt som *Tilsynsdiamanten for realkreditinstitutter*.

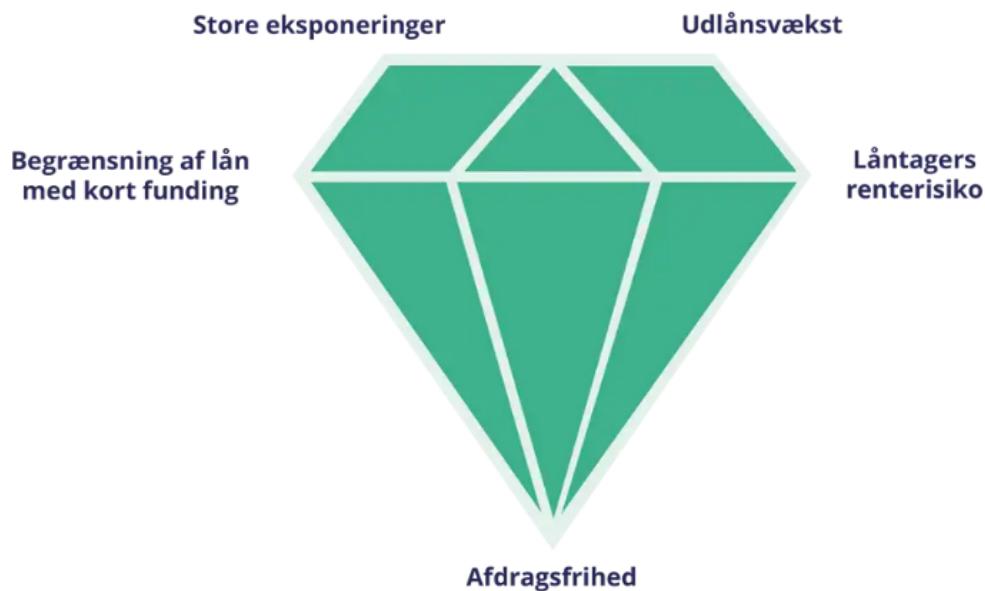


Figure 5.4: Tilsynsdiamanten. Kilde: Finanstilsynet

1. Maksimal årlig udlånsvækst på 15% pr. segment (privat, udlejning, landbrug, erhverv)
2. Andelen af lån med $LTV > 60\%$ og variabel rente med binding under 2 år må højest udgøre 25% af lånemassen (låntagers renterisiko)

¹Funding ordet bruges om sikring af finansiering til videreudlån. En situation, hvor instituttet hverken er låntager eller långiver.

3. Andelen af lån med $LTV > 60\%$ og afdragsfrihed må højst udgøre 10% af lånemassen - en begrænsning målrettet privatkunder (afdragsfrihed)
4. Andelen af lån til refinansiering må maksimalt udgøre 12,5% i et kvartal og 25% årligt af det samlede udlån (kort funding)
5. De 20 største eksponeringer må samlet være mindre end instituttets egentlige kernekapital (store eksponeringer)

Alle lån registreres i Tinglysningen, hvilket sikrer offentlig gennemsigtighed i forhold til ejer- og låneforhold. Dette gør det muligt at slå op, hvem der ejer en given ejendom, samt hvilke lån og pantebreve der er registreret på den. Når et lån tinglyses, opnår realkreditinstituttet pant i ejendommen. Dette pant prioriteres højt i forhold til andre krav mod ejendommen - eksempelvis har et realkreditlån typisk højere prioritet end et banklån. Långiveren har dermed en bedre chance for at få dækket sit tilgodehavende ved en eventuel misligholdelse.

Tinglysningen muliggør en smidig og hurtig proces i tilfælde af misligholdelse, hvor realkreditinstituttet kan indlede tvangsauktion for at inddrive gælden i henhold til prioritetsrækkefølgen. Den offentlige gennemsigtighed giver også tilsynsmyndigheder som Finanstilsynet indsigt i instituttets eksponeringer og gør det muligt at overvåge overholdelsen af eksempelvis grænsen for store eksponeringer. Tinglysningen udgør derfor en essentiel komponent i sikringen af, at realkreditinstitutterne opererer inden for Tilsynsdiamantens rammer.

5.3.2 Obligationstyper og covered bond-lovgivning

I daglig tale bruges betegnelsen *realkreditobligationer* om alle de obligationer, der udstedes af realkreditinstitutter. Siden lovændringen i 2007 har der imidlertid eksisteret tre typer af obligationer: Realkreditobligationer udstedt før 2007 (RO), Særligt Dækkede Realkreditobligationer (SDRO) og Særligt Dækkede Obligationer (SDO).

Før lovændringen i 2007 var det kun tilladt for specialiserede realkreditinstitutter at udstede realkreditobligationer. Efter lovændringen blev det også muligt for pengeinstitutter at udstede realkreditobligationer (via SDO'er). Samtidig indførte lovgivningen nye rammer for sikkerheden i udlån med pant i fast ejendom, og dermed blev SDRO og SDO introduceret.

RO-obligationerne havde kun status som *særligt dækket*, så længe de blev udstedt med en belåningsgrad (LTV) inden for den maksimale lånegrænse (fx 80%). Hvis der efterfølgende kom prisfald på ejendommen, ville LTV stige, men

dette havde ingen konsekvens for RO-obligationernes status. Det ønskede man at ændre, så danske realkreditobligationer levede op til kravene i det europæiske regelsæt for særligt dækkede obligationer. For at opfylde disse krav blev SDO og SDRO skabt.

Pointen ved SDO/SDRO er, at hvis boligen falder i værdi (og LTV stiger over 80%), skal instituttet stille supplerende sikkerhed i form af yderligere aktiver i cover poolen (typisk høj-kvalitetspapirer). Dermed er balanceprincippet reelt opretholdt under SDRO/SDO, men ikke under RO: Ved et generelt fald i boligpriserne er realkreditinstituttet under RO ikke forpligtet til at kompensere obligationsejerne for den stigende kreditrisiko ved at tilføre yderligere kapital. Under balanceprincippet påtager instituttet sig hele kreditrisikoen.

Forskellen mellem RO og SDRO/SDO kan derfor ses som en forpligtelse til løbende overkollateralisering, hvilket udgør en omkostning for realkreditinstituttet. Instituttet må nemlig udstede egne obligationer og bruge provenuet til at købe fx statsobligationer, som anvendes som supplerende sikkerhed. Omkostningen opstår ved, at renten på de udstedte fundingobligationer typisk er højere end rentearfkastet på statsobligationerne.

Hvis der sker et markant prisfald på boligmarkedet, og realkreditinstitutterne ikke er i stand til at stille tilstrækkelig supplerende sikkerhed på en række SDO-/SDRO-serier, mister disse deres særligt dækkede status og nedgraderes til RO-obligationer.

I praksis bliver der nærmest ikke udstedt flere RO obligationer, og dermed er SDO/SDRO blevet standarden. Den øgede sikkerhed for investor - altså at de ikke sidder med kreditrisikoen - gør, at investorerne er villige til at betale en højere pris for SDRO/SDO obligationer relativ til RO. Og omvendt: For at de skal købe en RO obligation, vil de kræve en præmie (pick up i form af de vil give en lavere pris). Derved kommer SDRO og SDOer låntagerne til gode, fordi de kan få en bedre pris på deres lån.

5.4 Markedet

Det danske obligationsmarked får ofte begrænset opmærksomhed i både nationale og internationale medier. Det kendetegnes som robust, og der er få begivenheder eller kriser, der får markedet til at ryste. Til trods for de manglende overskrifter er markedet langt fra småt. Tværtimod er det danske marked for covered bonds det største i verden, efterfulgt af Tyskland og Frankrig.

Man kan spørge: Hvorfor? Kort sagt skyldes det de unikke egenskaber, der er bygget ind i de danske realkreditprodukter, som investorerne finder attraktive.

Netop disse egenskaber vender vi tilbage til senere.

Hvordan ser det relative forhold ud mellem danske realkreditobligationer og statsobligationer? Ser vi rundt i verden, er normen, at markedsværdien af statsobligationer er større end markedsværdien af realkreditobligationer. Men ikke i Danmark. Hvorfor? Hovedsageligt to forhold: For det første har vi et betydeligt overskud (eller i hvert fald lavt finansieringsbehov) på statsbudgettet i Danmark og dermed ikke et særligt stort behov for at låne gennem udstedelse af statsobligationer (modsat fx USA eller flere sydeuropæiske lande). For det andet søger investorer, der ønsker en relativt sikker eksponering mod Danmark *og* et fornuftigt afkast, i høj grad mod realkreditmarkedet. Figur 5.5 illustrerer også den betydelige forskel mellem markedsværdien på realkreditmarkedet kontra markedet for statsobligationer.

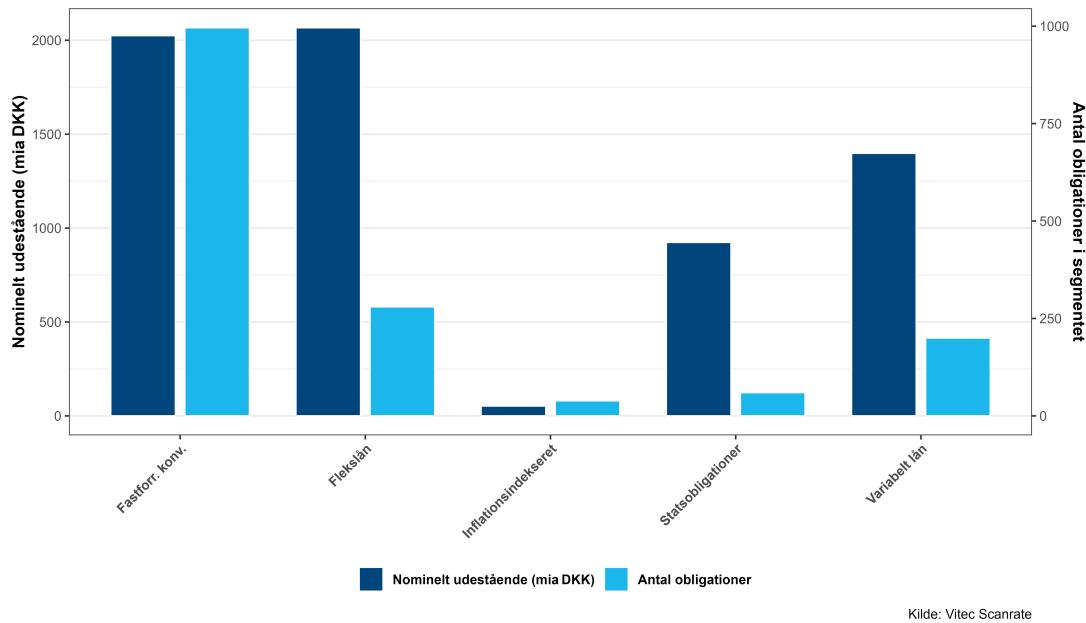


Figure 5.5: Overblik over obligationsmarkedet, 14-07-2025.

Som nævnt findes der en bred palette af realkreditlån med forskellige egenskaber, karakteristika og risici. Der blev introduceret mange nye produkter fra slutningen af 1990’erne og frem mod 2010. Det store produkttilbud har utvivlsomt været en fordel for låntagerne, der har rig mulighed for at sammensætte deres boligfinansiering, så den passer til deres risikoprofil. I dag opererer vi typisk med tre “traditionelle” låneformer inden for realkredit: fastforrentede lån, variabelt forrentede lån og rentetilpasningslån. I figur 5.5 fremgår det, at per. den 14 juli 2025, at flekslån har den største markedsværdi, hvornæst de fastforrentede kommer lige i halen, og det udestående beløb er de variabelt forrentede lån.

I tabel 5.3 vises der et lille udsnit af nogle af de største obligationer indenfor hver lånetype på det danske realkredit marked fra den 14. juli 2025. Udsnittet giver et overblik over de forskellige typer og deres karakteristika.

Table 5.3: Udsnit af danske realkreditobligationer.

Kilde: Vitec Scanrate

Obligationsnavn	Fondskode	Kurs	Kupon (%)	Cirk. (mia)	Terminer	Konvertibel	Afdragsfri	Låntype	Udløb	Amortisering
1 RD T RTL 2027 Jan	DK0009299729	98.936	1.000	53.24532951	1	Nej	Nej	RTL	2027	Stående
1 NYK H RTL 2027 Jan	DK0009511297	98.829	1.000	56.13947824	1	Nej	Nej	RTL	2027	Stående
5 NYK E MTG 2053	DK0009539116	103.995	5.000	43.92478674	4	Ja	Nej	MTG	2053	Annuitet
4 NYK E MTG 2056	DK0009541872	99.233	4.000	80.59648142	4	Ja	Nej	MTG	2056	Annuitet
2.202 NYK H FLT 2028	DK0009549347	100.170	2.202	21.24831629	4	Nej	Ja	FLT	2028	Ydelse
2.36 RD T FLT 2027	DK0004626595	100.850	2.360	20.72233070	4	Nej	Ja	FLT	2027	Ydelse
3.5 NYK E MTG 2056	DK0009548372	96.162	3.500	7.50056466	4	Ja	Nej	MTG	2056	Annuitet
5 NYK E MTG 2053 IO10	DK0009539389	103.660	5.000	15.29664104	4	Ja	Ja	MTG	2053	Annuitet

Obligationerne i tabellen er opdelt efter låntype: **MTG** refererer til fastforrentede lån, hvor renten er fastsat i hele løbetiden. Dette gør dem forudsigelige, men betyder også, at de typisk har en højere rente for at kompensere for risikoen ved at binde renten. **RTL** er rentetilpasningslån, hvor renten justeres med jævne mellemrum, ofte årligt eller hvert tredje til femte år. Mens de kan tilbyde lavere renter, er de også mere risikable, da renten kan stige. **FLT** er variabelt forrentede lån, der ændrer rente i takt med markedsrenten. Dette kan være en fordel ved lav rente, men betyder også, at ydelsen kan stige, hvis renten stiger.

Konvertibel angiver, om obligationen kan indfris før tid, hvilket er attraktivt, hvis renten falder, så låntager kan omlægge til en lavere rente. **Afdragsfri** beskriver, om lånet har perioder, hvor der kun betales renter (ingen afdrag). Dette kan give låntager økonomisk fleksibilitet i en periode.

Amortisering henviser til, hvordan lånet afdrages: **Annuitet**: Lånet afdrages med et fast beløb (ydelse) hver termin, som indeholder både rente og afdrag. Andelen af rente falder over tid, mens afdraget stiger. **Stående**: Hele lånebeløbet afdrages ved udløb, og der betales kun renter i mellemtíden. **Ydelse**: Ydelsen varierer og kan afhænge af renteniveauet eller andre forhold.

Cirk. Mia viser mængden af obligationen i omløb på markedet, hvilket er en indikator for dens likviditet. Højere cirkulerende mængde betyder generelt, at obligationen er lettere at handle.

Kuponrenten viser den årlige rente, som investoren får udbetalt, og dette har direkte indflydelse på obligationens attraktivitet og pris på markedet. Til sidst angiver **Kursen**, hvad obligationen koster i forhold til dens pålydende værdi. En kurs over 100 betyder, at den handles til en pris over dens oprindelige værdi, mens en kurs under 100 betyder, at den handles til en lavere pris.

Kursværdien på en realkreditobligation

Når du optager et realkreditlån, finansieres lånet ved at udstede obligationer på markedet. Prisen på disse obligationer kaldes **kursen**. Kursen kan ligge over eller under 100, og det har direkte betydning for, hvor meget du som låntager reelt får udbetalt, og hvad du skal betale, hvis du ønsker at indfri lånet senere.

Hvis obligationen handles til **kurs 100**, siger man, at den handles til *pari*. Det betyder, at investorer vurderer, at obligationen er præcis det værd, som den pålydende rente tilsiger. I denne situation vil låntageren få det beløb udbetalt, som lånet lyder på. Optager du fx et lån på 1.000.000 kr., får du 1.000.000 kr. udbetalt, når obligationerne handles til kurs 100.

I praksis handles realkreditobligationer dog ofte enten over eller under kurs 100. Hvis kursten er **under 100**, betyder det, at investorerne kræver en højere effektiv rente, end kuponen giver. Det resulterer i et kurstab for låntageren, som derfor skal optage et lidt større nominelt lån for at få det ønskede kontante provenu. Hvis obligationerne handles til kurs 98, og du ønsker at låne 1.000.000 kr., bliver kursværdien:

$$\text{Kursværdi} = \frac{1.000.000 \times 98}{100} = 980.000 \text{ kr.}$$

Du får altså kun 980.000 kr. udbetalt, selvom lånet nominelt er på 1.000.000 kr. Derfor kan det være nødvendigt at optage et højere nominelt beløb for at nå den ønskede udbetaling.

Omvendt, hvis obligationen handles **over kurs 100**, fx til kurs 105, vil en kontant indfrielse (eller køb af de bagvedliggende obligationer) koste mere end den nominelle restgæld. Har du et lån på 1.000.000 kr., og obligationerne handles til kurs 105, er kursværdien ved indfrielse:

$$\text{Kursværdi} = \frac{1.000.000 \times 105}{100} = 1.050.000 \text{ kr.}$$

Du skal derfor betale 1.050.000 kr. for at indfri lånet, selvom restgælden nominelt er 1.000.000 kr. Dette er en risiko, man bør være opmærksom på, især hvis man overvejer at omlægge eller indfri et lån, mens kurserne er høje.

En af de særlige fordele ved et dansk fastforrentet, konverterbart realkreditlån er, at låntageren har retten til at indfri lånet til kurs 100 (typisk ved opsigelse til termin) og dermed undgå at betale en overkurs i markedet. Det giver en vigtig sikkerhed og fleksibilitet i forbindelse med omlægning af lån. Jeg uddyber denne egenskab senere.

5.4.1 Lange fastforrentede lån

De lange, 30-årige fastforrentede lån (i tabel 5.3 benævnt MTG) er det klassiske realkreditlån. De amortiseres som annuitetslån med konstant ydelse, hvor rentebetalingen falder, og afdraget stiger over tid. Bortset fra betaling af bidrag kanaliseres låntagers betalinger direkte til investor. For investoren er der kvartalsvise terminer, hvor den faste ydelse udbetales, mens låntager typisk indbetaler månedsvis. Dette skaber en asynkronitet mellem investor og låntager: Instituttet skal sikre, at der altid er tilstrækkelig likviditet til at betale investor kvartalsvist, selvom indbetalingerne modtages månedligt. De månedlige indbetalingar akkumuleres derfor, indtil den kvartalsvise udbetaling forfalder, og placeres midlertidigt i korte, sikre pengemarkedsinstrumenter, hvor instituttet opnår en rentemargin.

Selvom lånet løber i 30 år, kan låntager opsigte det før udløb. Det kan ske på to måder:

1. Indfrielse ved køb af de bagvedliggende obligationer på markedet.
2. Indfrielse til pari kurs (kurs 100).

Det er denne indbyggede indfrielsesoption, der gør dansk realkredit både utrolig interessant og samtidig kompleks. Betalingsstrømmen er ikke garanteret på samme måde som for en almindelig statsobligation. Fordi låntager kan indfri, kan den faktiske løbetid for obligationen blive væsentligt kortere end de nominelle 30 år. Kompleksiteten i prisfastsættelsen af danske fastforrentede lån er i høj grad drevet af denne risiko.

Indfrielse til kurs 100

Når man optager et fastforrentet, konverterbart realkreditlån, udstedes det som branchepraksis ikke over kurs 100; i praksis sker udstedelser næsten altid til en kurs *under* 100. Se tabel 5.1. Med udgangspunkt i samme tabel: Hvis du vil låne 3.000.000 kr. i et 30-årigt fastforrentet lån med afdrag til 4% rente, og udstedelseskursen er 97,450, modtager du 2.923.500 kr. kontant. Det resterende beløb (76.500 kr.) skal dækkes af egenbetaling eller et supplerende lån. Kursen på 97,450 er ikke fast, men ændrer sig løbende gennem obligationens levetid i takt med markedsbevægelser. Falder markedsrenten nok, kan kurset bevæge sig op over 100.

Fastforrentede realkreditlån kan indfries til pari (kurs 100) mod opsigelse, typisk med 2 måneders varsel før termin. Låntager køber dermed en *konverteringsoption* (mod en implicit præmie i lånets prisfastsættelse). Optionens værdi ligger i

den såkaldte *restgældsbeskyttelse* ved rentefald: Skal du fx sælge boligen, eller ønsker du blot at reducere ydelsen, kan du konvertere fra fx 4% til 2% uden væsentligt at øge restgælden. Konverteringsretten er knyttet til obligationen, og konverteringsrisikoen bæres i sidste ende af investoren. Værdien af låntagers option afspejles i obligationskursen, og der er en brancheaftale om ikke at udstede til kurs over pari.

Antag, at kurSEN på dit eksisterende 4%-lån er steget til 102, og at der er åbnet en ny serie med lavere kupon. Du kan da opsigte dit gamle lån til kurs 100, optage det nye lavere forrentede lån og betale de omlægningsomkostninger, der måtte være. Resultatet er typisk en lavere månedlig ydelse. At udnytte retten til indfrielse til kurs 100 og skifte til et lån med lavere rente kaldes en *nedkonvertering*.

Muligheden for at reducere ydelsen uden at øge restgælden (væsentligt) er en central attraktion ved danske fastforrentede konverterbare realkreditlån. Ved at udnytte konverteringsoptionen kan låntager optimere sin finansiering og tilpasse sig skiftende markedsforhold på en omkostningseffektiv måde.

Indfrielse til markedsCURS

Alternativet til indfrielse til kurs 100 er at købe de bagvedliggende obligationer tilbage i markedet og aflevere dem til realkreditinstituttet, som derefter afmelder dem. Denne mulighed (*obligationsindfrielse*) er et særkende ved det danske realkreditmarked og gælder for alle typer af realkreditlån, uanset om de er konverterbare eller ej. Dette er i kontrast til eksempelvis USA, hvor man kun tillader at konvertere til par (100). Købsoptionen er derfor en klar fordel for låntager, når renterne stiger. Når renterne stiger, og markedsværdien på obligationen falder, så bliver værdien på sit eget lån mindre. Det sikrer, at man ikke er stavnsbundet til sin nuværende bolig, fordi man altid kan opsigte sit boliglån til fair markedspris.

Med udgangspunkt i tabel 5.1: Antag, at du i stedet har optaget lån nr. 2, et fastforrentet lån med 10-årig afdragsfrihed og 4% kupon, med en nominelt udestående gæld på 2.898.000 kr.

Forestil dig, at markedsrenterne efter 3 år er steget kraftigt, så obligationens kurs er faldet til 60. Fordi lånet har været afdragsfrit, er den nominelle restgæld stadig 2.898.000 kr., men markedsværdien af gælden er nu:

$$\text{Markedsværdi} = \frac{2.898.000 \times 60}{100} = 1.738.800 \text{ kr.}$$

Køber du obligationerne tilbage i markedet til kurs 60 og afleverer dem til indfrielse, har du reelt opnået en kursgevinst (ofte omtalt som en “profit”) på:

$$2.898.000 - 1.738.800 = 1.159.200 \text{ kr.}$$

Du skal imidlertid fortsat have finansiering. Et nyt lån skal optages til de *højere* renter, der nu gælder i markedet. Denne proces kaldes en *opkonvertering*, fordi du går op i kupon/rente.

Hvis du bruger hele kursgevinsten på 1.159.200 kr. til at nedbringe hovedstolen i det nye lån, behøver du kun at låne 1.738.800 kr. i stedet for de oprindelige 2.898.000 kr. Det kan dæmpe effekten af den højere rente på din fremtidige ydelse og samlede renteudgift.

Hvis du derimod anvender kursgevinsten til forbrug (fx et nyt tag) i stedet for at nedbringe hovedstolen, skal hele den oprindelige gæld refinansieres til den højere rente. Det øger den løbende ydelse og den samlede renteudgift over tid.

Kort sagt: Ved opkonvertering kan kursgevinsten bruges strategisk til at reducere ny gæld og dermed afbøde virkningen af højere renter. Uden nedbringelse af hovedstolen vil den samlede gældsbyrde (målt i fremtidige betalinger) typisk stige som følge af den højere rente.

I praksis foregår det således, at låntager vil aflevere et beløb til realkreditsinstituttet, der modsvarer værdien i markedet af de bagvedliggende obligationer, hvorefter banken og realkreditinstituttet sørger for det praktiske.

5.4.2 Konvertering og genplaceringsrisikoen

Når du har et fastforrentet realkreditlån, er lånet finansieret gennem udstedelse af obligationer, der har betalingsdatoer (kreditorterminer) fire gange om året: 1. januar, 1. april, 1. juli og 1. oktober. Hvis du som låntager ønsker at opsigte dit lån, skal dette ske inden en bestemt frist, nemlig to måneder før næste termin. Opsigelsen skal derfor være indgivet senest den 31. oktober, 31. januar, 30. april eller 31. juli (eller den sidste bankdag før disse datoer, hvis de falder på en weekend eller helligdag).

I praksis betyder det, at hvis en låntager ønsker at indfri sit lån pr. 1. oktober, skal opsigelsen indgives senest d. 31. juli. Denne frist giver realkreditinstituttet og investorerne tid til at forberede sig på omlægningen og udstedelsen af nye obligationer.

Når en låntager vælger at indfri sit eksisterende lån og optage et nyt, kaldes det en **konvertering**. Der findes tre forskellige typer konverteringer:

- **Nedkonvertering:** Hvis renteniveauet i markedet falder, kan det være fordelagtigt for låntageren at lave en nedkonvertering. Det betyder, at

låntageren indfrier det gamle løn, som er baseret på obligationer med en højere rente, og optager et nyt løn til en lavere rente. Ved en nedkonvertering vil den månedlige ydelse på lønet ofte falde.

- **Opkonvertering:** Dette er det modsatte af en nedkonvertering og sker typisk i perioder, hvor renten stiger. Her indfries det gamle løn ved at betale den aktuelle kurs, og det erstattes af et nyt løn med en højere kuponrente. Ved en opkonvertering falder restgælden, men den månedlige ydelse på lønet kan stige, da renten på det nye løn er højere. Låntageren vil ofte opkonvertere, hvis man forventer, at renten vil falde igen i fremtiden, så man kan lave en nedkonvertering senere.
- **Skrå konvertering:** Dette sker, når et fastforrentet konverterbart realkreditlån omlægges til et rentetilpasningslån, eller omvendt. Dette kan være relevant, hvis man ønsker at ændre låntypen og dermed renterisikoen.

Låntagere har mange grunde til at foretage en konvertering. I dette kursus vil vi hovedsageligt fokusere på nedkonverteringen, da den har særlige konsekvenser for både låntager og investor.

Men hvad betyder en konvertering for investoren, der har købt realkreditobligationerne? Lad os tage et eksempel: Forestil dig en realkreditobligation med en kuponrente på 3%. Markedsrenten falder nu til 1%, og som følge heraf stiger kurserne på obligationen til over 100. I denne situation vil låntageren muligvis finde det fordelagtigt at indfri sit løn og optage et nyt med en lavere rente på 1%. Dette giver låntageren en lavere renteudgift og en generelt lavere månedlig ydelse.

For investoren repræsenterer dette en betydelig risiko. Hvis låntageren indfrier lønet, vil investoren få pengene tilbage på et tidspunkt, hvor de kun kan genplacere midlerne til en rente på 1% i stedet for de 3%, de tidligere fik. Dette resulterer i et genplaceringstab for investoren.

På grund af denne risiko kræver investorerne en højere effektiv rente, når de køber konverterbare realkreditobligationer. Denne effektive rente ville have været lavere, hvis låntageren ikke havde haft mulighed for at konvertere lønet. Med andre ord betaler låntageren for konverteringsmuligheden gennem en højere effektiv rente på sit boliglån. Kort sagt skaber konverteringsmuligheden en risiko for investoren, da den kan forkorte obligationsløbetiden og dermed reducere investorens samlede afkast. Dette påvirker også prisen på obligationen: Jo større sandsynligheden er for, at låntageren konverterer, desto mere vil det afspejles i obligationens pris.

Investorer ønsker derfor hele tiden at kunne vurdere, hvor stor sandsynligheden for en konvertering er på et givet tidspunkt. Men det er ikke en simpel proces, da det

kræver en modellering af låntagernes konverteringsadfærd. Dette er en kompliceret opgave, og derfor har både banker og specialiserede finansielle softwarevirksomheder udviklet modeller, der kan estimere denne konverteringssandsynlighed.

Derudover leverer realkreditinstitutterne data til investorerne på bestemte tidspunkter, der viser, hvor mange lån der er blevet indfriet ved hver termin. For eksempel, hvis en investor står i juni måned, vil de overveje, hvor meget udtræk der vil ske ved den kommende oktober-termin. Fordi opsigelsesfristen er to måneder før terminen, vil investoren allerede seks uger inden terminen få information om, hvor meget udtræk der vil ske. Denne information, der oplyser investoren om, hvor mange obligationer der skal indfries, kaldes CK95-data. Så i dette tilfælde, vil investoren gerne have et estimat for, hvad udtrækket som offentliggøres slut august bliver. Dette kan illustreres tidslinjen i figur 5.6.

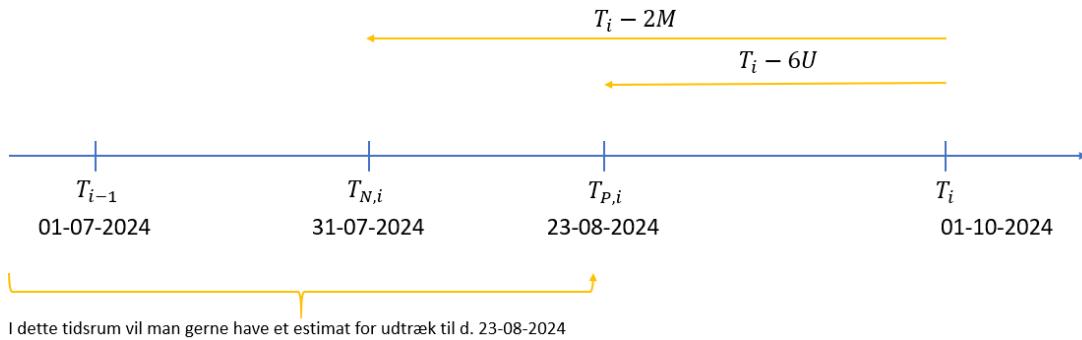


Figure 5.6: Tidslinje for opsigelse og indfrielse af realkreditlån til d. 1/10/2024

Vi ser flere vigtige datoer og perioder, der spiller en central rolle i forbindelse med indfrielsen af lån:

- T_{i-1} (1. juli 2024): Dette er datoén for den forrige termin. På dette tidspunkt kan låntagerne overveje, om de ønsker at indfri deres lån ved den kommende termin.
- $T_{N,i}$ (31. juli 2024): Denne dato repræsenterer opsigelsesfristen, som er to måneder før næste termin ($T_i - 2M$). Hvis låntageren ønsker at indfri lånet pr. 1. oktober (T_i), skal de indgive opsigelsen senest denne dag. Denne frist giver realkreditinstituttet tid til at planlægge omlægningen og informere investorerne.
- $T_{P,i}$ (23. august 2024): Dette er det tidspunkt, hvor investorerne får information om, hvor mange lån der vil blive indfriet ved den kommende termin. I dette tilfælde vil investorerne allerede seks uger inden den 1. oktober kende udtrækket, også kaldet CK95-data.

- T_i (1. oktober 2024): Den kommende termin, hvor låntagerne indfrier deres lån, og investorerne får udbetalt beløbene, der skal genplaceres. Ved denne termin får låntagerne også det nye lån de er gået over i som følge af deres konvertering.

Der går noget tid, inden investoren modtager information om, hvor meget udtræk der vil være til den kommende termin. I denne periode kan investoren overveje, hvordan udtrækket vil påvirke værdien af deres nuværende portefølje og beslutte, om de skal genplacere midlerne i andre obligationer. Da det kan være udfordrende for investorer at estimere konverteringsadfærdten på egen hånd, benytter de sig ofte af interne værktøjer eller tredjeparts løsninger fra specialiserede softwarevirksomheder.

Figur 5.7 illustrerer, hvordan denne proces fungerer i praksis, og de forskellige overvejelser investorer står overfor, når lån bliver indfriet, og de skal genplacere deres midler.

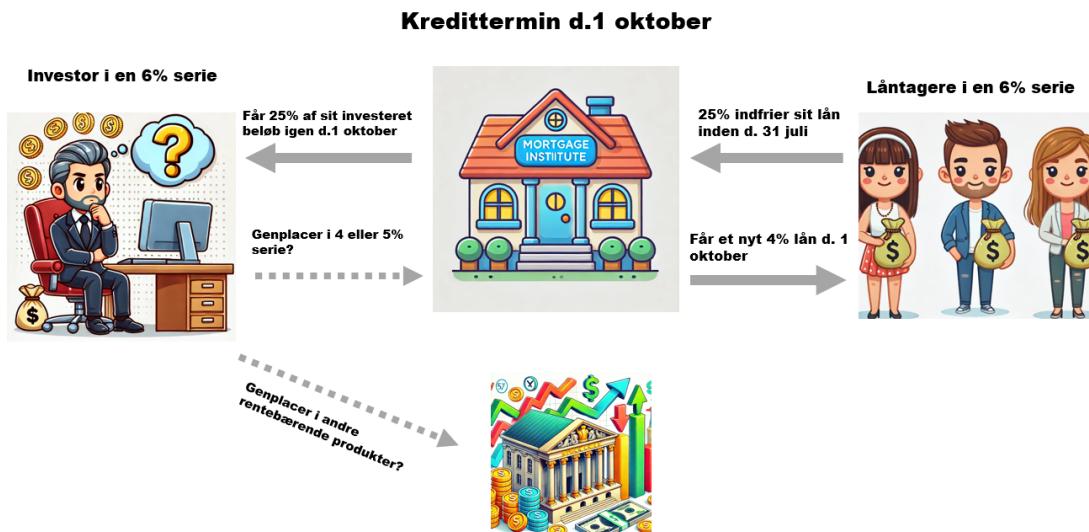


Figure 5.7: Illustration af konvertering og genplacering i realkreditobligationer.

Billedet illustrerer processen ved konvertering af realkreditlån og den indvirknings, det har på både låntageren og investoren.

På højre side ser vi låntagerne i en 6% låneseerie. Når markedsrenten falder, kan det blive attraktivt for nogle af disse låntagere at indfri deres eksisterende lån, der har en højere rente, og optage et nyt lån med en lavere rente. I dette tilfælde vælger 25% af låntagerne at indfri deres lån d. 30. juli. Herefter optager de et nyt lån til en rente på 4% pr. 1. oktober. Dette kaldes en **nedkonvertering**, og det betyder, at låntageren vil opleve en lavere månedlig ydelse.

I midten af illustrationen ser vi realkreditinstituttet, som fungerer som mellemled mellem låntageren og investoren. Når låntagerne indfrier deres lån, modtager realkreditinstituttet de indfrie beløb og udsteder derefter nye lån til låntagerne – i dette eksempel til en lavere rente på 4%.

På venstre side af billedet finder vi investoren, der har investeret i en 6% obligationsserie. Når 25% af låntagernes lån indfries, modtager investoren 25% af sit investerede beløb tilbage d. 1. oktober. Dette skaber en udfordring for investoren, der nu skal beslutte, hvor pengene skal geninvesteres. Som illustreret af spørgsmålsteget over investorens hoved opstår spørgsmålet: Skal pengene genplaceres i en ny obligationsserie, f.eks. en 4% eller 5% serie, eller måske i andre rentebærende produkter?

Denne situation beskriver **genplaceringsrisiko**. Hvis investoren ikke kan finde en investering med en rente, der matcher den tidligere 6% obligation, vil det resultere i et lavere afkast. Derfor er investorer konstant opmærksomme på konverteringsadfærdens i markedet, da den påvirker værdien af deres portefølje og det forventede afkast.

5.4.3 Variabelt forrentede lån

Variabelt forrentede lån er lån(floater - FLT), hvor renten løbende justeres i forhold til et bestemt renteindeks, som typisk afspejler de korte renter i markedet. Typisk vil rentejustering ske årligt eller på fastsatte terminsdatoer. Det kan eksempelvis være halvårligt eller kvartalsvis. Se figur 5.8 for et grafisk eksempel af fixing perioden og betalingsdato. Når renten ændres, tilpasses lånets ydelse, således at afdrag og rente i den efterfølgende periode beregnes ud fra den nye rente. Hvis markedsrenten stiger, stiger låneydelserne tilsvarende. Omvendt vil faldende renter i samfundet føre til lavere låneydelser. Det betyder, at låntagere, der vælger variabelt forrentede lån, har en øget likviditetsrisiko sammenlignet med traditionelle fastforrentede lån, hvor ydelserne er konstante gennem hele lånets løbetid. En vigtig fordel ved variabelt forrentede lån er, at låneomkostningerne over længere tid typisk vil være lavere, da de korte renter ofte er lavere end lange renter – dog ikke altid. Disse lån er særligt attraktive i perioder med faldende renter eller stabile, lave renteniveauer.

Obligationslån med variabel rente tilbydes under betegnelserne F kort, FlexKort, RenteMax. De er fundet på længere inkonverterbare obligationer med løbetid fra 1 til 10 år, og giver dermed ikke problemer med adgang til funding. Lånene kan uden for refinansieringstidspunkterne alene indfries ved opløb af obligationerne til markedskurs.

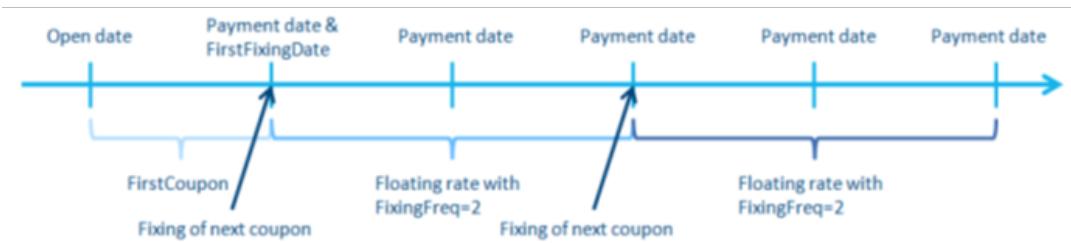


Figure 5.8: Illustration af halvårlig rentejusteringsperiode for en floater

5.4.4 Flekslån

Et flekslån - også kaldet rentetilpasningslån (RTL i figur 5.5) er et 30-årigt stående lån med årlige betalinger, fundet ved udstedelse af kortere lån. Det betyder, at lånet jævnligt skal refinansieres, og låntager skal betale en ny rente. Der findes følgende flekslån: F1, F3, F5 og F10. Det korteste er F1, som refinansieres hvert år, og det længste er F10, der refinansieres hvert 10. år. Et F1-lån set fra låntagers synsvinkel minder om et lån med variabel rente med de fordele og ulemper, det giver, som eksempelvis lave låneomkostninger. Et F10-lån minder derimod mere om et fastforrentet lån, da det kun er hvert 10. år, renten ændres. I den mellemliggende periode er renten fast, og der er ikke konverteringsmulighed i et flekslån. Figur 5.9 illustrerer, hvordan et F1-lån er konstrueret af enkelte 1-årige obligationer over en 30-årig periode.

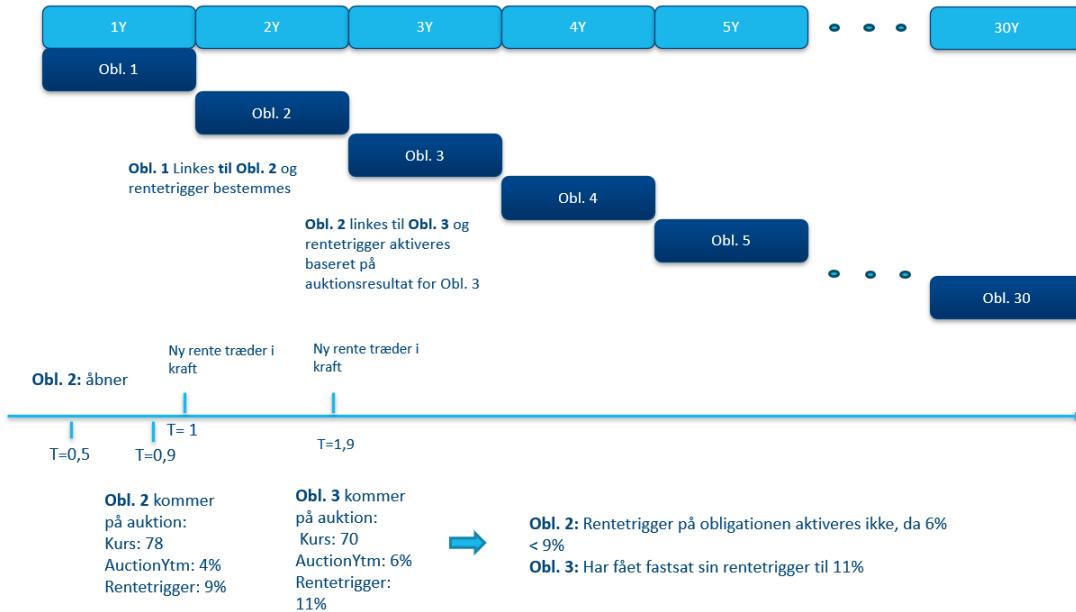


Figure 5.9: Illustration 1-årig obligationer: Låan og bagvedliggende obligationer

På tidspunkt $T = 0$ har man taget et lån ved et F1 lån til en given rente. På tidspunkt $T = 0,5$, altså halvvejs igennem lånet, vil instituttet åbne en ny

obligation, som man låntager skal rulle over i. Der vil på det tidspunkt blive holdt en auktion, hvor investorerne skal byde ind på obligation 2, hvor kurserne og den effektive rente bestemmes. Kurserne på refinansieringstidspunktet vil altid være til pari (100) for låntager. Så alle låntagere ruller altså rulle over i et nyt lån tilsvarende sin restgæld. Ved refinansieringstidspunktet søges det antal nye kortløbende obligationer, som er nødvendigt for at tilvejebringe det kontaktpel, der svarer til restgælden på det tidspunkt. Salget af de nye obligationer ved refinansieringen sker til de kurser, der kan opnås på markedet på refinansieringstidspunktet. I figur 5.9 bliver kursen på obligation 2 sat til 78, og den effektive rente på 4%. Renten på de nye obligationer vil afhænge af et markedskonform referenceindeks baseret på de helt korte pengemarkedsrenter, som eksempelvis (T/N, CITA, CIBOR3M, CIBOR6M) samt et tillæg, der fastsættes ved auktionen. Tillægget er bestemt ud af ren udbud/efterspørgsel; er der eksempelvis skal udbydes mange obligationer (stor emissionsvolumen), men kun begrænset interesse fra investorerne, så presser det tillægget op, og dermed bliver det dyrere for låntager. Og vice-versa. Det vil så svare til tidspunkt $T = 0,9$ lige inden den nye rente skal træde i kraft på tidspunkt $T = 1$, som er konstant gennem hele løbetiden, indtil næste refinansiering. Indtil da er det kun kurserne, der kan ændre sig.

Eksempel på finansiering af et F3-lån

Som sagt udstedes rentetilpasningslån som inkonverterbare kontantlån og finansieres med stående obligationer med én årlig termin. Det betyder for f.eks. et F3-lån, at fundingen sker ved udstedelse af tre forskellige stående obligationer med et års, to års hhv. tre års løbetid. De amortiseres imidlertid som om de var længerevarende. Efter udløbet af en refinansieringsperiode indfries den udestående restgæld, men låntageren er sikret en forlængelse af lånet og adgang til refinansiering af restgælden ved udstedelse af nye, et-, to- hhv. tre-årige stående obligationer. Debitor har som nævnt også mulighed for at skifte til en anden lånetype.

Lad os tage et eksempel, hvor vi finder gennemsnitsrenten, \bar{R} som låntager kommer til at betale for sit F3 lån med en hovedstol på $RG_0 = 1.000.000$, samt de nominelle hovedstole på henholdsvis, ét-to og tre årlige stående obligationer, som realkreditinstiuttet for at skaffe funding til hovedstolen. Vi antager at den pålydende rente er på 1% for alle de bagvedliggende obligationer, men det er kun for enkelthedens skyld, og det er langt fra et krav, at renten skal være den samme for alle udstede obligationer.

Hovedstolen for hver af de stående obligationer bevænves som Z_1 , Z_2 og Z_3 . Efter det første år skal obligationsejerne have

- rentebetalinger fra de to- og de tre-årige obligationer: $0,01 \cdot (Z_2 + Z_3)$,
- rente- og afdragsbetalinger fra den ét-årige obligation: $1,01 \cdot Z_1$.

Efter det andet år skal obligationsejerne have rente- og afdragsbetalinger fra den tre-årige obligation: $1,01 \cdot Z_2$.

Rentetilpasningslån udstedes som nævnt som kontantlån; dvs. lånet er et stående lån set fra debtorsiden. Det betyder, at ydelsen i de første to år alene er rentebetalinger, dvs. $\bar{R} RG_0$. Efter tre år skal såvel rentebetalingen som hovedstolen betales, dvs. $(1 + \bar{R}) RG_0$.

Endelig skal man være sikker på, at den ønskede funding faktisk genereres. Hvis kurserne for de tre stående obligationer antages at være hhv. k_1 , k_2 og k_3 , skal

$$k_1 Z_1 + k_2 Z_2 + k_3 Z_3 = RG_0.$$

Disse betingelser kan formuleres i følgende system af 4 ligninger med 4 ubekendte: Z_1 , Z_2 , Z_3 og \bar{R} , idet lånets hovedstol RG_0 skal fastlægges som input til beregningerne:

$$\begin{aligned} \text{\textbf{\AAr 1:}} \quad & 1.01 Z_1 + 0.01 Z_2 + 0.01 Z_3 - \bar{R} RG_0 = 0 \\ \text{\textbf{\AAr 2:}} \quad & 1.01 Z_2 + 0.01 Z_3 - \bar{R} RG_0 = 0 \\ \text{\textbf{\AAr 3:}} \quad & 1.01 Z_3 - (1 + \bar{R}) RG_0 = 0 \\ \text{\textbf{\AAr 0:}} \quad & k_0^1 Z_1 + k_0^2 Z_2 + k_0^3 Z_3 - RG_0 = 0 \end{aligned} \tag{5.1}$$

År 1 er lånets ydelse, som debitor betaler, \bar{R}, RG_0 . Investorernes krav udgøres af hovedstolen og kuponen på ét-års-obligationen, $1,01 \cdot Z_1$, samt kuponbetalingerne på to- og tre-års-obligationerne, $0,01 \cdot Z_2$ og $0,01 \cdot Z_3$. Dermed sikres det, at debtors betaling netop dækker investorernes samlede krav efter år 1. Samme princip gælder for år 2 og år 3.

I år 0 udtrykker følgende ligning, hvordan realkreditinstituttet skaffer funding: Instituttet sælger ét-årige obligationer for $k_0^1 Z_1$, to-årige for $k_0^2 Z_2$ og tre-årige for $k_0^3 Z_3$. Summen af provenuet svarer til lånets hovedstol RG_0 , så der ved udstedelsen netop tilvejebringes 1.000.000 kr.

Alternativt i matrix form:

$$\begin{pmatrix} 1,01 & 0,01 & 0,01 & -\bar{R} \\ 0 & 1,01 & 0,01 & -\bar{R} \\ 0 & 0 & 1,01 & -(1 + \bar{R}) \\ k_0^1 & k_0^2 & k_0^3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ RG_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{5.2}$$

Ligningssystemet 5.2 kan løses ganske enkelt numerisk ved hjælp af et regnark, f.eks. problemløseren/solver i Excel.

Vi vælger kurserne $k_0^1 = 0,99$, $k_0^2 = 0,975$ og $k_0^3 = 0,96$ og fastsætter hovedstolen RG_0 til 1.000.000. Løsningen til 5.2 bliver:

$$Z_1 = 13.540,75, \quad Z_2 = 13.676,16, \quad Z_3 = 1.013.812,92, \quad \bar{R} = 2,39510\%.$$

Hvordan er fundingen så sket? Realkreditinstituttet optager en forpligtelse over for låntager om at stille 1 000 000 kr. til rådighed på lånets starttidspunkt. For at skaffe dette beløb udsteder instituttet tre stående obligationer på markedet: én-årige obligationer til kurs k_0^1 med hovedstol Z_1 , to-årige obligationer til kurs k_0^2 med hovedstol Z_2 og tre-årige obligationer til kurs k_0^3 med hovedstol Z_3 . Provenuet fra salget af disse obligationer opfylder netop lånets hovedstol, idet

$$k_0^1 Z_1 + k_0^2 Z_2 + k_0^3 Z_3 = RG_0.$$

Derpå modtager låntager de 1 000 000 kr. som ét stående lån med renten \bar{R} , som er bestemt via løsning af ligningssystemet i 5.2. Under lånets løbetid betaler låntager løbende rente til \bar{R} , og ved hvert obligationsforfald indfries de respektive obligationer ved refinansiering – det vil sige udstedelse af nye obligationer til de gældende kurser, så lånets samlede saldo fortsat svarer til den oprindelige hovedstol. På den måde sikres, at debtors ydelsesprofil stemmer overens med investorernes kupon- og indfrielsesbehov, samtidig med at lånet på debtorsiden opleves som ét sammenhængende lån.

Renterisiko

Da der ingen konverteringsret er på et flekslån, så er den største risiko for låntager, at renten ændrer sig under lånets løbetid. Renterisikoen er selvfølgelig størst, desto kortere lånet er, men en låntager med selv et F-10 lån er også utsat for renterisiko. En låntager med eksempelvis et F-10 vil kunne efter 5 år stå overfor at skulle sælge sin bolig. Her kan han eller hun blive utsat for, at det generelle renteniveau i økonomien er faldet, hvilket bringer kursen på deres flekslånsobligation langt over kurs pari (kurs 100), og det vil blive en del dyrere at indfri sin restgæld. Investoren står ligeledes også overfor en renterisiko, da man aldrig ved, hvad renten til næste refinansieringsperiode (termin) bliver. Det kan være, man som investor har købt et F-kort obligation, og renterne bliver ved med at falde og falde, hvilket resulterer i en lavere og lavere kupon. Det vil være godt for låntager, men ikke obligationsejeren.

Funding- og systematisk risiko

Med udgangspunkt i et F1-lån, vil man efter der er gået 1 år, skal investoren have sine penge igen. Men, låntageren har faktisk ikke en forpligtelse til at tilbagebetale sit lån, det er realkreditinstiuttet der har garanteret finansieringen. Dette resulterer i en systematisk risiko, da flekslånet principielt bryder balanceprincippet. Risikoen opstår ikke på rentesiden, men derimod på funding siden, som i sidste ende kan gå hen og blive en systematisk risiko.

Realkreditinstiuttet er nemlig tvunget til at finde funding til lånene, men der er ikke en garanti for at kunne sælge de nye obligationer til en passende eller acceptabelt markedspris (rente). Det kan i krisetider betyde, at instituttet må sælge obligationerne til en meget høj rente, for at gøre obligationerne attraktive nok til investorerne. Af den grund kommer rentetilpasningslån altid med en indbygget auktiontrigger, og nogle kommer også med en rentetrigger oveni.

En auktiontrigger træder i kraft, hvis en budrunde for en obligation fejler grundet manglende efterspørgsel. RTL obligationen vil derfor løbetidsforlænges med 12 måneder ad gangen, hvor investoren er tvunget til at holde obligationen til næste budrunde.

En rentetrigger udløses, hvis den effektive rente er steget end 5%-point siden sidste refinansiering, indenfor det seneste år. Triggeren sætter et loft over, hvor meget den effektive må stige med siden sidste budrunde, for at give beskyttelse til låntageren. Vi har endnu tilgode at se dette enten af disse triggers blive udløst.

I figur 5.10 er de to triggers illustreret med udgangspunkt i et F1-lån med en obligation der får en effektiv rente på 0.3% ved auktion i $T = 0$. Der kan enten ske tre ting til næste refinansieringsrunde: 1) Auktionen er vellykket og får udstedt en obligation med en effektiv rente under 5,3%. 2) Instituttet modtager tilstrækkelig mængde bud til at udstede en ny obligation, men med en effektiv skæringsrente over 5,3%. Kuponen bliver fastlås til 5,3% over næste termin². 3) Instituttet modtager ikke en tilstrækkelig mængde bud til at udstede en ny obligation, og dermed går auktiontriggeren ind, og investoren er tvunget til at holde den til næste budrunde på 5,3%. Det er dermed klart, at igennem disse triggers, så flyttes refinansieringsrisikoen over på investorerne.

5.4.5 Markedsbevægelser kan åbne nye obligationer

Markedsbevægelser har stor betydning for åbningen (og lukningen) af serier af realkreditobligationer. Når renter og risikopræmier bevæger sig, ændres investorernes præferencer, og det påvirker efterspørgsel, kurser (priser) og likviditet i de

²Rentetriggeren kan også være 2-årig.

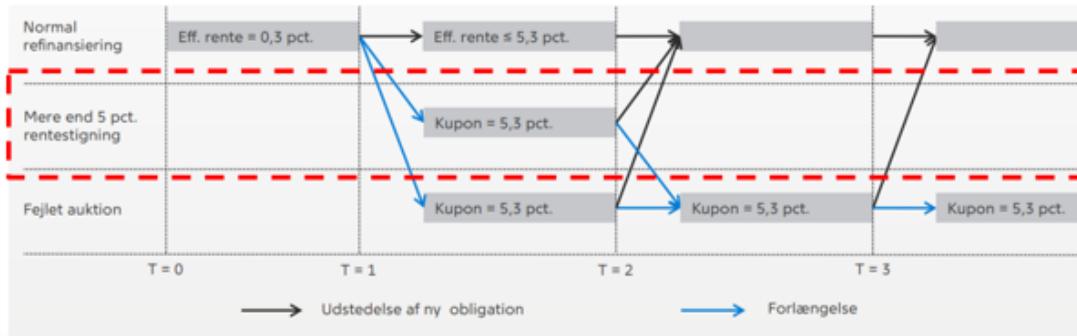


Figure 5.10: Illustration af rente- og auktionstrigger

eksisterende serier. Hvis likviditeten tørre ud, eller kursdannelsen ikke længere understøtter ny udstedelse, kan realkreditinstituttet vælge at lukke en serie før tid og åbne en ny.

En markant *rentestigning* vil typisk presse kurserne på eksisterende fastforrentede obligationer ned. Investorer vil i den situation kræve en højere kuponrente på nye obligationer, så deres afkast svarer til de nye markedsrenter. Fortsætter instituttet med at udstede i en gammel serie med lav kupon, vil investorinteressen aftage, handelsaktiviteten falde, og spreadet typisk øges. Derfor kan instituttet lukke den gamle serie og åbne en ny med højere kuponrente for at genetablere investorinteressen og opretholde likviditeten.

Denne dynamik sås tydeligt i 2022 i kølvandet på de markante rentestigninger, der fulgte i forbindelse med Ruslands invasion af Ukraine. Se figur 5.11. De højere markedsrenter øgede efterspørgslen efter serier med højere kupon, og Realkredit Danmark (blandt andre udstedere) måtte åbne nye obligationsserier, fordi de eksisterende lavkuponserier blev mindre attraktive og handlede til lave kurser.

5.5 Afrunding

Dette kapitel har givet en grundig gennemgang af det danske realkreditsystem, lige fra dets historiske oprindelse efter branden i København i 1795, til den nuværende struktur med dens unikke balanceprincip og match-funding. Vi har set, hvordan lovgivningen og reguleringen af realkreditinstitutterne har sikret stabilitet og gennemsigtighed i boligfinansieringen, herunder betydningen af belåningsgraden (LTV) og Finanstilsynets Tilsynsdiamant, der beskytter både långivere og låntagere mod uhensigtsmæssig risikoeksponering.

Vi har også set, hvordan det danske realkreditmarked udmærker sig internationalt ved dets store volumen og likviditet, især på grund af investorernes efterspørgsel efter de særligt dækkede obligationer (SDO/SDRO), som tilbyder

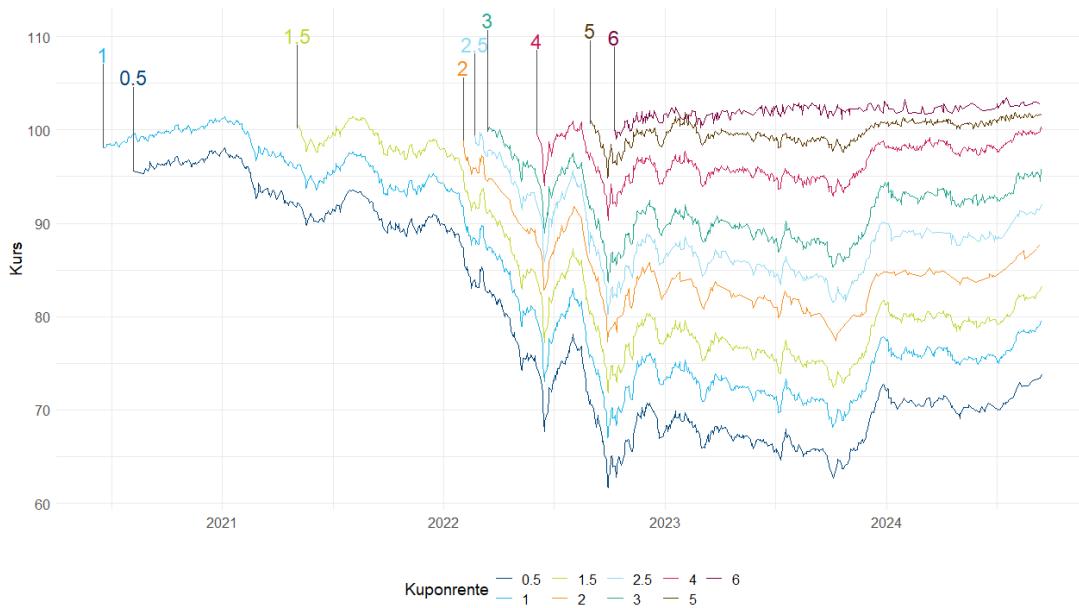


Figure 5.11: Markedsbevægelser og obliationer i år 2022. Kilde: Vitec Scanrate

høj sikkerhed. Samtidig er det klart, at danske realkreditobligationer indebærer komplekse risikostrukturer, især knyttet til låntagernes mulighed for konvertering, der medfører en betydelig genplaceringsrisiko for investorerne.

Endelig har kapitlet belyst produktpaletten inden for realkreditlån, med særlig vægt på de fastforrentede konverterbare- og variabelt forrentede obligationer samt flekslån, hvor risici som renterisiko, funding- og systemisk risiko er blevet analyseret. Med denne forståelse af realkredittens mekanismer og markedsdynamikker er vi nu rustet til at gå dybere ind i prissætning og risikovurdering af disse unikke finansielle instrumenter i de efterfølgende kapitler.

Chapter 6

Modellering af Konverteringsadfærd

I forrige kapitel satte vi os ind i, hvordan konverteringsadfærdens hos de individuelle låntagere hænger sammen. Vi ønsker i sidste ende at opnå en forståelse af prisfastsættelsen og risikonøgletal på en konverterbar realkreditobligation, samt hvilke væsentlige forhold man skal være opmærksom på, når man investerer i dem.

Prisfastsættelsen af en realkreditobligation minder om at skrælle et komplekst løg. Du fjerner lag efter lag, men kompleksiteten stiger for hvert lag. Der findes derfor mange tekniske *buzzwords*, man skal beherske, hvis man ønsker en dybere teknisk indsigt i processen. Eksempelvis en rentestrukturmodel, der kan give et bud på, hvordan renten vil udvikle sig i fremtiden, og dermed hvordan konverteringen kan se ud fremover. Hertil kommer en konverteringsmodel, der kan modellere låntagers konverteringsadfærd. Yderligere findes der tekniske begreber for de numeriske metoder, man benytter, såsom *maximum likelihood estimation* og *endelig differens gitter*. Pensum vil holde sig til det overordnede og mere praktiske niveau, men selv her er kompleksiteten betydelig. Mange praktikere, der handler realkreditobligationer, går heller ikke ned i de tekniske detaljer, men tolker snarere på resultaterne og handler ud fra disse. Den samme tilgang vil blive anvendt i dette pensum. Vi skal selvfølgelig forstå resultaterne, hvad der kan påvirke dem, og hvordan dette påvirker prisen og nøgletalene.

Inden vi når dertil, skal vi dog dedikere et helt kapitel til at forstå konverteringsoptionen. Fra forrige kapitel forstod vi, at investoren løbende ønsker et estimat af, hvor meget han kan forvente at få tilbage af sin oprindelige investering på grund af låntagers konverteringsadfærd. Dette kapitel vil derfor i detaljer undersøge optionen og dens betydning. Eksempelvis: Hvornår bør en rationel låntager udøve sin option og dermed indfri sit lån? Hvilke faktorer ligger til grund for den beslutning?

6.1 Konverteringsadfærd

Låntager kan til enhver tid indfri sit fastforrentede realkreditlån til pari (kurs 100). Det skyldes, at låntager indirekte har købt en call-option, når der købes en fastforrentet obligation. For investoren betyder det, at længden på den oprindelige betalingsrække ikke længere er garanteret, da optionen har stor indflydelse på obligationens betalingsstrømme. Se eksempelvis den ordinære ydelsesrække nedenfor for en samlet serie med udgangspunkt i en 5% Nykredit-obligation med udløb i 2053, hvor vi antager ingen konvertering:

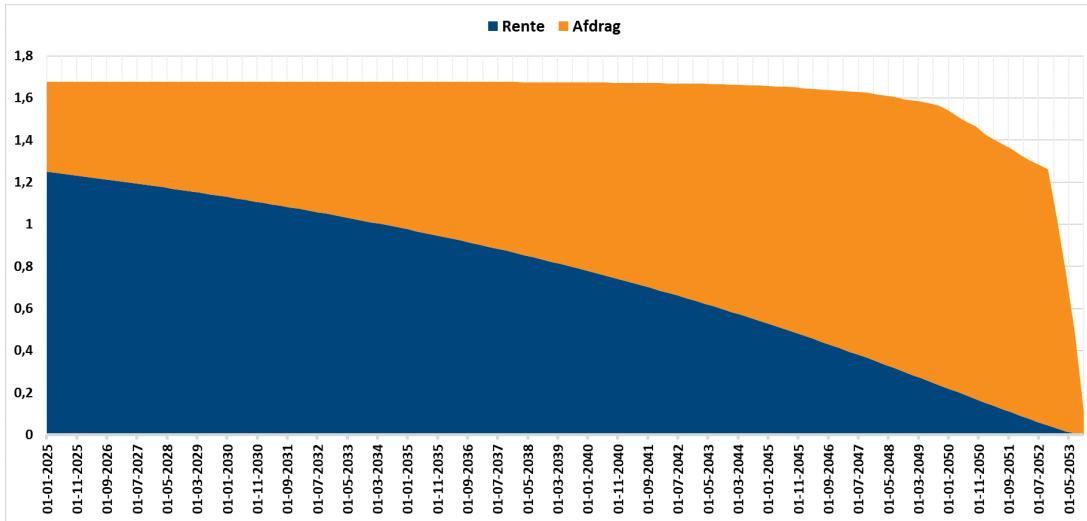


Figure 6.1: Ordinær ydelsesrække, 5% NYK 2053 uden konvertering. Kilde: Vitec Scanrate

Figur 6.1 viser, hvordan ydelsesrækken for denne obligation ser ud uden indfrielser. Betalingsstrømmen virker umiddelbart fuldstændig deterministisk med en tydelig afdrags- og renteprofil. Investoren ville være godt tilfreds med at modtage denne sikre betalingsstrøm gennem hele obligationens løbetid – forudsat at der ikke findes bedre alternative investeringer. Men denne ordinære ydelsesrække er langt fra, hvad vi ser i virkeligheden. En gennemsnitlig betalingsstrøm vil i stedet ligne det, der vises nedenfor (bemærk, hvordan amortiseringssprofilen går fra at ligne en annuitet til et seriellån).

I figur 6.2 ser vi en ydelsesrække, der er meget forskellig fra den, vi ser i figur ???. Ud over ydelsesrækken af rente og afdrag har vi også plottet en estimeret konverteringsrate, som stammer fra en konverteringsmodel. Vi forudser her, at mange låntagere forlader obligationsserien, fordi de finder andre og mere attraktive realkreditlån. Det afspejles i en høj konverteringsrate i begyndelsen. Investoren ville langt hellere have betalingsstrømmen uden konverteringsrate end den, vi ser i figur ???. Hvis dette scenarie realiseres, går der ikke længe, før investoren

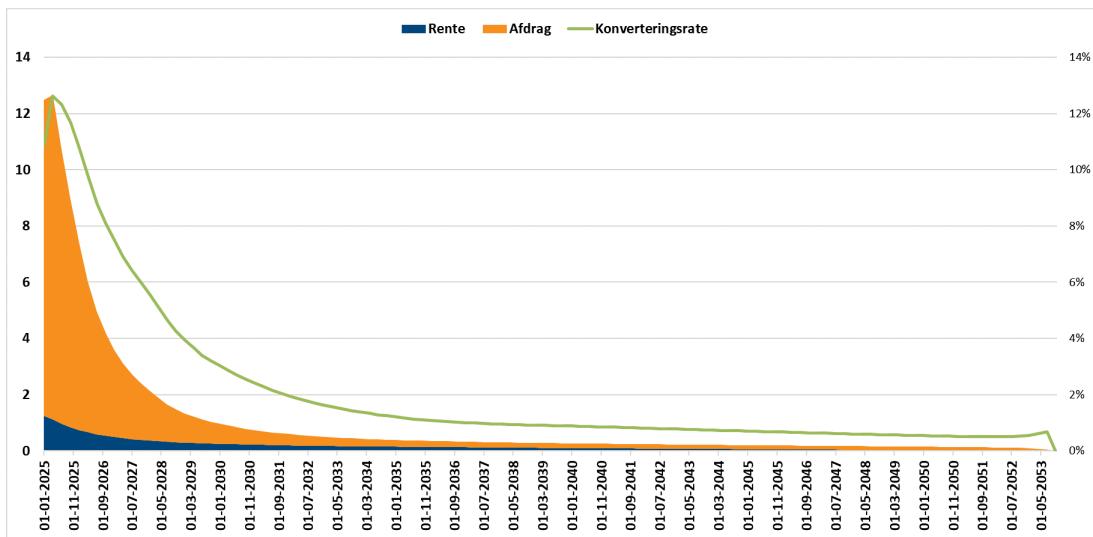


Figure 6.2: Ydelsesrække, 5% NYK 2053 med konvertering. Kilde: Vitec Scanrate

har fået en stor del af sin oprindelige investering tilbage. Derfor må man ud og finde andre alternativer at investere i, hvilket langtfra med sikkerhed giver samme afkast. Dette kan i sidste ende påvirke, hvor attraktiv realkreditobligationen er, og dermed prisen.

Vi skal derfor fokusere på, hvad der driver den konverteringsrate (den grønne linje), vi ser i figur 6.2. For hvis vi løbende kan estimere konverteringsraten præcis, kan vi også prissætte konverterbare obligationer skarpt.

Hvad får låntagere til at ville indfri deres lån? Hvilke underliggende drivkræfter bestemmer konverteringsadfærdens? Der er flere:

1. **Strukturelle ændringer:** flytning, nyt job, skilsmisses m.m.
2. **Alternativ finansiering:** ønsket om at skifte fra et fastforrentet lån til et fleks- eller variabelt forrentet lån.
3. **Økonomisk gevinst:** låntager kan opnå en økonomisk gevinst ved at indfri sit lån, typisk drevet af renteændringer.

Specielt det sidste punkt er vigtigt, fordi det både er noget, vi i høj grad kan modellere, og samtidig har størst betydning for, om optionen udøves eller ej. Nedenstående figur giver et grafisk overblik over sammenhængen mellem konverteringsbeslutningen og renteniveauet. Dette illustreres også i figur 6.3. Det ses tydeligt, at når renteniveauet er højt, sker der få konverteringer, mens antallet stiger, når renteniveauet er lavt. Vi må derfor formode, at den økonomiske gevinst ved en konvertering stiger, når renterne falder.

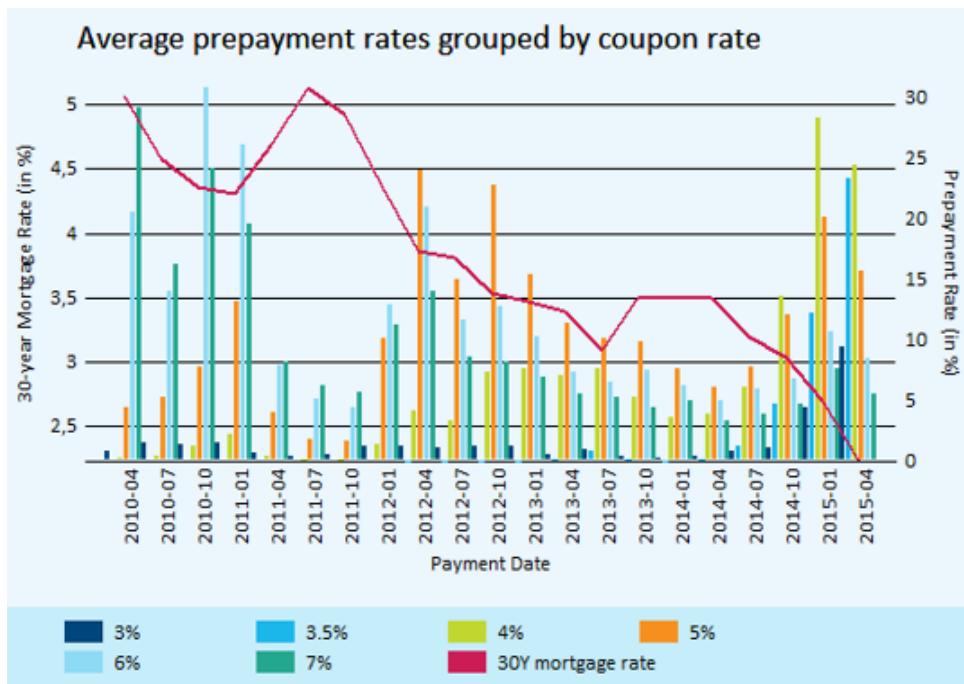


Figure 6.3: Renteniveau og konvertering. Kilde: Vitec Scanrate

6.2 Konverteringsraten

Det er hermed klart, at investoren er meget interesseret i at få et indblik i konverteringsbeslutningen. Den giver investoren et bud på, hvordan betalingsstrømmen på hans investering i obligationen kan komme til at se ud fremover. Sker der mange konverteringer, får han en stor del af sine penge tilbage, som derefter skal reinvesteres i andre obligationer – sandsynligvis til en lavere rente. Det modsatte gælder også: Hvis konverteringen forventes at være stabil fremadrettet, er investoren godt tilfreds, fordi det giver en mere forudsigelig pengestrøm til en fornuftig rente. Derfor er det vigtigt at konstruere konverteringsmodeller, der kan give et kvalificeret skøn over konverteringsraten for en konverterbar realkreditobligation.

Konverteringsraten angiver den andel af de tilbageværende låntagere, som på en given termin vælger at indfri deres lån til kurs 100. På engelsk kaldes dette mål for Conditional Prepayment Rate og forkortes CPR. Kender vi konverteringsraten (CPR) samt obligationens ordinære udtræk i procent (ORD), kan vi beregne den samlede udtræksprocent, UDT, som:

$$UDT = 100 \cdot CPR + ORD \cdot (1 - CPR) \quad (6.1)$$

Den samlede udtræksprocent består af fuldt udtræk fra de låntagere, der konverterer, samt det ordinære udtræk fra de låntagere, der ikke konverterer. Udtræksprocenten fastlægger dermed – sammen med kuponbetalingen – obligationsseriens

samlede betalingsstrøm. Det vil vise sig, at konverteringsadfærd har stor betydning for prisfastsættelsen af konverterbare obligationer.

Lad os definere mere præcist, hvordan konverteringsraten måles. Konverteringsraten angiver den andel af den tilbageværende restgæld, som indfries til pari (kurs 100) på en given termin. Dette er altså det samme som CPR. CPR er dermed den procentvise del af det udestående nominelle beløb, der indfries i perioden. Hvis CPR er 25%, betyder det, at 25% af det nominelle udestående i en obligationsserie bliver indfriet i perioden. Set fra investorens synspunkt står vedkommende herefter kun tilbage med 75% af det nominelle beløb, der var investeret (hvis vi ser bort fra ordinære afdrag). Det er problematisk for investoren, fordi de frigivne midler nu skal placeres andetsteds – og det er ikke givet, at det kan ske til samme rente. Investorer foretrækker derfor så passiv en debitormasse som muligt i en serie, da det giver en mere stabil betalingsstrøm på investeringen.

6.3 Konverteringsdata

Før vi begynder at vise, hvordan man kan modellere konverteringsadfærdens, skaber vi først et overblik over de tilgængelige data for udtræk og indfrielser. Vi illustrerer disse data for henholdsvis en 5 % NYK og en 4 % NYK med udløb i 2053.

6.3.1 Stamdata og ordinære ydelsesrækker

Fondsbørsen offentliggør løbende baggrundsoplysninger for alle noterede obligationsserier. Desuden publiceres de ordinære ydelsesrækker, dvs. de forventede rente- og afdragsbetalinger under den forudsætning, at låntagerne ikke konverterer. Oplysningerne findes bl.a. i den officielle kursliste. Tabel 6.1 viser et udsnit af Fondsbørsens stamdata pr. 23. august 2024 for de to obligationer.

Udtræk på serieniveau (CK95-udtræk)

På obligationens publiceringsdag offentliggør Fondsbørsen dataserien CK95, som indeholder den samlede udtrækning i hver enkelt obligationsserie. Oplysninger om udtræk på serieniveau fremgår af tabel 6.1, og rammen nedenfor viser beregningen af konverteringsraten samt vores eget estimat.

Table 6.1: Udtræk på serieniveau pr. 01/10/2024

	NYK 5 % 2053	NYK 4 % 2053
Cirk. nom. (mio. kr.)	62 096,027	43 832,959
Udtrukket beløb (mio. kr.)	2 155,258	148,166
Udtræk i %	3,47 %	0,34 %
Ekstraordinært i %	3,06 %	0,01 %
Ordinært i % (beregnet)	0,41 %	0,33 %
Faktisk CPR (beregnet)	3,07 %	0,01 %
Estimeret CPR (model)	10,92 %	2,77 %

Procedure 6.1: *Beregning af konverteringsrate ud fra CK95*

Den ekstraordinære udtræksprocent (EXT) udgør forskellen mellem den totale udtræksprocent (UDT) og den ordinære udtræksprocent (ORD), dvs. $UDT = EXT + ORD$. Ud fra ligning (6.1) kan CPR dermed beregnes direkte:

$$EXT+ORD = 100 \cdot CPR + ORD \cdot (1 - CPR) \iff CPR = \frac{EXT}{100 - ORD}.$$

Når ORD er lille, ligger CPR tæt på den ekstraordinære udtræksprocent.

Tabel 6.1 viser en klar forskel mellem de to serier: 5 % NYK har en konverteringsrate på 3,06 %, mens 4 % NYK blot har 0,01 %. Hvorfor? Den vigtigste årsag er, at låntagerne i 4 %-serien i perioden ikke har haft en nævneværdig økonomisk gevinst ved at konvertere, mens incitamentet har været lidt større for låntagere i 5 %-serien.

Bemærk: CK95-data viser de faktiske konverteringsrater for en given termin. Investorer ønsker imidlertid et skøn over disse rater længe før tallene offentliggøres; derfor skal modellerede værdier løbende sammenholdes med de faktiske data, når de bliver tilgængelige. Vores modelestimat for CPR i tabel 6.1 ligger markant over det observerede. I det følgende gennemgår vi de byggeklodser, der skal til for at opbygge en model til estimering af CPR .

6.3.2 Debitorfordelinger (CK92)

En obligationsserie består af mange tusinde låntagere med varierende lånestørrelser. I samme serie kan der være alt fra et lille huslån nær Tønder til et liebhaverlån i Gentofte, et erhvervslån til en brugtvognsforhandler i Vestjylland eller finansiering af et stort indkøbscenter i hjertet af København. Kun oplysninger om lånenes størrelse og om de er privat- eller erhvervslån offentliggøres – ikke deres geografiske placering. Ofte er lånestørrelse og låntype dog tilstrækkeligt til at estimere, hvordan konverteringsadfærdens varierer mellem låntagene.

Hver fjerde torsdag i måneden offentliggør institutterne fordelingsdata over obligationsrestgæld, fordelt på syv grupper, hvor låntagere opdeles i private og erhvervsmæssige kategorier.

Senere skal vi se, hvor centrale disse debitorfordelinger er i modelleringsprocessen. Et eksempel for 5 % NYK 2053, offentliggjort 23. september 2024, fremgår af tabel 6.2¹:

Table 6.2: Fordeling af obligationsrestgæld pr. 23/09/2024

Interval	Privat (kr.)	Privat %	Erhverv (kr.)	Erhverv %	Total (kr.)
1	11 183 652	0,0 %	196 996	0,0 %	11 380 648
2	723 731 274	1,2 %	3 989 296	0,0 %	727 720 570
3	8 921 275 859	14,9 %	32 911 710	0,1 %	8 954 187 569
4	41 113 552 151	68,8 %	304 093 077	0,5 %	41 417 645 228
5	7 338 187 525	12,3 %	429 406 809	0,7 %	7 767 594 334
6	44 698 729	0,1 %	506 186 999	0,8 %	550 885 728
7	–	0,0 %	331 326 781	0,6 %	331 326 781
Total	58 152 629 190	97,3 %	1 608 111 668	2,7 %	59 760 740 858

Tabel 6.2 viser, at langt størstedelen af restgælden ligger hos private låntagere, hovedsageligt i intervallerne 3 og 4. Disse observationer bliver vigtige for vores kommende *CPR*-estimation.

Gruppering af låntagere. For at gøre estimationen mere overskuelig inddeler vi i Scanrate låntagene i tre grupper med nogenlunde homogen konverteringsadfærd:

¹Rådata kan hentes som XML [her](#).

Table 6.3: Inddeling af lån på intervaller og segmenter

Låne-interval	Lånestørrelse (i DKK)	Privat	Erhverv
1	0–200 t		
2	200 t–500 t		Små
3	500 t–1 M		
4	1 M–3 M		
5	3 M–10 M		Mellem
6	10 M–50 M		
7	> 50 M		Store

Figuren viser, at alle lån – både private og erhverv – med under 1 mio. kr. i restgæld klassificeres som *Small Loans*. Private lån mellem 1–10 mio. kr. og erhvervslån mellem 1–3 mio. kr. kategoriseres som *Medium Loans*. Endelig kategoriseres privatlån over 10 mio. kr. og erhvervslån over 3 mio. kr. som *Large Loans*. Fordeler vi de syv restgældsgrupper fra tabel 6.2 efter denne logik, fås:

Table 6.4: Gruppebeskrivelse og vægt

Gruppe	Beskrivelse	Vægt
1	Small Loans	16,2 %
2	Medium Loans	81,6 %
3	Large Loans	2,2 %

Tanken er at fange forskelle i konverteringshastighed. Generelt indfries store lån hurtigere end små, og erhvervslån hurtigere end privatlån. Vi kan derfor groft rangordne hastigheden:

$$\text{Large Loans} > \text{Medium Loans} > \text{Small Loans}.$$

Årsagen er dels, at omkostningen ved at konvertere er fast og uafhængig af lånestørrelsen, dels at selv små rentefald giver stor økonomisk gevinst på et stort lån. Desuden kan man formode, at låntagere med store lån – især erhverv – ofte har større økonomisk indsigt og konverterer mere rationelt.

Figur 6.4 illustrerer, hvilke låntagergrupper der typisk indfrier først.

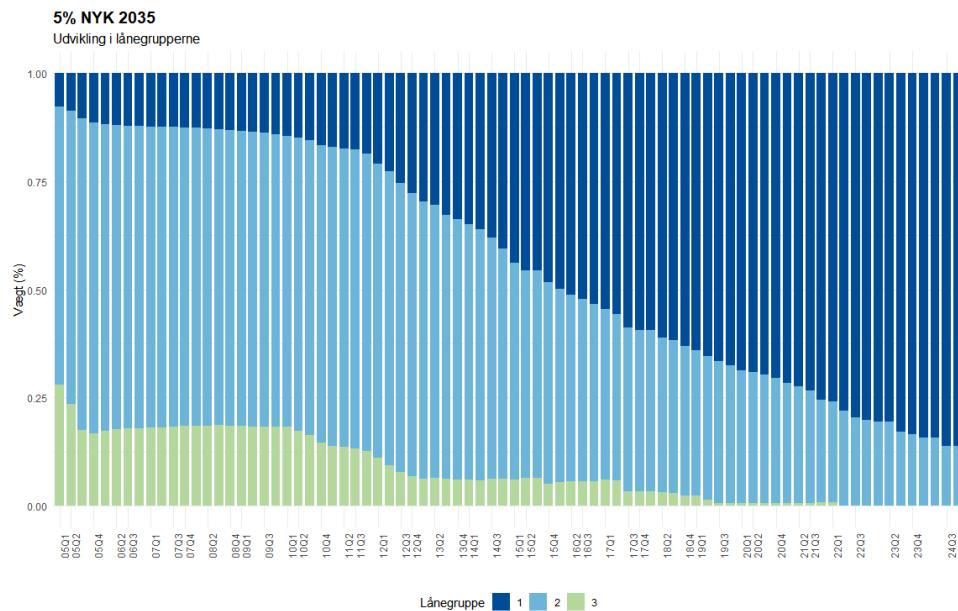


Figure 6.4: Udvikling i lånegrupperne for en ældre 5 % NYK 2035-obligation

I næste afsnit viser vi, hvordan denne låntagerfordeling sammen med et esti-
amt for konverteringsfunktionen kan anvendes til at modellere en series *samlede*
konverteringsadfærd.

6.4 Konverteringsmodellen

Målet er nu at finde en model, der kan estimere konverteringsraten for en given obligation.

En specifik konverteringssituation afhænger af forskellige beslutninger, som ikke altid træffes på rationel vis. Dette gør det særligt vanskeligt at forudsige fremtidige konverteringer. Kreditværdighed, forventninger til fremtiden, jobsituation og civilstatus (f.eks. skilsmisser) er eksempler på faktorer, der påvirker en konverteringsbeslutning, men som det i praksis er umuligt at inkorporere fuldstændigt i en konverteringsmodel. Målet er derfor ikke at udvikle en konverteringsmodel, der fanger alle aspekter af konverteringer, men snarere at designe en model, som kan anvendes til prisfastsættelse og beregning af risikomål for fastforrentede konverterbare obligationer. Modellen skal desuden være intuitiv, relativt nem at implementere, og samtidig passe godt til data.

I dette pensum tager vi udgangspunkt i den konverteringsmodel, som er udviklet af Jakobsen (1992)². Denne model benytter en gevinstkravsmode til at estimere

²Svend Jakobsen er en af de tre grundlæggere af Scanrate Financial Systems sammen med Anders Gросен og Carsten Tanggaard.

konverteringsraten, hvor vi samtidig udnytter data om låntagergrupperne og estimerer en konverteringsrate for hver låntagergruppe gennem en miksturmodel.

Den eneste stokastiske variabel³, som driver konverteringerne i gevinstkravsmodellen, er gevinsten ved at refinansiere. Denne centrale variabel undersøges nærmere i det følgende afsnit om gevinstkravsmodellen.

6.4.1 Gevinstkrav-modellen.

Modellen tager udgangspunkt i et bredt spektrum af mange forskellige - og ikke-rationelle låntagere, dvs. de konverterer til forskellige renteniveauer og er nødvendigvis ikke optimale. Antagelsen om ikke rationelle låntagere er i god overensstemmelse med, hvad man ser i praksis: det er de færreste låntagere, der har mulighed for at benytte de avancerede finansielle modeller til at vurdere deres lån. I stedet foretages de fleste konverteringsbeslutninger ved en simpel vurdering af gevinsten ved konvertering i dag, uden hensyntagen til tidsværdien af konverteringsrettigheden. Denne metode anvendes også i de fleste realkreditinstitutter, da den er hurtig at implementere og let at forklare låntagere.

Det er forholdsvis let at beregne den procentvise gevinst, låntagere opnår ved en konvertering. Modellen bygger på, at gevinsten opgøres som: Gevisten ved at indfri sit lån kan koges ned til følgende simpel formel:

$$Gain = \frac{PV_{continue} - PV_{call} \cdot (1 + cost)}{PV_{continue}} \quad (6.2)$$

Hvor $PV_{continue}$: Nutidsværdien ved at holde lånet til udløb. Det vil sige nutidsværdien af hele betalingsrækken. PV_{call} : Nutidsværdien ved at udøve sin konverteringsret. Det vil sige nutidsværdien af at indfri restgælden til næste termin, og $cost$ er omkostninger ved konvertering.

Det kan være behjælpeligt at omskrive ligningen endnu mere, ved at indse, at nutidsværdien ved at indfri lånet altid er lig med par (kurs 100):

$$Gain = \frac{PV_{continue} - 100 \cdot (1 + cost)}{PV_{continue}} \quad (6.3)$$

Ovenstående ligning 6.3 fortæller os, at når nutidsværdien af at fortsætte sit lån $PV_{continue}$ er højere end nutidsværdien af at indfri restgælden til kurs 100 - tager omkostningerne i betragtning - så vil konverteringsgevisten være positiv, $Gain > 0$. Intuitionen er som følger: Hvis nutidsværdien af at fortsætte sit lån stiger, så indikerer det, at de fremtidige betalinger under det eksisterende lån er

³En variabel med et kontinuert udfaldsrum

af betydelig størrelse. Sagt på en mere pædagogisk måde: Man har en positiv konverteringsgevinst, hver gang værdien af ens eksisterende gæld/lån er højere end værdien af refinansieringsalternativet. Vores omkostningsparameter c er med, fordi det har en omkostning ved at lave en konvertering. Instituttet tager sig nemlig betalt for at lave alt papirarbejdet, og derved er nutidsværdien af sin konverteringsret ikke lige med 100. Den kan eksempelvis sættes til $c = 0.02$.

Simpelt sagt, så viser ligning 6.3 forholdet mellem gevisten ved at konvertere og nutidsværdien af de resterende betalinger. Man antager at låntagerne adskiller sig ved, at den individuelle låntager i har sit gevinst krav $Gain_i$. Dvs. i en vilkårlig tilstand af renteniveauet, vil låntager i kun konvertere, hvis gevinstkravet er opfyldt.

Der må antages, at ved rentefald stiger andelen af låntagere, som konverterer. Netop fordi, at en lavere rente gør, at nutidsværdien af sit lån stiger, hvilket er godt for investor - men skidt for os, fordi det gør vores lån mere værd, og dermed i markedsværdi termer dyrere for låntageren. Dermed må gevisten ved at konvertere også stige, hvilket også er afspejlet i 6.5. Desuden skal den andel af låntagere, der konverterer i en given obligationsserie, ligge mellem 0 og 1, da der ikke er flere låntager der kan gå ud af serien end der er i den.



Figure 6.5: Forholdet mellem renteniveau og gevinst

For at modellere disse egenskaber er en fordelingsfunktion egnet. I Jakobsen (1992) vælges der normalfordelingen $N(\mu, \sigma^2)$ da den giver en glat kurve og kan estimeres ud fra historiske konverteringsrater. μ er middelgevinstkravet og σ er spredningen, der afspejler graden af heterogenitet blandt låntagerne. μ er middelgevinstkravet og σ er spredningen, der afspejler graden af heterogenitet (forskellighed) blandt låntagerne.

6.4.2 Mikstur-modellen.

Vi har nu fået opstillet en gevinstkravmodell, som giver et godt udgangspunkt for en empirisk model. Men vi skal stadig udvide gevinstkravmodellen med flere variable, da det er naivt at tro, at det kun er gevinsten, der driver beslutningen om at konvertere. Herudover gør vi brug af debitorfordelingerne og gruppefordelingen som vist i figur 6.3, hvor vi antager, at hvert enkelt pulje følger en miksturfordeling. Dvs., at hver pulje består af en række grupper med hver deres egen fordeling. Da låntagerne i de enkelte grupper stadigvæk er heterogene kan deres adfærd modelleres ved en model af samme type som gevinstkravmodellen, dog med flere forklarende variable. Denne inddeling vil gøre, at vi i sidste ende ender med en konverteringsfunktion for hver gruppe, og derved har grupperne deres egen individuelle gevinstkrav for at konvertere. Miksturmodellen vil således udregne obligationsseriens samlede CPR ved at vægte gruppernes individuelle estimationer for CPR. Denne inddeling er oplagt, da forskellen i konverteringsadfærd på tværs af låntagermassen som kan skyldes:

- Forskellige omkostninger
- Forskellige forventninger
- Forskelle i rådgivning

Det er ekstremt svært at enkapsulere ovenstående effekter til en mere håndgribelig størrelse som kan modelleres. Man buger derfor ligning 6.4 for at modellere og opfange konverteringsadfærdens:

$$CPR(t) = \Phi(\beta_{\text{const}} + \beta_{\text{Mat}} \cdot \text{Maturity} + \beta_{\text{Gevinst}} \cdot \text{Gevinst} \cdot f(\text{BurnOut})) \quad (6.4)$$

Ligning 6.4 virker som en ret stor mundfuld, hvilket det også er. I dette kursus skal vi blot forstå, hvordan de forskellige input til ligningen påvirker låntagernes konverteringsadfærd *CPR*. Vi skal ikke kunne regne en specifik værdi *CPR* ved brug af funktionen. I miksturmodellen benytter vi os som sagt af debitorfordelingerne og opdeler låntagerne i grupper, og derved opstilles en model for hver gruppe: Her er CPR en sum af konverteringsfunktionen for gruppe i , $g_i(x, b_i)$, ganget med den i'te gruppens relative vægt, w_i i den pågældende serie, dvs:

$$CPR = w_1 \cdot g_1(x, b_1) + w_2 \cdot g_2(x, b_2) + \dots + w_k \cdot g_k(x, b_k)$$

Hvor k er det samlede antal grupper. Der vil i de nedenstående sektioner genemgås de yderligere forklarende variable som også er vist i ligning 6.4.

Restløbetid

Anvendes nutidsværdigevinsten skal man normalt tage højde for, at korte lån konverterer ved et lavere gevinstniveau relativ til lange lån. Argumentet er ud fra den klassiske optionsteori: Jo længere til udløb, jo større sandsynlighed for, at call optionen går dybere i pengene. Låntager med en høj restløbetid vil derfor være mere villig til at vente lidt længere, fordi gevinsten potentielt kan blive højere. Man udregner den således:

$$\text{Restløbetid} = \frac{\text{Udløbsdato} - \text{Terminsdato}}{365}$$

Hvor man deler med 365 for at konvertere det til år. Efter denne metode kan vi beregne restløbetiden for eksempelvis⁴:

Table 6.5: Restløbetid for Nyk 5 2046 og NYK 5 2053

	Nyk 5 2046	NYK 5 2053
Termin	01-10-2024	01-10-2024
Udløb	01-10-2046	01-10-2053
Time to maturity	22,01 år	29,02 år

For Nyk 5 2046, hvor den kommende termin er den 01-10-2024 og udløbsdatoen den 01-10-2046, får vi en restløbetid på 22,01 år. For NYK 5 2053, hvor ligeledes den kommende termin er den 01-10-2024, men udløbsdatoen er den 01-10-2053, er restløbetiden 29,02 år. Effekten på konvertering må således være, at låntagere i en obligation med kun 22,01 år til udløb, vil kræve en lavere gevinst for at konvertere fremfor låntagere i en 5% NYK der udløber i 2053.

Burnout

Vi kan forestille os en serie, hvor de mest aggressive låntagere hurtigt forlader serien, hvor de langsomme låntagere bliver hængende. Vi kalder sådan en form for serie *udbrændt*. Burnout beskriver, hvordan konverteringen i en obligationsserie har været over tid. Hvis en serie tidligere har oplevet en stor del konverteringer, så må man alt andet lige forvente, at der i fremtiden ikke kommer særlig mange konverteringer. Det skyldes som sagt, at de mest aggressive låntagere allerede

⁴En god funktion her i Excel: DATO.FORSKEL() - bemærk den findes i excel selvom den ikke fremvises

har konverteret. Derfor må de resterende låntagere være sløve om at konvertere. Sandsynligheden for at de sløve låntagere konvertere vil derfor være lav, fordi ellers havde de konverteret sammen med de aggressive. Effekten kan illustreres i figur 6.6.



Figure 6.6: Burnout-effekten

Burnout for hvert betalingsdato t kan regnes ud fra:

$$\text{BurnOut}_t = \begin{cases} I_{ss,t}(1 - \text{CPR}_t) + (1 - I_{ss,t})\text{Burnout}_{t-1}(1 - \text{CPR}_t), & \text{if } I_{ss,t} > 0 \\ \text{Burnout}_{t-1}(1 - \text{CPR}_t), & \text{if } I_{ss,t} \leq 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

Hvor $I_{ss,t}$ er andelen af nyudstedelser relativ til det samlede nominelle beløb i serien. Denne variabel er kun relevant, hvis en obligationsserie er åben. Intuitionen ved $I_{ss,t}$ variablen er, at nyudstede lån skal have en burnout på 0. Er burnout tæt på 0, så er seriens nærmest helt udbrændt, og alle låntagere har forladt serien. Er den tæt på 1, så er der en masse låntagere i serien endnu.

6.4.3 Modelspecifikation

Vi har nu forstået, hvorfor det er vigtigt at opdele en obligationsseries CPR i de individuelle låntagergrupper. Modelspecifikationen i miksturmodenellen gør netop dette. Obligationsseriens CPR defineres som den vægtede sum af låntagergruppernes CPR:

$$\text{CPR}_{b,t} = \sum_j w_j \cdot \text{CPR}_j \quad (6.6)$$

Her er w_j vægten (andelen) af gruppe j i obligationsserien, og CPR_j er konverteringsraten for låntagergruppe j . Vi kan betragte det således, at hver gruppe har deres egen konverteringsfunktion som i ligning 6.7.

$$CPR_j = CPR_j \left(\begin{array}{c} \text{Gevinst, } + \\ \text{Burnout, } + \\ \text{Restløbetid, } - \end{array} \right) \quad (6.7)$$

I dette kursus er det tilstrækkeligt at forstå, hvorfor vi opdeler obligationsserien i de enkelte låntagergruppers CPR, samt hvordan udvalgte parametere påvirker gruppernes konverteringsadfærd. Vi vil ikke gå i dybden med de tekniske detaljer vedrørende estimeringen af CPR_j , men fokusere på de faktorer, der påvirker dem.

Eksempelvis afhænger hver gruppens konverteringsrate af følgende faktorer:

- **Gevinst:** Jo større den økonomiske gevinst er ved at konvertere, desto større er sandsynligheden for, at låntagerne i gruppe j indfrier deres lån.
- **Burnout:** Hvis en obligationsserie tidligere har haft mange konverteringer, er de mest aktive låntagere allerede væk. De resterende låntagere er mindre tilbøjelige til at konvertere, hvilket sænker CPR. I denne sammenhæng skal vi tænke på, at når burnout stiger, så er den mindre udbændt og derfor vil CPR stige - Derfor "+" i ligning 6.7. Omvendt, jo mere udbændt den er, (Burnout falder), så falder CPR.
- **Restløbetid:** Lån med længere restløbetid er mindre følsomme over for renteændringer, hvilket gør låntagere med langt tid tilbage på deres lån mindre tilbøjelige til at konvertere. Dermed har vi, at der er en negativ sammenhæng mellem konverteringsraten og den relative restløbetid. Ved en høj relativ restløbetid er konverteringsraten lav, alt andet lige, og omvendt. Dette var også forventet, da jo kortere tid der er til udløb af obligationen, jo mere villige er folk til at konvertere, og omvendt jo længere tid der er til udløb, jo større sandsynlighed er der for, at der opstår et mere fordelagtigt tidspunkt at konvertere på.

Det vigtigste her er at forstå, hvilke faktorer der påvirker de enkelte gruppens konverteringsrater, hvorfor vi bruger dem, og hvordan vi kan anvende færdigudregnede estimerater til at beregne obligationsseriens samlede CPR. Ved at forstå disse relationer kan vi bedre forudsige, hvordan den samlede konverteringsadfærd for en obligationsserie vil udvikle sig.

Alt i alt vil miksturmodellen modellere de forskellige konverteringshastigheder i grupperne, og obligationsseriens CPR vil derved vægtes i forhold til den udestående

mængde af hver gruppe. De tre låntageres konverteringsfunktioner for en given obligationsserie kan plottes som i figur 6.7.

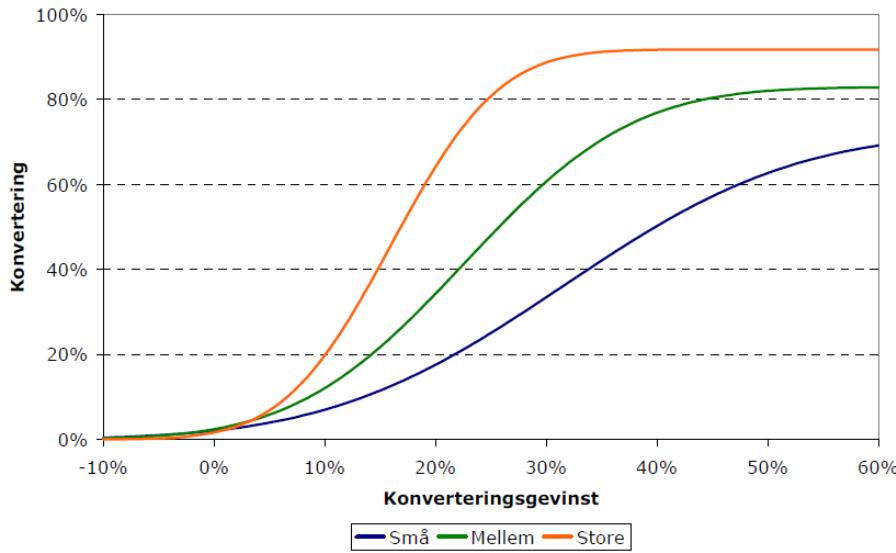


Figure 6.7: Burnout-effekten

I figur 6.7 ser vi følgende: For en given konverteringsgevinst, lad os sige 20%, vil den store låntagergruppe have en højere konverteringsrate (CPR). Eller set anderledes: For en given konverteringsrate (lad os sige 20% CPR) kræver den store låntagergruppe en mindre gevinst. Vi ser tydeligt forskellen i konverteringshastighederne.

Herved kan man tage de tre individuelle prepayment-funktioner og vægte dem sammen med deres udestående beløb i en serie og derved få et estimat på seriens samlede konverteringsrate. Hver dag vil man så bevæge sig langs x-aksen, fordi renterne ændrer sig dagligt, og derved vil estimatet for konverteringsraten også ændre sig dagligt.

Selve placeringen af prepayment-funktionerne vil forblive, hvor de er, medmindre man vælger at opdatere sin model. De tre prepayment-funktioner er udregnet til at afspejle hver gruppens adfærd. Det kan man vælge at opdatere med nye inputdata, hvis man vil. Eksempelvis har man nye data tilgængelige for både låntagerfordelingerne i en serie, burnout i en serie og tid til udløb i en serie for hvert kvartal. Det giver en mulighed for at opdatere de tre låntagergruppers adfærd hvert kvartal, og vi kan dermed opnå en ny, frisk prepayment-funktion og dermed et opdateret bud på, hvordan låntagerne opfører sig. Eksempelvis kan en opdatering af sin model få en indvirkning på konverteringsfunktionerne vist i figur 6.8.

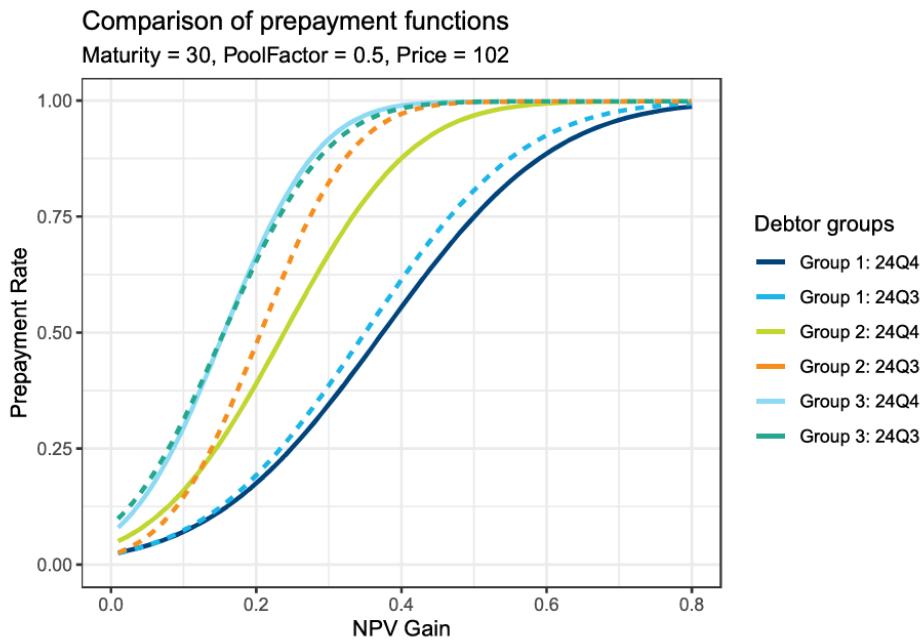


Figure 6.8: Opdatering af prepayment-funktioner. Kilde: Vitec Scanrate

I figur 6.8 kan vi se, at ved at inddrage et ekstra kvartal i vores estimation ændrer låntagergruppernes adfærd sig en smule – specielt gruppe 2. Ved periodisk at opdatere modellen og få nye data ind (og evt. smide gammelt data ud) kan man forhåbentlig få et skarpere bud på, hvordan obligationsseriens konverteringsrate (CPR) kan se ud for et givet gevinstkrav. Og husk: Vi har tre af disse prepayment-funktioner for hver given konverterbar obligation.

Men som sagt, en konverteringsmodel giver blot et bud på den fremtidige konvertering. Det er langt fra sikkert, at den rent faktisk rammer tæt på pletten. Og jo længere ud vi prøver at sige noget om konverteringslysten, desto mere usikkert bliver estimatet. Det skyldes blandt andet, at jo længere vi kommer ud i fremtiden, desto mere kan renten nå at ændre sig. Det øger udfaldsrummet på det potentielle gevinstkrav og dermed CPR. Det kan ses ved figur ??.

Pointen er, at vi allerede har fået de faktiske konverteringsrater for 4. kvartal. Vores prepayment-model kan allerede give et bud på, hvordan konverteringsadfærdens er ude i fremtiden. Men udfaldsrummet bliver mere og mere usikkert, desto længere vi kommer ud i fremtiden. Udover at renten også kan ændre sig i fremtiden, så kan låntageradfærd ligeledes også, hvilket også skaber yderligere usikkerhed.

Miksturmodellen opdeler en obligationsseries CPR i individuelle låntagergrupper, hvor hver gruppe har sin egen konverteringsfunktion afhængig af faktorer som gevinst, burnout og restløbetid. Obligationsseriens samlede CPR beregnes

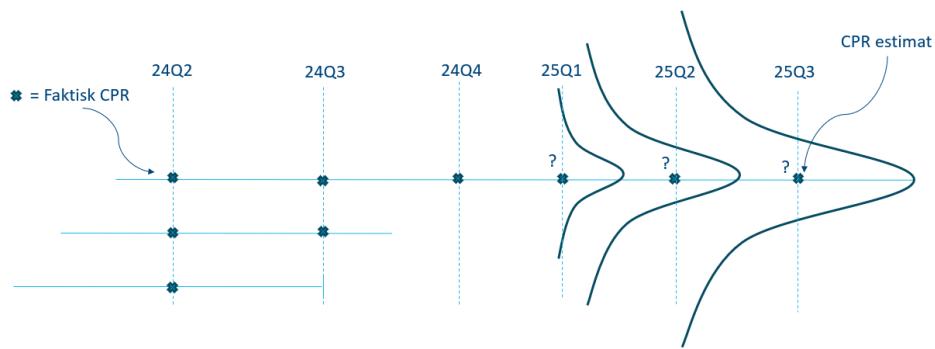


Figure 6.9: Modelusikkerhed

som den vægtede sum af gruppernes CPR baseret på deres udestående beløb. Ved at opdatere modellen med nye data kan man forbedre estimaterne af konverteringsraterne, men usikkerheden øges jo længere frem i tiden man forsøger at forudsige. Derfor er det vigtigt at forstå, hvordan disse faktorer påvirker konverteringsadfærdens for bedre at kunne estimere fremtidige CPR.

6.5 Afrunding

....

6.6 Opgaver

6.6.1 Udtræk på serieniveau

Du har følgende CK95 data på to forskellige realkreditobligationer:

Table 6.6: Information on Draws at Series Level

1.5 RD S MTG 2043 5 NYK E MTG 2053		
Payment Date	2024-07-01	2024-07-01
Cirk. nom. mio. kr.	21,371,745	63,871,157,094
Udtrukket beløb	263,450	1,751,177
Ekstraordinær i %	0%	2.34%
Udtræk i %	1.23%	2.74%

1. Udregn det ordinære udtræk for begge obligationer

2. Udregn CPR for begge obligationer
3. Du får nu at vide, at 1.5 RD handler til kurs 85 og 5.0 NYK handler til kurs 102. Hvorfor har det en betydning for det observerede ekstraordinære afdrag?
4. Hvorfor tro du, at der er så stor forskel i prisen mellem de to obligationer? (Hint: Argumenter ud fra kuponrenten)

6.6.2 Debitorfordelinger

Du får følgende debitordebitor for de selv samme obligationer fra før (se Excel-filen):

Table 6.7: Values by Interval for ISIN DK0004622172

Interval	Privat	Virksomhed
1	102,691	-
2	938,558	-
3	3,937,398	1,960,933
4	7,667,202	-
5	-	6,421,709
6	-	-
7	-	-

Table 6.8: Values by Interval for ISIN DK0009539116

Interval	Privat	Virksomhed
1	11,375,699	196,996
2	734,885,349	3,989,296
3	9,070,398,958	32,911,710
4	42,193,012,670	302,408,835
5	7,577,403,715	433,009,565
6	58,189,089	506,186,999
7	-	331,326,781

1. Placer hver af de 7+7 (private+virksomheder) i de tre grupperinger jævnfør figuren af mapningsreglerne. Gør dette for hver af de to obligationer.
2. Udregn nu vægtene for hver gruppe i hver obligation.
3. Argumenter for hvilke muligheder årsager der står bag, hvorfor medium-group er så stor for DK0009539116?

6.6.3 Gain-opgaver

- Du får at vide at nutidsværdien ved at fortsætte dit lån er lig med: $PV = 110.28$ samt der er en procentvis omkostning ved at konvertere dit lån på 5%. Beregn gevinst variablen ved at konvertere dit lån. Burde man konvertere?
- Du får at vide at nutidsværdien for fortsætte sit lån på en anden obligation er på 101. Burde man konvertere?
- Hvad nu, hvis omkostningsprocenten falder til 2% i ovenstående obligation. Burde man konvertere?

6.6.4 Miksturmoden

Du får oplyst følgende estimerede gruppe CPR fra din yndlings softwareleverandør indenfor realkredit:

$$CPR_1 = 1.43\%$$

$$CPR_2 = 3.27\%$$

$$CPR_3 = 7.64\%$$

Samt følgende grupperede nominelle værdier for hver gruppe:

$$SamletNominel_1 = 6.939.580 DKK$$

$$SamletNominel_2 = 7.667.202 DKK$$

$$SamletNominel_3 = 6.421.709 DKK$$

1. Beregn det vægtede serie CPR ud fra ovenstående information.
2. Antag at det generelle renteniveau falder. Hvad sker der med det vægtede CPR? Hvorfor?
3. Du får at vide, at burnout er på 0.92 i nuværende kvartal, samt at serien er lukket. Hvad var burnout i forrige kvartal givet dit udregnet serie CPR? Hvilken betydning har det på burnout, hvis vi antager serien er lukket?

4. Hvis det generelle renteniveau som sagt falder, hvordan kommer det til at påvirke burnout i nuværende og fremtidige perioder?
5. Antag nu at serien er åben for nyudstedelser og at andelen af nyudstedelser $I_{ss,t} = 0.15$. Udregn nu Burnout for den nuværende periode og sammenlign værdien på de 0.92 da den var lukket, med den antagelse at burnout fra sidste periode er på 0.958. Hvorfor er der forskel?

Chapter 7

Prisfastsættelse og nøgletal på konverterbare obligationer

I forrige kapitel satte vi os ind i, hvordan konverteringsadfærdens hos de individuelle låntagere hænger sammen. I dette kapitel vil vi introducere prisfastsættelsen på de konverterbare obligationer samt de væsentlige forhold, man skal være opmærksom på, når man investerer i dem. Specifikt vil vi analysere, hvordan prisfastsættelsen samt nøgletal som varighed bliver påvirket, når der sker konverteringer.

7.1 Konverteringsrisiko

En konverterbar obligation giver låntageren (den, der har optaget lånet) ret til at indfri sit løn til kurs 100 på bestemte tidspunkter gennem hele lånets løbetid. Hvis renten falder over en længere periode, kan det være fordelagtigt for låntageren at konvertere sit løn til et nyt løn med en lavere rente.

Denne mulighed udgør en risiko for långiveren (investoren), der ejer de konverterbare obligationer, fordi obligationerne kan blive indfriet før tid. Når renten falder, stiger obligationskurserne, og obligationer handles ofte over pari (over kurs 100), når låntageren finder det fordelagtigt at konvertere. En konvertering, der fører til ekstraordinære indfrielser, påfører derfor investoren en risiko.

Disse konverteringer medfører, at obligationerne indfries før tid, hvilket giver investoren både et kurstab og en geninvesteringsrisiko. Hvis investoren har købt obligationen til en kurs over 100 og den indfries til kurs 100, vil investoren lide et kurstab. Derudover skal investoren geninvestere det modtagne beløb til en lavere rente, hvilket kan påvirke det fremtidige afkast negativt.

På grund af risikoen ved konverterbare obligationer kræver investorer en konverteringspræmie, også kaldet en risikopræmie. Denne præmie stiger i takt med obligationskurserne og fungerer som en øvre grænse for, hvor meget kursten på en kon-

verterbar obligation kan stige over kurs 100. Figur 7.1 illustrerer sammenhængen mellem kursen på en konverterbar obligation og en inkonverterbar obligation.

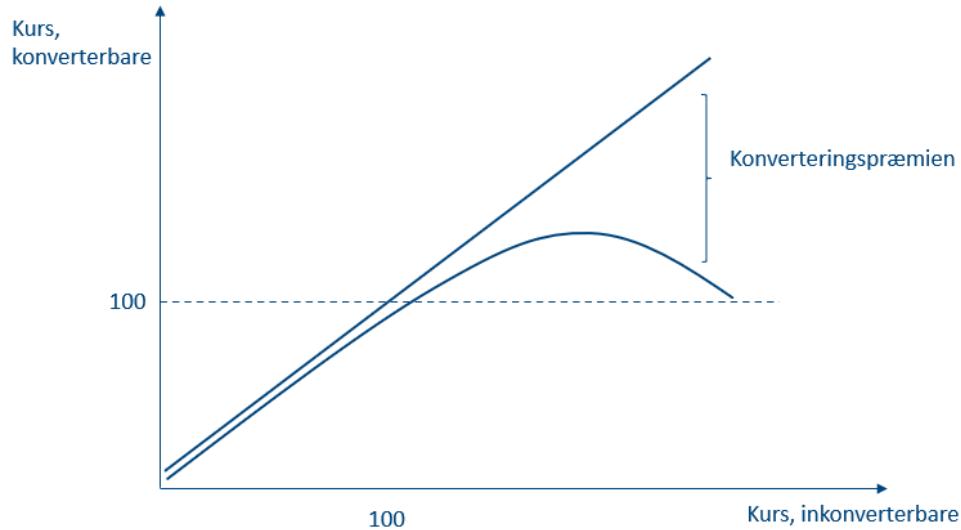


Figure 7.1: Kurssammenhæng mellem en konverterbar og en inkonverterbar obligation

Som det ses af figur 7.1, stopper kurSEN pÅ en konverterbar obligation praktisk talt med at stige, når den når kurs 100, mens der ikke er en tilsvarende begrænsning for kurSEN pÅ en inkonverterbar obligation. At kurSEN pÅ den konverterbare obligation kan overstige kurs 100 skyldes blandt andet, at markedet ikke er fuldstændig gennemsigtigt; det optimale tidspunkt for konvertering er ofte ukendt. Desuden skal der tages hensyn til transaktionsomkostninger, skat og opsigelsesvarsler.

Figur 7.1 viser også, at når kurSEN pÅ inkonverterbare obligationer bliver meget høj, begynder kurSEN pÅ konverterbare obligationer at falde. Dette sker, fordi sandsynligheden for konvertering bliver så stor, at kurSEN "trækkes" ned mod kurs 100.

7.2 Markedsbestemmelse af konverteringspræmien

I et ideelt obligationsmarked vil konverteringspræmien afspejle den værdi, som markedet tillægger låntagerens ret til at konvertere. Denne værdi kan beregnes som forskellen mellem kurSEN pÅ en inkonverterbar obligation og en konverterbar obligation med de samme karakteristika.

I tabel 7.1 vurderes konverteringspræmien ved at sammenligne kurSEN på en konverterbar obligation og dens inkonverterbare pris på baggrund af d. 11. oktober 2024.

Obligationer	Kurs	Konverteringspræmie
6% NYK E SDO 2053	103,07	41,0%
6% NYK E SDO 2053 INK.	145,35	
5% NYK E SDO 2053	102,09	29,0%
5% NYK E SDO 2053 INK.	131,74	
1% NYK E SDO 2053	79,91	6,7%
1% NYK E SDO 2053 INK.	85,25	

Kilde: Vitec Scanrate

Table 7.1: Konverteringspræmie og relative prisforskelle

Selvom kurSEN på en konverterbar obligation kan se lavere ud end dens inkonverterbare modstykke, er den faktisk dyrere i forhold til låntageren. Forskellen ligger i, at kurSEN på den konverterbare obligation indeholder værdien af låntagerens ret til at konvertere obligationen, hvilket giver låntageren en fordel, hvis renten falder.

Derfor er prisen på den konverterbare obligation højere i markedsværdi, selvom den kan virke lavere sammenlignet med den inkonverterbare obligation. Konverteringspræmien afspejler således denne fordel for låntageren, hvilket i tabellen ses som forskellen i procent mellem de to kurser.

Derudover er det vigtigt at bemærke, at jo højere kuponrenten er på obligationen, desto større er værdien af konverteringsretten. Dette skyldes, at en højere kupon gør obligationen mere attraktiv for låntageren, da der er større besparelser ved at konvertere til en lavere rente. Derfor ser vi, at præmien er størst for obligationerne med højere kupon, som det er tilfældet for 6% NYK E SDO 2053, hvor præmien forklarer forskellen på de 41% mellem de to priser.

En højere kupon giver altså en større konverteringspræmie, da låntagerens incitament til at konvertere er større. Denne konklusion er også i overensstemmelse med vores forventning om, at ved et faldende renteniveau vil det typisk være de højtforrente lån, der bliver konverteret først.

7.3 Prisfastsættelse af konverterbare obligationer

Konverterbare obligationer indeholder som nævnt en konverteringspræmie, som vi tidligere har behandlet i realkreditafsnittet. Denne præmie betyder, at konverterbare obligationer handles til lavere kurser end tilsvarende inkonverterbare obligationer.

For at prisfastsætte en konverterbar obligation skal man derfor justere kursen på den inkonverterbare obligation med konverteringspræmien. Som nævnt kan konverteringsretten betragtes som en call-option. Det vil sige, at en konverterbar obligation i realiteten er en inkonverterbar obligation minus værdien af en call-option.

Denne call-option kan udnyttes løbende, men kun på bestemte tidspunkter (terminer). Ud fra et arbitragesynspunkt bør prisen på den konverterbare obligation, K_{konv} , derfor være lig med prisen på den tilsvarende inkonverterbare obligation, K_{inkonv} , minus værdien af call-optionen (konverteringsretten), P_c :

$$K_{konv} = K_{inkonv} - P_c \quad (7.1)$$

For at finde prisen på den konverterbare obligation skal man altså trække værdien af call-optionen fra prisen på den inkonverterbare obligation.

Den inkonverterbare obligations pris kan beregnes ud fra den gældende nulkuponrentekurve, som estimeres på baggrund af inkonverterbare obligationer (ligesom vi så i afsnittet om obligationer). Beregningen af værdien af call-optionen er ikke ligetil og kræver avanceret software samt modeller for rentestruktur i samspil med konverteringsmodeller.

I dette kursus vil værdien af call-optionen altid blive givet direkte eller indirekte.

Eksempel på prisfastsættelse

Lad os tage udgangspunkt i en 5% konverterbar obligation fra Nykredit med udløb i 2053. I tabel 7.2 gives en række data for denne obligation på handelsdagen den 11. oktober 2024.

Her er "nutidsværdien" værdien af den inkonverterbare betalingsstrøm fra obligationen, mens "kursen" er obligationens pris, hvor der er taget højde for låntagers konverteringsoption (call-optionen).

Vi kan regne værdien af konverteringsoptionen direkte ud fra tabellen:

Table 7.2: Data for 5% Nykredit 2053

Kurs + vedh. rente	102,09
Nutidsværdi inkonverterbar + vedh. rente	131,01
Undervurdering i pct.	28,33
Kronevarighed inkonverterbar del	15,50
Kronekonveksitet konverterbar	-2,92
Kronekonveksitet inkonverterbar	2,79
<i>Kilde: Vitec Scanrate</i>	

$$K_{\text{konv}} = K_{\text{inkonv}} - P_c$$

$$P_c = K_{\text{inkonv}} - K_{\text{konv}}$$

$$28,92 = 131,01 - 102,09$$

Derved er optionens værdi lig med 28,92.

7.4 Varighed og konveksitet for konverterbare obligationer

De fleste konverterbare realkreditobligationer i omløb afdrages som annuitetslån, hvilket betyder, at låntager betaler en fast ydelse i hver termin gennem hele løbetid. Selvom den planlagte afvikling følger annuitetsprincippet, kan konverteringer føre til ekstraordinære afdrag eller indfrielser.

I praksis betyder det, at den faktiske afvikling får karakter af et seriellån. Når konverteringer ændrer afdragsprofilen fra annuitetsprincippet til seriellånsprincippet, påvirker det obligationens varighed. Alt andet lige vil varigheden være kortere for et seriellån end for et annuitetslån, hvilket betyder, at varigheden falder som følge af konvertering.

7.4.1 Varigheden af konverterbare obligationer

Som tidligere nævnt kan prisen på en konverterbar obligation bestemmes som prisen på en tilsvarende inkonverterbar obligation minus værdien af en solgt call-option. Denne sammenhæng kan dog ikke direkte anvendes til at bestemme varigheden for en konverterbar obligation.

Varigheden, som vi så i starten af pensum, er beregnet ud fra, at ydelsesrækken er kendt på tidspunkt 0. For en konverterbar obligation er ydelsesrækken derimod ukendt på grund af konverteringsretten. Vi skal derfor bestemme varigheden på en anden måde.

Som prisfølsomhed angives den i kroner pr. procentpoint, og derved er den direkte afledt af pris-rentegrafen som vist i figur 7.3. Mere praktisk angiver denne varighed den absolutte prisændring i kroner ved en parallelforskydning af swapkurven (vores diskonteringskurve).

Den optionsjusterede varighed er givet som en approksimation gennem:

$$PVBP \approx -\frac{NV_0(+\Delta y) - NV_0(-\Delta y)}{2 \cdot \Delta y \cdot 100} \quad (7.2)$$

Ovenstående ligning 7.2 kan i første omgang virke lidt skræmmende, men lad os tage den trin for trin:

- $NV_0(-\Delta y)$ er den teoretiske kurs på den konverterbare obligation ved en nedadgående parallelforskydning af swapkurven på $-\Delta y$ bp. Denne pris findes gennem en avanceret prisfastsættelsesmodel.
- $NV_0(+\Delta y)$ er den tilsvarende teoretiske kurs ved en opadgående parallelforskydning af swapkurven på $+\Delta y$ bp.
- Nævneren er blot en faktor 2 gange ændringen af swapkurven for at finde gennemsnittet af de to ændringer.

Heraf forstås varigheden stadigvæk som obligationens prisfølsomhed over for renteændringer. Denne tilgang kan også bruges til at finde en varighed for en obligation uden en option.

Som det ses af figur 7.2, kan vi illustrere de to stød til diskonteringskurven:

For at illustrere, hvordan man kan benytte formel 7.2, kan vi tage udgangspunkt i vores 5% NYK 2053. Hvis vi laver et 15 bp punktstød til diskonteringskurven, får vi følgende teoretiske priser på obligationen:

Parameter	Værdi
Δy	0,0015
$NV_0(+\Delta y)$	101,84
$NV_0(-\Delta y)$	102,27
$PVBP$	1,43
<i>Kilde: Vitec Scanrate</i>	

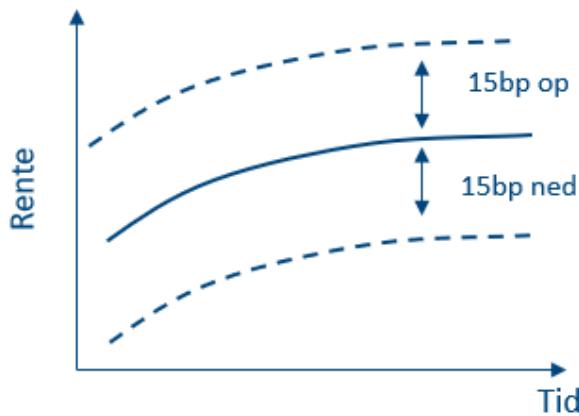


Figure 7.2: Parallelshift på 15 bp op og ned på swapkurven

Hvis vi indsætter disse værdier i formel 7.2, ser beregningen således ud:

$$PVBP \approx -\frac{101,84 - 102,27}{2 \cdot 0,0015 \cdot 100} = 1,43$$

Hvilket giver en kronevarighed på blot 1,43. Det vil sige, at hvis renten stiger eller falder med 15 basispunkter, så vil prisen på den konverterbare obligation falde eller stige med 1,43 kroner.

Sammenligner vi det med den inkonverterbaires kronevarighed i tabel 7.2 på 15,50, er det en markant lavere varighed. Denne forskel skyldes den indbyggede konverteringsret i den konverterbare obligation.

Ved det nuværende renteniveau er den konverterbare obligation mere tilbøjelig til at blive indfriet af låntageren, hvis renten falder yderligere. Dette begrænser potentialet for kursstigninger, da obligationens forventede fremtidige betalingsstrømme ændrer sig, hvis konverteringsretten udnyttes. Som følge heraf reduceres obligationens prisfølsomhed over for rentændringer, hvilket resulterer i en lavere varighed.

Dette gør konverteringsoptionen (call-optionen) mere værd. Jo mere renten falder, desto mere vil konverteringsoptionen stige i værdi og blive “deep-in-the-money”. Når renteniveauet er lavt, har udstederen et større incitament til at konvertere obligationen, da gælden kan refinansieres til en lavere rente. Dette medfører, at kurSEN på den konverterbare obligation ikke stiger tilsvarende ved rentefald, da kurSEN er begrænset omkring kurs 100 på grund af den øgede sandsynlighed for konvertering. Derfor bliver varigheden af den konverterbare obligation mindre.

Omvendt, når renteniveauet er højt, er sandsynligheden for, at udstederen udnytter konverteringsretten, lav. I denne situation opfører den konverterbare

obligation sig mere som en inkonverterbar obligation, da sandsynligheden for førtidig indfrielse er minimal. Derfor nærmer varigheden af den konverterbare obligation sig varigheden af den tilsvarende inkonverterbare obligation. I dette tilfælde bliver konverteringsoptionen mindre værd. Jo mere renten stiger, desto mere vil konverteringsoptionen falde i værdi og blive “deep-out-of-the-money”.

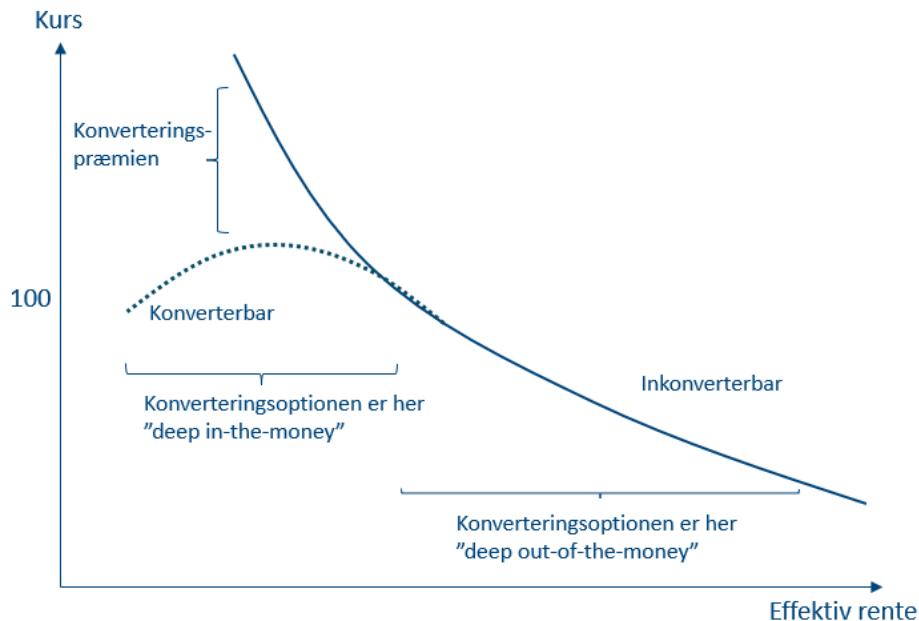


Figure 7.3: Kurssammenhæng mellem effektiv rente og kurs for en konverterbar og inkonverterbar obligation

Vi kan tage vores 5% NYK og vise varighedsforskellene i pris-rente-grafen i figur 7.4:

Her kan vi benytte os af den tidligere formel for kursændringen, hvor både varighed og konveksitet indgår:

$$\text{Kursændring} = \pm 1 \cdot \text{kronevarighed} + 0,5 \cdot \text{kronekonveksitet} \cdot 1^2$$

Herfra kan vi benytte de tal, vi har fået oplyst for både den konverterbare og den inkonverterbare obligation. Bemærk, at vi tidligere har beregnet kursændringer ved et renteændringsstød på 15 basispunkter (0,15 procentpoint). Ovenstående ligning tager udgangspunkt i et stød på 100 basispunkter (1 procentpoint).

Lad os nu udregne de værdier, der også er vist i figur 7.4.

For den konverterbare obligation får vi:

$$\text{Kursændring} = \pm 0,15 \cdot 1,43 + 0,5 \cdot (-2,92) \cdot (0,15)^2 = \{0,1826, -0,2483\} \quad (7.3)$$

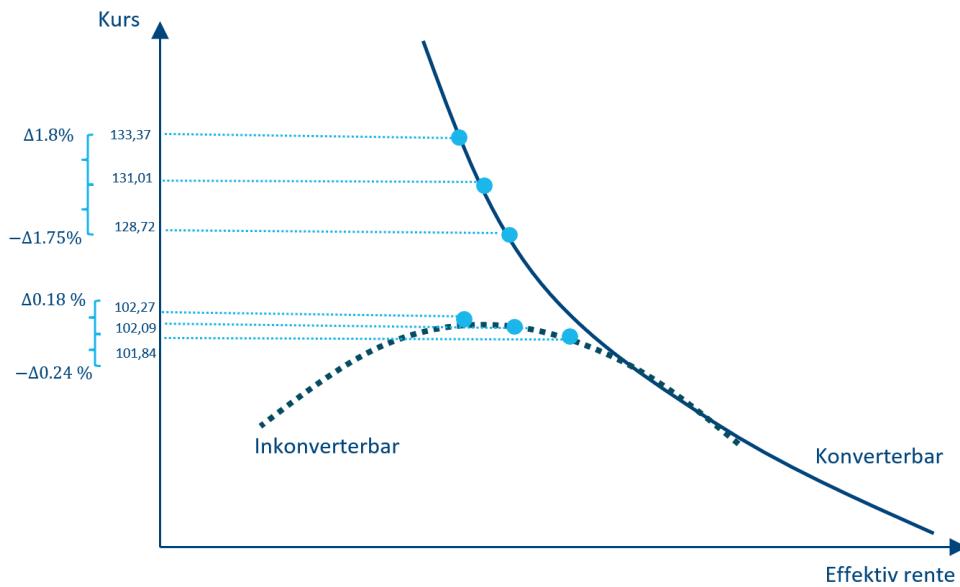


Figure 7.4: Forskelle i kurssensitivitet mellem konverterbar og inkonverterbar obligation

Hvilket svarer til:

$$102,09 + 0,1826 = 102,27 \quad \text{og} \quad 102,09 - 0,2483 = 101,85$$

For den inkonverterbare obligation får vi:

$$\text{Kursændring} = \pm 0,15 \cdot 15,50 + 0,5 \cdot 2,79 \cdot (0,15)^2 = \{2,3572, -2,2943\} \quad (7.4)$$

Hvilket giver:

$$131,01 + 2,3572 = 133,37 \quad \text{og} \quad 131,01 - 2,2943 = 128,72$$

Table 7.3: Relative procentvise kursændringer ved 15 basispunkters ændring i rente

	15 bp ned	15 bp op
Inkonverterbar	1,80%	-1,75%
Konverterbar	0,18%	-0,24%

Som vi kan se af tabel 7.3, reagerer den inkonverterbare obligation væsentligt kraftigere på renteændringer end den konverterbare obligation. Dette skyldes forskellene i både varighed og konveksitet mellem de to obligationstyper.

For den inkonverterbare obligation er både varigheden højere og konveksiteten positiv. Det betyder, at kursændringen ved en given renteændring bliver større end for en tilsvarende konverterbar obligation. Den positive konveksitet betyder desuden, at kursten stiger mere ved et rentefald, end den falder ved en tilsvarende rentestigning. Dette giver en fordel for investorer, da kursgevinsten ved et rentefald er relativt større end kurstabten ved en tilsvarende rentestigning.

I modsætning hertil har den konverterbare obligation en negativ konveksitet. Dette er en uheldig egenskab, som reducerer kursgevinsten ved rentefald og øger kurstabten ved rentestigning. En negativ konveksitet er karakteristisk for konverterbare obligationer, fordi muligheden for at konvertere betyder, at kursten bliver mindre følsom over for rentefald, men relativt mere følsom over for rentestigninger.

Når renten falder, vil obligationen ikke stige tilsvarende i værdi, fordi investorerne forventer, at udstederen kan vælge at udnytte konverteringsretten. Omvendt vil en rentestigning føre til et relativt større kurstab, fordi konverteringsmuligheden mister sin værdi, og obligationens pris falder mere markant.

Denne asymmetriske følsomhed over for renteændringer viser forskellen i risiko mellem de to obligationstyper og illustrerer, hvordan den konverterbare obligations indbyggede konverteringsret påvirker kursens reaktion på markedsrenten.

7.4.2 CPR og pris

Vi har brugt lang tid på at forstå konverteringsoptionen i en fastforrentet konverterbar obligation og har også set, hvordan den påvirkes af forskellige faktorer. Vi ved nu, at investoren ved enhver given termin kan opleve, at en andel $CPR(r, t)$ af låntagerne konverterer deres lån.

Dette betyder, at låntagerens adfærd spiller en afgørende rolle i værdiansættelsen af obligationen. $CPR(r, t)$ repræsenterer konverteringsadfærd, som kan variere afhængigt af renteniveauet r og tidspunktet t . Låntagerens adfærd og dermed CPR påvirkes blandt andet af markedsrenten og andre parametre, som vi har diskuteret i de tidligere afsnit.

Stød til CPR ved over kurs 100

Lad os nu se på et eksempel fra praksis. Vi tager udgangspunkt i en 4% fastforrentet obligation med afdrag fra Jyske Realkredit, som udløber i 2056. I tabel 7.4 nedenfor kan vi se priserne og kronevarighederne for forskellige niveauer af CPR den 20. august 2024.

Bemærk: Vi antager, at rentestrukturen holdes fast. Derfor er CPR ikke drevet af andet end, at vi manuelt tvinger den op.

CPR	Pris	Varighed
0	120,20	15,51
0,02	110,16	7,77
0,05	105,28	4,04
0,10	102,67	2,14
0,20	101,10	1,04

Table 7.4: Oversigt over CPR, pris og varighed over kurs 100. Kilde: Vitec Scanrate

I tabel 7.4 ser vi, hvordan obligationens pris påvirkes af forskellige niveauer af konstant CPR , givet en uændret rente. Når CPR stiger, vælger en større andel af låntagerne at indfri deres lån tidligere. Dette fører til en hurtigere tilbagebetaling af hovedstolen til investoren, hvilket resulterer i en lavere varighed.

Som tabellen viser, falder obligationsprisen i takt med, at CPR stiger. For eksempel, når CPR øges fra 0 til 0,10, falder prisen fra 120,20 til 102,67. Samtidig reduceres varigheden markant fra 15,51 år til 2,14 år. Dette sker, fordi en højere konverteringsrate fører til hurtigere tilbagebetalinger, hvilket forkorter obligationens løbetid.

Dermed bliver ændringer i renten mindre indflydelsesrige på prisen, da låntagerne hurtigere træder ud af serien. Derfor bliver obligationen mindre attraktiv over tid, og selv med et fald i renten reagerer prisen kun i begrænset omfang.

Denne dynamik påvirker direkte investorernes afkast. Når CPR er høj, modtager investoren sine betalinger tidligere, hvilket reducerer den samlede renteindtægt, der kunne være opnået fra en længerevarende kupon. Som følge heraf falder obligationsprisen, da de forventede fremtidige afkast bliver mindre.

I praksis stiger CPR som en funktion af renten: når renten falder, bliver konverteringsretten (call-optionen) mere værd, fordi låntagerne har større incitament til at indfri deres lån tidligere og refinansiere til lavere renter. I vores eksempel har vi dog lavet en alt-andet-lige betragtning, hvor kun CPR ændrer sig, mens alt andet holdes konstant.

Som det ses af figur 7.5, kan vi illustrere denne effekt grafisk.

Vi starter omkring kurs 120, hvor konverteringsraten er 0%. Vi antager (urealistisk, men praktisk), at den forbliver på 0% resten af obligationens løbetid. Når konverteringsraten i stedet stiger til 2% og holdes der, falder obligationens pris til ca. 110, og så fremdeles.

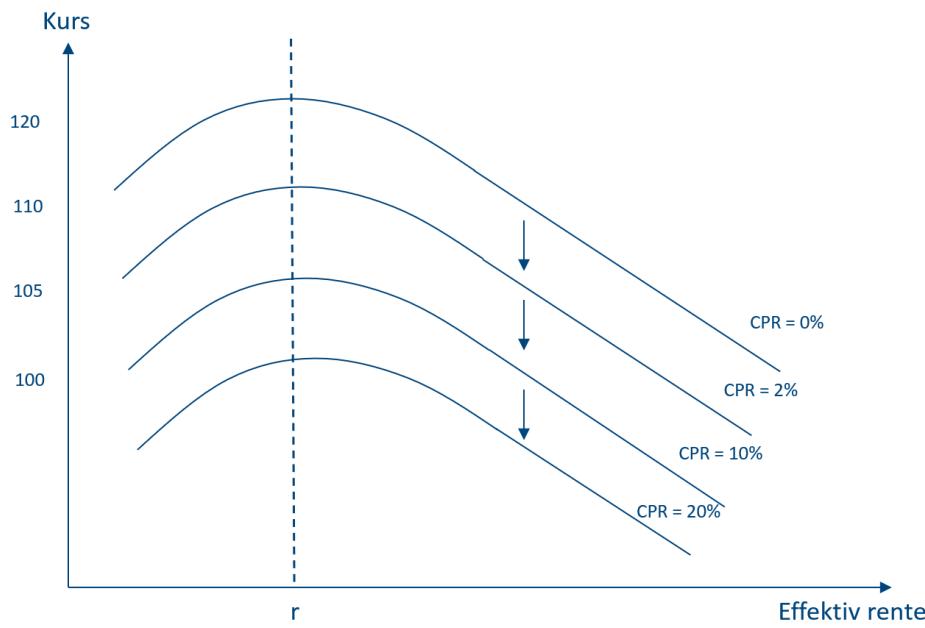


Figure 7.5: Alt-andet-lige effekt af CPR-ændring og pris

Stød til CPR ved under kurs 100

Lad os nu se på effekten af at ændre konverteringsraten, når obligationen er under kurs 100. Det viser sig nemlig, at dette kan få obligationens værdi til at stige.

Vi tager vores fastforrentede 4% JYK 2056 som før, men nu støder vi rentekurven op med 2%. Dermed er det generelle rentemarked nu højere end kuponrenten på de 4%. Effekten for forskellige niveauer af *CPR* er vist i tabel 7.5:

CPR	Pris	Varighed
0	94,36	10,69
0,02	96,48	6,02
0,05	97,83	3,44
0,10	98,60	1,94
0,20	99,07	0,98

Table 7.5: Oversigt over CPR, pris og varighed under kurs 100. Kilde: Vitec Scanrate

Det kan virke paradoksalt – efter alt det, vi har diskuteret om, at øget konvertering giver investoren sine penge tilbage hurtigere, hvilket ofte ikke er ønskværdigt, fordi pengene skal genplaceres til en lavere rente.

Men hvis kurSEN på obligationen allerede er under 100, betyder det, at det generelle rentemarked kan give et højere afkast end realkreditobligationen. Som vi ser i tabel 7.5, stiger prisen nu, når konverteringsraten stiger.

Hvorfor? Fordi jo hurtigere låntagerne forlader serien, desto mere værdi tillægger investoren obligationen. Kuponrenten på 4% er nu lavere end afkastet i det generelle rentemarked, så investoren er faktisk glad for at få sine penge tilbage hurtigere. De kan nemlig genplaceres til en højere rente.

Herudover får investoren også hurtigere en hovedstol udbetalt til pari-værdien. Man betaler altså et lavere beløb for obligationen (kurs under 100) men får alligevel hovedstolen udbetalt til kurs 100. Derfor kan en forøgelse i konverteringsraten i dette tilfælde få kurSEN til at stige.

7.5 Diskonteringskurver: Swapkurven og refinansieringskurven

Indtil nu har vi kun fokuseret på én diskonteringskurve, nemlig den vi bruger til at beregne nutidsværdien af betalingsstrømmen fra en obligation. Denne kaldes også for prisningskurven, da den bruges til at finde ud af, hvor meget en investor vil betale for obligationen i dag.

I tidligere afsnit så vi, hvordan man kunne opbygge en nulkuponrentestruktur, som gør det muligt at diskontere alle ydelser (betalinger) tilbage til nutidsværdi. Men i Danmark er der i 2024 et begrænset antal nulkuponobligationer, særligt på længere løbetider. Staten udsteder eksempelvis skatkammerbeviser, som er nulkuponobligationer, men de har kun en løbetid på op til ni måneder.

Derfor benytter man sig i praksis af swaprenter til at konstruere en komplet rentestruktur, der giver de nulkuponrenter, vi har brug for til prisfastsættelse af obligationer. Dette kan være en teknisk proces, men det vigtigste at forstå er, at vi kan bruge en såkaldt **swapkurve**, der består af nulkuponrenter, til at vurdere prisen på vores fastforrentede realkreditobligationer.

Men når det kommer til låntagere, er situationen anderledes. Låntagere refinansierer ikke direkte til denne swapkurve, men i stedet til realkreditobligationer, der handles med et lille kredit- eller likviditetstillæg i forhold til swapkurven. Det kan ligeledes ses som, at investorerne kræver et spænd til swaprenten for at købe en konverterbar obligation.

Låntagernes effektive rente er derfor højere end den rene swaprente, og deres beslutninger om at konvertere lån baseres på, hvad vi kalder en **refinansieringskurve**. Denne kurve ligger højere end swapkurven og afspejler den faktiske

rente, låntagerne skal betale, når de refinansierer deres lån.

Refinansieringskurven kan formelt udtrykkes som:

$$\text{Refinansieringskurve} = \text{Prisningskurven} + \text{LYS} \quad (7.5)$$

hvor LYS står for *Loan Yield Spread*. LYS repræsenterer det ekstra tillæg, som låntagere skal betale ud over swapkurven, når de refinansierer deres lån. Dette tillæg kan ændre sig over tid og afhænger af flere faktorer, såsom realkreditinstitutternes udstedelse af nye obligationer, generelle økonomiske forhold og likviditeten i markedet.

For at gøre det mere konkret: Hvis realkreditinstitutterne begynder at udstede flere obligationer med højere kuponer, vil det blive dyrere for låntagerne at refinansiere, hvilket får LYS til at stige. En højere LYS betyder, at det bliver mindre attraktivt for låntagerne at konvertere deres lån, da de ville skulle betale en højere rente. Omvendt vil et lavere LYS gøre det mere attraktivt for låntagerne at refinansiere.

Hvis refinansieringsalternativerne bliver dyrere, vil værdien af eksisterende lån stige. Det skyldes, at låntagerne har et mindre incitament til at konvertere og hoppe ud af serien, fordi alternativerne ikke længere giver samme besparelse.

Som det ses af figur 7.6, kan vi illustrere denne sammenhæng grafisk:

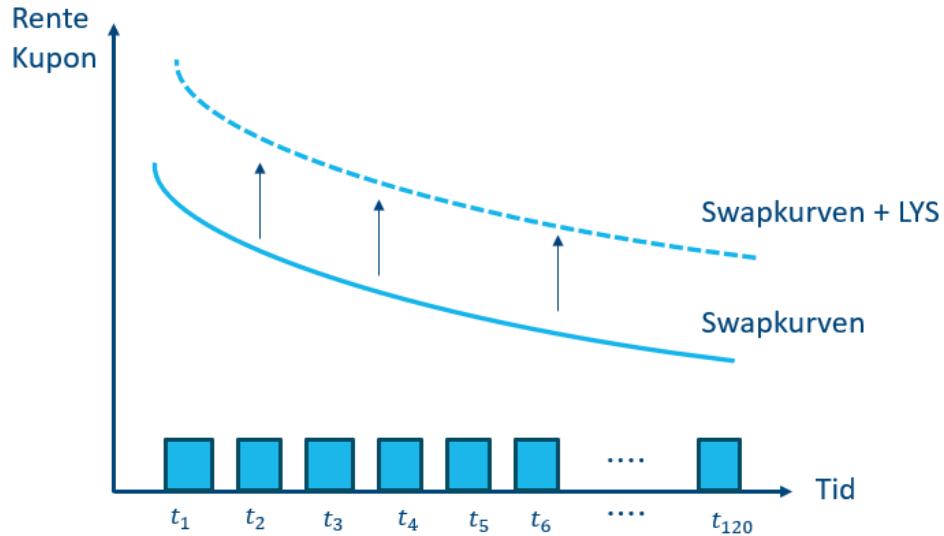


Figure 7.6: Kuponbetalinger, swapkurven og LYS

På figuren ser vi to kurver: den nedre kurve repræsenterer swapkurven (prisningskurven), mens den øvre kurve repræsenterer refinansieringskurven (swapkurven + LYS). De blå søjler nederst viser de løbende kuponbetalinger på en 30-årig fastforrentet realkreditobligation, som betales kvartalsvis (120 betalinger i alt).

For låntageren er det refinansieringskurven, der er vigtig, når de skal beslutte, om det kan betale sig at konvertere deres lån. Når LYS stiger, bliver det dyrere for låntageren at refinansiere, hvilket reducerer incitamentet til at konvertere.

Dette afspejles i låntagerens gevinstdiskontering, som vi kan illustrere med følgende formel:

$$Gain = \frac{PV_{continue} - 100 \cdot (1 + cost)}{PV_{continue}}$$

Hvis LYS stiger, diskonterer låntageren sine fremtidige betalinger med en højere rente, hvilket reducerer nutidsværdien af at fortsætte sit lån. Derved falder låntagerens incitament til at konvertere, hvilket resulterer i færre konverteringer (prepayments).

Dette kan opsummeres således:

$$LYS \uparrow \Rightarrow PV_{continue} \downarrow \Rightarrow Gain \downarrow \Rightarrow Prepayments \downarrow$$

Alt i alt arbejder vi med to forskellige kurver, når vi skal vurdere og prissætte realkreditobligationer:

1. Et stød til prisningskurven alene
2. Et stød til refinansieringskurven alene
3. Et stød til begge på samme tid

Disse tre scenarier vil påvirke prisen på realkreditobligationen forskelligt afhængigt af, hvor på pris-rente-grafen vi befinner os. Det ser vi nærmere på i de følgende afsnit.

7.5.1 Stød til refinansieringskurven

Lad os nu se, hvad der sker, hvis refinansieringskurven stiger med 100 basispunkter, mens prisningskurven forbliver uændret. Når vi alene ændrer loan yield spread (LYS), er det konverteringsadfærdens hos låntagerne, vi påvirker – ikke det generelle rentemiljø.

Når refinansieringsrenten (LYS) stiger, betyder det, at refinansieringsalternativerne bliver dyrere. Vi har tidligere set, at dette medfører, at låntagernes gevinst ved konvertering (*gain*) falder, fordi værdien af deres eksisterende lån bliver højere.

Men hvad med prisen? Hvis vi igen tager udgangspunkt i 5% NYK 2053, som blev handlet til kurs 102,09 den 11. oktober 2024, og antager, at refinansieringsalternativerne bliver dyrere og stiger med 100 basispunkter (1 procentpoint), vil prisen stige med 2,32 kurspoint.

ISIN	Dato	Δ LYS	Δ Pris
DK0009539116	11-10-2024	+100 bp	+2,32

Table 7.6: Ændringer i LYS og pris ved stigende refinansieringskurve

Årsagen er, at dyrere refinansieringsalternativer reducerer låntagernes incitament til at konvertere. Gevinsten ved konvertering bliver lavere. Det glæder investoren, fordi kuponen på denne 5% obligation er høj relativt til markedsrenten. Med den lavere konverteringslyst kan investoren se frem til en mere sikker betalingsstrøm, da færre vælger at træde ud af serien. Dermed bliver obligationen mere attraktiv, og prisen presses op.

Hermed kan en stigning i refinansieringskurven siges at have samme effekt som et lavere CPR.

Faldende refinansieringskurve

Vi kan også betragte tilfældet, hvor refinansieringsalternativerne bliver billigere, og refinansieringskurven falder med 100 basispunkter:

ISIN	Dato	Δ LYS	Δ Pris
DK0009539116	11-10-2024	-100 bp	-1,04

Table 7.7: Ændringer i LYS og pris ved faldende refinansieringskurve

Her stiger konverteringslysten, fordi refinansieringsalternativerne bliver billigere. Det vil alt andet lige drive kursen på obligationen ned, fordi investors betalingsstrøm bliver mere usikker som følge af øget sandsynlighed for konvertering.

Eksempel med lav kupon

Antager vi i stedet en obligation, der handles langt under kurs 100, eksempelvis 1% NYK 2050, som den 11. oktober 2024 blev handlet til kurs 79,67, ændrer billedet sig.

Her vil en stigning i refinansieringskurven ikke have nogen effekt på prisen. Ingen låntagere vil konvertere, da kurSEN er så langt under 100. Selv hvis refinansieringsalternativerne bliver dyrere, og konverteringslysten derfor falder, har det ingen betydning. Prisen forbliver på 79,67, fordi ingen alligevel havde incitament til at konvertere.

7.6 OAS (Option Adjusted Spread)

Option-Adjusted Spread (OAS) er et tillæg (et *spænd*) til den risikofrie rentestruktur, som vi bruger til at diskontere de forventede betalinger fra en konverterbar realkreditobligation. Idéen er enkel: vores model for betalinger og forudbetaling/konvertering er på plads, men den teoretiske modelpris matcher ikke altid den observerede markedspris. Derfor lægger vi et *konstant* OAS-tillæg til diskonteringsrenterne, indtil den beregnede nutidsværdi rammer markedsprisen.

Da konverteringsmuligheden allerede er indregnet i vores kontantstrøm (modellen håndterer optionen), fanger OAS de *andre* forhold, som ikke ligger i selve prisfastsættelsen: kreditrisiko, likviditetspræmie og generel markedsusikkerhed. Stiger disse risici, kræver investorer mere merrente, og OAS stiger. OAS ligger *ikke* i refinansieringskurven (jfr. (7.5)); når OAS ændrer sig, flytter discountkurven sig derfor op eller ned *uden* at selve kurven ændres.

For at illustrere idéen kan vi opstille en enkel formel. Lad CF_t være den forventede betaling i periode t (kupon, afdrag m.m.), hvor forventningen allerede tager højde for konvertering og forudbetaling. Lad r_t være den passende diskonteringsrente (spot/zero) for løbetid t fra den risikofrie kurve. Med et konstant OAS-tillæg diskonteres således

$$PV_{\text{model}}(OAS) = \sum_{t=1}^n \frac{CF_t}{(1 + r_t + OAS)^t}. \quad (7.6)$$

I praksis er CF_t stokastisk (fordi det afhænger af præpayment og konvertering), men principippet er det samme: vi lægger et fast tillæg til rentestrukturen og finder det OAS, der sikrer, at *modelpris* = *markedspris*.

Grafisk kan OAS opfattes som et parallelt opadgående skift af diskonteringskurven: Et højere OAS betyder højere diskonteringsrenter og dermed lavere nutidsværdi (pris).

OAS kan fortolkes på flere måder. Det er den ekstra rente, en investor kræver for at holde obligationen frem for en risikofri/referencekurve (stats- eller swaprente). Det bruges også til at rangere obligationer som investeringsalternativer, idet

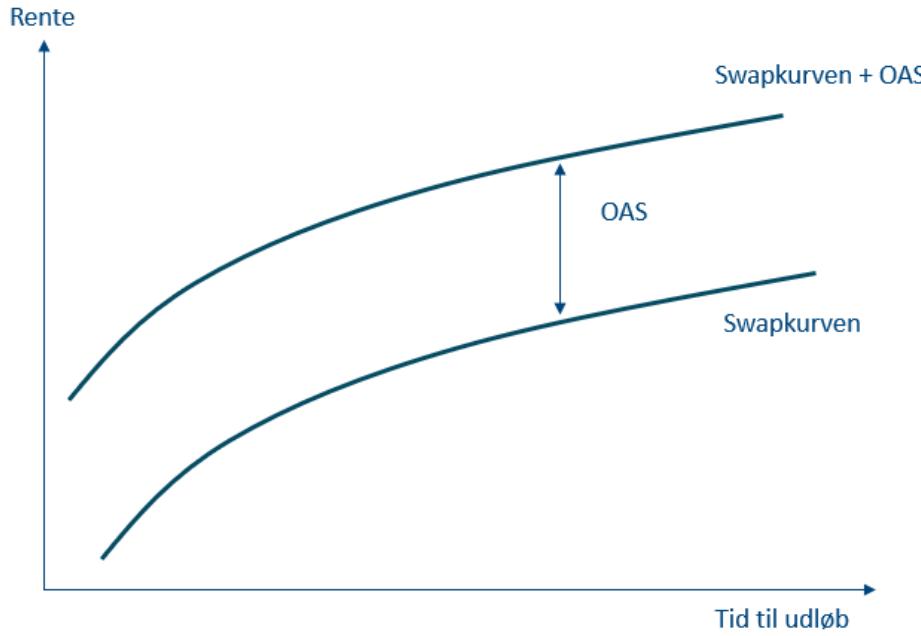


Figure 7.7: Diskonteringskurven og OAS-spænd

en højere OAS indikerer en højere krævet merrente. Endelig kan OAS fra en sammenlignelig likvid serie anvendes til at udlede en rimelig markedspris for en illikvid obligation, som ikke handles ofte på markedet.

Ser vi på empirien, er OAS typisk lav for danske realkreditobligationer, hvilket afspejler lav kredit- og likviditetspræmie. I stressperioder (fx coronakrisen) kan OAS dog stige markant. OAS kan også være *negativ*, hvilket betyder, at investorer accepterer et lavere afkast end referencekurven, typisk fordi obligationen opleves som særlig likvid eller sikker.

Som et konkret eksempel kan vi se på DK0009539116, en 5% fastforrentet konverterbar obligation fra Nykredit med udløb i 2053, som pr. 20/09/2024 handles over kurs 100. Vi undersøger her, hvordan en ændring i OAS på +100 bp påvirker prisen:

ISIN	Dato	Δ OAS	Δ Pris (kr.)
DK0009539116	17-09-2024	+100 bp	-2,84

Table 7.8: Prisfølsomhed ved et OAS-skift (*OAS-risk*)

Når OAS stiger 100 bp, diskonteres alle fremtidige betalinger med en højere rente (jf. (7.6)), og nutidsværdien falder. Faldet på 2,84 kr. kaldes også *OAS-risk* og anvendes til scenarieberegninger af obligationsbeholdninger ved ændringer i kredit-

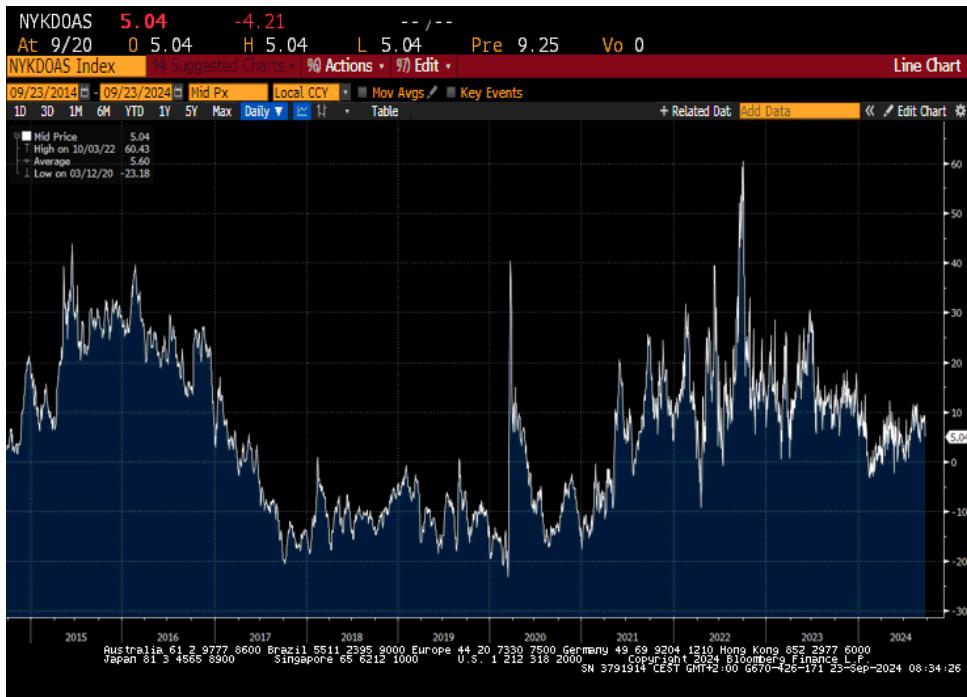


Figure 7.8: OAS-indeks over tid fra Nykredit

og likviditetsspænd. Som pejlemærke anbefales ofte et kreditspændsstress på ca. 0,5 pct.-point for realkreditobligationer med højeste rating i handelsbeholdningen.

Opsummerende fungerer OAS som en justering, der sikrer, at modellen og markedet passer sammen. Processen er:

1. Realkredit modellen genererer forventede CF_t (inkl. option/konvertering).
2. Den risikofrie rentestruktur $\{r_t\}$ vælges.
3. Et konstant tillæg OAS lægges til $\{r_t\}$, hvorefter (7.6) beregnes.
4. OAS justeres, indtil $PV_{model}(OAS)$ svarer til den observerede markedspris.

7.7 Afrunding

....

7.8 Opgaver

7.8.1 Prisfastsættelse og nøgletsalsberegning

Du har følgende oplysninger på en 6% RD 2053 og en 1% RD 2050

Table 7.9: Data for 6% RD 2053

Kurs	103,067
Pris inkonverterbar-del	132,448
Kronekonveksitet	-0,3329
$NV_0(+\Delta y)$	103,098
$NV_0(-\Delta y)$	103,028
Δy	0.0015
<i>Kilde: Vitec Scanrate</i>	

Table 7.10: Data for 1% RD 2050

Kurs	77,410
Pris inkonverterbar-del	81,866
Kronekonveksitet	0,436
$NV_0(+\Delta y)$	76,144
$NV_0(-\Delta y)$	78,687
Δy	0.0015
<i>Kilde: Vitec Scanrate</i>	

1. Forklar, hvor på pris-rente-grafen disse to obligationer befinner sig. Hvilket nøgletal i de to tabeller kan du bruge til at identificere deres placering?
2. Kommenter på kursforskellen mellem de to obligationer.
3. Hvorfor der er forskel mellem markedskurserne og prisen på det inkonvertebare del af obligationen? Hvad er antagelsen om konverteringsraten her?
4. Hvad er konverteringsretten lig med for begge obligationer? (Målt i kurs-point)
5. Beregn varigheden for begge obligationer givet et 15 basispunkt rente stød. Kommenter herefter på fortegnet på varigheden for begge obligationer.
6. Beregn kursværdi-ændringen manuelt for begge obligationer ved en renteændring på 15 basispunkter. Kommenter på resultaterne. (Hint: Hvordan kan prisen stige, når renten stiger?)
7. Hvilken en af disse obligationer har en betalingsstrøm mest sammenlignelig med en statsobligation? (Hint: Tænk på konverteringsadfærdens)

Part III

Performanceevaluering

Chapter 8

Obligationsafkast

Investorer - både private og professionelle - er i sidste ende kun interesseret i én ting: afkast. Professionelle investorerer bliver konstant målt på deres performance igennem, hvor meget afkast de har genereret i absolutte termer men også relativ til andre i markedet. Obligationsafkast kan komme fra forskellige faktorer så som, renteændringer, slutværdier, antal betalinger i perioden, hvad købte man den for, hvad er kuponrenten, hvor meget afdrag har der været, hvor mange betalingsdage har man ejet obligationen og andre dekomponeringselementer. Et andet spørgsmål er så: Har investoren været god eller heldig? Af den grund skal vi dykke ned i, hvordan man mäter obligationsafkast og hvordan det kan dekomponeres.

8.1 Afkastuniverset

Afkastet for en given investering over en periode er blot ændringen i investeringens værdi fra slut- og starttidspunkt: Er investeringen steget i værdi, får vi et positivt afkast, omvendt hvis den er faldet i værdi, får vi et negativt afkast. Det er både sandt for aktier, obligationer, malerier, bitcoins, pokemonkort osv.

I teorien er et afkast ret simpelt at regne:

$$\text{Afkast} = \text{Slutværdi} + \text{betalinger fra investeringen i perioden} - \text{startværdi}$$

Afkastet kan regnes i kroner eller procent. Men, hvorfor er det egentlig lidt mere bøvlet, når det drejer sig om obligationer? Obligationsinvestering er et lukket økosystem (se [8.1](#)), hvor følgende eksterne faktorer skaber - og samtidig komplicerer afkastet:

- Kupon og afdragsbetalinger fra obligationen
- Ændringer i markedsværdi af obligationen

- Evt. afkast fra geninvestering (pengemarked eller yderligere obligation)
- Evt. initial investering



Figure 8.1: Det lukkede økosystem for obligatoner. Kilde: Vitec Scanrate

Man dekomponerer et obligationsafkast i:

- Market value: Afkastet som følge af ændringer i markedspris (og afdrag)
- Carry: Afkast som følge af renten

Mere præcis defineres afkastet mellem en start periode s og slutperiode t som:

$$R_{s,t} = R_{s,t}^{MarketValue} + R_{s,t}^{Carry} \quad (8.1)$$



Figure 8.2: Daglig kumulativ afkast komponenter for 5% NYK 2053. Kilde: Vitec Scanrate

Derudover skal man også holde styr, hvor stort et beløb har man modtaget i kuponbetalinger, og hvor meget har man modtaget i afdragsbetalinger. Et grafisk eksempel på dette er vist i figur 8.2, hvor man ser det kumulative afkast for en 5% NYK 2053 igennem år 2024, hvilket er samlede nominelle afkast er summen af carry og markeds værdien.

Ovenstående er ret enkelt når man blot kigger på et realiseret afkast. Alt er kendt, og det drejer sig bare om at holde styr på, hvad man har købt- og solgt obligationen for, hvad har man fået i kuponrente, og hvor lang tid har man ejet obligationen. Ofte er man mere interesseret i at vide, hvad kan man regne med at få i afkast i fremtiden? Altså et forventet afkast. Det vil nedenstående afsnit om horisontafkast dykke ned i.

8.2 Opgørelse af afkastet

For at vurdere, hvor godt man har klaret sig som obligationsinvestor, skal man opgøre et afkast. For at sikre, at det opnåede afkast kan sammenlignes med et alternativt afkast, skal afkastet både måles relativt i forhold til den investerede kapital og opgøres som et årligt afkast. Derved bliver afkastet uafhængigt af investeringshorisonten. Dette kan opnås ved at beregne et *horisontafkast*, hvilket kan gøres på flere måder: enten ved en mere generel metode, hvor man beregner holding-period return, eller mere enkelt gennem Babcocks formel.

8.2.1 Holding-Period Return

Som vi har set, kan den effektive rente ikke betragtes som et entydigt afkastmål, fordi den fremtidige genplaceringsrente ikke kendes med sikkerhed. Forudsætningen bag den effektive rente er, at alle fremtidige betalinger kan geninvesteres til en uændret effektiv rente, men dette er sjældent realistisk.

Når man beregner horisontafkast, gør man i principippet ikke denne antagelse. Her tager man udgangspunkt i en startkurs, de påløbne renter og en *forventet* slutkurs. Dermed forudsætter horisontafkastet, at man har en holdning til det fremtidige renteniveau, netop fordi man opstiller en forventning til den fremtidige kurs. Hørisontafkastet kan dermed ses som et bedre alternativ til den effektive rente. Horisontafkastet per år med en uændret rentekurve kan beregnes som vist i 8.2:

$$HPR = \left(\frac{(K_T + v_T) - (K_0 + v_0) + R_t + A}{K_0 + v_0} \right)^{\frac{D}{T}} - 1 \quad (8.2)$$

hvor v er den vedhængende rente, K_T er den forventede kurs ved horisonten, og K_0 er startkursen. R_t er kuponbetalingerne i perioden, inklusive eventuelt reinvesteringsafkast (som vi frit kan vælge en antagelse for). På denne måde indgår renteindtægterne i R_t . A er afdrag/amortisering, og $\frac{D}{T}$ er en annualiseringsfaktor, hvor D er antal dage på et år (fx 365) og T er det faktiske antal kalenderdage i horisontperioden. Hvis horisonten fx er et halvt år, har vi $D/T = 365/182,5 \approx 2$.

Lad os konstruere en arbitrer 10-årig dansk statsobligation for at illustrere beregningen af horisontafkastet. Antag, at den har en kuponrente på 4 %, åbner den 10. februar 2015 og har valør den 12. februar 2015. Antag videre, at den dengang blev prissat med en effektiv rente på 3,52 %. Vi regner med en investeringshorisont frem til næste termin, dvs. den 10. november 2015 (valør 12. november 2015), og vi *forventer* nu, at den 10-årige rente ligger på et konstant niveau på 3,35 %. I tabel 8.1 beregnes den forventede kurs (med vedhængende rente sat til 0) til en startkurs på 105,25. Der antages ingen reinvestering af kuponrente.

Table 8.1: Beregningsgrundlag for forventet kurs og effektiv rente ved horisonten

t	y_t	d	NV
1	4	0,968	3,870
2	4	0,936	3,745
3	4	0,906	3,624
4	4	0,877	3,506
5	4	0,848	3,392
6	4	0,821	3,282
7	4	0,794	3,176
8	4	0,768	3,073
9	4	0,743	2,973
10	104	0,719	74,805
		Forventet kurs	105,447
		Forventet effektiv rente	3,35

Vi kan nu udregne horisontafkastet til at være:

$$HPR = \left(\frac{(105.447 - 105.25) + 4}{105.25} \right)^{\frac{365}{273}} - 1 = 0.0537$$

dvs. horisontafkastet er på 5,37% per år.

Så for at opsummere, så er der følgende afkastkomponenter: En rentedel, hvor man får sine kuponbetalinger, som man kan vælge at geninvestere i markedet til en given geninvesteringsrente. En markeds værdidel, hvor værdien af sin obligation ændrer sig givet ændringen i rentemarkedet. Dertil er der også en afdragsdel, hvor man som obligationsinvestor løbende får tilbagebetalt en del af hovedstolen til kurs 100. Afdraget betyder, at den investerede kapital bliver mindre, så de fremtidige kuponbetalinger reduceres, samtidig med at selve indfrielsen kan give enten et tab eller en gevinst afhængigt af, om obligationen på afdragstidspunktet handles over eller under pari. Hvis obligationen eksempelvis står til kurs 105, vil afdraget reducere afkastet, mens et afdrag er en fordel, hvis obligationen handles under pari. I horisontafkastformlen (8.2) indgår afdraget eksplisit som A : uden afdrag sættes $A = 0$, ved delvise afdrag summeres de op i A , og ved udløb af obligationen svarer A til den resterende hovedstol (typisk 100). Dermed håndteres afdrag uden at ændre selve strukturen i formlen.

8.2.2 Ændring i horisontværdi ved skift i renteniveau

Vi betragter nu det tilfælde, hvor renteniveauet skifter umiddelbart efter, at man har foretaget sin investering til tidspunkt 0. En given betalingsrække er dermed købt til en "gammel pris", mens betalingsrækvens værdimæssige udvikling herefter følger af diskontering med den nye effektive rente. For at gøre denne afkastopgørelse nem og overskuelig har Babcock (1984) foreslået følgende approksimation for at opgøre afkastet:

$$HPR \approx r_0 + \left(1 - \frac{V_0}{h}\right) \cdot (r_1 - r_0) \quad (8.3)$$

hvor r_0 er den effektive rente før renteændringen, r_1 er den nye effektive rente efter ændringen, V_0 er den initiale Macaulay-varighed før renteændringen, og h er investeringshorisonten målt i år (f.eks. $h = 0.5$ for et halvt år, $h = 1$ for ét år, $h = 10$ for ti år).

Tidligere skrev vi horisonten som $\frac{365}{Dage}$, hvilket blot er en anden måde at måle horisonten i år på. De to notationer er altså ækvivalente:

$$h = \frac{\text{Antal dage i horisonten}}{365}.$$

Babcocks formel opsummerer nogle nyttige sammenhænge mellem afkast, varighed og effektiv rente. Det ses, at med konstant renteniveau ($(r_1 - r_0) = 0$) er afkastet lig med den effektive rente uanset investeringshorisont. Ved en renteændring gælder, at afkastet bliver større end, mindre end eller lig med den effektive rente afhængigt af forholdet mellem varighed V_0 og horisont h :

- Hvis $V_0 > h$: kurseffekten dominerer, og afkastet bliver lavere end den oprindelige effektive rente ved en rentestigning.
- Hvis $V_0 = h$: kurseffekten og geninvesteringseffekten udligner hinanden, og afkastet svarer omtrent til den oprindelige effektive rente.
- Hvis $V_0 < h$: geninvesteringseffekten dominerer, og afkastet bliver højere end den oprindelige effektive rente ved en rentestigning.

Bemærk yderligere, at formlen gælder for såvel enkeltobligationer som for porteføljer af obligationer.

Når man sammenligner obligationer med forskellig varighed, opstår spørgsmålet om, ved hvilket renteskift de to obligationer giver samme afkast. Dette kaldes et *break-even renteskift*. Intuitionen er, at selv om en længere obligation kan have en lavere effektiv rente end en kortere, kan den blive mere attraktiv, hvis markedet forventer et tilstrækkeligt stort rentefald. Omvendt kan en kort obligation klare sig bedre, hvis renten stiger.

Matematisk kan vi udtrykke det ved at sætte de to horisontafkast lig hinanden:

$$HPR_0 = r_0 + \left(1 - \frac{V_0}{h}\right) (r_1 - r_0) = r_1 + \left(1 - \frac{V_1}{h}\right) (r_1 - r_0) = HPR_1.$$

Ved at omarrangere fås:

$$(r_1 - r_0) = \frac{(r_0 - r_1) \cdot h}{V_0 - V_1}. \quad (8.4)$$

Her ser vi, at break-even renteskiftet bliver mindre, når investeringshorisonten h er kortere, når forskellen i varighed $V_0 - V_1$ er større, eller når forskellen i effektiv rente mellem obligationerne er mindre.

Break-even renteskiftet kan groft fortolkes som det forventede renteskift i markedet, der gør to obligationer lige attraktive. Er der udbredt forventning om rentefald, kan break-even skiftet være negativt, og længere obligationer vil i så fald have en lavere effektiv rente, men samtidig et højere potentiale for kursgevinst.

Lad os anvende Babcocks formel på vores arbitære 10-årige danske statsobligation fra forrige afsnit. Antag, at den har en varighed på $V_0 = 9,05$ før der sker en rentestigning på 10 basispoint til $r_1 = 3,45$, og at vores investeringshorisont er $273/365 = 0,749$ målt i år. Det giver følgende:

$$HPR \approx 3,35 + \left(1 - \frac{9,05}{0,749}\right) \cdot (3,45 - 3,35) = 2,24$$

Det vil sige, at afkastet per år over en horisont på 0,749 år er faldet fra 3,35 % til approksimativt 2,24 % ved en rentestigning på blot 10 basispoint.

For at illustrere anvendelsen af Babcocks formel på konkrete obligationer kan vi tage et simpelt eksempel med tre generiske, inkonverterbare statsobligationer, der kunne være relevante i 2025: en kort 2026-obligation, en mellem 2029-obligation og en lang 2035-obligation. Tallene er konstruerede til formålet, men baseret på realistiske niveauer. Alle afkast er beregnet med en investeringshorisont på seks måneder ($h = 0,5$), og vi antager, at renten kan ændre sig med ± 50 basispoint.

Table 8.2: Effektiv rente, varighed og afkast ved forskellige rentescenarier. Alle afkast i procent.

Obligation Break-even	Effektiv rente	Varighed	-50 bp	0 bp	+50 bp
3,00% St. 2026 0,00	2,10	1,2	7,29	2,10	-5,09
4,00% St. 2029 0,30	2,25	4,9	4,57	2,25	-0,06
5,00% St. 2035 0,06	2,85	6,8	9,11	2,85	-3,43
6,00% St. 2040 0,20	5,70	9,8	14,94	5,70	-6,62

Tabellen viser tydeligt, hvordan den korte obligation stort set følger sin effektive rente, uanset scenarie. Den lange 2040-obligation er derimod ekstremt følsom: ved et rentefald på 50 bp giver den hele 14,94 % i afkast på et halvt år, mens den taber -6,62 % hvis renten stiger lige så meget. Den mellem-lange 2029-obligation ligger imellem disse yderpunkter.

Det interessante er *break-even renteskiftet*. Dette er den ændring i renten, som gør to obligationer lige attraktive på den givne horisont. For eksempel kan vi sammenligne 2026- og 2035-obligationen. Baseret på tallene får vi

$$\Delta r = \frac{(2,85 - 2,10) \cdot 0,5}{6,8 - 1,2} \approx 0,06,$$

altså 6 basispoint. Det betyder, at hvis renten falder blot 6 bp, så vil den lange 2035-obligation allerede give et lige så godt afkast som den korte 2026-obligation.

Intuitionen er, at de lange obligationer har mere “optionalitet/konveksitet”: de taber hurtigt værdi ved rentestigninger, men til gengæld stiger de kraftigt ved rentefald. De korte obligationer har mindre kursfølsomhed og er derfor mere stabile. Break-even renteskiftet giver dermed et meget konkret mål for, hvor stort et rentefald markedsedt implicit kræver, før det kan betale sig at gå længere ud ad kurven. I praksis kan et negativt break-even tolkes som, at markedsedt forventer faldende renter, hvorved de lange obligationer kan være attraktive trods en lavere effektiv rente.

8.3 Fixed Income Performance Attribution (FIPA)

Performance Attribution er et næsten uundværligt værktøj for både porteføljemanagere og analytikere. *Fixed Income Performance Attribution (FIPA)* går i al sin enkelhed ud på at beskrive, hvordan et givet afkast på en obligation eller en portefølje af obligationer er opstået. Skyldes afkastet ændringer i rente, volatilitet eller spreads, eller er det kuponbetalinger og afdrag, der dominerer? Denne viden kan man sammenholde med sin investeringsstrategi og få svar på, om man – populært sagt – har været *dygtig* eller *heldig*.

FIPA giver altså feedback på de beslutninger, der er truffet, og kan derved forbedre kvaliteten af fremtidige investeringer. Metoden tager udgangspunkt i, at obligationspriser er påvirket af en række systematiske effekter som fx ændringer i rentekurven eller løbetidsforkortelse. En investor sammensætter typisk sin portefølje ud fra forventninger til en eller flere af disse effekter, men det samlede afkast viser ikke i sig selv, hvorvidt strategien ramte plet. Ved at opdele afkastet i underkomponenter på en konsistent måde giver FIPA mulighed for at analysere strategier helt ned i detaljen.

Typiske komponenter er:

- Direkte betalinger (kupon og afdrag)
- Løbetidsforkortelse (Roll Down)
- Rentekurveændringer
- Spændændringer (fx OAS)
- Volatilitet (især relevant ved obligationer med indbyggede optioner)

En stor fordel ved FIPA er, at den gør det muligt at analysere og sammenligne vidt forskellige strategier. Her kan metoden fx bruges til at isolere effekten af en bestemt forventning om rentekurven, et specifikt spænd, eller niveauet af prepayment i realkreditobligationer.

8.3.1 Prisfunktion og dekomponering

I sin grundform postulerer FIPA, at obligationsprisen kan beskrives som en funktion af en række tidsvarierende markedsfaktorer:

$$P(\cdot) = P(f_1, f_2, \dots, f_n),$$

hvor fx f_1 kunne være en rentefaktor. Vi antager, at prisfunktionen matcher markedspriserne, dvs. at hvis vi indsætter de observerede markedsfaktorer på tidspunkt t , så får vi præcis markedsprisen:

$$P_t = P(f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)).$$

Scanrates obligationsmodel dekomponerer markedsværdien i fire hovedfaktorer:

- **RollDown-faktor:** effekten af tiden (for fastholdt rentekurve)
- **Curve-faktor:** ændringer i rentekurver
- **Volatility-faktor:** ændringer i markedsvolatilitet
- **Spread-faktor:** ændringer i OAS (Option Adjusted Spread)

Prisfunktionen kan derfor skrives som

$$P_t = P(t, Kurver(t), Volatilitet(t), OAS(t)).$$

Markedsværdi-komponenten af afkastet kan dermed dekomponeres som:

$$R_{s,t}^{MarketValue} = N_t \cdot (P_t - P_s) \quad (8.5)$$

$$\Rightarrow R_{s,t}^{MarketValue} = N_t \cdot (\Delta P_{s,t}^{OAS} + \Delta P_{s,t}^{Volatility} + \Delta P_{s,t}^{Curve} + \Delta P_{s,t}^{RollDown}). \quad (8.6)$$

Hvor N_t er hovedstolen.

Metoden er konsistent over tid og på tværs af obligationstyper, og der opstår ingen ”residualer”, fordi prisændringen altid kan henføres til ændringer i de specificerede markedsfaktorer eller til betalinger i perioden.

Rentekurve

Ændringer i rentekurven er årsag til de primære prisændringer på obligationer. Udover at alle obligationens betalinger diskonteres på rentekurven, er det også rentekurven, der driver prepayment-modellen for konverterbare obligationer.

Antager vi et parallelt skift i rentekurven, så ved vi, at afkastet der stammer heraf, vil for små skift være proportionelt med obligationens kronevarighed.

RollDown

RollDown beskriver det afkast, der stammer fra at vi har bevæget os nærmere udløb. En obligation, der indfries til kurs 100 ved udløb, vil konvergere mod en kurs på 100, hvis alt andet holdes fast. Det betyder, at obligationer, der handler over kurs 100, vil have et negativt afkastbidrag alene fordi tiden går og omvendt for obligationer, der handler under kurs 100. Rolldown beregnes ved at opdatere dato'en for beregningen, mens alle øvrige inputs holdes fast til den foregående beregningsdags niveau.

Volatilitet

Konverteringsoptionen i realkreditobligationerne er følsom overfor skift i volatiliteten. Det er derfor nødvendigt at have en holdning til udviklingen af volatiliteten, når der investeres i disse produkter. I Performance Attribution sammenhæng er det interessant at undersøge afkasteffekten af ændringer af volatiliteten. Det er denne effekt der fanges i Volatility-komponenten.

OAS

Den sidste afkastkomponent er OAS, som beskriver den resterende ændring i obligationens pris, der ikke er blevet forklaret af alle de foregående komponenter. OAS kan således tilskrives en ændring af markedets generelle vurdering af præcis den pågældende obligation. Afkast der skyldes en ændring i kredit- og likviditetsspænd fanges også af OAS komponenten.

8.4 Hvad tjente investorerne på i 2024?

2024 var et marked præget af stigende, faldende, også stigende renter. Sådan et miljø vil unægtelig påvirke afkastet på sin obligationsbeholdning. Figur 8.3 viser en afkastdekomponeringen for et udsnit af obligationer for 2024. Her kan man tydeligt

se, at de forskellige obligationer har været præget af hver deres komponent. Dette skyldes jo unægtelig de forskellige karakteristikas der er for hver af obligationerne. Vi kan herfra zoome ind på to af obligationerne og yderligere dekomponere, hvad

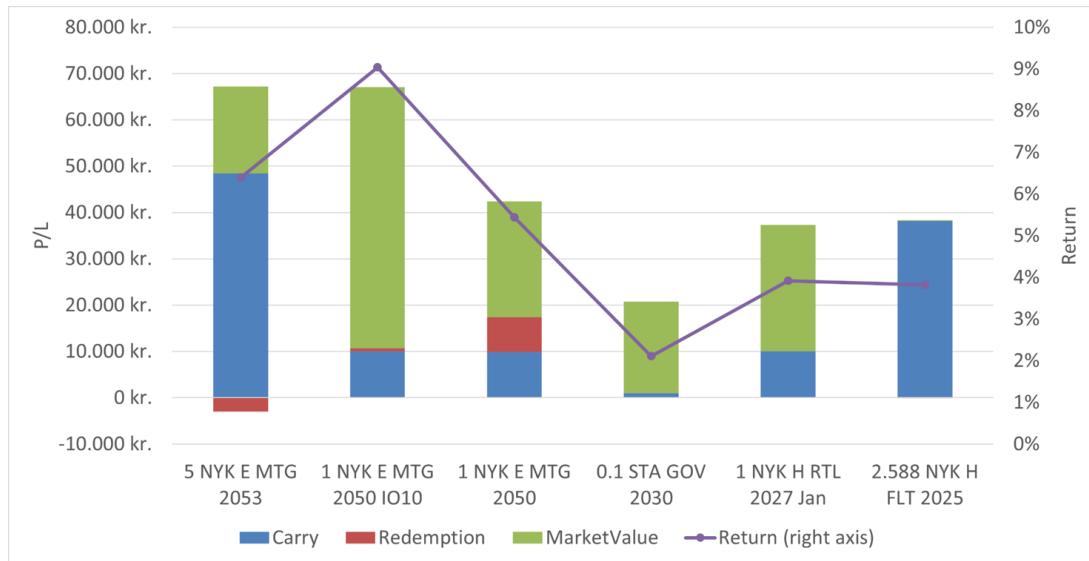


Figure 8.3: Afkastdekomponering for et udsnit af obligationer i 2024. Kilde: Vitec Scanrate

der har drevet udviklingen i afkastet igenne markedsværdien igennem FIPA. I figur 8.4 har vi en 5% MTG NYK 2053 og en 1% RTL fra NYK (F5-lån).

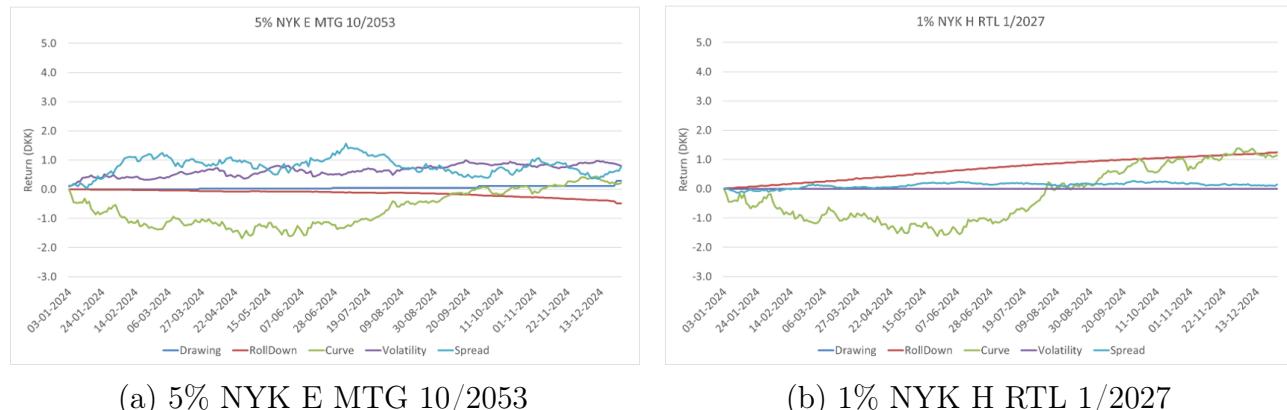


Figure 8.4: Eksempel på FIPA dekomponering 2024. Kilde: Vitec Scanrate

8.5 Afrunding

...

Part IV

Regulerings

Chapter 9

Finanskrisens udvikling og eftervirkninger

9.1 Perioden op til finanskrisen

I midten af 2000’erne oplevede USA en periode med stabil økonomisk vækst, lav arbejdsløshed og stor optimisme. Renteniveauet var lavt, og det var let at få adgang til kredit. Det finansielle system var præget af innovation, og risikoappetitten var høj, både blandt husholdninger og finansielle institutioner. Kreditgivningen steg, og særligt boligpriserne voksede kraftigt.

Krisen tog sin begyndelse i USA. Efter den milde recession i 2001, hvor arbejdsløsheden steg moderat fra 4,3% til 5,5%, satte den amerikanske centralbank (Federal Reserve) renten kraftigt ned. Målet var at stimulere økonomien, men resultatet blev et historisk lavt renteniveau i 2003, hvor den ledende rente nåede ned på 1%. Den lave rente blev fastholdt i længere tid, hvilket stimulerede både låntagning og investeringer. Boligpriserne steg betydeligt, og optimismen var høj. Samtidig voksede aktiemarkedet kraftigt.

De lave renter, kombineret med stærk økonomisk vækst, førte til øget efter-spørgsel efter boliger. Figur 9.2 viser udviklingen i reale huspriser i USA siden 1970. Hvor priserne historisk set havde været stabile, steg de markant i 2000’erne. Fra 2000 til 2007 voksede reale huspriser med ca. 40% på blot syv år.

Også aktiemarkedet steg betydeligt. Figur 9.3 viser, hvordan aktiemarkedet faldt i begyndelsen af 2000’erne i forbindelse med recessionen, men derefter steg med omkring 70% frem mod 2007. Den stærke økonomiske vækst og de stigende bolig- og aktiepriser skabte et indtryk af høj velstand og stabilitet, men lagde samtidig kimen til de problemer, der senere udløste finanskrisen.

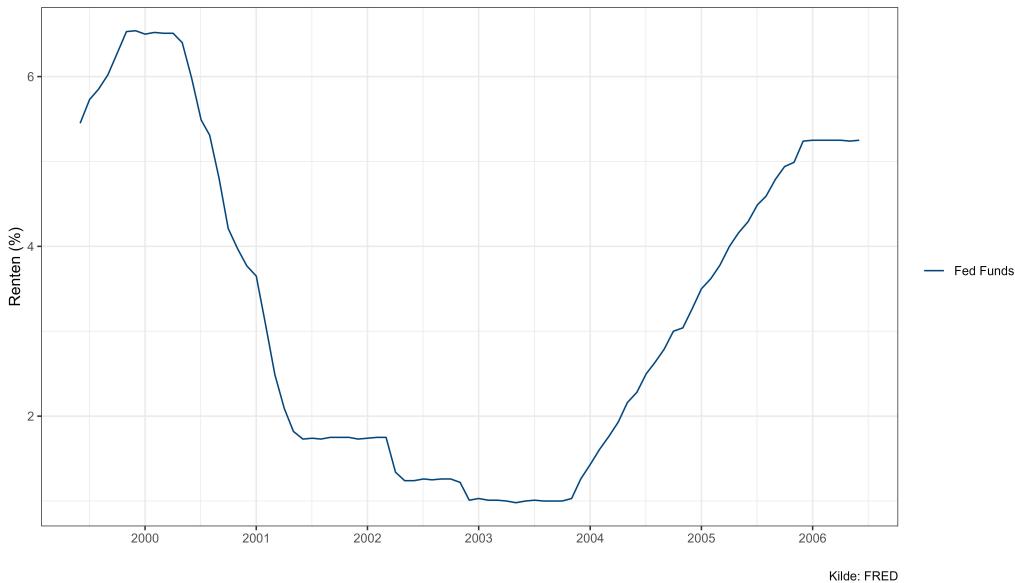


Figure 9.1: Udviklingen i den amerikanske centralbanks ledende rente (Federal Funds Rate), 2000–2007.

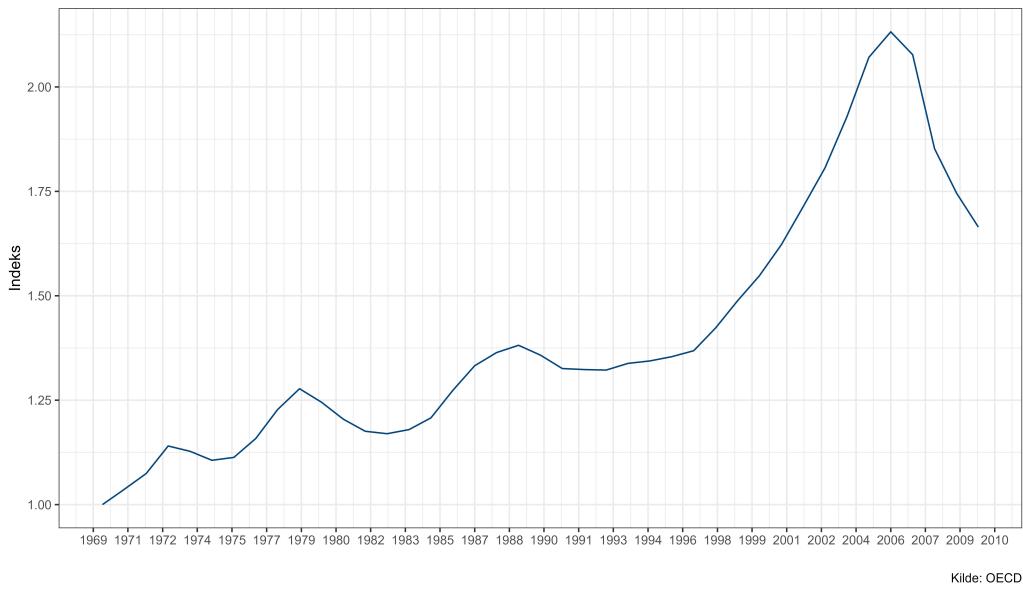
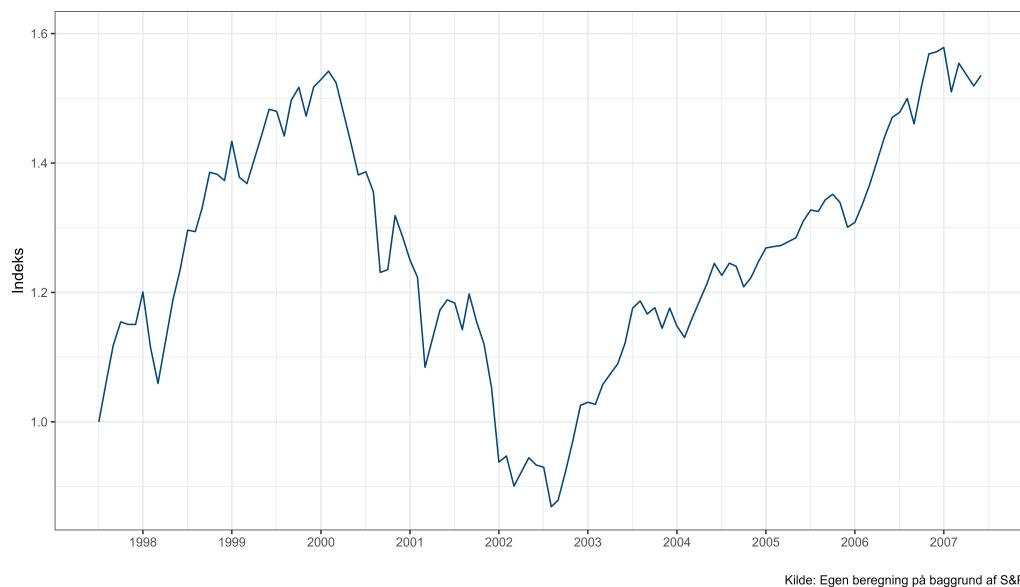


Figure 9.2: Reale huspriser i USA (indekseret), 1970–2010.

9.1.1 Udviklingen i den finansielle sektor

De stigende boligpriser betød, at husholdningerne kunne optage større lån, og efterspørgslen efter kredit steg voldsomt. Kreditgivningen blev i stigende grad rettet mod mere risikable låntagere, de såkaldte *subprime borrowers*. Hvor under 5% af alle boliglån i starten af 2000’erne gik til subprime-segmentet, var tallet i



Kilde: Egen beregning på baggrund af S&P

Figure 9.3: Udviklingen i aktiekurser for S&P Composite indekset før, under og efter recessionen i 2001.

midten af årtiet over 10%.

Typer af lån

I begyndelsen af 2000’erne var hovedparten af nye lån såkaldte *prime-lån*. Men gradvist voksede andelen af mere risikofyldte lån. De vigtigste kategorier var:

- **Conforming:** Lav risiko, udlånt til kreditværdige kunder inden for grænserne for Fannie Mae og Freddie Mac.
- **FHA/VA:** Moderat risiko, statsgaranterede lån til husholdninger med begrænsede midler.
- **Jumbo-lån:** Lån til kreditværdige husholdninger, men for store til at være conforming.
- **Alt-A:** Mellem prime og subprime, ofte uden fuld dokumentation af indkomst.
- **HEL (Home Equity Loans):** Lån hvor boligejeren belåner friværdien i sin bolig. Høj risiko, da forbruget direkte afhænger af stigende boligpriser.
- **Subprime:** Høj risiko, udlånt til kunder med dårlig kreditvurdering og/eller historik med misligholdelse.

Især *subprime-lån* var problematiske. De var designet til lavkreditkunder og ofte konstrueret med “innovative” vilkår:

- **ARMs (Adjustable Rate Mortgages):** Lån med lave “teaser-renter” i starten, som senere steg kraftigt.
- **100% belåning:** Lån uden udbetaling, dvs. en LTV på 100%.
- **Negativ amortisering:** Hvor afdragene er så lave, at gælden faktisk vokser over tid.

Disse låntyper var kun bæredygtige under forudsætningen af fortsatte boligprisstigninger, da låntagerne kunne omlægge lånene, før de dyre vilkår slog igennem. Problemet var, at hele systemet blev afhængigt af, at boligpriserne aldrig faldt.

Fra prime til non-prime

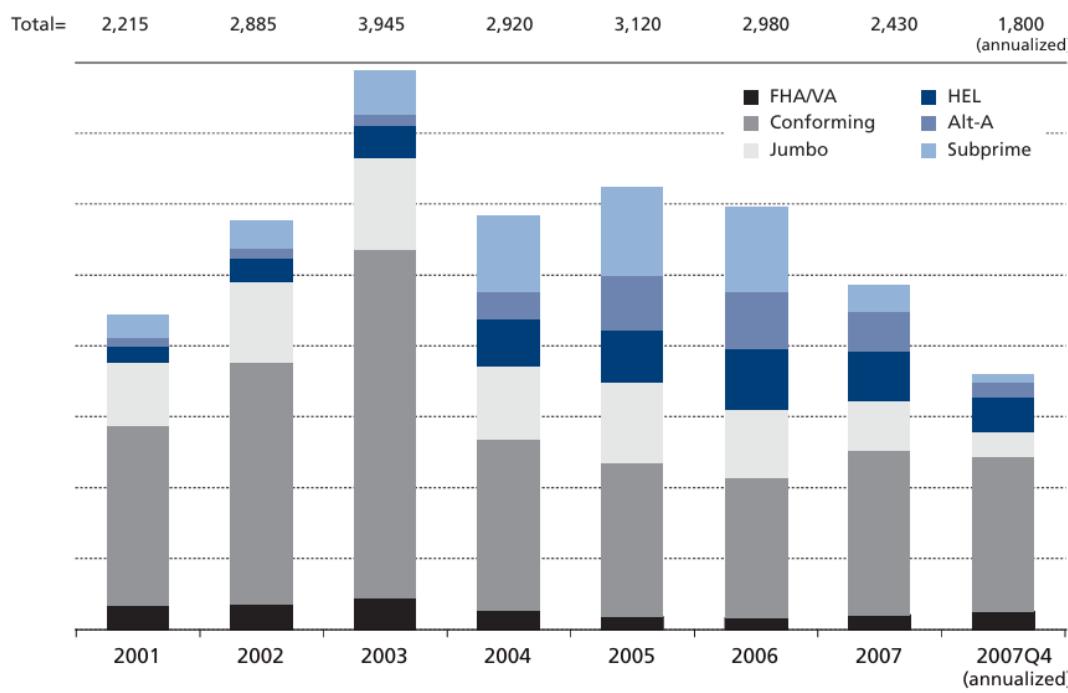
I 2001 var omkring 85% af alle nye lån prime-kvalitet, dvs. conforming, FHA/VA og jumbo. Men som boligboomet tog fart, ændrede sammensætningen sig dramatisk. I 2004 var prime-andelen faldet til 64%, i 2005 til 56% og i 2006 til blot 52%. Det betød, at næsten halvdelen af alle nye lån i 2006 var subprime, Alt-A eller Home Equity Loans.

Denne udvikling betød, at amerikanske husholdninger i stigende grad finansierede forbrug ved at belåne deres stigende boligværdier. Greenspan og Kennedy (2007) estimerer, at husejere i 2005 trak næsten 744 mia. USD ud af friværdien i deres boliger - mere end en tredobling i forhold til 2000. Boligen blev i praksis brugt som en “hæveautomat”.

Securitisering og tranching

Samtidig voksede markedet for strukturerede kreditprodukter, især de såkaldte *Collateralized Debt Obligations* (CDO'er). Disse produkter bestod af bundter af lån, opdelt i forskellige trancher med forskellig risiko og kreditvurdering. Investorer købte trancherne afhængigt af deres risikovillighed: de mest sikre (AAA-ratede) gav lavt afkast, mens de risikofyldte trancher gav højt afkast. For at opnå høje kreditvurderinger blev lånene ofte blandet med andre typer lån, f.eks. billån eller studielån. Senere blev CDO'er endda blandet med andre CDO'er, de såkaldte *squared CDOs*.

Strukturen fungerede sådan, at lånene blev samlet i en pulje, som herefter blev opdelt i trancher. Senior-tranchen havde første ret til betalingerne og blev anset



Source: Inside Mortgage Finance. HEL is Home Equity Loan.

Figure 9.4: Sammensætning af nye boliglån i USA 2001–2007. Prime-lån faldt gradvist, mens subprime, Alt-A og Home Equity Loans udgjorde en stigende andel. Kilde: Inside Mortgage Finance. Kilde: Brookings Institution

som den mest sikre, men gav lavt afkast. Mezzanine-tranchen havde moderat risiko og afkast, mens equity-tranchen var sidst i betalingsrækken, bar den største risiko, men også kunne give det højeste afkast. Pengestrømmen fra låntagernes betalinger (renter og afdrag) gik altså først til de sikre trancher, hvorefter de mere risikofyldte blev betalt. Tilsvarende blev tab absorberet nedefra: equity blev ramt først, derefter mezzanine, og kun i ekstreme tilfælde senior. Dermed blev risikoen forskudt, hvilket gav senior-tranchen en kreditvurdering langt over den reelle kvalitet af de underliggende lån.

På papiret skulle denne struktur sprede risikoen og gøre lånene mere sikre. I praksis skete det modsatte: risikoen blev blot omfordelt og gjort langt sværere at gennemskue. Ratingbureauerne spillede en central rolle, da de vurderede mange senior-trancher som AAA, selvom de underliggende lån ofte var af lav kvalitet. Som Brookings Institute fremhæver, reducerede tranchingen ikke den samlede risiko i lånepuljen – den omfordelte den blot. Senior-trancherne blev vurderet som næsten risikofrie, fordi de var ”beskyttet” af de underliggende mezzanine- og equity-trancher. Men da boligmarkedet faldt på landsplan, blev tabene så store og korrelerede, at selv de højest ratede trancher blev ramt.

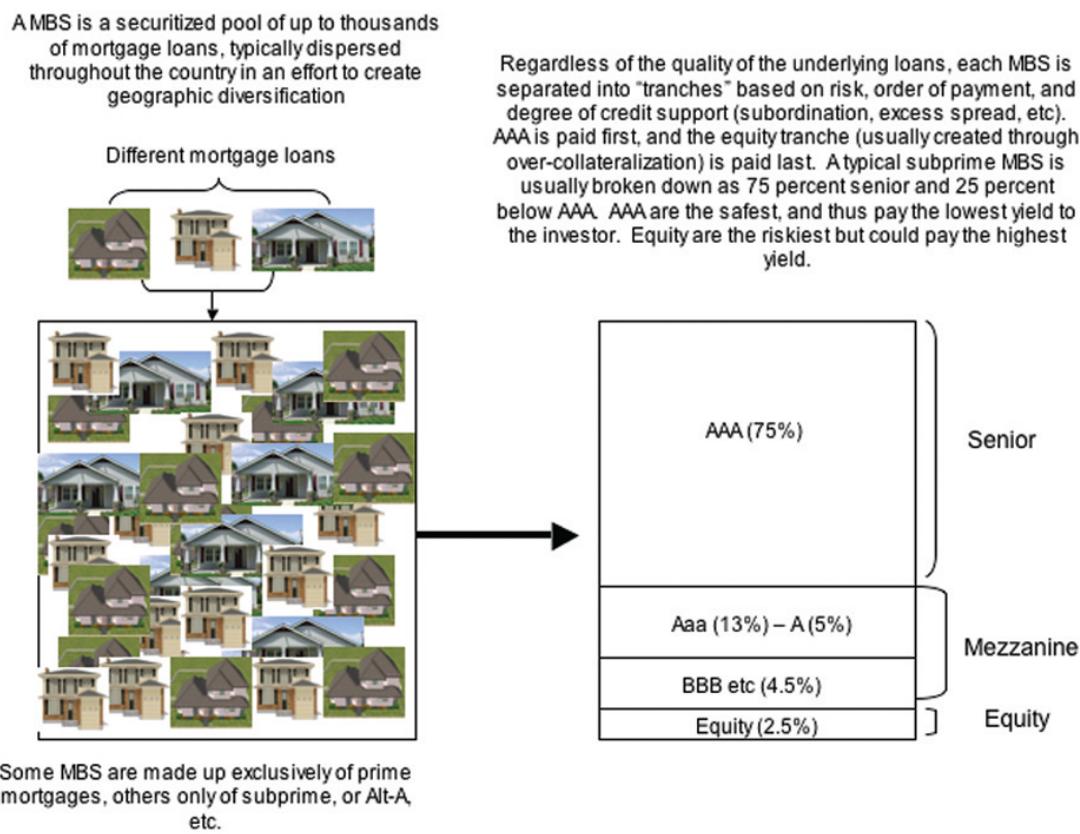


Figure 9.5: Illustration af securitisering og tranching: lån samles i en pulje, hvorefter de opdeles i trancher med forskellig risiko og prioritet i betalingsrækken.
Kilde: Brookings Institution

Shadow banking

Endnu en udvikling var væksten i *shadow banking*-sektoren. Det var finansielle institutioner uden for det regulerede banksystem, der udførte mange af de samme funktioner som traditionelle banker (f.eks. funding på kort sigt og udlån på lang sigt). Disse institutioner finansierede ofte opkøb af lån gennem kortfristet gæld, f.eks. via *Asset Backed Commercial Paper*. På den måde blev store mængder risikofyldte lån flyttet uden for de regulerede bankers balancer og ind i en mindre gennemsigtig skyggebankssektor.

9.1.2 Hvordan låntagning øger risiko

Lånelysten før finanskrisen var enorm, og bankerne var villige til at låne store beløb ud til boligkøb. Vores fokus er her på, hvordan bankerne tog store risici før krisen, og hvordan dette forværrede dens konsekvenser. Men lad os starte med et simpelt eksempel, hvor vi ser på en boligejers balance med aktiver og passiver, og

hvordan høj lånefinansiering øger risikoen for at blive teknisk insolvent.

Antag, at en person kaldet Adam ønsker at købe et hus til 1 mio. USD. Når man køber et hus, har man typisk en kontant udbetaling, mens resten finansieres med lån. Som vi har set i tabel 5.2, er et af tilsynsdiamantens pejlemærker at begrænse store eksponeringer, hvilket bl.a. sker gennem en belåningsgrad på højest 80% for helårshuse. Vi antager derfor, at Adam har 200.000 USD i opsparing, som han betaler upfront, mens han låner de resterende 800.000 USD af banken (eller et realkreditinstitut).

Adam kan naturligvis ikke få lånet uden videre. Han skal dokumentere, at han kan betale renter og afdrag tilbage. Banken vil derfor kræve lønsedler, oplysninger om formue, indtægter og udgifter osv. Adam har arbejdet stabilt i 20 år og fremstår kreditværdig, så banken yder ham lånet på 800.000 USD. Dette er klassisk, sund bankdrift og den proces, vi som minimum ser i dag efter finanskrisen.

Lad os nu se på nogle scenarier. Hvis huspriserne stiger 50% til 1,5 mio. USD, så vokser Adams egenkapital fra 200.000 til 700.000 USD. Både Adam og banken er glade: sandsynligheden for, at Adam kan betale lånet tilbage, er nu endnu større. Selv hvis priserne falder 10% til 900.000 USD, er egenkapitalen stadig positiv (100.000 USD), og Adam er fortsat kreditværdig, så længe han har sit arbejde og kan servicere lånet.

Lad os illustrere eksemplet grafisk. I figur 9.6 ses Adams balance ved køb af boligen, samt hvordan egenkapitalen udvikler sig, hvis huspriserne enten stiger med 50% eller falder med 10%. Figuren viser tydeligt, hvordan gælden til banken er fast, mens egenkapitalen er den, der bærer hele risikoen for prisudsving.

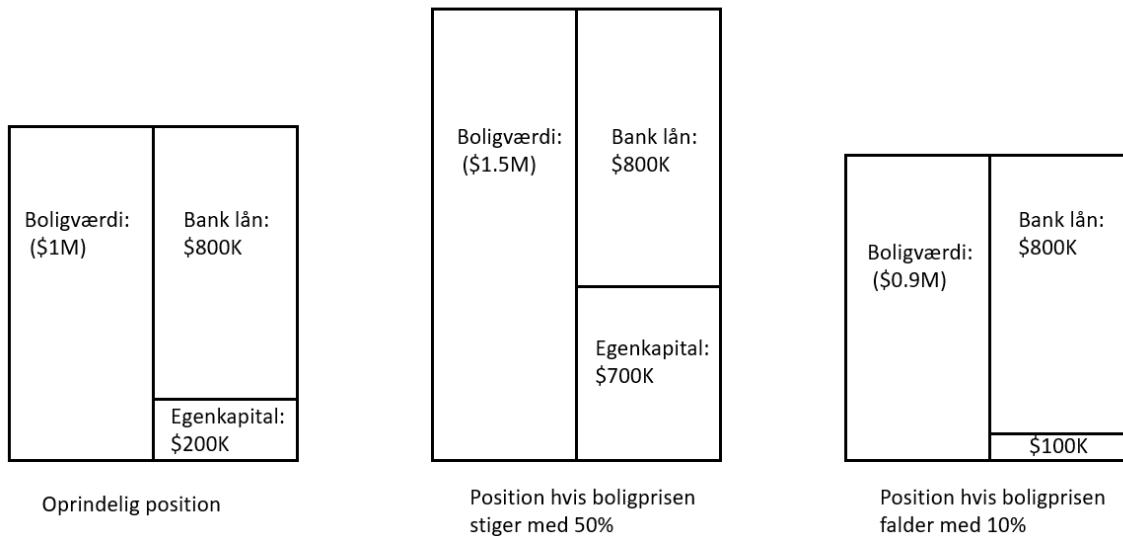


Figure 9.6: Adams balance ved boligkøb, samt effekten på egenkapitalen ved prisstigning og prisfald.

Hvor opstår risikoen? I begyndelsen af 2000'erne, op til 2008, var både banker og boligejere som Adam præget af en naiv tro på, at boligpriser kun kunne stige. Grænsen på 80% belåning var netop sat for at beskytte banken mod tab, hvis priserne faldt. Selv hvis Adam blev arbejdsløs og ikke kunne betale tilbage, ville banken kunne sælge huset uden at tage penge, så længe prisfaldet ikke oversteg 20%.

Hvis man derimod antager, at boligpriser aldrig kan falde, giver det både bank og låntager incitament til at fjerne denne grænse. Banken tjener mere på at låne et højere beløb (flere renteindtægter og højere bidrag), og Adam behøver ikke binde egen opsparing. Hans afkast af egenkapitalen stiger kraftigt, da han kan tjene på prisstigninger uden selv at bidrage med kapital.

Dette var mentaliteten før krisen. Banker begyndte at yde lån på 90%, 100%, 110% og endda 125% af boligens værdi. Ved 100% belåning betyder blot et prisfald på 0,1%, at låntager bliver teknisk insolvent, dvs. at gælden overstiger boligens værdi. Man er da tvunget til at blive boende, indtil priserne stiger, eller sælge med tab.

Bankerne gik samtidig længere og længere ned ad kreditstigen. Hvis priserne kun kan stige, giver det mening at låne også til svage låntagere: de kan altid betale tilbage ved at sælge huset. Låntagerne fik lempelige vilkår, og mange kunne købe bolig uden udbetaling – en “gratis adgang” til potentielle prisstigninger, som i deres optik var uundgåelige. Dette øgede risikoen markant for hver enkelt låntager, men også samlet set for hele den amerikanske økonomi. Næsten ingen husholdninger havde bufferkapital og var derfor ekstremt sårbar over for selv små prisfald.

Samme logik gjaldt bankerne selv. De havde utilstrækkelig egenkapital, da de finansierede store dele af deres aktiviteter med kortfristet gæld. Dermed kunne selv mindre tab på deres investeringer udløse insolvens. Og da bankernes investeringer i høj grad var bundet til boligmarkedet gennem komplekse kreditprodukter som CDO'er, havde de i realiteten lige så lidt modstandskraft som låntagerne. Da boligpriserne begyndte at falde, stod både husholdninger og banker derfor uden sikkerhedsmarginer og kunne ikke modstå den kommende storm, der ramte den amerikanske økonomi.

Kapitalandel, gearing og Lehman Brothers

Lad os tage et eksempel, hvor vi kigger på konsekvensen af for lidt egenkapital, når det gælder banker. For banker er to begreber helt centrale: *kapitalandel* og *gearing*.

Kapitalandelen defineres som forholdet mellem egenkapital og aktiver:

$$\text{Kapitalandel} = \frac{\text{Egenkapital}}{\text{Aktiver}}. \quad (9.1)$$

Kapitalandelen viser, hvor stor en buffer banken har til at absorbere tab. En høj kapitalandel betyder, at banken kan tåle et relativt stort fald i værdien af sine aktiver, uden at egenkapitalen udhules.

Gearing defineres som det inverse forhold:

$$\text{Gearing} = \frac{\text{Aktiver}}{\text{Egenkapital}}. \quad (9.2)$$

En høj gearing betyder, at banken finansierer en stor del af sine aktiver med gæld. Det kan forstærke afkastet på egenkapitalen i gode tider, men det øger samtidig risikoen for insolvens i dårlige tider.

Et konkret eksempel er Lehman Brothers, der gik konkurs i september 2008. Tabellen nedenfor viser deres balance for 1. kvartal 2008 (målt i mio. USD):

Table 9.1: Lehman Brothers' balance, Q1 2008. Kilde: S&P Capital IQ.

Aktiver	639.432	Passiver og egenkapital	639.432
Cash og andre	61.265	Kortfristet gæld	300.917
Værdipapirer og finansielle instrumenter	196.997	Værdipapirer solgt m.v.	61.243
Reverse repo og lignende	299.283	Repos m.v.	127.846
Andre aktiver	81.887	Langfristet gæld	123.150
		Egenkapital	26.276

Ud af aktiver på 639 mia. USD bestod kun 26 mia. USD af egenkapital. Dermed var kapitalandelen:

$$\frac{26.276}{639.432} \approx 4,1\%.$$

Det svarer til en gearing på:

$$\frac{639.432}{26.276} \approx 24.$$

Altså havde Lehman Brothers 24 dollars i aktiver for hver dollar egenkapital.

Konsekvensen er tydelig: hvis værdien af aktiverne falder blot med 4%, så udhules hele bankens egenkapital, og banken er insolvent. Havde kapitalandelen i

stedet været 20%, skulle aktiverne falde hele 20% i værdi, før banken gik konkurs – en langt mere robust situation.

Lehman Brothers var ikke enestående. Mange banker verden over havde i 2008 alt for høj gearing og dermed ekstrem sårbarhed. Lehman blev blot symbolet på problemet, da netop deres insolvens udløste panikken på de finansielle markeder og forværrede krisen markant.

9.2 Krisens udbrud

Federal Reserve begyndte at hæve renterne i 2004. For boligejere med variabelt forrentede lån (*Adjustable Rate Mortgages*) betød det, at deres ydelser steg markant. Mange låntagere – især dem i subprime-segmentet – kunne ikke længere betale de højere ydelser, og fra 2005 begyndte misligholdelsesraterne at stige. Som ventet var misligholdelsesraten højest blandt subprime-lån, men stigningen var dramatisk og langt kraftigere end i de mere kreditværdige segmenter.

Selvom subprime-lånene voksede kraftigt i årene op til krisen, udgjorde de stadig kun en mindre andel af det samlede udlån. Derfor kan stigningen i misligholdelser på subprime-lån ikke alene forklare krisens omfang. Det egentlige problem var, at ingen vidste, hvor i det finansielle system tabene lå. Risiciene var blevet pakket ind i komplekse strukturerede produkter og spredt ud blandt banker og investorer verden over. Det betød, at usikkerheden blev massiv: ingen kunne længere gennemskue, hvem der sad med de risikofyldte papirer, og hvem der stod til at tage.

En central mekanisme i krisens eskalering var den måde banker og fonde finansierede sig på. Mange institutioner gearede deres porteføljer til det maksimale for at forøge afkastet, og de finansierede lange aktiver som 30-årige MBS'er gennem helt korte dag-til-dag lån, typisk repos. Denne form for løbetids mismatch fungerede i gode tider, men da tilliden i markedet begyndte at smuldre, nægtede långivere at forny de kortfristede lån. Banker og fonde blev derfor tvunget til at sælge deres langsigtede aktiver i hast, hvilket skabte store tab og yderligere prisfald. Dette udløste en likviditetskrise, hvor problemerne ikke længere var isoleret til enkelte institutioner, men spredte sig systemisk gennem hele det finansielle system.

I 2007 og 2008 begyndte finansielle institutioner med eksponering mod subprime-tab at komme i vanskeligheder. Tilliden mellem banker forsvandt hurtigt, fordi ingen vidste, hvem der var næste i rækken. For banker er tillid altafgørende, da de er afhængige af kortsigtet finansiering til at dække deres langsigtede udlån. Uden tillid frøs pengemarkedet til, og de grundlæggende funktioner i det finansielle system brød sammen.

Da subprime-lånene begyndte at misligholdes, mistede investorerne hurtigt tilliden til de finansielle produkter som MBS og CDO'er. Mange trak deres kapital ud af markedet i et decideret *run on the market*, hvilket forstærkede prisfaldene og satte yderligere pres på finanssektoren. Samtidig nægtede banker i stigende grad at låne til hinanden i interbank-markedet af frygt for, at modparterne var eksponeret mod store tab. Selv ellers sunde virksomheder havde derfor svært ved at få adgang til kapital.

Krisens klimaks indtraf i september 2008, da Lehman Brothers – en af verdens største investeringsbanker – gik konkurs. Lehman havde massiv eksponering mod subprime-lån og komplekse CDO'er, og da banker og investorer nægtede at refinansiere deres lån, kunne de ikke længere opretholde deres forpligtelser. Konkursen, som var den største i amerikansk historie med aktiver på over 600 mia. USD, udløste en global panik. Lehman Brothers' tætte forbindelser til andre banker og finansielle institutioner betød, at chokket spredte sig øjeblikkeligt gennem det finansielle system. Mange institutioner blev tvunget til at sælge aktiver i hast, hvilket forstærkede prisfaldene. Da regeringen valgte ikke at redde Lehman, sendte det et signal om, at andre store banker heller ikke nødvendigvis ville blive reddet, hvilket destabiliserede markedet yderligere.

Tilliden kollapsede fuldstændigt, og interbankmarkedet gik istå. Figuren nedenfor viser udviklingen i TED-spreadet (forskellen mellem 3-måneders LIBOR og 3-måneders amerikanske statsobligationer), som eksploderede i september 2008. TED-spreadet er et mål for, hvor dyrt og risikabelt det er for banker at låne af hinanden, og det illustrerer meget tydeligt, hvordan tilliden forsvandt i takt med krisen.

Finanskrisen bredte sig hurtigt til resten af økonomien. Banker holdt op med at udlåne, hvilket førte til fald i forbrug og investeringer. Virksomheder og husholdninger blev usikre, begyndte at spare op og skar ned på udgifter. Huspriserne faldt, arbejdsløsheden steg, og statsfinanserne blev svækket. Det, der startede som en finansiel krise, udviklede sig til en fuldskala økonomisk recession.

Figuren ovenfor viser, hvordan den globale økonomi blev hårdt ramt i 2008-2009. BNP og industriel produktion faldt dramatisk, ikke bare i USA men på verdensplan.

9.3 Eftervirkningerne af finanskrisen

Da krisen for alvor ramte, gik økonomier verden over i frit fald. For at dæmpe slaget reagerede regeringer og centralbanker hurtigt. I mange lande måtte staten stille garantier til banker, og i flere tilfælde blev banker direkte reddet af staten.

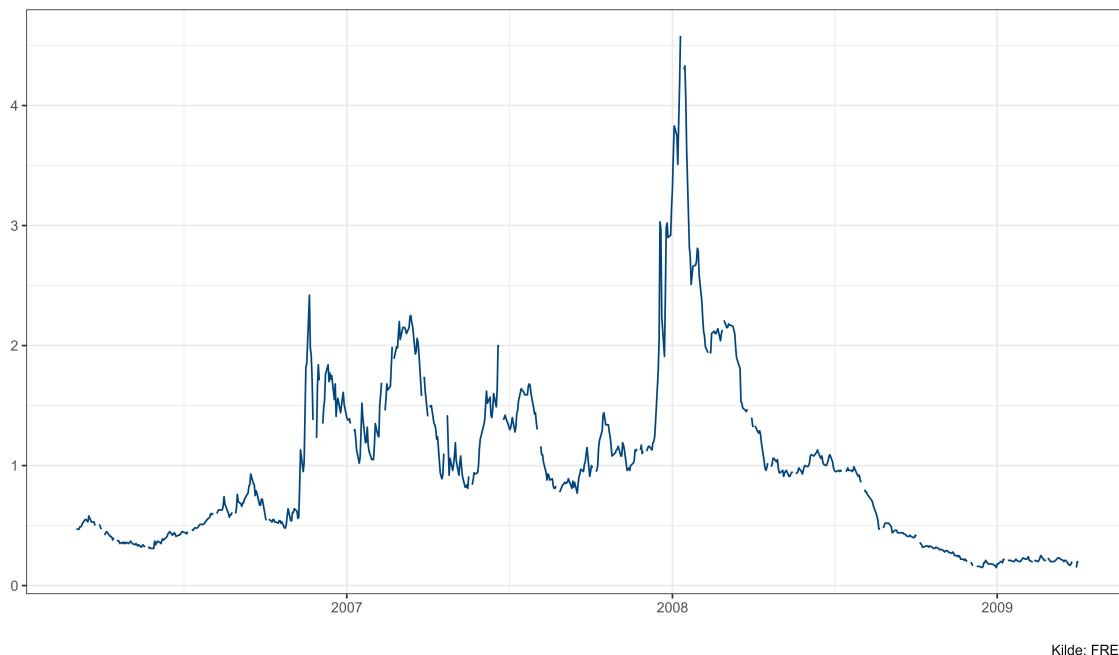


Figure 9.7: TED-spread: forskellen mellem 3-måneders USD LIBOR og 3-måneders amerikanske statsobligationer. Kilde: FRED.

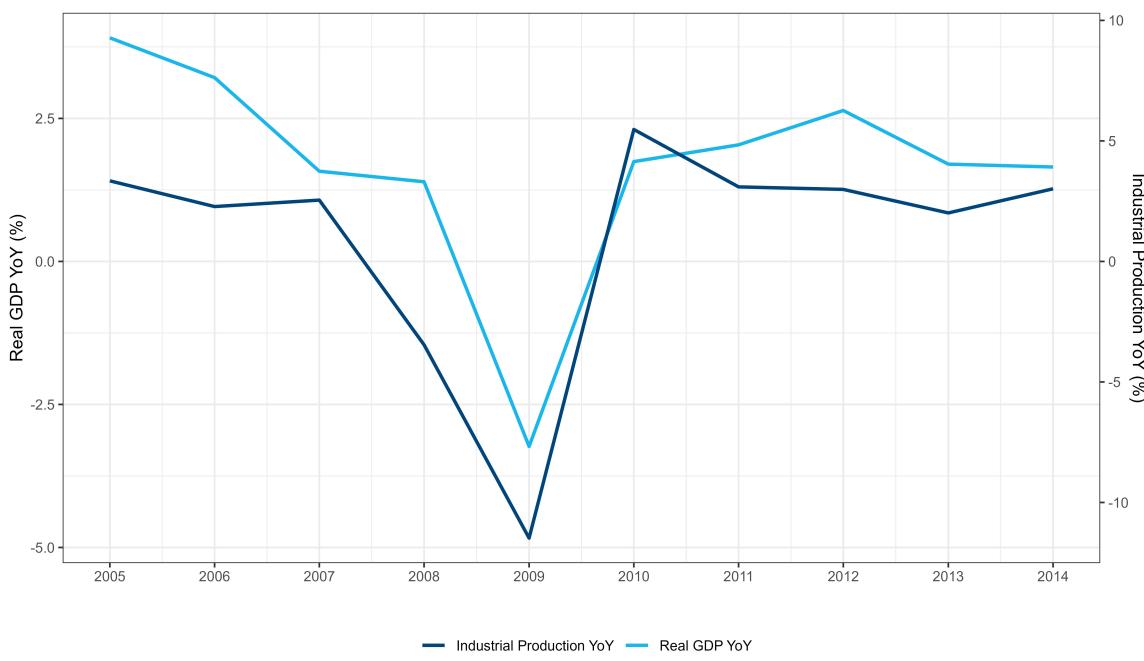


Figure 9.8: USA BNP-vækst og industriel produktion før og efter finanskrisen. Kilde: IMF.

Centralbankerne trådte ind som långiver i sidste instans og stillede likviditet til

rådighed for bankerne. Samtidig blev renterne sænket dramatisk. Den amerikanske centralbank (Fed) sænkede eksempelvis sin styringsrente til historisk lave niveauer på 0–0,25%, hvor den blev fastholdt indtil 2016.

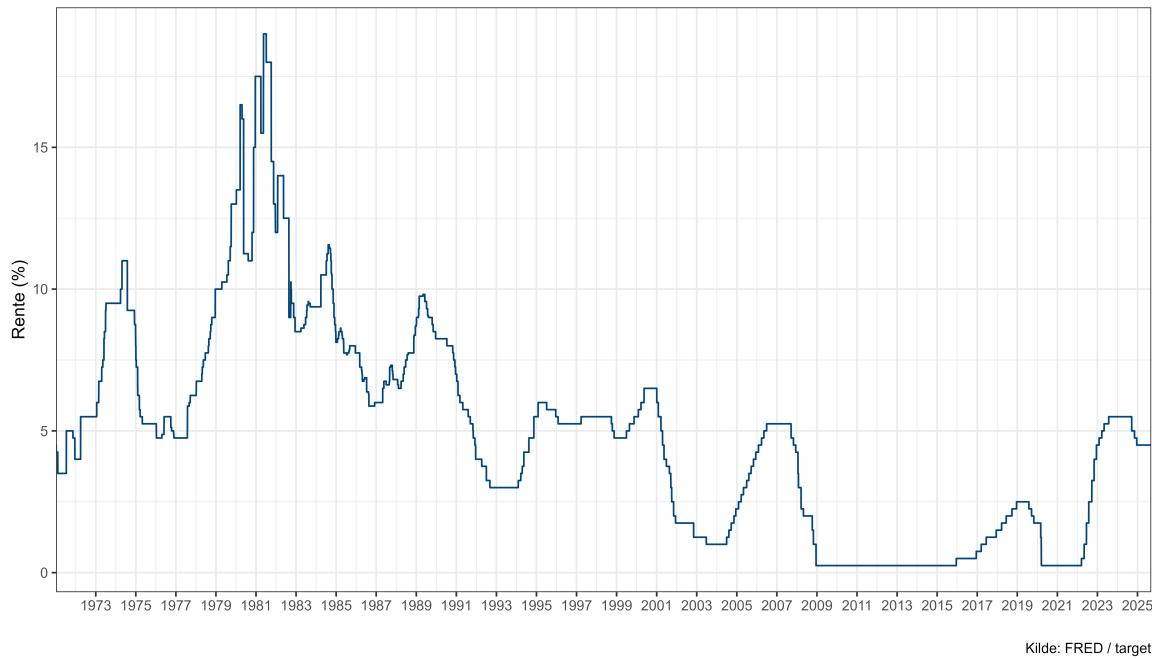


Figure 9.9: Udviklingen i Fed Funds Rate før, under og efter finanskrisen 2008.

Selv en styringsrente tæt på nul var dog ikke tilstrækkeligt til at genoplive økonomien. Derfor begyndte centralbankerne at anvende andre værktøjer, bl.a. *quantitative easing* (QE). QE bestod i, at centralbanken opkøbte obligationer og andre værdipapirer direkte i markedet for at presse renterne yderligere ned og øge efterspørgslen efter finansielle aktiver. Som konsekvens voksede centralbankernes balancer voldsomt. Feds balance voksede fra omkring 5% af BNP før krisen til over 20% af BNP efter. Tilsvarende steg ECB's balance fra ca. 10% af BNP til en tredjedel af BNP efter krisen.

Ved siden af pengepolitikken blev også finanspolitikken markant mere ekspansiv. Den stigende arbejdsløshed førte til flere offentlige udgifter til understøttelse, og regeringer øgede samtidig investeringer og direkte offentligt forbrug for at holde hånden under økonomien. Budgetunderskuddene voksede dramatisk. I USA nåede underskuddet i 2009 et historisk niveau, det største siden 2. verdenskrig.

De mange politiske indgreb dæmpede krisen, men konsekvenserne var stadig alvorlige. Det globale BNP faldt markant i 2008–2009. I figur 9.11 ses udviklingen i verdens real-BNP i mia. USD, sammenholdt med en hypotetisk udvikling uden krise. Den hypotetiske kurve er beregnet ud fra den gennemsnitlige vækst på 5,68%

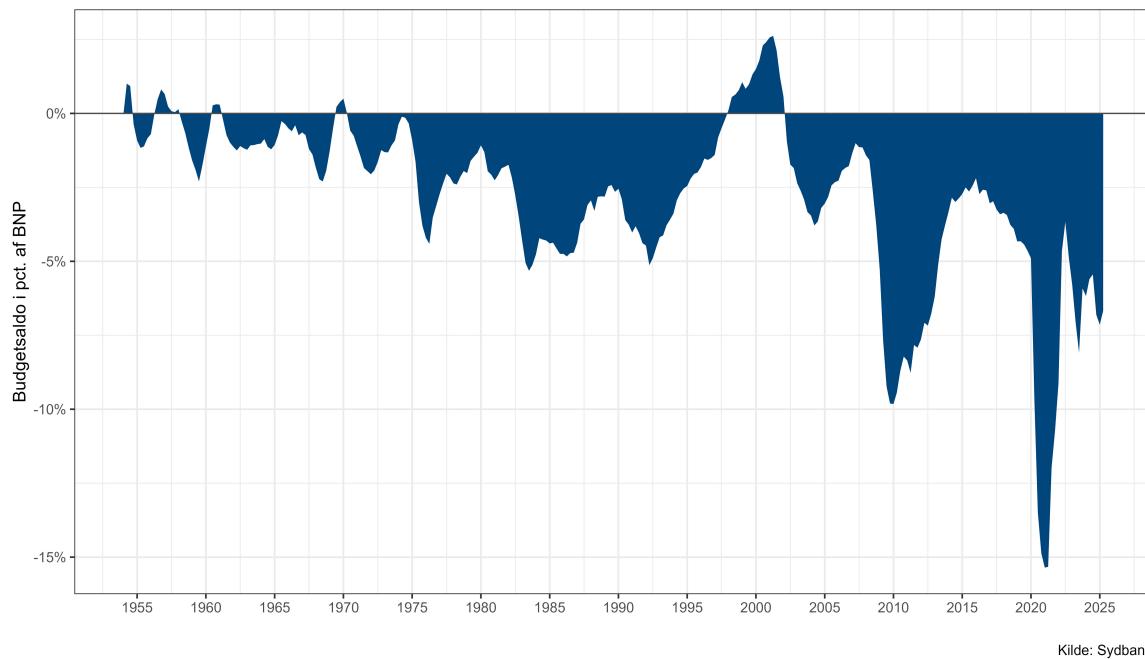


Figure 9.10: Det amerikanske statsunderskud som andel af BNP, 1947–2018.

årligt i de 15 år op til 2007. Figuren viser tydeligt, hvordan verdensøkonomien efter krisen kom ind på et permanent lavere vækstspor end før.

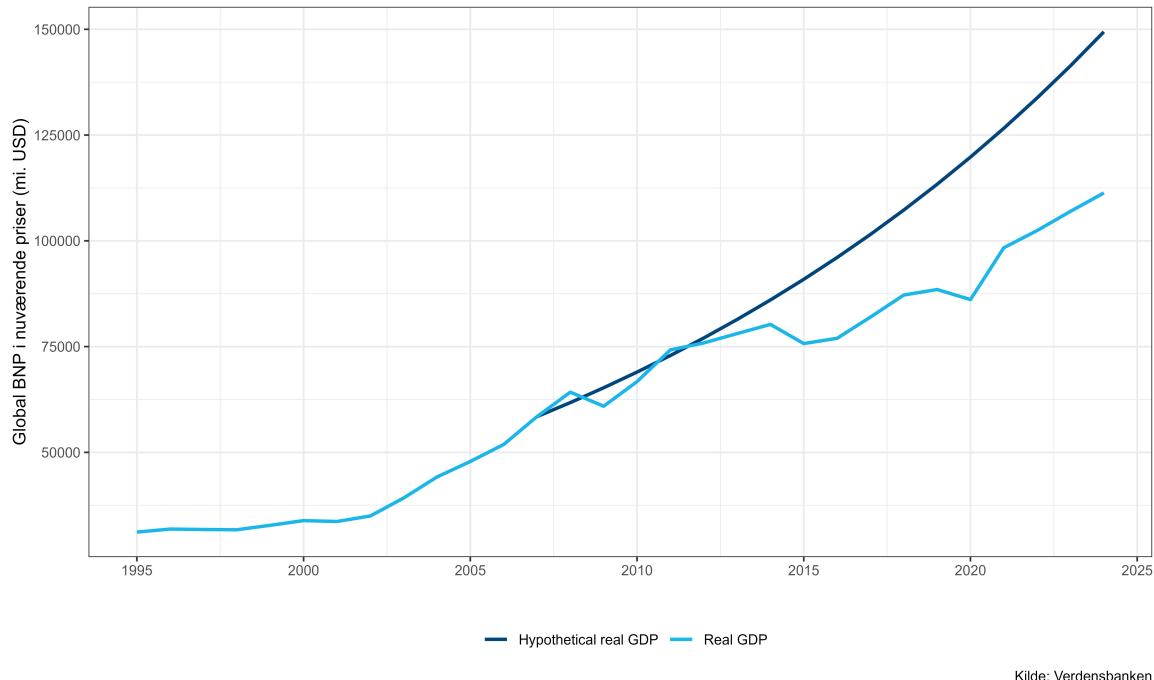


Figure 9.11: Globalt BNP i nuværende priser i mia. USD, faktisk og hypotetisk udvikling. Kilde: Verdensbanken.

Krisen viste dermed, at selv med kraftige penge- og finanspolitiske indsatser, kunne man ikke undgå et markant og varigt tab i økonomisk aktivitet på globalt plan.

9.3.1 Øget regulering

Finanskrisen blotlagde tre centrale svagheder i det finansielle system: (i) mangefuld regulering og overvågning af komplekse produkter og aktører, (ii) høj systemisk risiko forstærket af kortfristet finansiering og høj gearing, og (iii) panik og sammenbrud, da tilliden forsvandt. Disse erfaringer blev det direkte afsæt for udviklingen af de senere Basel-regler.

Før krisen var reguleringen for slap. Markedet for strukturerede produkter som MBS og CDO'er voksede hurtigt, men uden tilstrækkeligt tilsyn. Kreditvurderingsbureauerne overvurderede sikkerheden i mange værdipapirer og gav alt for høje ratings, hvilket betød, at investorer og banker kunne holde meget lav kapital bag risikofyldte aktiver. De statsligt støttede realkreditinstitutter, Fannie Mae og Freddie Mac, havde en implicit statsgaranti og kunne finansiere store porteføljer med gæld. For at følge de private aktører begyndte de i stigende grad at købe subprime- og Alt-A-lån, hvilket gjorde dem ekstremt sårbare, da boligmarkedet vendte. Kombinationen af svag regulering, billige ratings og høj gearing gav stærkt procykliske kræfter.

Bankerne selv var heller ikke robuste. Mange finansierede langsigtede og illikvide aktiver gennem kortfristede lån, eksempelvis daglige repo-aftaler. Denne fundingstruktur fungerede, så længe tilliden i markedet var intakt, men da usikkerheden steg, kunne lønene ikke længere refinansieres. Banker og fonde blev tvunget til at sælge aktiver hurtigt, hvilket udløste store tab og faldende priser – en klassisk likviditetskrise. Fordi balancerne var stærkt sammenflettede, spredte tabene sig hurtigt og skabte systemiske effekter på tværs af hele sektoren.

Da misligholdelserne på subprime-lån steg, mistede investorerne tilliden til værdipapirer baseret på boligmarkedet, og fundingkanalerne tørrede ind. Interbankmarkedet frøs til, og Lehman Brothers' konkurs i september 2008 blev det endelige vendepunkt. Konkursen udløste global panik og viste, hvor sårbart systemet var, når kapitalgrundlaget var for lavt og afhængigheden af kort funding for stor. Resultatet blev et brat fald i udlån, kraftige prisfald på risikable aktiver og en dyb realøkonomisk recession.

Basel-komiteéens reformer kan ses som det reguleringsmæssige svar på disse erfaringer. Ideen bag kapitalregulering er enkel: kapital fungerer som en tabsabsorberende buffer, der beskytter indskydere, kreditorer og i sidste ende hele det

finansielle system. Kapitalen skal kunne dække de uventede tab og samtidig skabe tillid blandt indskydere, investorer og tilsynsmyndigheder. Som bøgerne understreger, handler det både om at sikre stabilitet og om at skabe ens konkurrencevilkår på tværs af lande, så banker ikke kan udnytte forskelle i regulering.

Før Basel I i 1988 var reglerne uens og ofte utilstrækkelige. Basel I indførte et globalt minimumskrav på 8% af risikovægtede aktiver (RWA), hvilket var et første skridt mod harmonisering, men reguleringen var simpel og manglede både risikofølsomhed og hensyntagen til markedsrisiko. Basel II fra 2004 udvidede rammen til tre søjler: kapitalkrav for kredit-, markeds- og operationel risiko, tilsynsprocesser samt markedsdisciplin via øget gennemsigtighed (se figur 9.12). En nyskabelse var, at banker kunne anvende interne modeller til at beregne RWA. I praksis betød dette dog, at kapitalkravene ofte blev for lave, og der var hverken krav til likviditet eller begrænsning af overdreven gearing.

Finanskrisen afslørede disse svagheder, og Basel III blev udviklet som svar. Her blev kravet til både mængden og kvaliteten af kapital skærpet. Det centrale element var *Common Equity Tier 1 (CET1)*, som er den mest tabsabsorberende form for kapital og består af bl.a. aktiekapital og tilbageholdte overskud. CET1 skal nu udgøre mindst 7% af de risikovægtede aktiver (RWA), mod tidligere kun 2% under Basel II. Hertil kommer yderligere kapitalbuffere samt særlige tillæg for systemisk vigtige banker. Samtidig blev der indført en simpel gearingsratio som backstop og nye likviditetsstandarder (LCR og NSFR), så banker kan modstå fundingchok. Dermed flyttede Basel III fokus fra udelukkende mikrokapital til også at inkludere makroprudentielle elementer, der skulle dæmpe systemiske effekter.

Erfaringen efter krisen viste dog, at afhængigheden af interne modeller stadig var for stor, og at der var betydelige forskelle i beregningen af RWA på tværs af banker og lande. De afsluttende reformer, ofte kaldet Basel IV, adresserede dette ved at styrke de standardiserede metoder, indføre et gulv (output floor), så interne modeller ikke kan give lavere RWA end 72,5% af standardmetoden, samt skærpe kravene til systemisk vigtige banker. Målet var større gennemsigtighed, sammenlignelighed og et mere robust kapitalgrundlag.

Samlet set var krisens lærdom klar: lav kapital, høj gearing og kort funding skaber systemisk sårbarhed. Basel III og IV var et opgør med disse fejl og skal gøre banksektoren mere robust over for fremtidige chok.

Basel-komitéens rammeværk for kapitalregulering kan illustreres med en søjlemodel, hvor tre hovedelementer tilsammen skal sikre et stabilt bankvæsen (figur 9.12).

De tre søjler hænger tæt sammen med de svagheder, finanskrisen blotlagde, og de reformer, Basel-reglerne indførte:

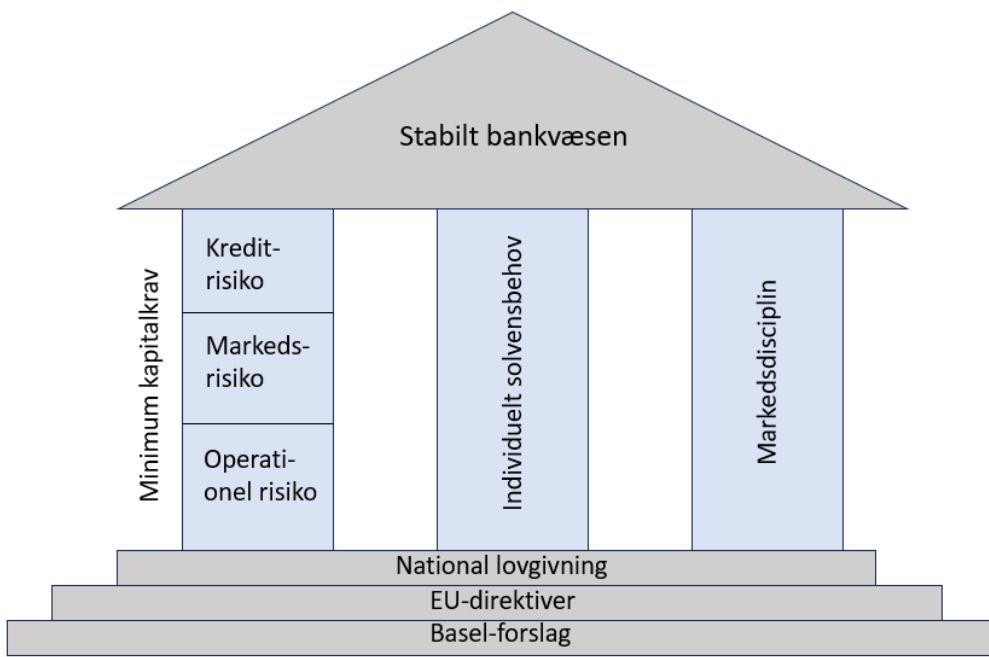


Figure 9.12: Kapitalreguleringens tre søjler som fundament for et stabilt bankvæsen.

- **Søjle 1** fastsætter minimumskapitalkrav for kredit-, markeds- og operationel risiko. Formålet er at sikre, at banker har en tabsabsorberende buffer mod de mest centrale risici. Basel III skærpede dette krav, især gennem højere krav til CET1-kapital og indførsel af kapitalbuffere.
- **Søjle 2** dækker det individuelle solvensbehov. Her vurderer tilsynsmyndigheder og instituttet selv, om særlige risici (fx koncentrationsrisiko eller strategiske risici), som ikke dækkes af søjle 1, kræver ekstra kapital. Netop de problemer, krisen afdækkede – for lav kapitalandel og for stor afhængighed af kort funding – sågte Basel III at afhjælpe gennem strengere tilsyn og krav til likviditet og gearing.
- **Søjle 3** handler om markedsdisciplin. Banker skal offentliggøre tilstrækkelig information om deres risici, kapital og likviditet, så investorer og marksaktører kan vurdere deres robusthed. Manglende gennemsigtighed under krisen var en central årsag til panik og usikkerhed, hvilket denne søjle søger at imødegå.

Samlet set fungerer søjlerne som en fælles arkitektur, der hviler på Basel-komiteéns standarder, EU-direktiver og national lovgivning. Målet er et mere modstandsdygtigt og stabilt bankvæsen, der kan håndtere fremtidige kriser bedre end tilfældet var i 2007–2009.

9.4 Kan "det" ske igen?

Finansielle kriser forsvinder ikke; de skifter form. Reguleringen efter 2008 har gjort bankerne mere robuste med højere kapital, likviditetskrav og gearingslofter, men hver cyklus afslører nye svagheder. I dag er sårbarhederne ofte knyttet til løbetidsismatch, koncentreret indlånsbase og digitale bank runs, hvor indskud kan forsvinde på få timer. 2023 mindede os om det: flere mellemstore amerikanske banker kom under pres, ikke på grund af komplekse CDO'er, men fordi lave renter i årevis havde opbygget betydelig renterisiko, mens store, uforsikrede indskud gjorde funding sårbar. I det følgende bruger vi Silicon Valley Bank (SVB) som case til at forbinde de klassiske mekanismer fra 2008 (gearing, funding og tillid) med den nyere virkelighed (varighedsrisiko, mark-to-market-tab og sociale mediers hastighed).

9.4.1 Silicon Valley Bank: varigheds- og likviditetsrisiko i praksis

Silicon Valley Bank var en mellemstor amerikansk nichebank med fokus på innovationsøkonomien: venturefonde, tech- og biotech-startups samt deres stiftere og CFO'er. Kundebasen havde store, volatile og ofte uforsikrede indskud, der fulgte venturecyklussen. Fordi kunderne ikke efterspurgte traditionelle erhvervs-lån i større skala, placerede SVB en stor del af balancen i sikre, men langvarige obligationer (stats- og realkreditpapirer), heraf meget i HTM (hold to maturity / hold-til-udløb)-porteføljer. Indtjeningsmodellen var dermed afhængig af et stabilt indlånsfundament og af, at renterne forblev lave. Da renterne steg kraftigt, opstod store urealiserede mark-to-market-tab, samtidig med at indlånen begyndte at løbe ud. Kombinationen af varighedsrisiko, koncentreret indlånsbase og svag afdækning gjorde banken sårbar over for et hurtigt, digitalt bank run.

En simpel bankbalance, rentemarginal og NIM

En klassisk bank tjener på forskellen mellem afkastet på rentegivende aktiver og omkostningen ved rentebærende passiver. Denne forskel kaldes *rentemarginalen*:

$$\text{Rentemarginal (spread)} = \bar{r}_A - \bar{r}_{IB}, \quad (9.3)$$

hvor \bar{r}_A er gennemsnitligt (vægtet) afkast på rentegivende aktiver (udlån, obligationer mv.), og \bar{r}_{IB} er gennemsnitlig (vægtet) rentekostning på rentebærende passiver (indlån, udstedte obligationer mv.).

Nettorentemarginalen (NIM) sætter nettorenteindtjeningen i forhold til de gennemsnitlige rentebærende aktiver:

$$\text{NIM} = \frac{\text{Renteindtægter} - \text{Renteudgifter}}{\text{Gennemsnitlige rentebærende aktiver}}. \quad (9.4)$$

Balanceidentitet og afledning. Vi antager ingen ikke-rentebærende passiver. Da gælder den enkle balanceidentitet

$$A_e = IB + E, \quad (9.5)$$

hvor A_e er rentebærende aktiver, IB rentebærende passiver, og E egenkapital. Hermed kan NIM skrives som

$$\text{NIM} = \frac{\bar{r}_A A_e - \bar{r}_{IB} IB}{A_e} = \bar{r}_A - \bar{r}_{IB} \frac{IB}{A_e}.$$

Ved at indsætte (9.5) fås $\frac{IB}{A_e} = 1 - \frac{E}{A_e}$, og derfor

$$\text{NIM} = (\bar{r}_A - \bar{r}_{IB}) + \bar{r}_{IB} \frac{E}{A_e}. \quad (9.6)$$

Konsekvens: NIM er kun lig det simple spread (9.3), når E/A_e er lille eller $\bar{r}_{IB} \approx 0$. Ellers løftes NIM systematisk af “gratis/billig” funding via egenkapitalen.

Egenkapitalens betydning. Antag en *ren udlånsbank* uden ikke-rentebærende poster ($NIB = 0$). Sæt aktiverne lig *lån* L , så $A_e = L$, passiverne som *indlån* D , så $IB = D$, og egenkapital E . Balanceidentiteten er derfor

$$L = D + E.$$

Med $\bar{r}_A = r_L$ (gennemsnitsrenten på lån) og $\bar{r}_{IB} = r_D$ (gennemsnitsrenten på indlån) giver (9.6) direkte

$$\text{NIM} = (\bar{r}_A - \bar{r}_{IB}) + \bar{r}_{IB} \frac{E}{A_e} = (r_L - r_D) + r_D \frac{E}{L}. \quad (9.7)$$

Hvis $r_D > 0$, ligger NIM *over* det simple spread; hvis $r_D < 0$ (negativ indlånsrente), ligger NIM *under*. NIM \approx spread kræver enten E/L tæt på nul eller $r_D \approx 0$.

Pointe. I en klassisk bank er NIM tæt knyttet til rentemarginalen, men strukturen på balancen kan forskyde den op eller ned. Hos SVB kom NIM i høj grad fra lange obligationer finansieret af koncentrerede, uforsikrede indlån. Det gjorde banken

Table 9.2: Stabil klassisk bank vs. SVB's balanceprofil (skematisk)

Klassisk bank (aktiver)	SVB (aktiver)		
Udlån	Høj andel	Udlån	Lav andel
Obligationer / værdipapirer	Moderat andel	Obligationer / værdipapirer	Meget høj andel (lange, fastfor-rentede; ofte HTM)
Likvide aktiver		Likvide aktiver	Begrænset andel
Passiver og EK		Passiver og EK	
Indlån	Bred, diversifi-ceret	Indlån	Koncentreret; stor andel ufor-sikrede (VC/tech)
Ekstern funding	Varierer	Ekstern funding	Lav
Egenkapital	20–30% af samlede aktiver	Egenkapital	8% af samlede aktiver

sårbar på to fronter: (i) varighedsrisiko på aktivsiden, hvor stigende renter skabte store urealiserede tab, og (ii) runsårbarhed på passivsiden, hvor indlånen hurtigt kunne - og faktisk gjorde - forsvinde.

Som vist i tabel 9.2 havde SVB en særdeles koncentreret kundebase af tech-startups, faktisk omkring halvdelen af de venture-backed tech- og life-science-selskaber. Disse indskydere havde ofte store, uforsikrede indlån og reagerede voldsomt på rentestigninger, fordi deres egen finansiering i forvejen var dyr og gældstung. I modsætning til en almindelig forbrugerbank med brede detailindskud fra husholdninger, der typisk bliver stående “come hell and high water”, var SVB's passiver derfor kortsigtede og ekstremt følsomme. Det betød, at bankens passivside havde meget lav varighed.

På aktivsiden havde SVB derimod en stor obligationsbeholdning med høj varighed. Mange af obligationerne var klassificeret som *Hold-to-Maturity* (HTM), hvilket i regnskabet betød, at de blev stående til nominel værdi. Men uanset regnskabskategori falder markedsværdien af lange obligationer, når renterne stiger. For investorer og indskydere blev det derfor tydeligt, at den økonomiske værdi af SVB's egenkapital blev stadig mindre, målt som markedsværdi i forhold til aktiver.

Dermed stod banken med et udtalt varighedsismatch: en meget lang aktivside og en meget kort passivside. Med høj gearing betød det, at egenkapitalens markedsværdi var ekstremt følsom over for renteændringer. Når renterne steg, blev der hurtigt udhulet milliarder i urealiserede tab.

I sig selv kunne banken måske have levet videre med disse urealiserede tab, så længe obligationerne blev holdt til udløb. Men da kunderne begyndte at trække indskud ud, blev situationen kritisk. Tech-virksomhederne havde i forvejen behov for likviditet til at betale deres egne højere renter, men sociale medier accelererede panikken: rygter og bekymringer på Twitter skabte et *digitalt bank run*, hvor milliarder af dollars blev trukket ud på få timer. Banker holder kun en brøkdel af indlånene som kontanter; resten er placeret i aktiver. SVB blev derfor tvunget til at sælge obligationer, der var tænkt holdt til udløb. Salget realiserede de store kurstab, og egenkapitalen blev udhulet til det punkt, hvor banken ikke længere kunne imødekomme efterspørgslen.

Pointen er, at selvom SVB på papiret havde en acceptabel kapitalandel, gjorde kombinationen af lang aktivside, kort passivside og koncentrerede, flygtige indskud banken ekstremt sårbar over for rentehop og efterfølgende bank run. Når et varighedsismatch møder digitale bank runs, kan selv en tilsyneladende solid bank gå under på få dage.

I næste afsnit opstiller vi to stiliserede bankbalancer: én med en balanceret profil, hvor aktiv- og passivvarighederne matcher nogenlunde, og én med en SVB-lignende profil, hvor aktivsiden er lang og passivsiden kort. Ved at beregne følsomheden af egenkapitalen i de to scenarier kan vi konkret se, hvordan varighedsismatchet slår igennem.

Egenkapitalens varighed: standard bank vs. SVB

Egenkapitalens varighed mäter, hvor følsom bankens egenkapital er over for renteændringer. Ideen er, at et varighedsismatch mellem aktiver og passiver forstærkes af gearingen, så selv små rentehop kan udløse store relative tab på egenkapitalen. Den generelle formel er

$$V_E = V_P + \frac{MVA}{MVE} (V_A - V_P), \quad (9.8)$$

hvor V_A er varigheden af aktiverne, V_P er varigheden af passiverne, MVA er markedsværdien af aktiverne og MVE er markedsværdien af egenkapitalen. Udtrykket $\frac{MVA}{MVE}$ er gearingen: jo lavere egenkapitalandel, desto højere gearing, og desto mere blæses forskellen mellem V_A og V_P op i egenkapitalens varighed.

Table 9.3: Eksempel på balance og varigheder (stiliseret): standard bank vs. SVB-lignende bank

Standard bank			SVB-lignende bank		
	Varighed (år)	Markeds værdi		Varighed (år)	Markeds værdi
Udlån	2,0	70	Obligationer	6,0	70
Obligationer	3,0	20	Udlån	2,0	20
Likvider	0,0	10	Likvider	0,0	10
Aktiver: vægtet varighed V_A	2,3	100	Aktiver: vægtet varighed V_A	4,6	100
Indlån	2,0	90	Indlån	0,25	82
Egenkapital	–	10	Egenkapital	–	18
Passiver: vægtet varighed V_P	2,0	90	Passiver: vægtet varighed V_P	0,25	100

Ud fra tallene i tabel 9.3 kan vi for standardbanken beregne aktivernes varighed til

$$V_A = \frac{70 \cdot 2 + 20 \cdot 3}{100} = 2,3,$$

og passivernes varighed til

$$V_P = \frac{90 \cdot 2}{90} = 2,0.$$

Med gearing $MVA/MVE = 100/10 = 10$ giver formlen i (9.8)

$$V_E = 2,0 + 10 \cdot (2,3 - 2,0) = 5,0.$$

Egenkapitalens varighed er altså 5, hvilket betyder, at en renteændring på 1 procentpoint reducerer egenkapitalens markeds værdi med ca. 5 %.

For SVB-casen giver tallene i tabel 9.3 aktivernes varighed

$$V_A = \frac{70 \cdot 6 + 20 \cdot 2}{100} = 4,6,$$

og passivernes varighed

$$V_P = \frac{92 \cdot 0,25}{92} = 0,25.$$

Med gearing $MVA/MVE = 100/8 = 12,5$ bliver

$$V_E = 0,25 + 12,5 \cdot (4,6 - 0,25) \approx 54.$$

Egenkapitalens varighed er altså over 50. En renteændring på blot 1 procentpoint kan reducere egenkapitalens markeds værdi med mere end halvdelen.

Fortolkning. En standard bank har et relativt balanceret forhold mellem aktiv- og passivvarighed og en moderat gearing, hvilket giver en egenkapitalvarighed på omkring 5. En SVB-profil har derimod en meget lang aktivside og en kort passivside kombineret med høj gearing, hvilket resulterer i en egenkapitalvarighed på over 50. Det viser, hvor voldsomt et varighedsmismatch kan blæses op af gearing.

Hvad er en “sund” varighed? Der findes ikke en fast norm i litteraturen for, hvad en banks egenkapitalvarighed *bør* være. Reguleringen (fx Basel IRRBB – Interest Rate Risk in the Banking Book) kræver, at banker stressstester effekten af rentescenarier på egenkapitalen. I praksis søger banker at holde egenkapitalens varighed i et moderat leje, ofte omkring 5–10 år. En egenkapitalvarighed på 50, som i SVB-casen, er derimod ekstrem og vidner om en farlig kombination af varighedsmismatch og høj gearing.

9.4.2 Skete "det" så igen?

Både ja og nej. De *mekanismer*, der gjorde 2008-krisen systemisk, dukkede op i ny forklædning i 2023: varighedsmismatch på balancen, høj gearing og en pludselig tillidskrise, der udløste et run på bankernes kortestløbende funding. Forskellen var, at hvor 2008 handlede om komplekse kreditprodukter og tvivl om *kreditkvalitet*, var 2023 i højere grad en krise om *renterisiko* og finansieringens løbetid.

Ligheder (2008 vs. 2023).

- *Varighedsmismatch:* Aktiverne var “længere” end passiverne ($V_A > V_P$), så egenkapitalens varighed V_E blev stor via forstærkeren i (9.8). Et rentehop/spændudvidelse reducerede markeds værdien af aktiverne hurtigt, mens passiverne var korte og kunne løbe ud.
- *Gearing som forstærker:* Lav egenkapitalandel blæser forskellen ($V_A - V_P$) op. Små relative prisfald på aktiver gav store relative fald i egenkapitalens markeds værdi.
- *Likviditetsspiraler:* Når kort funding tørrer ud, tvinges salg af aktiver til “brandpriser”, som sænker markeds værdierne yderligere og svækker kapitalen—en selvforstærkende dynamik.

- *Regnskab vs. økonomi:* Mark-to-market-tab (2008) og urealiserede HTM-tab (2023) påvirkede økonomisk egenkapital, uanset bogføringskategori. Et run gør urealiserede tab til realiserede.

Forskelle (2008 vs. 2023).

- *Risikovinklen:* I 2008 lå kernen i kreditrisiko på svagt dokumenterede boli-grelaterede strukturer (illikvide, svære at prisfastsætte). I 2023 var kernen renterisiko på ellers “sikre” papirer (stats-/agencypapirer og MBS) med høj varighed—altså en *markedsrisikocase*.
- *Fundingstrukturen:* 2008 var et run i wholesale funding (repo/ABCP/shadow banking). SVB oplevede et run i *koncentrerede, uforsikrede indlån* med høj deposit beta—funktionelt lige så “runnable” som wholesale funding.
- *Hastighed:* Sociale medier og mobilbank gjorde 2023run’et digitalt og øjeblikkeligt: indskud forsvandt på timer snarere end dage/uger.
- *Kapital og regelværk:* Efter 2008 kom højere og bedre kapital, gearingsloft samt likviditetsstandarder (LCR/NSFR). Det dæmpede de bredt systemiske følger i 2023—men efterlod sårbarheder dér, hvor reglerne var lempeligere og indlånsbasen var koncentreret.

SVB i lyset af varighedsregnskabet. Analysen i tabel 9.3 viser en *lang* aktivside (lange, fastforrentede obligationer) finansieret af *kort* passivside (flygtige, uforsikrede indlån). Sætter man disse profiler ind i (9.8), fås en egenkapitalvarighed V_E på over 50 for SVBcasen—mod omkring 5 for en standard bank. SVB havde således ikke et “kreditproblem” i klassisk forstand, men et *varighedsog fundingproblem*: høj V_A , lav V_P og en gearing, der forstørrede effekten. Bogført kapitalandel så måske acceptabel ud, men økonomisk egenkapital blev eroderet af markedspriserne, og et hurtigt run gjorde tabene effektive.

Marktomarket vs. HTM er ikke en redningsvest. HTM beskytter resultatopgørelsen mod volatilitet, men ikke banken mod økonomisk varighedsrisiko. Når indlån strømmer ud, skal der rejses kontanter nu—og så realiseres kurstab. I 2008 var prisfastsættelsen ofte svær pga. illikviditet; i 2023 var prissignalerne tydelige, fordi papirer var mere likvide og varighedstab lette at aflæse. I begge tilfælde er læringen den samme: regnskabsklassifikation kan ikke neutralisere varighedsmismatch.

Hvad har vi lært?

- *Match varighed og spænd risiko på funding:* Bring V_A tættere på V_P via aktiv- og passivstyring (porteføljevarighed, term funding, hedge). En diversificeret, “sticky” indlånsbase er en *reel* risikoreduktion.
- *Hedge systematisk renterisiko:* Brug swaps/futures til at styre V_A og begrænse V_E i (9.8). Hedging er en forsikring, ikke en P&Ltrade.
- *Se på økonomisk kapital:* Styr efter markedsværdier og stresstests (IRRBB) frem for at lade bogføring drive risikobilledet.
- *Forvent digitale runs:* Indlån med høj deposit beta skal behandles som kortløbende, “runnable” funding i både governance og beredskab.

Konklusion. “Det” skete ikke igen i *samme* form som 2008—men *mekanismen* var den samme: varighedsmismatch + kort funding + tab af tillid. I 2008 var motoren kredit og kompleksitet; i 2023 var motoren renterisiko og digital hastighed. For risikostyring er budskabet krystalklart: hold $V_A - V_P$ i ave, begræns gearing, og styr efter *økonomisk* kapital—ellers kan selv en tilsyneladende solid bank blive væltet på få dage.

9.5 Afrunding

Kapitlet har gennemgået finanskrisens udvikling og eftervirkninger med fokus på både de økonomiske og institutionelle mekanismer. Først blev perioden op til krisen beskrevet: lave renter, stigende bolig- og aktiekurser samt en voldsom vækst i kreditgivningen. Denne udvikling blev forstærket af risikofyldte lånetyper, en stigende andel subprime-lån og en massiv vækst i securitisering og shadow banking.

Dernæst blev det vist, hvordan låntagning og høj gearing gjorde både husholdninger og banker sårbarer. Adam-eksemplet illustrerede, hvordan høj belåning udhuler sikkerhedsmarginer, mens Lehman Brothers demonstrerede, hvordan lav kapitalandel og høj gearing kan gøre selv en stor bank insolvent ved små tab.

Krisens udbrud viste, hvordan stigende renter satte subprime-låntagere under pres, hvorefter misligholdelserne bredte sig til hele det finansielle system via komplekse produkter. Likviditetskrisen og Lehman Brothers’ konkurs udløste panik og et kollaps i tilliden, hvilket førte til en global recession. TED-spreadet illustrerede, hvordan interbankmarkedet frøs til, og realøkonomien blev hårdt ramt.

Eftervirkningerne bestod af massive penge- og finanspolitiske indgreb. Renterne blev sat til nul, centralbankernes balancer eksploderede via QE, og de offentlige

budgetunderskud steg markant. Alligevel kom verdensøkonomien ind på et permanent lavere vækstspor. Reguleringen blev strammet markant gennem Basel III og IV, med fokus på højere og bedre kapital, nye likviditetskrav og gearingslofter for at styrke robustheden.

Afslutningsvis blev spørgsmålet om, hvorvidt en lignende finanskrisse kan ske igen, diskuteret. Casen med Silicon Valley Bank i 2023 viste, at selvom problemerne ikke længere handlede om komplekse CDO'er, var de underliggende mekanismer velkendte: varighedsmismatch, koncentreret funding og tab af tillid. Egenkapitalens varighed blev introduceret som et redskab til at måle sårbarhed, og analysen viste, hvordan gearing kan forstærke forskellen mellem aktiv- og passivvarighed dramatisk. Et digitalt bank run gjorde SVB's situation fatal, selv med en umiddelbart fornuftig kapitalandel.

Samlet set illustrerer kapitlet tre centrale lærdomme: (i) høj gearing og varighedsmismatch gør banker ekstremt sårbare, (ii) tillid er fundamentet i det finansielle system, og (iii) regulering er nødvendig for at dæmpe de systemiske risici, men kan aldrig helt eliminere dem. Finansielle kriser ændrer form, men de grundlæggende mekanismer vender tilbage i nye forklædninger.

Chapter 10

Pengeinstitutters risikostyring

Som beskrevet andre steder i disse noter er det en nødvendig og central del af bankdrift, at pengeinstitutter påtager sig en vis risiko. Kernen er at tage *de rigtige risici* – bevidst og prissat – uden at brænde fingrene. Et hovedeksempel er *kreditrisiko* fra udlån til erhvervs- og privatkunder. Et andet er *likviditetsrisiko*, der opstår, fordi løbetiden på indlån typisk er væsentligt kortere end løbetiden på udlån: banken fungerer som en løbetidstransformator. Det kræver solid risikostyring, så kunderne ikke frygter et *bank run* og tømmer deres indskud, og så udlån prissættes med et afkast, der matcher kundens *givne* kreditværdighed.

Risikotagning er dermed en forudsætning for, at bankerne kan løse deres samfundsopgave: en effektiv *allokering* af kapital fra opsparer til investorer. Når risici tages og prissættes rigtigt, kan både bank og kunder tjene penge. Formålet med risikostyring er derfor ikke at eliminere risici, men at sikre *sund risikotagning* i overensstemmelse med regler og god praksis. Erfaringerne fra finanskrisen i 2008 og Silicon Valley Bank-krakket i 2023 viser, at samfundet forventer, at pengeinstitutter beskytter indskydere og dermed værner om tilliden – selve fundamentet under banksektoren.

I dette kapitel gennemgår vi to af de 4 vigtigste risikofaktorer i finansielle institutioner (banker, realkreditinstitutter, pensionskasser, kapitalforvaltere m.fl.): *kreditrisiko* samt *likviditetsrisiko*. Den tredje – *markeds- og operationel risiko* – behandles ikke her.

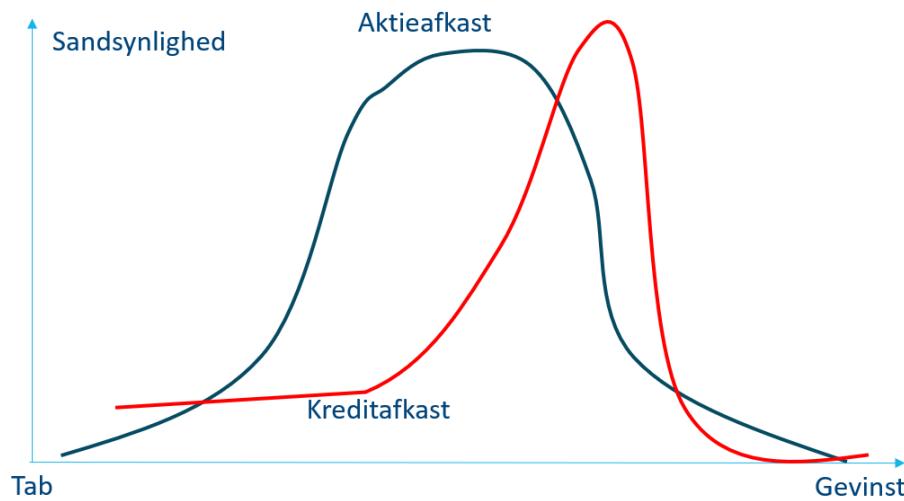
10.1 Kreditrisiko

Kreditrisiko defineres som risikoen for, at en låntager eller modpart ikke kan vedligeholde sine forpligtelser – helt eller delvist. Kreditrisiko skal derfor ses som både sandsynligheden for misligholdelse og størrelsen af det tab, der opstår ved misligholdelse. Risikoen dækker bl.a.:

- Tab på traditionelle udlån
- Tab på stillede garantier
- Tab når lande ikke kan betale deres gæld
- ... og meget mere

I banker og realkreditinstitutter er kreditrisiko langt den største risikofaktor. Der investeres betydelige ressourcer i at opbygge *forsvarsstillinger* – modeller, processer og organisation – der overvåger og begrænser eksponeringen. Det er dyrt: mange medarbejdere, ofte med specialiserede, kvantitative profiler, arbejder netop med at måle, prissætte og styre kreditrisiko. Der findes også andre hovedtyper af risiko (markedsrisiko og operationel risiko), og det er ikke alle finansielle institutioner, hvor kreditrisiko dominerer. I pensionskasser er det f.eks. typisk markedsrisiko, fordi de ikke yder udlån, men derimod foretager *mange* investeringer.

Vigtigheden af at forstå kreditrisiko kan ses i nedenstående figur. Her kontrasteres kredit- og markedsrisiko. Markedsrisiko (tænk aktier) har ofte en mere *symmetrisk* afkastfordeling – afkast kan bevæge sig op og ned med nogenlunde samme sandsynlighed. Kreditrisiko har derimod en *asymmetrisk* profil: det mest sandsynlige udfald er, at kunden betaler som aftalt, og gevinsten for banken er da kun et moderat kreditspænd (den ekstra rente). Men hvis kunden misligholder, mister banken både renter *og* hele eller dele af hovedstolen. Det ses skematisk her:



10.1.1 Systematisk og usystematisk kreditrisiko

På kreditsiden skelner man mellem *systematisk* og *usystematisk* risiko. Systematisk risiko er makroøkonomiske stød, der rammer bredt – f.eks. en recession. Finanskrisen i 2008 er et skoleeksempel: mange banker led store kredittab, fordi et negativt konjunkturstød svækkede både indtjening og finansieringsvilkår. Typisk rammer systematiske stød virksomheder hårdere end husholdninger (lavere efter-spørgsel, strammere finansieringsvilkår mv.), så virksomheder er relativt mere eksponerede for konjunkturen.

Usystematisk risiko er derimod *idiosynkratisk*: virksomhedsspecifikke forhold (skandaler, svag ledelse, regnskabsfusk) eller for husholdninger livsbegivenheder (skilsmisse, sygdom, jobtab). Fordelen er, at usystematisk risiko kan diversificeres væk – både af husholdninger (forsikringer, opsparing, uddannelse) og virksomheder (geografisk spredning, flere leverandører, diversificeret kapitalstruktur).

Systematisk risiko kan *ikke* diversificeres væk: når konjunkturen vender ned, påvirkes de fleste. Figuren viser fordelingen:

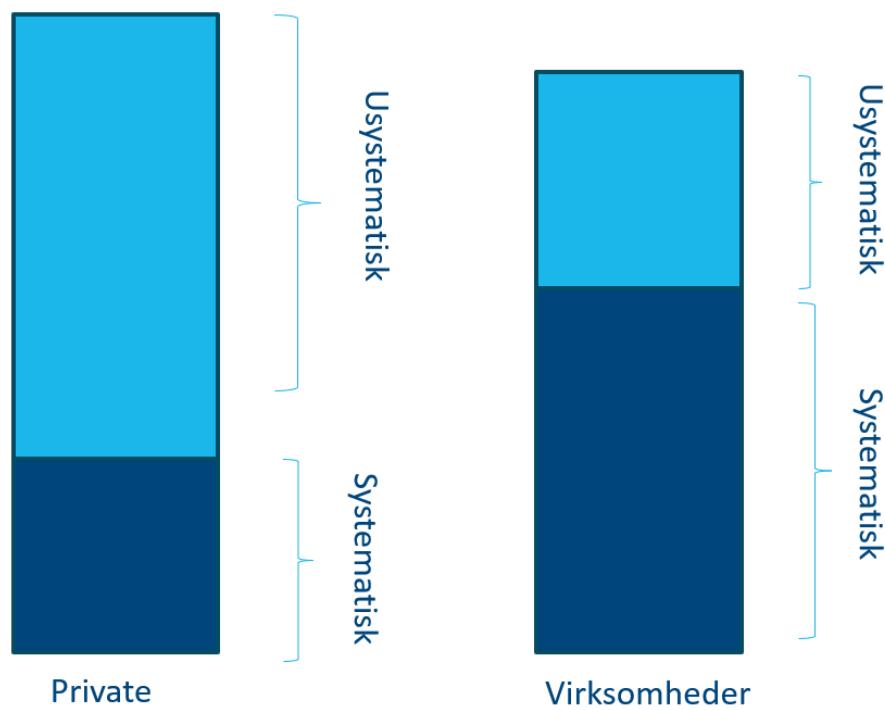


Figure 10.1: Systematisk og usystematisk risiko for private og virksomheder

Den samlede risiko er ofte højere hos husholdninger end hos virksomheder, men *sammensætningen* er forskellig: virksomhedernes risiko er i højere grad systematisk, husholdningernes i højere grad usystematisk.

Set fra bankens stol: Porteføljen består af privat- og erhvervslån. Privatlån (bolig, bil, forbrug) bærer relativt mere usystematisk risiko, som banken kan diversificere på tværs af mange kunder. Ét dårligt udfald rokker ikke porteføljen, hvis de mange andre betaler. Erhvervslån er mere konjunkturfølsomme: når økonomien vender ned, stiger misligholdelser mange steder *samtidigt* – sværere at diversificere.

Konklusionen er vigtig for både måling og prissætning: banker inddeler kunder i *ratingklasser* med tilknyttede PD'er (Probability of Default), netop for at adskille idiosynkratisk fra systematisk risiko og for at kunne pris- og kapitalstyre porteføljen mere præcist.

10.1.2 Probability of Default (PD)

PD er sandsynligheden for, at en låntager misligholder inden for ét år. Store banker estimerer PD på tværs af mange segmenter og grupperer kunder i ratingklasser. Et eksempel:

Probability of Default	Original eksponering	Off-balance eksponering	CCF	Gennemsn. PD	Gennemsn. LGD	Gennemsn. løbetid i år
0,00 til < 0,15	45.059	34.008	50%	0,04%	29,30%	2,2
0,15 til < 0,25	15.653	13.986	48%	0,22%	26,80%	2,3
0,25 til < 0,50	36.589	13.556	48%	0,44%	26,80%	2,2
0,50 til < 0,75	10	10	57%	0,56%	32,50%	2,5
0,75 til < 2,50	15.684	7.091	49%	1,06%	26,60%	2,3
2,50 til < 10,00	1.146	445	50%	4,10%	25,60%	2,5
10,00 til < 100	1.958	895	51%	9,86%	29,60%	2,7
100 (Default)	1.133	244	0%	100,00%	29,00%	2,3
Total	116.844	66.401	49%	1,51%	28,10%	2,3

Table 10.1: Nordeas erhvervkunder opgjort efter AIRB-metoden for 2022

Jo højere ratingklasse, desto lavere PD. PD bruges til:

- **Kreditvurdering:** Hvilke vilkår skal kunden have?
- **Kapitalstyring:** Beregning af *regulatorisk* kapital (lovkrav) og *økonomisk* kapital (bankens interne vurdering).
- **Prissætning:** Et *kredittillæg* oven på referencerenten, der afspejler forventet tab.

Kredittillægget kan skrives som

$$s = \text{PD} \cdot (1 - R), \quad (10.1)$$

hvor s er tillægget, og R er *recovery rate* (genind vindingsgrad) – den andel af eksponeringen, banken forventer at få tilbage ved misligholdelse.

Procedure 10.1: Beregning af kredittillæg for dårlig og god kunde

Eksempel 1: Dårlig kunde. $PD = 15\%$ og $R = 20\%:$

$$s = 0,15 \cdot (1 - 0,20) = 0,12 \Rightarrow 12\%$$

Eksempel 2: God kunde. $PD = 1\%$ og $R = 70\%:$

$$s = 0,01 \cdot (1 - 0,70) = 0,003 \Rightarrow 0,3\%$$

10.1.3 Loss Given Default (LGD) og Recovery Rate

LGD er det forventede tab (i pct.) af eksponeringen ved misligholdelse. Misligholder kunden, taber banken ikke nødvendigvis hele beløbet: via sikkerheder (pant i bolig, aktiver, garantier) og inddrivelse realiseres en *recovery*. Recovery Rate angiver den andel, der *ikke* går tabt, så

$$\text{Recovery Rate} = 1 - \text{LGD}.$$

Kvaliteten og likviditeten af sikkerheder er afgørende: pant i fast ejendom sænker typisk LGD relativt til usikrede lån. Konjunkturen spiller også ind: i højkonjunktur er priser og likviditet bedre (højere recovery, lavere LGD); i lavkonjunktur det modsatte. Det ses illustrativt her:

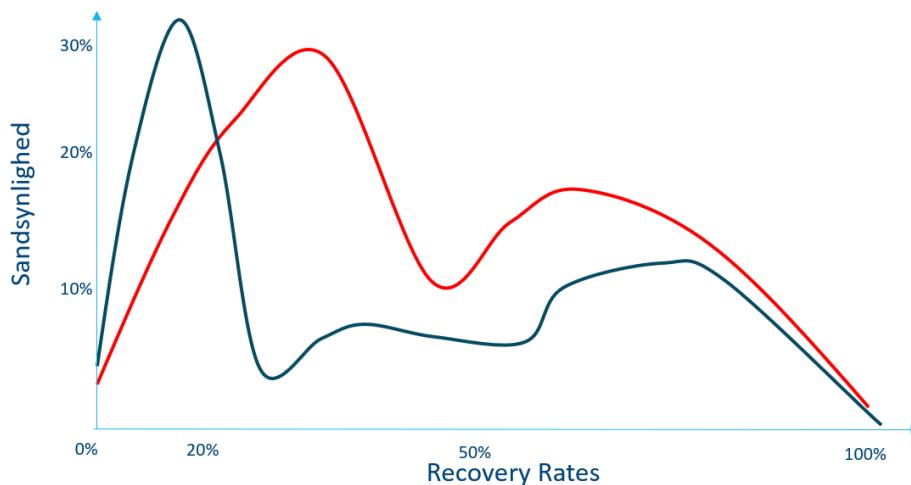


Figure 10.2: Sammenhæng mellem recovery rates og konjunkturforløb

“Bumps” skyldes blandingen af usikrede og sikrede eksponeringer: meget lave recoveries for usikrede lån og højere for velbelalte eksponeringer.

10.1.4 Exposure at Default (EAD)

EAD er den forventede eksponering ved *misligholdelsestidspunktet*. Det omfatter både det udestående og den del af bevilgede, men endnu ikke udnyttede faciliteter, som forventes trukket op til misligholdelse. Antag et lån på 20 mio. kr. med en kassekredit på 10 mio. kr.: kunden kan øge trækket op mod misligholdelse, så EAD overstiger 20 mio. kr. Denne ekstraudnyttelse modelleres via en *konverteringsfaktor* (CF, *Conversion Factor*), som afhænger af kundeadfærd, facilitetstype og konjunkturer. Derfor estimeres CF med data og modeller – igen et specialiseret område i banker.

10.1.5 Worst Case Default Rate (WCDR), forventet tab og uforudset tab

Når banker dimensionerer kapital, sigter de mod at kunne *overleve* sjældne, men hårde år. Et almindeligt pejlemærke er at kunne dække tab på et 99,9%-konfidensniveau over ét år (1 ud af 1.000). Til intern økonomisk kapital kan man vælge et endnu højere niveau, f.eks. AA (ca. 99,97%). Historiske konkursandsynligheder for ratingklasser (S&P, 1981–2021) er:

Table 10.2: Historiske konkursandsynligheder for virksomheder (1981–2021)

Kreditrating	1 år	3 år	5 år	7 år
AAA	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%
AA	0,0%	0,0%	0,4%	0,7%
A	0,0%	0,5%	1,0%	2,0%
BBB	0,5%	2,5%	3,6%	4,5%
BB	2,8%	8,0%	13,5%	16,5%
B	7,0%	16,6%	20,5%	26,6%

I kreditmåling skelner vi mellem *forventet tab* (EL) og *uforudset tab* (UL). EL er det gennemsnitlige tab “i normalvejr”:

$$\text{Forventet tab (EL)} = \text{PD} \times \text{LGD} \times \text{EAD}. \quad (10.2)$$

UL er *ekstra-tabet* i et sjældent, hårdt år, målt via en *Worst Case Default Rate (WCDR)*:

$$\text{Uforudset tab (UL)} = (\text{WCDR} - \text{PD}) \times \text{LGD} \times \text{EAD}. \quad (10.3)$$

Det er UL, der kræver tabsabsorberende kapital. EL er en omkostning, som prissættes ind i kundens rente.

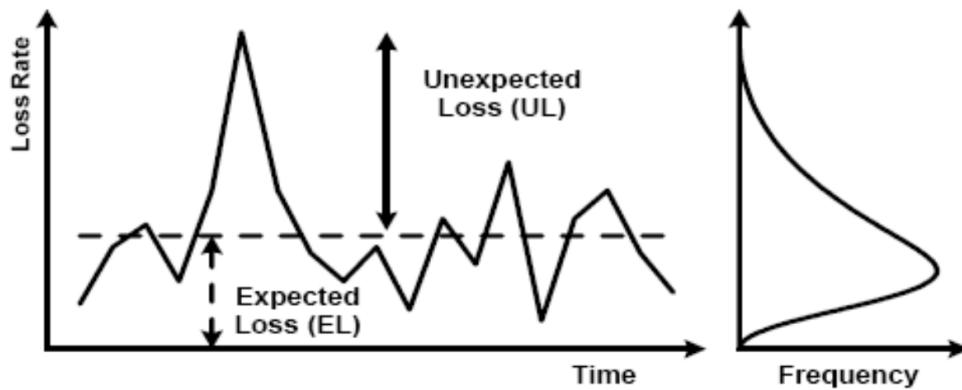


Figure 10.3: Forholdet mellem forventet og uforudset tab

Eksempel 7.1

En bank har udlånt 100 mio. kr. Forskellige faciliteter giver en EAD på 130 mio. kr. PD er 2%, WCDR er 10%, og recovery forventes 40% (LGD = 60%).

$$\text{WCDR} - \text{PD} = 10\% - 2\% = 8\%$$

$$\text{UL} = 8\% \times 60\% \times 130 \text{ mio. kr.} \quad (10.4)$$

$$= 0,08 \times 0,60 \times 130 \quad (10.5)$$

$$= 6,24 \text{ mio. kr.} \quad (10.6)$$

Banken bør altså holde ca. 6,24 mio. kr. i kapital for at dække det *uforudsete* tab i et hårdt år.

Bemærk. Ved at forstå og beregne både EL og UL kan banken prissætte korrekt, styre porteføljen fornuftigt og holde tilstrækkelig kapital – alt sammen for at modstå dårligt vejr uden at miste kursen.

10.1.6 Eksterne ratings

Når man investerer i obligationer, er kreditvurdering central. **Standard & Poor's**, **Moody's** og **Fitch** analyserer udstederes kreditværdighed og tildeler ratings, som bruges bredt – fra stats- og realkreditobligationer til strukturerede produkter (CDO, MBS). Klassisk skelnes mellem *investment grade* (BBB/Baa og bedre) og *speculative grade* (BB/Ba og lavere):

Table 10.3: Oversigt over eksterne ratings fra de tre store ratingbureauer

Moody's	Standard & Poor's	Fitch	Betydning
Aaa	AAA	AAA	Bedste rating
Aa	AA	AA	Meget høj kreditværdighed
A	A	A	Øvre middel kreditværdighed
Baa	BBB	BBB	Nedre middel kreditværdighed
Ba	BB	BB	Spekulativ karakter
B	B	B	Meget spekulativ
Caa	CCC	CCC	Betydelig risiko for konkurs
Ca	CC	CC	Ekstremt spekulativ
C	C	C	Nær konkurs
–	D	D	Konkurs

Hos S&P og Fitch nuanceres med plus/minus; hos Moody's med 1/2/3. Mange investorer er bundet af politikker, der kræver investment grade. Et "fald" fra BBB til BB kan tvinge *salgsflow* og presse prisen.

Ratingbureauerne sigter *gennem cyklussen* (Through-the-Cycle), så ratings skifter ikke konstant med konjunkturen. Ellers ville investorer blive tvunget til at handle unødigd ofte for at overholde rammer.

Kritik af ratingbureauerne

Efter finanskrisen blev ratingbureauerne kritiseret for bl.a.:

- **Cliff risk:** Store, pludselige prisfald i komplekse produkter (CDO/MBS), som ikke var tydeligt reflekteret i ratings.
- **For stor modeltillid:** Overfladisk analyse af komplekse strukturer og for stor tro på modelantagelser.

- **Udsteder-betaler:** Potentiel interessekonflikt, når udstederen betaler for sin egen rating.
- **Ansvarlighed:** Vanskeligt at placere ansvar for tab baseret på fejlvurderede ratings.

10.1.7 Kapitalkrav på udlån (standardmetoden)

Når en bank yder lån, investerer i værdipapirer eller indgår derivataftaler, påtager den sig kreditrisiko. Grundideen i reguleringen er, at de *forventede tab* dækkes af bankens indtjening (renter og kredittillæg), mens de *uforudsete tab* skal kunne dækkes af bankens kapital. Derfor er kapitalkravet i sin kerne et simpelt spørgsmål: hvor stor en *risikovægtet balance* har banken, og hvor meget kapital skal stilles bag?

Ifølge EU's regler skal bankens kapitalgrundlag som minimum udgøre **8% af de risikovægtede aktiver (RWA)**.¹ Det kaldes ofte for *minimumskravet*. Men i praksis stopper reguleringen ikke dér.

Man arbejder med et lagdelt system af krav, der ofte omtales som "søjler":

- **Søjle 1:** Minimumskravet på 8% af RWA. Det er "bundpladen" og gælder alle banker.
- **Søjle 2:** Det individuelle solvensbehov. Her vurderes, om den enkelte bank har særlige risici, der kræver ekstra kapital. Eksempler kan være stor eksponering mod ejendomsmarkedet, høj vækst eller utilstrækkelig risikostyring.
- **Søjle 3:** Krav om gennemsigtighed. Banker skal offentliggøre oplysninger om risici og kapital, så markedet kan vurdere deres robusthed.

Derudover er der indført forskellige *kapitalbuffere*, f.eks. en kapitalbevaringsbuffer, en kontracyklisk buffer og særlige buffere for systemisk vigtige banker (SIFI'er). Disse buffere ligger oven på minimumskravet og fungerer som stødpuder i dårlige tider.

Pointen er: 8% af RWA er kun udgangspunktet. Det faktiske kapitalkrav, som en bank skal leve op til, er ofte væsentligt højere, fordi både sjøle 2-krav og buffere lægges oveni. På den måde sikrer man, at bankerne kan tåle tab uden straks at skulle stoppe udlån eller udbetaling af udbytte.

¹EU-forordning nr. 575/2013 (CRR).

Kapitalgrundlaget – hvad tæller, og hvorfor?

Når vi taler om en banks kapital, er det ikke ét tal, men forskellige lag med forskellig styrke. Man kan tænke på det som tre niveauer, der absorberer tab *oppefra og ned*:

- **Egentlig kernekapital (CET1).** Det stærkeste og vigtigste lag. Det består af aktiekapital og opsparet overskud, fratrukket fx immaterielle aktiver (goodwill) og visse skatteaktiver, som ikke kan bruges til at dække tab. CET1 er det rene, hårde kapitalfundament, der kan tage tab løbende uden at banken går ned. Når myndigheder og investorer kigger på en banks styrke, er det især CET1 de ser på.
- **Hybrid kernekapital (AT1).** Et slags mellemstadie mellem aktiekapital og lån. AT1 udstedes typisk som obligationer, men med meget specielle vilkår: banken kan vælge at springe rentebetalinger over, og hvis kapitalen bliver for lav, kan AT1 skrives ned eller konverteres til aktier. AT1 er altså ikke lige så stærk som CET1, men giver en ekstra stødpude, mens banken stadig er i drift.
- **Supplerende kapital (Tier 2).** Efterstillede lån med lang løbetid (mindst 5 år). De er ikke tænkt til at absorbere tab i den daglige drift, men fungerer som et sikkerhedsnet, hvis banken kommer i alvorlige problemer. Tier 2 kan ikke erstatte CET1, men styrker den samlede robusthed.

Kort sagt: *CET1 er rygraden*, AT1 er en fleksibel støddæmper, og Tier 2 er nødnettet nederst. Reguleringen kræver minimumsniveauer på de enkelte lag (fx mindst 4,5% CET1, 6% samlet kernekapital og 8% total), og hvis en bank rammer under visse buffere, kan den blive tvunget til at holde igen med udbytte og bonusser. Det er derfor ikke kun mængden af kapital, men også *sammensætningen*, der er vigtig.

Standardmetoden: fra eksponering til RWA

I standardmetoden oversættes kreditkvaliteten til *risikovægte* via eksterne ratings (eller faste vægte, hvis der ikke er rating). Selve udregningen er:

$$\text{RWA} = \sum_i (\text{EAD}_i \times \text{risikovægt}_i), \quad \text{Søjle 1-kapitalkrav} = 8\% \times \text{RWA}.$$

EAD er eksponeringen ved misligholdelse (inkl. konverteringsfaktorer for off-balance poster), mens risikovægten fanger den *gennemsnitlige* PD/LGD-risiko

på modparten uden at du selv skal modelberegne PD/LGD (det kræver IRB-metoderne, som vi ikke bruger her).

Table 10.4: Risikovægte for eksponeringer med en ekstern kreditvurdering (uddrag, standardmetoden)

Risikoklasse	1	2	3	4	5	6
Eksempel på rating	AAA-AA-	A+-A-	BBB+-BBB-	BB+-BB-	B+-B-	Under B-
Virksomheder	20%	50%	100/75%	100%	150%	150%
Kreditinstitutter	20%	50/30%	50/30%	100%	100%	150%

Procedure 10.2: *Eksempel på kapitalkrav under standardmetoden*

Eksempel 7.2: B-ratet virksomhed. En bank har ydet et lån på 30 mio. kr. (EAD).

Risikovægt: 150%.

$$\text{RWA} = 30 \cdot 150\% = 45 \text{ mio. kr.}$$

$$\text{Kapitalkrav} = 45 \cdot 8\% = 3,6 \text{ mio. kr.}$$

Fortolkning: Et B-ratet lån kræver, at banken stiller 3,6 mio. kr. i kapital som buffer.

10.2 Likviditetsrisiko

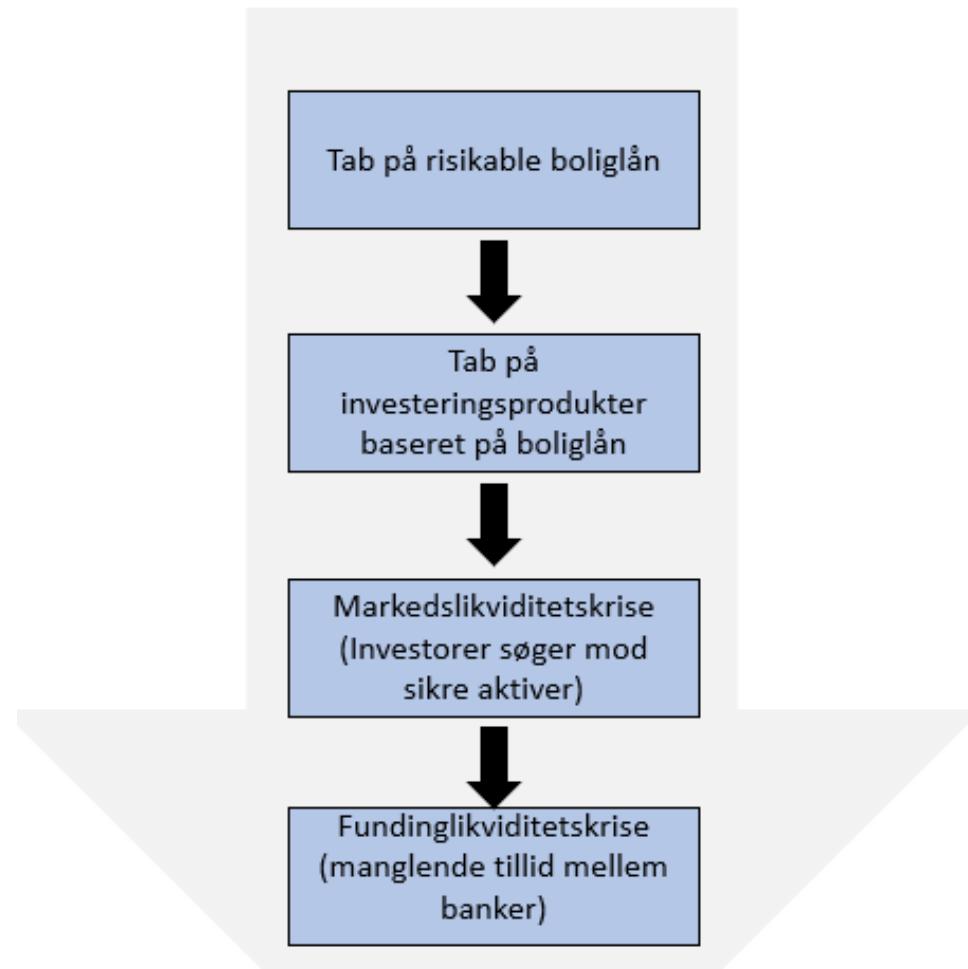
Likviditetsrisiko er risikoen for *ikke* at kunne skaffe kontanter i tide og til en fornuftig pris. Efter finanskrisen 2007–2008 blev det tydeligt, at ellers solide institutter kan komme i klemme, hvis markedet ”fryser” – også selv om der ikke er tale om egentlige tab på udlån eller værdipapirer endnu.

To vinkler på likviditet

Det er nyttigt at skelne mellem to typer:

- **Markedslikviditetsrisiko:** man kan ikke sælge et aktiv hurtigt uden at trykke prisen. Typisk ses det som store *bid–ask-spreads* og tynde ordrebøger.
- **Fundinglikviditetsrisiko:** man kan ikke *låne* eller skaffe kontanter, når forpligtelser forfalder. For banker hænger det sammen med, at de fungerer som *løbetidstransformatorer*: kort funding (indlån/pengemarked) og lange aktiver (udlån).

Begge risici kan forstærke hinanden. Et kursfald og stigende spreads (marked) skaber tvivl om bankens sundhed (funding) – og omvendt.



Likviditetskriser opstår sjældent alene – de triges ofte af kredit- eller markedschok.

Institutspecifik vs. systemisk krise

- **Institutspecifik:** fx store kredittab eller en skandale udløser indlånsudløb og dyr/no funding.
- **Systemisk:** hele markedet søger ”*flight-to-liquidity/quality*” (korte statsobligationer), og flere markeder kan reelt lukke (ABS, efterstillet gæld m.m.). Her kan også *sunde* banker blive ramt.

10.2.1 Regulering: LCR og NSFR – hvad måles der på?

Efter finanskrisen blev to simple, men stærke nøgletal indført:

- **LCR (Liquidity Coverage Ratio):** Har banken nok *højkvalitets-likvide aktiver* til en **30 dages** stressperiode?
- **NSFR (Net Stable Funding Ratio):** Er de **langfristede** aktiver finansieret med *stabil* funding, så der ikke er for stort løbetidsismatch?

LCR – intuitivt. LCR sammenligner i % en *likviditetsbuffer* i tælleren med *forventede nettoudstrømninger* de næste 30 dage i nævneren:

$$\text{LCR} = \frac{\text{HQLA}}{\text{netto udstrømning 30 dage}} \geq 100\%.$$

Tælleren (HQLA) er delt i niveauer:

- **Level 1:** Kontanter/centralbank og statsobligationer (tælles 100%). Visse særligt dækkede obligationer kan – med haircut – indgå i denne gruppe.
- **Level 2A:** ”næstbedste” likvide aktiver (tælles med $\approx 85\%$).
- **Level 2B:** mere cykliske/illikvide aktiver (tælles fx 50–75%).

Der er loft på, hvor meget Level 2 må fylde i bufferen (så *mindst* en stor del skal være Level 1). I dansk praksis anvendes desuden kvoter, der i eksemplerne nedenfor håndhæver, at en væsentlig del skal være *de bedste* Level 1-aktiver (stats-/centralbank).

NSFR – intuitivt. NSFR ser på den *langsigtede* balance:

$$\text{NSFR} = \frac{\text{Tilgængelig stabil funding (ASF)}}{\text{Krævet stabil funding (RSF)}} \geq 100\%.$$

ASF vægter egenkapital og lang funding højst; RSF vægter illikvide/lange aktiver højst. Målet er at undgå at finansiere 30-årige lån med 3-måneders penge.

HQLA i praksis – hurtigt overblik

Table 10.5: HQLA-niveauer og typiske haircuts i LCR (forenklet oversigt)

Niveau	Eksempler	Tælling i buffer
Level 1	Kontanter/centralbank; statsobligationer; særligt dækkede obligationer af høj kvalitet	100% (evt. 93% ved særlige DK-regler)
Level 2A	Dækkede obligationer (AA- til AA+), stærke virksomhed- sobligationer	ca. 85%
Level 2B	Udvalgte indeksaktier; BBB- virksomhedsobligationer m.m.	50–75%

Tre små LCR-eksempler (samme nævner: 250 mio. kr.)

Trin 1 — justér for haircuts.

Vi omregner alle aktiver til "LCR-værdi" med de relevante haircuts/kvoter.

	A	B	C
Statsobligationer (Level 1)	0	100	100
Særligt dækkede obl. (Level 1, 7% haircut)	200 × 0,93 = 186	300 × 0,93 = 279	200 × 0,93 = 186
Level 2A (15% haircut)	50 × 0,85 = 42,5	100 × 0,85 = 85	50 × 0,85 = 42,5
Sum før kvoter	228,5	464	328,5

Trin 2 — anvend kvoter/lofter.

- (i) Mindste andel fra de bedste Level 1-aktiver (stats/centralbank) og
(ii) loft for Level 2, så Level 1 samlet udgør en stor andel af bufferen.

	A	B	C
Tilladt HQLA efter kvoter	0	333,3	328,5

Trin 3 — beregn LCR.

Nævneren (netto udstrømning 30 dage) er i alle tre eksempler 250 mio. kr.

$$\text{LCR}_A = 0/250 = 0\%, \quad \text{LCR}_B = 333,3/250 = 133\%, \quad \text{LCR}_C = 328,5/250 = 131\%.$$

Intuition: Case A falder på, at der *slet ikke* er de bedste Level 1-aktiver. Case B/C består – men B ”spilder” buffer pga. kvoter, fordi statsandelen er for lille i den samlede mix.

10.2.2 Markedslikviditet: mål og ”pris for at komme ud”

Et praktisk mål for likviditet er *bid-ask-spændet*. Man kan omsætte spændet til en årlig ”likviditetspræmie” – altså hvor meget ekstra afkast, der kompenserer for, at man *ikke* kan handle til midt-kurs:

$$\text{Likviditetspræmie} = \frac{S_b - S_s}{H \cdot P}, \quad (10.7)$$

hvor S_b er spread på det illikvide papir, S_s spread på et tilsvarende likvidt papir, H investeringshorisonten (år) og P gennemsnitskurserne.

Bemærk: Spreads *udvider sig* i stress, så den reelle omkostning kan blive markant højere – det er netop kernen i markedslikviditetsrisiko.

10.3 Afrunding

Kapitlet har belyst, hvorfor risikotagning er en forudsætning for bankdrift – og hvorfor *sund risikostyring* er afgørende for at fastholde tilliden. Vi tog afsæt i, at banken både fungerer som kreditformidler og løbetidstransformator. Det indebærer, at målet ikke er at fjerne risiko, men at vælge de *rigtige* risici, prissætte dem korrekt og bære passende kapital- og likviditetsbuffere.

På kreditsiden viste vi, at tabssymmetrien er skæv: de fleste kunder betaler som aftalt, mens misligholdelse giver store, diskrete tab. Skellet mellem *systematisk*

Procedure 10.3: *Hvad koster illikviditet?*

Opsætning. En virksomhedsobligation købes til kurs 95 med *bid-ask* 94–95 (spread = 1). Et tilsvarende, meget likvidt papir har spread = 0,10. Horisont $H = 0,5$ år og $P \approx 100$.

Trin 1 — spreadforskel.

$$\Delta S = 1 - 0,10 = 0,90.$$

Trin 2 — likviditetspræmien.

$$\text{Likviditetspræmie} = \frac{\Delta S}{H \cdot P} = \frac{0,90}{0,5 \cdot 100} = 1,8\%.$$

Trin 3 — ”skjult” kroneomkostning.

$$\frac{\Delta S}{\text{pris (illikvid)}} = \frac{0,90}{94,5} \approx 0,95\% \quad \text{af investeret beløb.}$$

Fortolkning. Den illikvide obligation kræver ca. 1,8% ekstra i årlig kompenstation og koster omrent 0,95% i handel/realisation relativt til et meget likvidt papir.

(konjunktur) og *usystematisk* (idiosynkratisk) risiko forklarer, hvorfor diversifikation virker bedre på privat- end erhvervsporteføljer, og hvorfor brede nedture er svære at sprede væk. Vi introducerede PD, LGD og EAD (med konverteringsfaktorer) som de operationelle byggesten under både prissætning og kapital. I den logik er *forventet tab* noget, der skal indtjenes via kredittillæg, mens *uforudset tab* dimensioneres via WCDR og dækkes af tabsabsorberende kapital. Eksterne ratings og standardmetoden oversætter kreditkvalitet til risikovægte og dermed til RWA og kapitalkrav, mens selve kapitalgrundlaget (CET1, AT1, Tier 2) bestemmer, hvor meget og *hvor stærk* buffer banken faktisk har.

På likviditetssiden adskilte vi *markedslikviditet* (kan man handle uden at flytte prisen?) fra *fundinglikviditet* (kan man skaffe kontanter i tide?). LCR måler den kortsigtede modstandskraft gennem en HQLA-buffer til 30 dage, mens NSFR adresserer det langsigtede løbetidsmatch mellem aktiver og funding. Eksemplerne viste, at ikke bare *størrelsen*, men *sammensætningen* af HQLA er udslagsgivende: kvoter og haircuts betyder, at kun de bedste Level 1-aktiver fuldt ud bærer i stress.

Dertil kommer, at markedslikviditet og fundinglikviditet kan forstærke hinanden, så små chok kan blive til store problemer, hvis tilliden skrider.

Samlet set peger kapitlet på tre hovedlærdomme: (i) Kreditrisiko er den dominerende risikotype i banker og skal måles og prissættes konsistent via PD–LGD–EAD, hvor forventede tab prises ind, og uforudsete tab kræver kapital. (ii) Likviditetsstyring er lige så central som kapital – LCR/NSFR og kvaliteten af HQLA afgør, om man kan ride en stressperiode af uden at udhule forretningen. (iii) Diversifikation og modeller rækker et godt stykke, men kan ikke eliminere *systematiske* stød; derfor er robust kapital- og likviditetsopbygning, klare rammer og løbende overvågning nødvendige for at beskytte indskydere og bevare den tillid, som hele sektoren hviler på.

Bibliography

- Choudhry, M. (2008). *Analyzing and Interpreting the Yield Curve*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Christensen, M. (2005). *Obligationsinvestering: Teori og praktisk anvendelse*". Djøf Forlag, 6 edition.
- Just, J. A. (2024). *Finansiel risikostyring*. Djøf, 4 edition.
- Rom, N. (2025). *Callable Mortgage Bonds*. Springer Nature Switzerland.
- Tanggaard, C. (2024). *Finansielle instrumenter og deres markeder*. Djøf Forlag.