FEMT有限元教学程序阅读说明

孙逸霄

　　FEMT有限元教学程序是多物理场有限元分析程序（MFA）的简化版本，是工程力学专业必修课《计算力学基础》的有限元部分以及固体力学方向选修课《计算固体力学》的配套辅助教学程序，旨在为学习有限元知识的同学打下一定的有限元程序实现基础。

FEMT采用了适合现代计算机技术状况的数据结构，利用了最新标准的Fortran语言提供的强大功能。更为重要的是，整个程序为完全模块化设计，可以灵活扩展。

经过简化后，FEMT的初始功能仅能够求解简单的平面弹性力学问题，可用单元包括3、6节点三角形单元与4、8节点四边形单元。在两个学期的学习过程中，经过平时作业与大作业的训练，程序将逐步拓展并可能具备求解以下问题中一部分的功能：三维空间弹性力学问题、轴对称问题、热应力问题、线性振动问题、梁弯曲问题、薄板弯曲问题等。可用的单元类型也会逐步拓展至10余种。

由于FEMT包含大量的文件与程序代码，给初学者的阅读造成了一定的挑战性，故对程序结构进行简要的梳理，简单说明阅读顺序与各部分的主要内容，以方便学习。

1. Modules（模块部分）:

这一部分包含两个模块，这两个模块独立于程序的整个流程，但在程序中随时进行调用。由于其中包含整个程序执行中的大量常用基本信息，所以应在整个程序流程之前进行阅读。

（1）Modules / BASIC\_DATA

功能：定义全局常量、基本变量类型、全局变量和常用子程序。

主要内容包括以下四部分：

（i）声明全局常量，包括整数、实数、字符串等类型、单元种类个数、高斯积分点的位置和权重等；

（ii） 定义基本的变量类型，包括材料、几何、高斯积分点、单元、单元性质等；

（iii）声明全局变量，包括基本变量的数量及其相应的存储数组，以及文件句柄等；

（iv）定义常用的子程序，包括单元相等的判断、对字符串空格的处理、文件的读取、数字与字符的转换以及运行出错的判断等。

（2）Modules / SOLUTION\_DATA

功能：定义求解过程中所需要的基本变量。

调用模块BASIC\_DATA，在其基础上进一步拓展求解过程中所需的其它变量。

主要内容包括以下两部分：

（i） 定义求解过程中的变量类型，包括求解问题类型、链表节点、链表表头、节点到自由度的映射、节点取值、节点边界条件、线力边界条件等；

（ii）声明全局变量，包括求解问题类型、求解变量的数量、边界条件的数量及其相应的存储数组，以及统计求解时间的工具等。

1. Main（主程序部分）:

这部分是程序的主体，整个程序在主程序的调用下得以完整运行。

（1）Main / FEMT

功能：这是有限元教学程序的主程序。

依次调用INITIATE、SOLVER\_MANAGER、SUMMARY。其意为依次执行准备、求解、结束这三部分即可完成有限元分析工作，这也是求解任何复杂问题的基本步骤。

1. Initiation（初始化部分）

这部分是在有限元求解前所需进行的必要初始化工作，包括分配内存、从输入文件中进行信息读取以及计算必要的形函数等。程序结构可按照调用的顺序进行阅读。

（1）Main / INITIATION / INITIATE

　　功能：为程序的进一步进行做一定准备。

　　调用模块SOLUTION\_DATA，这一部分程序已阅读过了，此后调用均不再赘述。

主要内容包括：读入项目文件名、启动系统计时、查询两种只读文件（ctr. & bnd.）、建立两种写入文件（log. & out.）、建立单元刚度矩阵和总体刚度矩阵的写入文件（程序运行结束后自动删除）、读入ctr.文件中的基本信息、读取求解问题类型、读取问题的各个参数等。

调用INIT\_ELE\_LIB、CHECK\_DATA、INIT\_SOLUTION，分别用于进行单元信息初始化、对读入的基本信息检查以及进行求解变量初始化。

调用READ\_XYZ、READ\_ELEMENTS、READ\_MATERIALS、READ\_GEOMETRIES四个子程序来进行读取问题的参数，包括读入文件中的节点坐标、单元、材料、几何信息。

（2）Main / INITIATION / INIT\_ELE\_LIB

　　功能：初始化单元信息。

　　调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为给每一种单元匹配相应的单元名称、单元节点个数*N*、高斯积分点个数、节点位移自由度数、单元刚度阵上三角部分元素个数（*n* = *N*(2*N*+1)）。程序中每扩展一种单元，判断就多一种情况。

调用INIT\_INTEGRATION、INIT\_SHAPE，用以对每一种单元进行高斯积分点的初始化以及形函数的初始化。

（3）Main / INITIATION / INIT\_INTEGRATION

　　功能：初始化高斯积分点。

　　调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为给高斯积分点数组分配内存、对给定的单元类型匹配相应的高斯积分点的位置与每高斯积分点上的权重。

（4）Main / INITIATION / INIT\_SHAPE

　　功能：初始化形函数。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为给形函数数组分配内存、对给定的单元类型调用相应子程序以匹配相应的形函数。（对于平面弹性力学问题，默认为二维形函数对于梁单元、空间单元则需分别添加一维、三维的形函数子程序）。

调用SHAPE\_2D，用以产生二维单元的形函数及其导数。

（5）Main / INITIATION / SHAPE\_2D

　　功能：生成二维单元的形函数及其导数。

　　调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为生成二维单元相应的形函数。其中3，6节点的形函数由面积坐标直接给出；4，8节点的形函数由构造变节点单元的方法给出。各种形函数对两个坐标的偏导数基于已经给出的形函数通过求导类似给出。

在添加9节点单元的形函数及其导数后，此子程序适用于一切二维单元，包括平面单元、轴对称环状单元、平板单元等。

（6）Main / READ / READ\_XYZ

功能：从输入文件中读取节点坐标

调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为检查节点个数并给坐标数组分配内存、判断节点编号是否有效、并读入节点坐标。

（7）Main / READ / READ\_ELEMENTS

功能：从输入文件中读取单元信息

调用模块BASIC\_DATA。

主要内容包括以下五部分：

（i）检查单元个数并给单元信息数组分配内存；

（ii）读入单元类型并为其编号，对全部单元还是只有一部分单元属于该类型加以判断；

（iii）给单元节点数组分配内存并读入单元节点；

（iv）读入单元材料，对全部单元还是只有一部分单元使用该材料加以判断；

（v）读入单元几何性质，对全部单元还是只有一部分单元具有该几何性质加以判断。

（8）Main / READ / READ\_MATERIALS

功能：从输入文件中读取材料信息

调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为检查材料个数并给材料数组分配内存、读入材料数量和种类、读入材料常数（各向同性材料包括弹性材料*E*、泊松比*ν*）。

（9）Main / READ / READ\_GEOMETRIES

功能：从输入文件中读取几何信息

调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为检查几何性质个数并给几何数组分配内存、读入几何性质数量和种类、读入几何参数（平面单元仅包括厚度*t*）。

（10）Main / INITIATION / CHECK\_DATA

功能：对读入的基本信息进行检查。

调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为查找是否存在相同节点、不属于单元的节点、单元内重复节点、相同单元，检查单元总数、材料种类总数、几何性质总数是否一致，并在读入信息存在错误时进行报错总结。

（11）Main / INITIATION / INIT\_SOLUTION

功能：初始化求解过程中所需的变量。

调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对不同的有限元问题类型调用相应的初始化文件、调用线分布载荷计算过程中所需的形函数及其导数的计算子程序。

调用INIT\_MECHANICAL、LOAD\_SHAPE，分别用以对力学有限元问题所需变量进行初始化、计算在线分布载荷计算过程中所需的形函数及其导数。

（12）Main / INITIATION / INIT\_MECHANICAL

　　功能：初始化力学有限元问题所需变量。

调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为给节点位移自由度分配内存、为每一节点匹配相应的自由度数、为每一节点记录相应的位移方程个数；给节点位移、应变和应力分配内存，判断单元的最大应变分量个数并给节点的应变、应力取值分配内存；给高斯积分点上的应变、应力以及单元载荷向量分配内存。

（13）Main / INITIATION / LOAD\_SHAPE

功能：计算在线分布载荷计算过程中所需的形函数及其导数。

调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为计算一维情况下高斯积分点数为2或3时的形函数及其导数。

1. Solution（有限元求解部分）

这是整个程序最重要的部分。在完成了初始化工作的基础上，包括了有限元问题求解的核心步骤，包括根据读入的参数通过有限元格式计算相应的单元刚度阵与单元载荷向量、组集并生成线性代数方程组、求解方程组、计算所需的应变与应力以及输出结果等。

（1）Main / SOLVER\_MANAGER

　　功能：根据链表的指示分别执行不同的求解分支。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为读取链表信息，依据读取到的链表信息分别计算刚度、获得边界条件、计算节点载荷向量、求解线性代数方程组、计算应变、计算应力、输出结果，最后清除链表信息完成求解。

调用READ\_INSTRUCTION、CLEAR\_INSTRUCTION分别用以读取链表信息以及在求解完成后清除链表信息。

调用STIFFINESS、BOUNDARY\_CODITION、GET\_FORCE、SOLVE、GET\_STRAIN、GET\_STRESS、OUTPUT分别用以根据链表信息执行不同的求解分支。

（2）Main / READ / READ\_INSTRUCTION

　　功能：在一个求解分析步内读取链表信息。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为依次读入求解信息部分的各行指令，直至求解部分结束；对于有子选项的指令，读入其子选项（如刚度指令包括平面应力、平面应变两个子选项；求解指令包括力学物理场、静态问题、采用消元法直接求解等一系列下属子选项；应力指令包括节点应力、积分点应力两个第一子选项和平面应力、平面应变两个第二子选项；输出指令按照所需要输出的物理量作为子选项）；将每个指令作为节点创建指令链表等。

在链表序列的指引下，此后的有限元求解部分程序可分为以下七个主要部分：

I、Stiffiness（刚度矩阵部分）

（3）Mechanics / STIFFINESS / STIFFINESS

　　功能：对不同的单元分别计算其单元刚度矩阵。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对于已知的四种平面单元，计算其平面单元的刚度矩阵。

调用STIFFINESS\_PLANE计算平面单元的刚度矩阵。当单元种类增加时，也需要编写相应的单元刚度矩阵计算子程序。

（4）Mechanics / STIFFINESS / STIFFINESS\_PLANE

　　功能：计算3、4、6、8节点平面单元的单元刚度矩阵。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为读取单元节点坐标、调用材料弹性矩阵、对等参元进行等参变换、根据有限元格式在高斯积分点上进行积分计算单元刚度矩阵、将上三角部分存储进向量当中。

调用MATERIAL\_PLANE给出平面单元的材料弹性矩阵。

（5）Mechanics / STIFFINESS / MATERIAL\_PLANE

　　功能：计算二维平面单元的弹性矩阵。

　　调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为提取材料常数（各向同性材料包括弹性材料*E*、泊松比*ν*）、判断平面应力或平面应变、计算材料弹性矩阵。

II、Boundary（边界条件部分）

（6）Boundary / BOUNDARY\_CONDITION

　　功能：读入文件中边界条件的入口。

　　调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为对给定的力、位移边界条件分别调用相应的读取程序。

调用BOUNDARY\_FORCE、BOUNDARY\_DISPLACEMENT分别读取力边界条件和位移边界条件。

（7）Boundary / BOUNDARY\_FORCE

　　功能：读入文件中力边界条件的入口。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对节点载荷、线分布载荷边界条件分别调用相应的读取程序。

调用READ\_NODAL\_FORCE、READ\_LINE\_FORCE分别读取节点载荷边界条件和线分布载荷边界条件。

（8）Boundary / READ\_NODAL\_FORCE

　　功能：读入给定的节点载荷。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为记录施加节点载荷的节点个数、读入节点载荷的取值、判断节点载荷方向、将给定的节点载荷方向和大小存储到节点载荷数组中。

（9）Boundary / READ\_LINE\_FORCE

　　功能：读入给定的线分布载荷。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为读入施加线分布载荷的单元个数、判断单元节点个数、读入边上节点与载荷方向、将不同方向的载荷存储到相应的向量分量中。

（10）Boundary / BOUNDARY\_DISPLACEMENT

功能：读入文件中位移边界条件的入口。

调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对给定的边界位移调用相应的读取程序。

调用READ\_DISPLACEMENT读取给定的节点位移边界条件。

（11）Boundary / READ\_DISPLACEMENT

　　功能：读入给定的节点载荷。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为记录给定位移的节点个数、读入节点位移的取值、判断位移种类与方向、将给定的节点位移方向和大小存储到位移数组中。

III、Force（载荷向量部分）

（12）Force / GET\_FORCE

　　功能：对不同的单元分别计算其单元载荷向量。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对于已知的四种平面单元，根据其每条边上不同的节点个数，分别调用其线分布载荷向量的计算程序；此后组集给定的节点载荷边界条件，与已有单元载荷向量相加形成完整的单元载荷向量。

调用LINE\_FORCE\_PLANE计算当平面单元受线分布载荷作用时的单元载荷向量。当单元数量增加并导致载荷形式改变时，也需要编写相应的单元载荷向量计算子程序。

（13）Force / LINE\_FORCE\_PLANE

　　功能：计算线分布载荷作用下的平面单元的单元载荷向量。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为读取施加分布载荷的线上节点坐标、提取单元几何参数、计算线分布载荷在自然坐标系下的切向和法向分量、计算高斯积分点上沿坐标轴方向的载荷分量、根据每条边上不同的节点个数在高斯积分点上进行积分求得单元载荷向量。

IV、Solver（线性代数方程组求解部分）

（14）Solver / SOLVE

　　功能：对不同的有限元问题分别进行分析求解。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对不同的物理场（力学、热学、耦合等）下，不同的有限元问题类型（静态、动态、模态、屈曲等）。初始情况只具备用直接消元法求解力学静态问题的功能。

调用SOLVE\_MECH\_STATIC\_DIR，以采用直接消元法求解力学静态问题。

（15）Solver / SOLVE\_MECH\_STATIC\_DIR

　　功能：采用变带宽高斯消元法求解静态力学问题。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为组集总体刚度矩阵、通过对角元素乘大数法（1.0×1030）引入位移边界条件、采用三角分解法求解方程组得到节点位移。

调用ASSEMBLE\_STIFFINESS、CHOLESCKEY分别进行总体刚度矩阵的组集、进行Cholesckey三角分解。

（16）Solver / ASSEMBLE\_STIFFINESS

　　功能：将单元刚度矩阵组集为总体刚度矩阵（稀疏、变带宽）。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为查找与每一节点相邻的最小节点编号、根据带宽存储对角向量、给总体刚度矩阵分配内存、对每一单元读取单元刚度矩阵、检查组集而成的总体刚度矩阵是否满足主元恒正条件。

（17）Solver / CHOLESCKEY

　　功能：采用Cholesckey法对总体刚度矩阵进行三角分解。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为按照Cholesckey三角分解法的算法将方程组的系数矩阵按列分解得到上三角矩阵、进行回代得到节点位移的解答。

（18）Solver / INV

　　功能：求给定矩阵的逆矩阵。

　　调用模块BASIC\_DATA。

主要内容为寻找矩阵每行的最大元素、判断矩阵是否奇异、通过初等变换将最大元素置换为主元、用Gauss消元法进行消去、再做初等变换的逆变换从而实现矩阵求逆。

注：此子程序在STRAIN\_NODAL\_RECTANGLE、 STRAIN\_NODAL\_RECTANGLE中才进行调用。

V、Strain（应变计算部分）

（19）Mechanics / STRAIN / GET\_STRAIN

　　功能：计算高斯积分点上或节点上的应变。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对不同类型的单元计算高斯积分点上的应变、在需要节点应变时对三角形和四边形单元分别计算节点上的应变、并将计算得到的节点应变在邻近单元上进行平均。

调用STRAIN\_GAUSS\_PLANE计算平面单元高斯积分点上的应变；

分别调用STRAIN\_NODAL\_TRIANGLE、STRAIN\_NODAL\_RECTANGLE计算三角形和四边形单元节点上的应变。

（20）Mechanics / STRAIN / STRAIN\_GAUSS\_PLANE

　　功能：计算3、4、6、8节点平面单元高斯积分点上的应变。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为提取单元类型、读取单元的节点坐标和已经算得的位移、通过等参变换计算形函数对坐标的导数、计算应变矩阵***B***、计算高斯积分点上的应变值。

（21）Mechanics / STRAIN / STRAIN\_NODAL\_TRIANGLE

　　功能：计算3、6节点三角形单元节点上的应变。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为计算3节点三角形单元角节点上的常应变、根据高斯积分点上的应变外推得到节点上的应变、计算6节点三角形单元边中节点上线性分布的应变、存储整体节点应变向量。

（22）Mechanics / STRAIN / STRAIN\_NODAL\_RECTANGLE

　　功能：计算4、8节点四边形单元节点上的应变。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为提取单元类型、构造形函数与自身转置乘积的平方矩阵以及形函数与高斯积分点应变乘积的右手矢量、采用单元磨平法进行磨平得到单元节点上的应变、存储整体节点应变向量。

调用INV对形函数与自身转置乘积的平方矩阵求逆以进行单元应变磨平。

VI、Stress（应力计算部分）

（23）Mechanics / STRESS / GET\_STRESS

　　功能：计算高斯积分点上或节点上的应力。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对不同类型的单元计算高斯积分点上的应力、在需要节点应力时对三角形和四边形单元分别计算节点上的应力、并将计算得到的节点应力在邻近单元上进行平均。

调用STRESS\_GAUSS\_PLANE计算平面单元高斯积分点上的应力；

分别调用STRESS\_NODAL\_TRIANGLE、STRESS\_NODAL\_RECTANGLE计算三角形和四边形单元节点上的应力。

（24）Mechanics / STRESS / STRESS \_GAUSS\_PLANE

　　功能：计算3、4、6、8节点平面单元高斯积分点上的应力。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为调用材料弹性矩阵、通过弹性矩阵与高斯积分点上应变向量的乘积计算高斯积分点上的应力值。

（25）Mechanics / STRESS / STRESS \_NODAL\_TRIANGLE

　　功能：计算3、6节点三角形单元节点上的应力。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为调用材料弹性矩阵、计算3节点三角形单元角节点上的常应力、根据高斯积分点上的应力外推得到节点上的应力、计算6节点三角形单元边中节点上线性分布的应力、存储整体节点应力向量。

（26）Mechanics / STRESS / STRESS \_NODAL\_RECTANGLE

　　功能：计算4、8节点四边形单元节点上的应力。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为调用材料弹性矩阵、提取单元类型、构造形函数与自身转置乘积的平方矩阵以及形函数与高斯积分点应变乘积的右手矢量、采用单元磨平法进行磨平得到单元节点上的应变、将弹性矩阵与其乘积得到并存储整体节点应力向量。

调用INV对形函数与自身转置乘积的平方矩阵求逆以进行单元应力磨平。

VII、Output（结果输出部分）

（27）Main / OUTPUT

　　功能：在输出文件中写入计算结果。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为对位移、节点应变、节点应力三类输出变量进行判断、算出相应的等效应变和等效应力、按照相应的格式输出所需输出的变量。

至此，七个部分的任务全部完成，接下来的收尾工作就是清除用以指引的链表信息。

（28）Main / CLEAR\_INSTRUCTION

　　功能：在一个求解分析步结束后清除链表信息。

　　调用模块SOLUTION\_DATA。

主要内容为在当前链表表头被分配了内存的前提下时刻释放其内存，使得整个链表内容所占据的内存得以全部释放，从而实现链表信息的清除。

1. Summary（总结部分）

这部分是进行整个程序的收尾工作，包括释放全部内存以及输出时间统计信息等。

（1）Main / SUMMARY

　　功能：释放全部内存以及输出时间统计信息。

　　调用模块SOLUTION\_DATA、外部扩展模块IFPORT。

主要内容为获得程序运行结束的日期时间以及系统时钟、输出求解过程中的时间统计信息、释放模块BASIC\_DATA与SOLUTION\_DATA中的全部全局变量的内存。

至此，FEMT程序原始代码的运行流程完全结束。对此程序进行系统、完整的阅读有助于加深对有限单元法的理解，提升自己的理论水平和编程能力。

对程序功能的进一步扩展涉及对部分文件以及子程序的增加或修改。具体如何在不影响程序原有功能的前提下实现这些功能的扩展，有待同学们自己在课堂学习与程序阅读的过程中去进一步探索。