INF1608 – Análise Numérica
Lab 12: Otimização sem restrição

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

1. Implemente os métodos de otimização sem restrição para determinação do mínimo de uma função $f(x)$. *As implementações devem minimizar o número de avaliações da função $f(x)$.*

   (a) O **Método da Seção Áurea** parte de um intervalo inicial $[a, b]$ que necessariamente contém o ponto de mínimo da função. A partir dos limites do intervalo de busca, o método calcula duas estimativas:

   $$x1 = a + (1 - g)(b - a)$$
   $$x2 = a + g(b - a)$$
   $$\text{onde: } g = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

   Se $f(x_1) < f(x_2)$, o intervalo de busca passa a ser $[a, x_2]$, x_2 recebe o valor de x_1, e calcula-se um novo $x1$; caso contrário, o intervalo passa a ser $[x_1, b]$, x_1 recebe o valor de x_2, e calcula-se um novo x_2. Como critério de convergência, pode-se adotar o valor máximo do erro progressivo: $\frac{|x_2 - x_1|}{2} \le \epsilon$, onde ϵ representa a tolerância adotada. O valor de x onde a função tem valor mínimo é então expresso pela média das estimativas finais: $x_{min} = \frac{x_1 + x_2}{2}$.

   Implemente uma função que codifica o Método da Seção Áurea. Sua função deve receber como parâmetros o intervalo inicial de busca, a função objetivo, a tolerância de convergência e um ponteiro x_{min} que deve ser preenchido com o valor de x onde a função tem valor mínimo dado pelo método. A função deve ainda retornar o número de iterações executadas para se alcançar o resultado, seguindo o protótipo a seguir. *Sua implementação deve minimizar o número de avaliações da função $f(x)$.*

   ```
   int SecaoAurea (double a, double b, double (*f) (double x),
                   double tol, double* xmin);
   ```

   (b) O **Método da Interpolação Parabólica Sucessiva** (MIPS) parte de 3 estimativas iniciais r, s e t e acha um próximo candidato a ser o ponto onde a função assume valor mínimo:

   $$x = \frac{r + s}{2} - \frac{(f(s) - f(r))(t - r)(t - s)}{2[(s - r)(f(t) - f(s)) - (f(s) - f(r))(t - s)]}$$

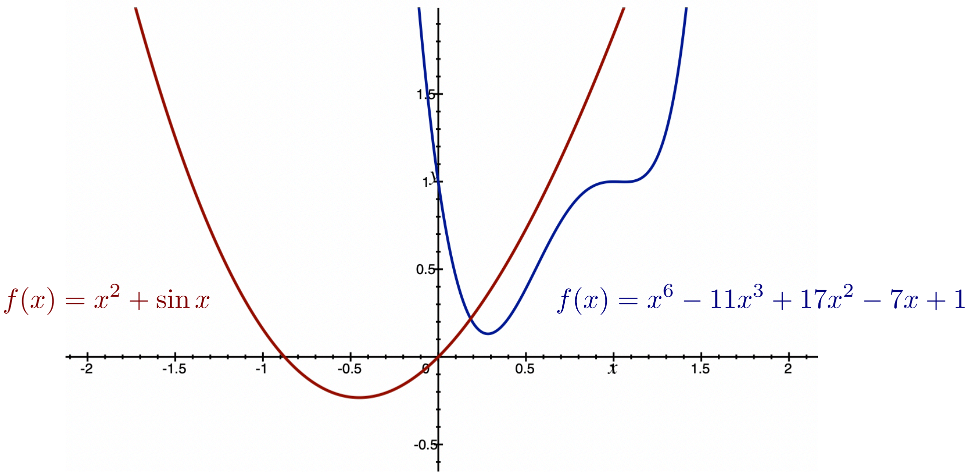
   Se o denominador da expressão acima for zero (na prática se $< 10^{-10}$), faz-se $x = (r + s + t)/3$. Essa estimativa substitui a menos recente, isto é, r passa a ter o valor de s, s de t e t de x. *Após 5 iterações*, pode-se adotar como critério de convergência a diferença entre o valor da função nas duas últimas estimativas: $|f(s) - f(t)| \le \epsilon$, onde ϵ representa a tolerância requerida. O valor de x onde a função tem valor mínimo é então expresso pela média das estimativas: $x_{min} = \frac{s+t}{2}$.

Implemente uma função que codifica o Método da Interpolação Parabólica Sucessiva. Sua função deve receber como parâmetros as estimativas iniciais, a função objetivo, a tolerância de convergência e um ponteiro x_{min} que deve ser preenchido com o valor de x onde a função tem valor mínimo dado pelo método. A função deve ainda retornar o número de iterações executadas para se alcançar o resultado, seguindo o protótipo a seguir.

```
int MIPS (double r, double s, double t, double (*f) (double x),
          double tol, double* xmin);
```

Se o método não convergir até 50 iterações, a função deve retornar zero.

2. Para testar seu código, use os métodos para determinar os valores mínimos das funções ilustradas abaixo. Compare o uso de diferentes estimativas e o número de iterações necessário para os métodos convergirem.



Agrupe os protótipos das funções pedidas em um módulo "otimizacao.h" e as implementações em um módulo "otimizacao.c". Escreva o teste em outro módulo "main.c".

Entrega: O código fonte deste trabalho (isto é, os arquivos "otimizacao.c", "otimizacao.h" e "main.c") deve ser enviado via página da disciplina no EAD. O prazo final para envio é **segunda-feira, dia 22 de novembro**.