

INF1608 – Análise Numérica
Projeto: Animação de Tecido (ou Corda)
baseada em Física

Prof. Waldemar Celes
Departamento de Informática, PUC-Rio

Descrição

O método numérico para resolução de EDO (equações diferenciais ordinárias) conhecido como *Integração de Verlet* parte da consideração da Série de Taylor para avaliação de $x(t + h)$ e $x(t - h)$:

$$\begin{aligned}x(t + h) &= x(t) + \dot{x} h + \frac{1}{2} \ddot{x} h^2 + \frac{1}{6} x^{(3)}(h) h^3 + O(h^4) \\x(t - h) &= x(t) - \dot{x} h + \frac{1}{2} \ddot{x} h^2 - \frac{1}{6} x^{(3)}(h) h^3 + O(h^4)\end{aligned}$$

Somando as duas expressões, chegamos ao Método de Verlet:

$$x(t + h) = 2x(t) - x(t - h) + \ddot{x}(h) h^2 + O(h^4)$$

Esse método tem sido largamente empregado para simulação física em jogos. Para simulação física de partículas no espaço 2D ou 3D, podemos escrever:

$$\mathbf{x}_{i+1} = 2\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1} + \frac{h^2}{m_i} \mathbf{f}_i$$

onde \mathbf{x}_i representa a posição vetorial da partícula, (x, y) ou (x, y, z) , \mathbf{f}_i representa o conjunto de forças que atuam na partícula no tempo presente e m_i é um escalar que representa a massa de cada partícula.

Introduzindo um coeficiente de amortecimento (por exemplo, $\delta = 0.02$), temos:

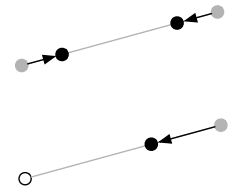
$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + (1 - \delta)(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i-1}) + \frac{h^2}{m_i} \mathbf{f}_i$$

O método portanto não considera explicitamente a velocidade, mas depende da posição corrente \mathbf{x}_i e anterior \mathbf{x}_{i-1} da partícula. Para trabalhar com problema de valor inicial (dados \mathbf{x}_0 e \mathbf{v}_0), toma-se inicialmente um passo de Euler para obter a primeira posição:

$$\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_0 + h\mathbf{v}_0$$

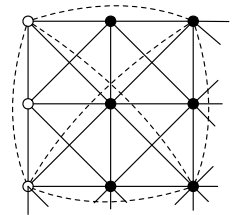
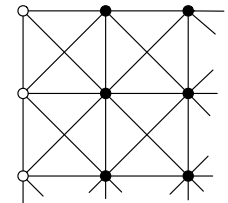
Associado ao método de Integração Verlet, podemos usar *relaxação* para o tratamento de restrições. Vamos considerar um sistema com restrições de barras rígidas. Uma barra rígida conecta duas partículas $\{\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j\}$, com comprimento r dado pela distância inicial entre as partículas. Suponha um sistema de partículas conectadas por barras rígidas.

Podemos fazer a simulação de cada partícula de forma independente, avançando o sistema para as posições \mathbf{x}_{i+1} . Sem seguida, tratamos as restrições com relaxação. Para cada barra, desloca-se as partículas conectadas (alterando \mathbf{x}_{i+1} de cada partícula), de forma a restaurar o comprimento inicial da barra. Faz-se isso para cada barra, e repete-se o procedimento iterativamente. Se ambas as partículas são móveis, desloca-se cada partícula para restaurar o comprimento da barra. Se uma das partículas é fixa, desloca-se apenas a partícula móvel, como ilustra a figura. Pode-se provar que o sistema converge após um determinado número de iterações, isto é, restaura-se o comprimento inicial de todas as barras.

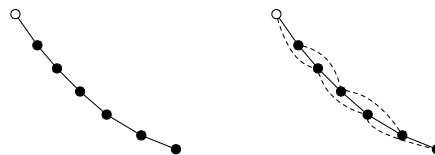


Tarefa

O objetivo deste trabalho é fazer a simulação de um pedaço de tecido 3D representado por uma grade de partícula com barras de restrição como ilustrado na figura ao lado. A segunda figura ilustra a inclusão de barras ligando partículas (linhas tracejadas) não adjacentes para evitar o dobramento do tecido. Essas barras na figura estão mostradas em curva para ilustração; devem ser barras retas como as outras cujo comprimento é a distância inicial entre as partículas conectadas. Pode-se fazer a simulação de uma bandeira, com uma linha de partículas consideradas fixas no mastro da bandeira. Deve-se considerar a força de gravidade e uma força de vento com direção inclinada em relação ao plano inicial da bandeira.



Outra opção é fazer a simulação de uma corda em 2D seguindo o mesmo princípio, como mostra a figura abaixo. Neste caso, basta considerar a força da gravidade e verificar o movimento de “pêndulo” da corda.



Análise

Ao desenvolver seu trabalho e testá-lo, procure, baseado em experimentos computacionais, responder as seguintes perguntas:

- Quantas iterações, em média, foram necessárias para o relaxamento das barras a fim de se obter resultados convincentes?
- Qual o desempenho da sua simulação? Ele roda em tempo real? Isto é, você itera o sistema em um período de tempo menor que o passo de integração usado?
- Sua implementação é genérica para simular qualquer configuração massa-barras de partículas?