Lista 2 - Modelagem

Junho2019

1. Produção de leite, doces e queijos.

Um produtor de derivados do leite produz queijo e doce de leite. O produtor tem á disposição 800 litros de leite por dia oriundos de sua propriedade e de alguns vizinhos que fornecem para ele.

A Produção de cada quilo de queijo requer 9 litros de leite, e cada quilo de doce requer 7 litros de leite. A rede de supermercados que compra dele estabelece um limite máximo de 90 kg de queijo a ser comprado por dia.

Ele também vende o doce á rede de supermercados, mas, como ele tem um canal adicional (sua vizinhança, não há restrição de volume produzido.

Além disso, por questões relacionadas com os equipamentos de Produção, a quantidade de queijo produzido não pode exceder 150% da Produção de doce.

A Produção utiliza 2 empregados que trabalham num regime de 7 horas diárias.

Cada quilo de queijo requer 30 minutos de mão de obra, ao passo que cada quilo de doce requer 12 minutos de mão de obra.

O queijo é vendido a R5$porquiloeodoceaR$ 4 por quilo.

Formule um modelo para maximizar as receitas do produtor.

Resolução:

Conjunto: P (Produtos)

Variáveis de decisão: X_p (Quantidade de produtos p produzidos)

Função Objetiva: $\text{Max(Z)} = \sum_{p=1}^{P} X_p * V_p$

V_p: valor do produto p.

Restrições:

$\sum_{p=1}^{P} q_p * X_p \leq Q$ (Restriçõ de matéria-prima)

q_p: quantidade de matéria-prima necessária para produzir o produto p.

Q: quantidade total de matéria-prima disponível.

$\sum_{p=1}^{P} t_p * X_p \leq T$ (Restrição de mão de obra)

t_p: tempo necessário que o trabalhador leva para produzir um produto p.
T: tempo total disponível.
$X_p \leq D, \forall_p \epsilon P$ (Restrição de demanda)
D: demanda máxima
$X_p \geq 0, \forall_p \epsilon P$ (Restrição de não negatividade)

2. Maximazação de rendimentos.

Uma fábrica de confecções produz dois modelos de camisas de luxo. Uma camisa do modelo A necessita de 1 metro de tecido, 4 horas de trabalho e custa 120 reais. Uma camisa do modelo B exige 1,5 metros de tecido, 3 horas de trabalho e custa 160 reais. Sabe-se que a fábrica dispõe diariamente de 150 metros de tecido, 360 horas de trabalho e que consegue vender tudo o que fabrica.

Quantas camisas de cada modelo será preciso fabricar para obter um rendimento máximo?

Resolução:

Conjuntos: P (Produtos)
Variáveis de decisão: X_p (Quantidade de produtos p fabricados)
Função Objetiva: $\text{Max(Z)} = \sum_{p=1}^{P} X_p * L_p$
L_p: preço de venda do produto p.
Restrições:
$\sum_{p=1}^{P} q_p * X_p \leq Q$ (Restriçõ de matéria-prima)
q_p: quantidade de matéria-prima necessária para produzir o produto p.
Q: quantidade total de matéria-prima disponível.
$\sum_{p=1}^{P} t_p * X_p \leq T$ (Restrição de mão de obra)
t_p: tempo necessário que o trabalhador leva para produzir um produto p.
T: tempo total disponível.
$X_p \geq 0, \forall_p \epsilon P$ (Restrição de não negatividade)

3. Maximização de ganhos.

Um fazendeiro deseja determinar quantos acres de milho e trigo ele deve plantar esse ano. Um acre de trigo rende 25 sacas e requer 10 horas de trabalho/semana. A saca de trigo vale 4 reais no mercado. Um acre de milho rende

10 sacas e requer 4 horas de trabalho/semana. A saca de milho vale 3 reais no mercado. O governo garante a compra de pelo menos 30 sacas de milho/ano. O fazendeiro dispõe de 7 acres de terra e pode trabalhar 40 horas/semana. Formule o problema tal que os ganhos do fazendeiro sejam maximizados.

Resolução:

Conjuntos: P (Produtos)
Variáveis de decisão: X_p (Quantidade em acre de p que deve ser plantado)
Função Objetiva: $\text{Max(Z)} = \sum_{p=1}^{P} X_p{*}C_p{*}V_p$
C_p: rendimento do produto p por acre.
V_p: valor do produto p.
Restrições:
$\sum_{p=1}^{P} t_p{*}X_p \leq T$ (Restrição de tempo disponível)
t_p: tempo necessário que o trabalhador leva para produzir um produto p.
T: tempo total disponível.
$X_p{*}C_p \leq D_p, \forall_p \, \epsilon P$ (Restrição de demanda)
D_p: demanda do produto p.
$\sum_{p=1}^{P} X_p \leq A$ (Restrição de 'area)
A: área total disponível
$X_p \geq 0, \forall_p \, \epsilon P$ (Restrição de não negatividade)

4. Maximização d elucros.

A Politoy não tem problemas no fornecimento de matéria-primas, mas só pode contar com 100 h de acabamento e 80 h de carpintaria. A demanda semanal de trens é ilimitada, mas no máximo 40 soldados são comprados a cada semana.

A Politoy deseja maximizar seus ganhos semanais. Formule um modelo matemático a ser utilizado nessa otimização.

A Politoy S/A fabrica soldados e trens de madeira. Cada soldado é vendido por 27 reais e utiliza 10 reais de matéria-prima e 14 reais de mão-de-obra. Duas horas de acabamento e 1 hora de carpintaria são demandadas para produção de um soldado.

Cada trem é vendido por 21 reais e utiliza 9 reais de matéria-prima e 10 reais de m[a]o-de-obra. Uma hora de acabamento e 1 h de carpintaria são demandadas para produção de um trem.

Resolução:

Conjuntos: P (Produtos), S (Setor)
Variáveis de decisão: X_p (Quantidade de produto p a ser fabricado)

Função Objetiva: $\text{Max(Z)} = \sum_{p=1}^{P} X_p{*}V_p$

V_p: valor do produto p.
Restrições:
$X_p \leq D_p$, $\forall_p \, \epsilon P$ (Restrição de demanda)
D_p: demanda máxima do produto p.

$\sum_{p=1}^{P} X_p{*}C_{ps} \leq C_s \; \forall_s \, \epsilon S$ (Restriçã de tempo de operação)

C_s: tempo total de operaão do setor s.
C_{ps}: tempo utilizado pelo produto p no setor s.
$X_p \geq 0$, $\forall_p \, \epsilon P$ (Restrição de não negatividade)

5.Produtos na prateleira de um supermercado.

Quase todas as empresas que atuam no varejo tem mais produtos que espaço para vendê-los. Esse problema é característico de supermercados, lojas de departamentos, e até mesmo de empresas de comércio eletrônico.

Suponha que o supermercado tenha 20 itens que ele pode disponibilizar em suas prateleiras, conforme tabela abaixo.

Se todos os itens fosse colocados á venda, seriam necessários 52,290cm3 de área de prateleira. O supermercado só dispõe de 37.200 cm2 para alocar todos os itens a serem vendidos. Formule o problema do supermercado com o objetivo de maximizar o lucro total.

A administração desta empresa precisa decidir que produtos vender dado um espaço disponível, de modo que sua lucratividade seja máxima.

Resolução:

Conjunto: P (Produtos)
Variáveis de decisão: X_p (Quantidade do produto p a ser armazenado)

Função Objetiva: $\text{Max(Z)} = \sum_{p=1}^{P} X_p{*}L_p$

L_p: lucro obtido a partir da venda do produto p.
Restrições:
$X_p \leq D_p$, $\forall_p \, \epsilon P$ (Restrição de demanda)
D_p: demanda máxima de cada produto p.

ITEM	DEMANDA ENTRE REABASTECIMENTOS	LUCRO (R$/UND)	AREA (cm$\hat{3}$/UND)
1	50	2	65
2	35	2	45
3	25	3	58
4	20	4	71
5	45	4	71
6	60	6	77
7	45	5	90
8	40	5	90
9	30	6	65
10	50	4	52
11	35	2	90
12	50	6	52
13	20	5	71
14	25	3	77
15	30	4	58
16	20	2	45
17	60	2	65
18	35	1	103
19	25	5	71
20	45	4	97

$\sum_{p=1}^{P} C_p * X_p \leq C$ (Restrição de capacidade)
C_p: volume ocupado pelo produto p.
C: capacidade total de armazenamento.
$X_p \geq 0$, $\forall_p \, \epsilon P$ (Restrição de não negatividade)