



Assignment2

课程： 算法设计与分析

姓名： 雷翔

学号： 2053932

时间： 2023 年 4 月

Q1. 请估计一下，对于一个包含 1000000 个元素的有序数组进行成功查找，折半查找比顺序查找平均快多少倍？

Ans. 前提：成功查找

顺序查找的平均查找长度：

$$ASL_1 = \frac{1 + 2 + \cdots + n}{2} = \frac{n + 1}{2} = 500000.5$$

折半查找的平均查找长度：

$$ASL_2 = \lfloor \log_2 n \rfloor + 1 = \lfloor \log_2 1000000 \rfloor + 1 = 20$$

折半查找比顺序查找平均快 $500000.5/20 = 25000.025$ 倍

Q2. N 个士兵组成的小分队必须越过一条又深又宽又没有桥的河。他们注意到在岸旁有两个 12 岁大的小男孩在玩划艇。然而船非常小，只能容纳两个男孩或者一名士兵。怎样才能让士兵渡过河并且留下两个男孩共同操纵这条船？这条船要在岸与岸之间渡多少次？

Ans. 符号说明：

C_i : 第 i 个孩子

S_j : 第 j 个士兵

首先考虑只有一个士兵的情况，两个孩子首先把船划到对岸，再由其中一个孩子把船划回来，士兵再把船划到对岸，再对岸的孩子把船划回来，所以让一个士兵渡过河需要 4 次。

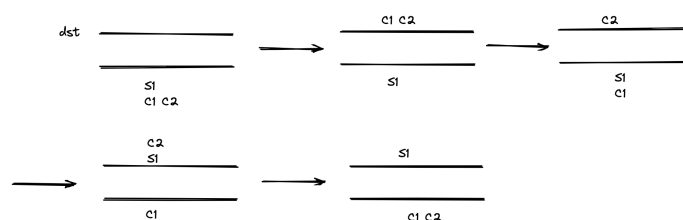


图 1: 一个士兵渡河

每多一个士兵，其实就相当于让船多跑四次。

记 $F(n)$ 为 N 个士兵渡河需要的次数，那么

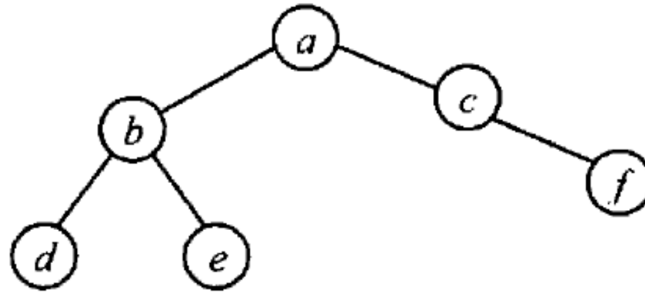
$$F(n) = \begin{cases} 4 & n = 1 \\ F(n-1) + 4 & n > 1 \end{cases} \quad (1)$$

综上， $F(n) = 4n, n \geq 1$

Q3. 遍历下面的二叉树，写出遍历顺序 (如:abcdef、fedcba):

a. 用前序法 b. 用中序法 c. 用后序法

Ans.



前序: a b d e c f

中序: d b e a c f

后序: d e b f c a

Q4. 对于下面的每个列表，从一棵空树开始，通过连续插入它们的元素来构造一棵 AVL 树：

a. 1,2,3,4,5,6

b. 6,5,4,3,2,1

c. 3,6,5,1,2,4

Ans.

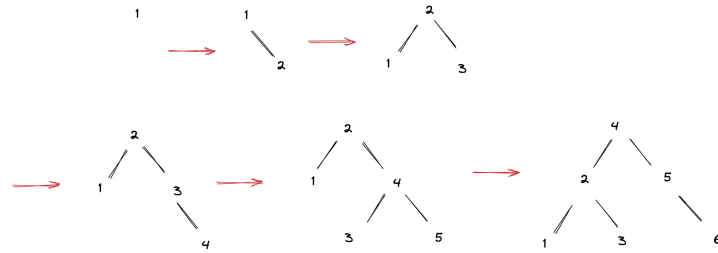


图 2: a

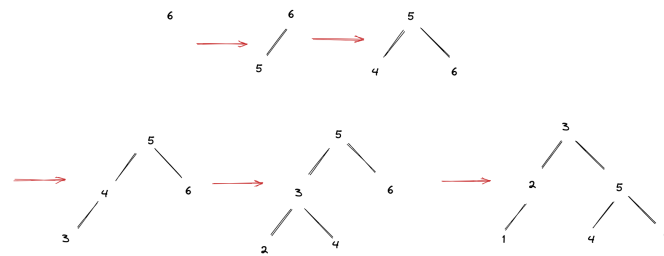


图 3: b

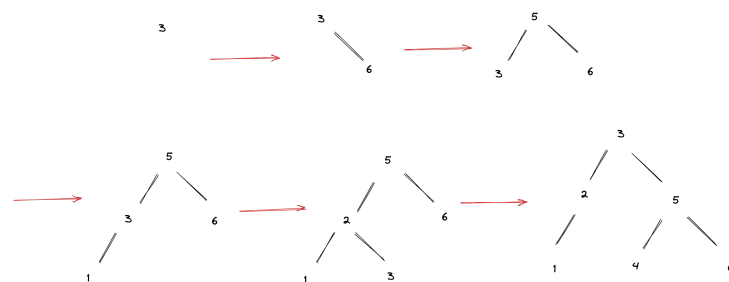


图 4: c

Q5. 吃醋的丈夫谜题有 n 对夫妇要越过一条河。他们有一条船，但一次最多只能载两个人。为了使情况复杂化，我们假设所有的丈夫都爱吃醋，因此在过河的全过程中，即使有他人在场，但如果没有本人的陪伴，丈夫也不会允许妻子和其他妻子的丈夫在河的同岸上。在这种约束下，他们能越过河去吗？

a. 对于 $n=2$ 的情况，求过河的次数

b. 对于 $n=3$ 的情况，求过河的次数

c. 对于任何 $n \geq 4$ 的情况，这个问题有解吗？如果有，请指出他们一共要过多少次河；如果无解，请解释原因。

Ans. 符号说明：

A_i : 第 i 对夫妻中的丈夫

B_i : 第 i 对夫妻中的妻子

n 对夫妻要从过河，即从下图中两条直线左侧移动到右侧

a. 过河次数如下图所示：

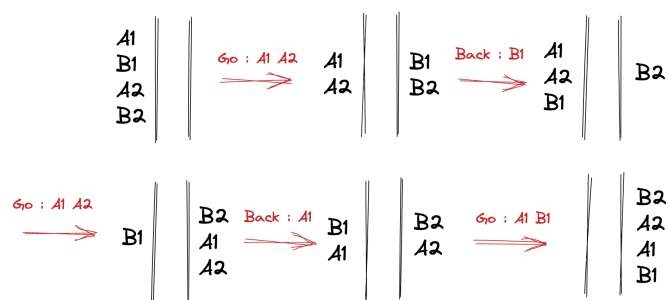


图 5: $n=2$ 时的过河次数

根据图示，过河次数为 5 次。

b. 过河次数如下图所示：

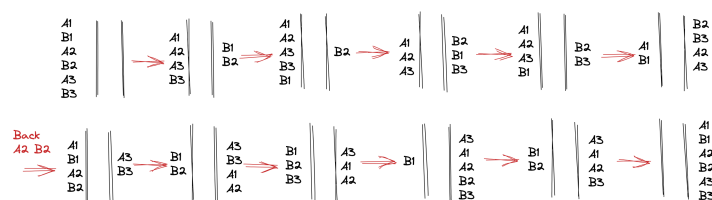


图 6: $n=3$ 时的过河次数

根据图示，过河次数为 11 次。

c. 无解

n 对夫妻过河的方法：先让所有妻子过河，再让丈夫一个接一个过河。

通过穷举法尝试，当 4 对夫妻过河时，会陷入循环，不会产生新的状态，因此无解。