信息论作业 20240928 谢政 人工智能221 20220710218

八.例题：解：由 $\int_0^a bx^2dx=1$ 故 $b=\frac{3}{a^3}$

$$H(X)=-\int_0^a p(x)\log p(x)dx$$

$$=-\int_0^a bx^2\log(bx^2)dx$$

$$=-\int_0^a(bx^2\log b+bx^2\log x^2)dx$$

$$=-\log b\int_0^a bx^2dx-\int_0^a 2bx^2\log x\,dx$$

$$=-\log b-2b\log e\int_0^a x^2\ln x\,dx$$

$$=\frac{2ba^3}{9}\log e-\frac{2ba^3}{3}\log a-\log b$$

$$=\frac{2}{3}\log e+\log a-\log 3$$

2.9 解：(1) 有 $p(绿)=\frac{2}{38}=\frac{1}{19}$，$p(红)=\frac{18}{38}=\frac{9}{19}$ $p(黑)=\frac{18}{38}=\frac{9}{19}$

平均不确定度有 $H(亮颜色)=-\sum_{i=1}^{3}p_i\log p_i=H(\frac{1}{19},\frac{9}{19},\frac{9}{19})=1.26bit/亮颜色$

(2) 由于亮颜色是对应某一个数字的，已知数字即可知亮颜色，因而如果对亮颜色和数字都限定取只需考虑数字即可。则平均不确定度为：

$H(亮颜色,数字)=H(数字)=\log_2 38=5.25bit/数字$

(3) 当亮颜色已知时，条件熵 $H(数字|亮颜色)=H(颜色|数字)-H(亮颜色)$

$=5.25-1.24=4.01bit/数字$