

UM ESTUDO EMPÍRICO DO DESEMPENHO DE COMBINAÇÕES DE PREVISÕES

LEILIANE DA SILVA OLIVEIRA - leilianeoliveira.est@gmail.com
UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA - UFJF

HENRIQUE STEINHERZ HIPPERT - henrique.hippert@ufjf.edu.br
UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA - UFJF

Resumo: A COMBINAÇÃO DE PREVISÕES É UM PROCEDIMENTO QUE TENTA MELHORAR A PRECISÃO DAS PREVISÕES, APROVEITANDO A DISPONIBILIDADE DE VÁRIOS MÉTODOS DE PREVISÃO INDIVIDUAL. NESTE TRABALHO, ESTUDAMOS O DESEMPENHO DE DIFERENTES COMBINAÇÕES DE PREVISÕES,, COMPARANDO MÉTODOS DE PREVISÃO INDIVIDUAIS E MÉTODOS DE COMBINAÇÃO, ESCOLHENDO PARA ISSO APENAS UMA MEDIDA DE DESEMPENHO, O ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (MSE). AS PREVISÕES INDIVIDUAIS FORAM FEITAS PELO MÉTODO DE AMORTECIMENTO EXPONENCIAL DE HOLT, POR MODELOS ARIMA E POR MODELOS ESTRUTURAIS DE TENDÊNCIA LOCAL. REALIZAMOS SEIS TIPOS DE COMBINAÇÃO: MÉDIA SIMPLES, MEDIANA, MÉDIA DOS EXTREMOS, REGRESSÃO, COMBINAÇÃO ÓTIMA E COMBINAÇÃO ÓTIMA COM INDEPENDÊNCIA. PARA VERIFICAR O DESEMPENHO DAS COMBINAÇÕES DE PREVISÕES, AJUSTAMOS DIVERSOS MÉTODOS EM DEZ SÉRIES REAIS, ESTACIONÁRIAS E NÃO-SAZONAIS. VERIFICAMOS QUE AS PREVISÕES PELO MÉTODO ARIMA APRESENTAM UM MELHOR DESEMPENHO EM 60% DAS SÉRIES ESTUDADAS QUANDO COMPARAMOS OS MODELOS DE PREVISÃO INDIVIDUAL E EM 70% DAS SÉRIES PELO MENOS UM MODELO DE PREVISÃO DE COMBINAÇÃO SE MOSTROU MAIS EFICIENTE QUE AS PREVISÕES INDIVIDUAIS. CONCLUÍMOS QUE COMBINAR AS DIVERSIDADES DE MÉTODOS DE PREVISÃO INDIVIDUAIS GARANTE EFETIVAMENTE UMA MELHOR PRECISÃO DAS PREVISÕES E A COMBINAÇÃO POR REGRESSÃO MOSTROU MELHOR DESEMPENHO QUE AS OUTRAS COMBINAÇÕES.

Palavras-chaves: SÉRIES TEMPORAIS; PREVISÃO; MÉTODOS DE PREVISÃO; COMBINAÇÃO DE PREVISÕES.

Área: 6 - PESQUISA OPERACIONAL

Sub-Área: 6.4 - MODELAGEM, ANÁLISE E SIMULAÇÃO

AN EMPIRICAL STUDY OF THE PERFORMANCE OF FORECASTING COMBINATIONS

Abstract: *THE COMBINATION OF FORECASTS IS A PROCEDURE THAT TRIES TO IMPROVE THE ACCURACY OF FORECASTS, TAKING ADVANTAGE OF THE AVAILABILITY OF VARIOUS INDIVIDUAL PREDICTION METHODS. IN THIS PAPER, WE STUDY THE PERFORMANCE OF DIFFERENT COMBINATIONS OFF FORECASTS, COMPARING INDIVIDUAL FORECASTING METHODS AND COMBINATION OF METHODS, USING FOR THIS A SINGLE PERFORMANCE MEASURE, THE MEAN SQUARED ERROR (MSE). INDIVIDUAL FORECASTS WERE MADE BY HOLT'S EXPONENTIAL SMOOTHING METHOD, BY ARIMA MODELS AND BY STRUCTURAL MODELS OF LOCAL TREND. WE EXPERIMENTED WITH SIX TYPES OF COMBINATION: SIMPLE AVERAGE, MEDIAN, MEAN OF THE EXTREMES, REGRESSION, OPTIMAL COMBINING AND OPTIMAL COMBINATION ASSUMING INDEPENDENCE. TO COMPARE THE PERFORMANCE OF THE COMBINATIONS METHODS, WE APPLIED THEM TO TEN STATIONARY AND NON-SEASONAL SERIES OF REAL DATA. WE FOUND THAT THE FORECASTS BY ARIMA METHOD PERFORMED BETTER IN 60% OF THE SERIES THAN THE OTHER INDIVIDUAL MODELS, AND THAT FOR 70% OF THE SERIES AT LEAST ONE COMBINATION FORECASTING MODEL IS MORE EFFICIENT THAN THE INDIVIDUAL FORECASTS. WE CONCLUDE THAT COMBINING THE DIVERSITY OF INDIVIDUAL FORECASTING METHODS EFFECTIVELY ENSURES BETTER FORECAST ACCURACY, AND THAT THE REGRESSION METHOD FOR COMBINATION PERFORMED BETTER THAN THE OTHER METHODS.*

Keyword: *TIME SERIES; FORECASTING; FORECASTING METHODS; FORECAST COMBINATION.*

1. Introdução

Uma *série temporal* é qualquer conjunto de observações ordenadas no tempo. Os índices diários da Bolsa de Valores de São Paulo e os índices pluviométricos mensais de uma cidade são exemplos de séries temporais.

A *análise* e a *previsão* das séries temporais englobam um conjunto de técnicas úteis em várias áreas do conhecimento. As técnicas de *análise* permitem investigar o mecanismo gerador de uma série, descrever o seu comportamento e procurar periodicidades relevantes nos dados. Já as técnicas de *previsão* procuram construir modelos matemáticos a partir dos quais seja possível prever valores futuros da série, fornecendo informações para tomadas de decisão.

A escolha do melhor modelo de previsão é difícil. Existem diversas maneiras de se avaliar a adequação do modelo aos dados, com base nos erros de previsão obtidos, mas a escolha com base nestas técnicas pode levar a resultados contraditórios. Por isso, ao invés de se escolher um “melhor” modelo para uma série, uma opção interessante é a de usar vários modelos distintos simultaneamente, e combinar suas previsões; há evidências de que, retirando informações de vários modelos de previsão e combinando-as, é possível compensar as fraquezas de cada um e assim obter uma previsão com menores erros (LEMKE; GABRYS, 2010). De acordo com Menezes *et al.* (2000), diversos estudos empíricos e teóricos têm mostrado que o desempenho de combinações de previsões é melhor que o de modelos de previsão individual.

O objetivo deste trabalho é verificar empiricamente o desempenho de diferentes combinações de previsões, comparado ao de diversos modelos de previsões individuais. A intenção é a de procurar estabelecer bases teóricas ou empíricas que justifiquem o desempenho das combinações, e permitam, por exemplo, determinar quais combinações são melhores para a previsão de cada tipo de série.

2. Materiais e Métodos

2.1. Modelos de Previsão

Existem várias técnicas de se fazer previsão de séries temporais, dependendo do tipo de série em estudo. O comportamento das séries encontradas no mundo real pode ser muito variável. Algumas podem seguir um nível constante, ou seja, variar em torno de uma média

central. Outras podem exibir um nível crescente ou decrescente, caracterizando uma série temporal com *tendência*. Algumas séries exibem comportamento de repetição a períodos regulares de tempo, a chamada *sazonalidade*; por exemplo, é natural esperar que as vendas mensais de brinquedos tenham um pico no mês de dezembro e talvez um pico secundário em outubro (outros exemplos de séries com sazonalidade seriam a temperatura mensal e o consumo de energia elétrica). Para cada tipo de série, têm sido desenvolvidas técnicas de previsão adequadas.

As previsões individuais foram feitas pelo método *de amortecimento exponencial de Holt* (AEH), por modelos de *Box & Jenkins* (ARIMA) e por *modelos estruturais* (ME) de tendência local. Optamos por esses modelos devido à consolidação na literatura e à aplicação prática dos mesmos.

O *método de amortecimento exponencial de Holt*, apesar de ser um método empírico, que não leva em conta a distribuição de probabilidade geradora da série, tem a vantagem de produzir rapidamente estimativas razoavelmente precisas e de ser um método de simples entendimento (MORETTIN; TOLOI, 2006). Já os modelos *ARIMA* que se baseiam na análise das propriedades probabilísticas da série, dependem de um bom conhecimento teórico de Estatística (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008). Eles permitem que se façam análises estatísticas nas previsões, como testes de hipóteses e intervalos de confiança, e se destacam pela precisão de suas previsões. Os *modelos estruturais* são uma alternativa para o estudo das séries temporais não-estacionárias. Eles são capazes de modelar essas séries sem a necessidade de diferenciá-las como nos modelos *ARIMA* (HAMILTON, 1994).

2.2. Combinações de Previsão

A idéia de combinar previsões de diferentes origens é relativamente antiga, tendo surgido antes mesmo dos modelos *ARIMA*. A primeira referência citada com frequência é Bates e Granger (1969), que estudaram formas de combinação linear de duas previsões, e sugeriram a forma de combinação *ótima* (discutida mais abaixo). Newbold e Granger (1974) estenderam depois a idéia para mais de duas previsões. Uma ampla revisão sobre o tema foi publicada por Clemen (1989). Desde então, a literatura sobre o tema tem crescido bastante.

O uso de combinações de previsões, contudo, não é em geral mencionado nos livros-texto sobre previsão. Por exemplo, o mais completo livro sobre séries temporais e previsão em língua portuguesa Morettin e Toloi (2006), não menciona o assunto. Mesmo Makridakis *et al.* (1998), que é provavelmente o mais amplo tratamento dos métodos de previsão (desde os estatísticos até os qualitativos), não dedica mais que duas páginas (embora discuta os

resultados obtidos em um estudo com 1001 séries, que mostrou que diferentes formas de combinações desempenharam melhor do que os métodos individuais). Montgomery *et al.* (1990) estudam empiricamente a utilização de diversas formas de combinação na previsão de 10 séries reais, e comparam vários métodos para a escolha dos pesos, inclusive a combinação ótima.

Mais recentemente, a combinação de previsões tem sido muito estudada por diversos pesquisadores (por exemplo, Rocha (2008)), geralmente como uma forma de compensar as deficiências de um método, pela combinação de suas previsões com as de outro método. É desejável que haja uma diversidade entre as previsões individuais, o que garante que um método compense a fraqueza de outro. A forma padrão de se medir a diversidade de um conjunto de métodos de previsão é examinar os coeficientes de correlação entre as previsões (LEMKE; GABRYS, 2010). A diversidade por si só, contudo, não é a chave para uma boa combinação; a precisão das previsões individuais também é muito importante para se obter um melhor resultado. Para Zou e Yang (2004), a combinação pode reduzir a instabilidade das previsões, quando há muita incerteza na escolha do melhor modelo e, portanto, melhorar a acurácia da previsão. De acordo com Menezes *et al.* (2000), pesquisas teóricas e de simulação tem mostrado que o desempenho relativo da combinação de previsão depende da variância dos erros das previsões, da correlação desses erros e da amostra de dados históricos utilizados para a estimativa.

Propusemos os seguintes modelos de combinação de previsões:

- **Média Simples:** Essa forma de combinação é muito utilizada devido à sua robustez (MENEZES *et al.*, 2000). São necessárias, no mínimo, duas previsões individuais. Se há três previsões individuais, por exemplo, a combinação será dada por:

$$Z_t = (P_1 + P_2 + P_3) / 3 \quad (1)$$

onde P_i são as previsões feitas por três métodos distintos.

- **Mediana:** Esta será estudada devido ao fato de sua robustez, uma vez que a mediana não é tão influenciada por valores extremos quanto à média. No entanto, para usar essa combinação são necessárias no mínimo três previsões individuais.
- **Média dos Extremos:** Nesta combinação, calculamos a média entre a maior e a menor previsão individual.

$$Z_t = \frac{\min[P_i] + \max[P_i]}{2} \quad (2)$$

Onde P_i é o vetor de previsões individuais por feitas pelos vários métodos, no instante i .

- **Regressão:** Esta combinação usa as previsões individuais como variáveis regressoras para explicar a variabilidade da série temporal Z_t .

$$Z_t = \zeta + \lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + \lambda_3 P_3 + \varepsilon_t \quad (3)$$

Onde ζ é uma constante, P_i são as previsões individuais e ε_t é um erro aleatório.

- **Ótima:** Estudada por Bates e Granger (1969) in Menezes *et al.* (2000), consiste em uma média ponderada pela covariância dos erros de previsão, em que os pesos são dados por:

$$\omega = \frac{\mathbf{S}^{-1}\mathbf{1}}{\mathbf{1}^T\mathbf{S}^{-1}\mathbf{1}} \quad (4)$$

Onde \mathbf{S} é a matrix de covariância dos erros de previsão e $\mathbf{1}$ é um vetor unitário.

- **Ótima com independência:** Consiste em uma média ponderada, como a do item anterior, mas considerando a independência entre os erros de previsão. Dessa forma, a matriz \mathbf{S} na fórmula (4) é uma matriz diagonal, contendo apenas as variâncias dos erros.

2.3. Séries Utilizadas

Fizemos um estudo empírico do desempenho das combinações de previsões aplicado sobre um conjunto de dez séries de dados reais, não-sazonais, possuindo cada uma delas um número de observações em torno de 100. As séries de números 01 a 09 estão disponíveis *online* (HYNDMAN, 2011).

1. **Série Cow:** Temperatura matutina diária de uma vaca.
2. **Série Buffsnow:** Precipitação anual de neve, na cidade de Buffalo (NY), nos Estados Unidos da América (1910-1972).
3. **Série Calfem:** Total de nascimentos diários do sexo feminino, no estado da Califórnia nos Estados Unidos da América, dados do primeiro trimestre de 1959.
4. **Série DowJones:** Índice DowJones da bolsa de valores de Nova York, dados de 28 agosto à 18 dezembro 1972.
5. **Série Globtp:** Mudanças anual na temperatura global, em graus Celsius, 1880-1985.
6. **Série Huron:** Nível médio anual do Lago Huron, em pés (reduzido de 570 pés), dados 1875-1972.
7. **Série Sheep:** População de carneiros (em milhões) da Inglaterra e País de Gales, dados de 1867-1939.
8. **Série Summer:** Temperatura média no verão, em graus Celsius, na cidade de Munique-Riem, 1781-1988.
9. **Série Ausgundeaths :** Taxa anual de suicídio com arma de fogo na Austrália, 1915-

2004.

10. Série Carga: Carga elétrica semanal de uma concessionária da cidade do Rio de Janeiro, 1996-1997.

2.4. Métrica de erro

Como forma de verificação da acurácia das combinações, usamos o *Erro Quadrático Médio* (MSE), dado por $e_{t=1}^N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Z_i - \hat{Z}_i$, que é a medida usada na maioria dos estudos realizados sobre o assunto (MENEZES *et al.*, 2000). Não serão feitas comparações pelo *Erro Absoluto Percentual Médio* (MAPE) devido ao fato de algumas das séries usadas conterem observações próximas de zero.

Conforme indicado por Morettin e Toloi (2006), para a análise dos erros de previsão dividimos as séries de erros em duas partes. A partição contendo 80% da série de erros, que chamaremos de série de *estimação*, foi usada para a estimação dos parâmetros dos modelos; os primeiros 20% não foram usados para o cálculo das medidas de erros de previsão, para evitar a influência dos valores iniciais aleatórios atribuídos em cada modelo. A segunda partição, contendo os últimos 20% da série de erros, foi utilizada para a comparação entre os modelos.

2.5. Ferramentas Computacionais

Os experimentos deste trabalho foram conduzidos em microcomputador utilizando o *software* livre R (CRAN, 2015). Os métodos de previsão e suas combinações foram implementados em linha de código, com seus parâmetros, e a utilização da função *arimax*, parte do pacote *forecast* do R, para os previsores de Box & Jenkins (ARIMA).

3. Resultados

Fizemos uma análise descritiva em todas as séries como forma de auxiliar na escolha dos modelos a serem ajustados, além de verificar os pressupostos necessários para os modelos ARIMA. No total foram ajustados nove métodos de previsão para cada série, sendo três individuais e seis combinações.

Na Figura 1, abaixo, seguem os gráficos de linhas das séries utilizadas. A série Huron será apresentada mais à frente juntamente com algumas de suas previsões.

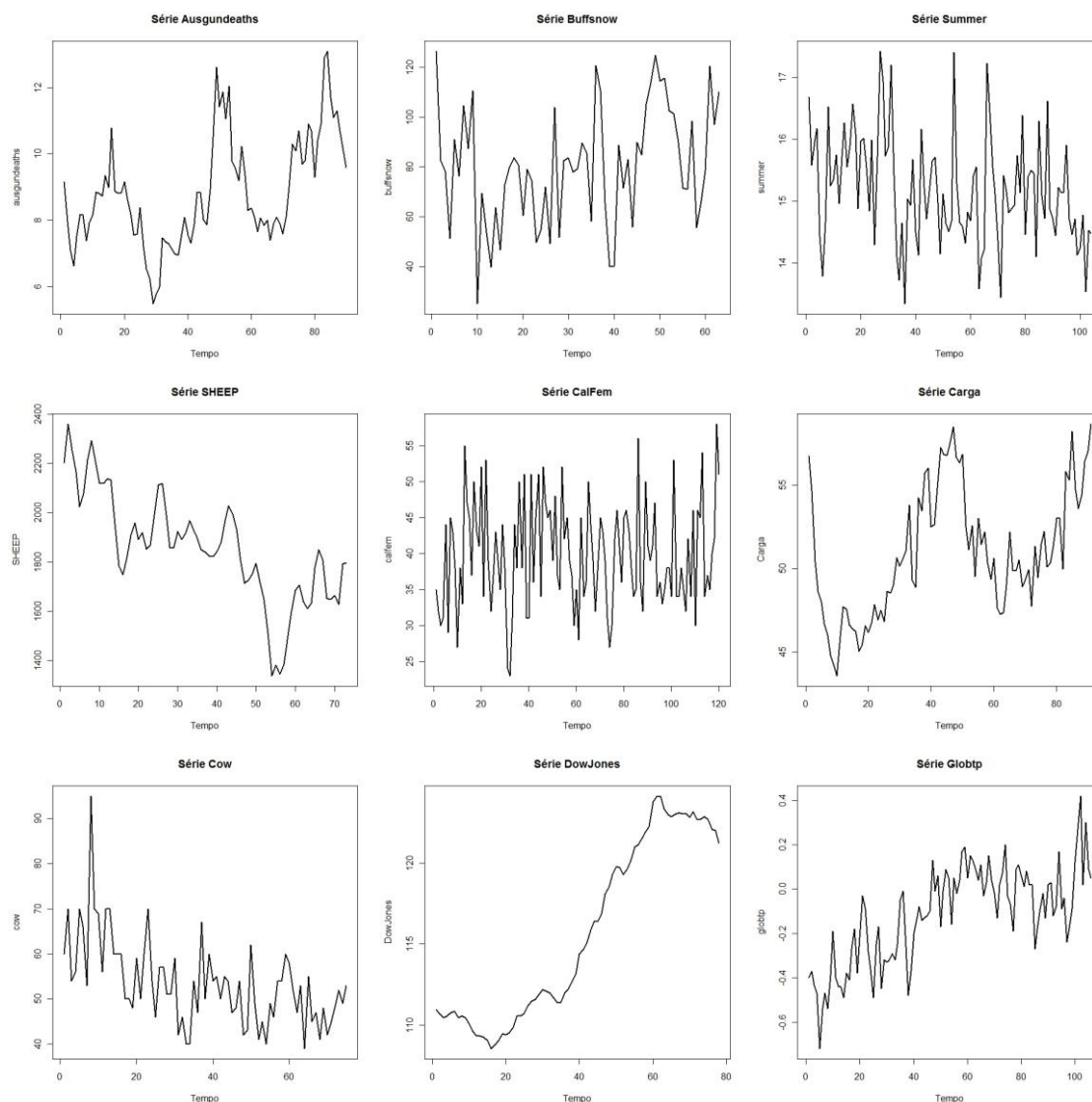


FIGURA 1: Gráficos de linhas das séries utilizadas.

Na Tabela 1 apresentamos os parâmetros do método AEH com os quais obtemos os menores erros de previsão. Percebemos, ainda, que algumas séries possuem a constante α próxima de um; consequentemente suas previsões serão semelhantes às previsões pelo método de Naive (onde as observações antigas, não são importantes) ¹ e não são muito precisas.

TABELA 1: Parâmetros otimizados do modelo AEH

Modelo\Série	Cow	Buff.	CalF.	DowJ.	Globtp	Huron	Sheep	Sum.	Ausg.	Carga
MSE	52,674	510,568	56,813	0,1944	0,015	0,606	6309	0,9502	0,621	3,632
α	0,05	0,35	0,15	0,95	0,25	0,95	0,95	0,2	0,95	0,55
β	0,15	0,2	0,05	0,2	0,05	0,05	0,95	0,05	0,1	0,15

¹ Para mais informações consulte Morettin e Toloi (2006).

Ajustamos diversos modelos ARIMA para cada série e escolhemos o melhor modelo através do MSE, mas sempre verificando os pressupostos desses modelos: média nula, normalidade e descorrelação dos resíduos. Para os dois primeiros pressupostos, fizemos o teste t e o teste de normalidade de *Lilliefors*; a Tabela 2 mostra os valores-p obtidos, representados por t e L , respectivamente. Para verificar a descorrelação, avaliamos a FAC dos resíduos, e os valores da estatística de *Durbin-Watson*² (representados por DW na Tabela 2). A tabela mostra que os pressupostos dos modelos ARIMA não foram quebrados em nenhuma série.

TABELA 2: Modelos ARIMA

Série	Modelo	MSE	AIC	DW	t	L
Cow	ARIMA(1,0,2)	52,602	435,8951	1,7951	0,1749	0,7962
Buffsnow	ARIMA(1,0,1)	430,3222	469,2364	1,8501	0,9929	0,2553
Calfem	ARIMA(0,0,0)	50,5278	656,4667	1,7741	0,9902	0,1314
DowJones	ARIMA(1,1,2)	0,1776	64,0239	1,8354	0,1498	0,71
Globtp	ARIMA(1,1,1)	0,0137	-113,4217	1,8573	0,4773	0,4384
Huron	ARIMA(2,0,0)	0,4703	168,9344	1,8416	0,2821	0,9007
Sheep	ARIMA(2,1,1)	3741,705	661,0407	2,0568	0,2402	0,1995
Summer	ARIMA(1,0,0)	0,781	217,0226	1,9406	0,4476	0,1971
Ausgundeaths	ARIMA(1,1,1)	0,5440	167,315	1,8408	0,9445	0,0539
Carga	ARIMA(0,1,1)	3,5005	293,6501	2,2548	0,6474	0,4044

A Tabela 3 mostra os valores iniciais das variâncias usadas no *Filtro de Kalman*³ em cada série, e os respectivos MSE na série de estimação. Podemos observar que a maior variabilidade se encontra no erro ε na maioria das séries; exceto na série *DowJones* e *Sheep*, onde a maior variabilidade está no erro ξ referente à tendência. A explicação está nas próprias séries, que apresentam uma tendência mais forte.

TABELA 3 - Variâncias dos Modelos Estruturais

Série	Cow	Buff.	Calf.	DowJ.	Globtp	Huron	Sheep	Sum.	Ausg.	Carga
MSE	65,7497	516,7902	58,3130	0,2330	0,0167	0,9743	6092,0890	0,9028	0,7648	3,7224
σ_ε	100,0100	120,6770	100,0234	10,0808	200,00	100,0241	1,2373e-6	100,0078	95,7015	99,7167
σ_η	1,0	1,0	1,0	10,0	10,00	10,0	1,0	1,0	1,0	15
σ_ξ	1,87	8,2350	0,2020	99,9920	9,9840	9,7560	100,7050	02148	42,0210	12,5810

Dadas as previsões por métodos distintos, podemos combiná-las e obter uma nova previsão, a qual esperamos ser mais acurada. Na prática, é comum ter acesso às previsões

² Os erros são descorrelacionados quando DW está próximo de 2.

³ Método iterativo de estimação de ME. Maiores informações consulte Morettin e Tolo (2006).

individuais sem o conhecimento do método usado em sua estimação, e mesmo assim fazer uma combinação. Como, neste caso, não podemos alterar o modelo de previsão individual com o intuito de melhorar a precisão da previsão, é interessante que a cada instante façamos a reestimação do modelo de previsão combinada para aqueles métodos de combinação que exigem a estimação de alguns parâmetros

Fizemos por isso as previsões com os métodos de combinação de *regressão*, *ótima* e *ótima com independência* reestimando seus parâmetros a cada instante. A Tabela 4 compara através do MSE os resultados desses métodos de combinação feitos, sem a reestimação dos parâmetros (REG, ÓTIMA, ÓTIMAI), ou com a reestimação (REG*, ÓTIMA* e ÓTIMAI*). Nessa tabela, onde o menor MSE de cada série encontra-se circulado, podemos observar que na maioria das séries pelo menos uma combinação de previsões foi melhor do que as previsões individuais.

Comparando os três últimos modelos de combinação de previsões entre si percebemos que quando reestimamos os parâmetros das combinações por *regressão*, combinação *ótima* e combinação *ótima com independência*, ocorre uma pequena melhora na acurácia das previsões.

TABELA 4: MSE nas séries de teste

Modelo\Série	Cow	Buff.	Calf.	DowJ.	Globtp	Huron	Sheep	Sum.	Ausg.	Carga
Holt	23,73	697	59,18	0,1174	0,0258	0,7287	10751	0,4602	0,9164	4,20,25
ARIMA	40,92	346	56,7	0,1283	0,0218	0,5926	6700	0,5937	0,7741	4,6951
Mod.Estrutural	29,52	709	59,35	0,1745	0,0274	1,4140	11082	0,4951	1,2271	4,1004
Med.Simples	28,25	528	57,81	0,1162	0,0238	0,7445	8350	0,4982	0,9001	4,1703
Mediana	28,41	664	58,05	0,1142	0,0258	0,6520	9883	0,5103	0,9519	4,2492
Med.Extremo	28,37	476	57,72	0,1199	0,0230	0,8106	7866	0,4933	0,6614	4,1446
REG	35,58	341,66	68,63	0,1147	0,0218	0,59	5798	0,6732	0,8691	4,4707
REG*	30,41	318	70,94	0,0871	0,0204	0,5502	5029	0,6231	0,7710	4,1352
ÓTIMA	71,72	335	56,82	0,1272	0,0219	0,5940	6422	0,7405	0,7826	4,5960
ÓTIMA*	58,00	330	56,58	0,1208	0,0213	0,5757	6269	0,6918	0,7568	4,4777
ÓTIMA.I	28,66	498	57,7	0,1158	0,0235	0,6741	7573	0,8754	0,8741	4,1887
ÓTIMA.I*	52,43	490	57,68	0,1155	0,0235	0,6698	7597	0,5033	0,8741	4,1795

Apresentamos, na Figura 2, como exemplo, o gráfico de linha, o gráfico com a estimação pelo um *modelo estrutural* (ME) e o gráfico com a estimação pelo modelo de combinação por *regressão* (REG) da série Huron. Podemos perceber uma melhora significativa das previsões.

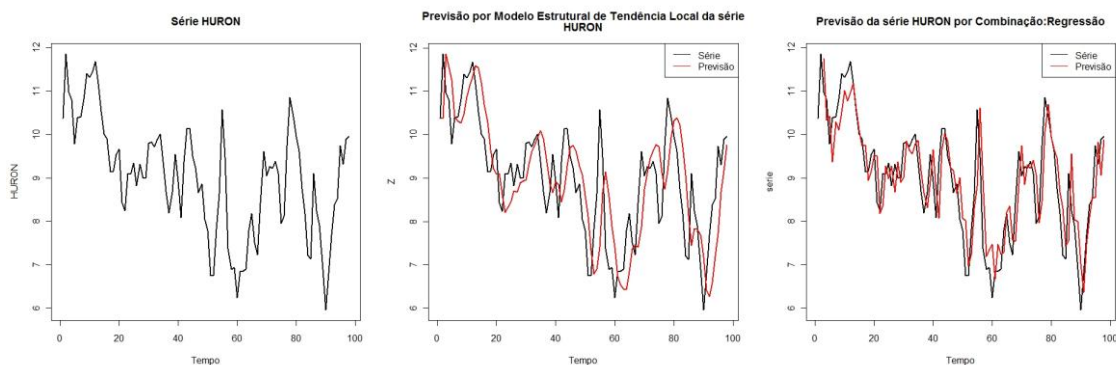


FIGURA 2: Gráficos de linhas e previsões da série Huron.

4. Conclusão

O objetivo deste trabalho foi verificar o desempenho de diferentes combinações de previsões, através de um estudo empírico, comparando-o com o desempenho de cada método individual de previsão (ARIMA, AEH, ME). Usamos o *Erro Quadrático Médio* (MSE) como medida de acurácia, assim como a maioria dos estudos sobre combinação de previsões.

Segundo Box, Jenkins e Reinsel (2008), os modelos ARIMA funcionam bem nas séries que possuem pelo menos 50 observações para a estimação do modelo. Dentre os métodos de previsão individual, podemos perceber pela Tabela 4 que o ARIMA obteve um melhor desempenho em seis séries dentre as dez estudadas, apesar das séries não serem tão longas quanto desejável. Já o método AEH obteve melhor desempenho em três séries. O desempenho inferior, em relação ao ARIMA, talvez seja devido à dificuldade de implementação do método, da otimização das constantes de amortecimento e até mesmo da escolha dos valores iniciais. O *modelo estrutural* apresentou um melhor desempenho em apenas uma série, o que mostra o quanto é complicado trabalhar com esse método iterativo, que utiliza o *Filtro de Kalman*.

Em geral a combinação de previsões apresentou um melhor desempenho do que as previsões individuais, confirmando os estudos feitos por Lemke e Gabrys (2010), Menezes *et al.* (2000) e Zou e Yang (2004). Considerando as combinações com reestimação dos parâmetros, percebemos que a *regressão* obteve um melhor desempenho em cinco das dez séries, concordando com a revisão de Menezes *et al.* (2000), que citam vários estudos que mostram a eficiência da *regressão*, e argumentam que a *regressão* é melhor que a combinação *ótima* quando as previsões individuais são tendenciosas. Analisando a Tabela 4, percebemos que em oito séries a *regressão* teve realmente um desempenho melhor do que a combinação *ótima*. Segundo os estudos de Menezes *et al.* (2000), o método de combinação *ótima* é

equivalente a uma regressão de mínimos quadrados em que a constante é suprimida e os pesos são restritos de forma a somarem à unidade. O problema com esta abordagem está no fato de se ter que estimar a matriz **S** de correlação dos erros.

Menezes *et al.* (2000) afirmam que alguns estudos tem mostrado que as combinações que assumem independência entre os erros de previsão individuais apresentam um desempenho consideravelmente melhor do que aqueles que tentam dar conta de correlação; entretanto nosso estudo aponta o contrário. Observando a Tabela 4 temos que em 60% das séries a combinação *ótima*, que considera a correlação entre os erros de previsão, teve um desempenho melhor do que a combinação *ótima com independência*.

Em suma, as conclusões foram: (a) combinar as diversidades de métodos de previsão individuais garantiu efetivamente uma melhor precisão das previsões; (b) a combinação por *regressão* mostrou melhor desempenho que as outras combinações. Entretanto, seria interessante fazer as análises levando em consideração outras características das séries de erros, como a estabilidade da variância; a normalidade (ou pelo menos a simetria da distribuição) dos erros; e autocorrelação, pois segundo a revisão de Menezes *et al.* (2000) os erros da *regressão* tendem a ser autocorrelacionados. Estas análises, assim como um estudo sobre o número ideal de previsões individuais a serem combinadas, ou sobre a importância do número de observações das séries como fator para a escolha do método de combinação e um estudo de simulação, são sugestões para pesquisas futuras nesta área.

Referências

- BATES, J.M.; GRANGER, C.W.J. The combination of forecasts. *Operations Research Quarterly*, n.20, p. 451-468, 1969.
- BOX, G.E.P; JENKINS, G.M.; REINSEL, G.C. *Time series analysis: forecasting and control*, 4.ed. New Jersey: Prentice Hall, 2008.
- CLEMEN, R.T. Combining forecasts: a review and annotated bibliography. *Int J Forecasting*, n.5, 559-583, 1989.
- HAMILTON, J. D. *Time series analysis*. New Jersey: Princeton U. Press, 1974.
- CRAN. *Comprehensive R Archive Network* – Disponível em <<http://cran.r-project.org/>>. Acessado em 30/06/2015.
- HYNDMAN, R. J. *Time Series Data Library*. Disponível em <<http://robjhyndman.com/TSDL/>>. Acessado em 20/07/2011.
- LENKE, C.; GABRYS, B. Meta-Learning for Time Series Forecasting and Forecast Combination. *Neurocomputing*, v.73, 2006-2016, 2010.
- MAKRIDAKIS, S.; WHEELWRIGHT, S.C.; HYNDMAN, R.J. *Forecasting: Methods and Applications*. 3.ed. New York: John WILEY & Sons, 1998.

MENEZES, L. M. DE; BUNN, D.W.; TAYLOR, J.W. Review of Guidelines for the Use of Combined Forecasting. *European J of Oper Research*, v.120, 190-204, 2000.

MONTGOMERY, D. C.; JOHNSON, L. A.; GARDNER, J. S. *Forecasting and time series analysis*. 2.ed. New York: McGraw-Hill, 1990.

MORETTIN, P.A.; TOLOI, C.M. *Análise de Séries Temporais*. 2.ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2006.

NEWBOLD, P.; GRANGER, C. W. J. Experience with forecasting univariate times series and the combination of forecasts. *J of Royal Statistical Soc*, ser. A, v.137, 131-146, 1974.

ROCHA, V. B. *Uma Abordagem de WAVELETS Aplicada à Combinação de Previsões: Uma Análise Teórica e Experimental*. 155f. Dissertação (Mestrado em Ciências)-U. F. do Paraná, Curitiba, 2008.

ZOU, H.; YANG, Y. Combining Time Series Model for Forecasting, *Int J Forecasting*, v.20, 69-84, 2004.