Lista 1

Sistemas Baseados em Conhecimento: `[MAC0444]`

Julia Leite
Nusp: 11221797

19 de setembro de 2021

Resolução

1. Para cada uma das três sentenças abaixo, encontre uma interpretação que faça a sentença falsa e as outras duas verdadeiras:

   a) $S = \forall x \forall y \forall z((P(x,y) \land P(y,z)) \implies P(x,z))$
   Interpretações
      - $\Im_1 =< A, I >$ e $\Im_1 \models S$ `[Verdadeiro]`
        $A = \{0,1,2\}$
        $P(x,y) = \{(0,0),(1,1),(2,2)\}$

      - $\Im_2 =< A, I >$ e $\Im_2 \models S$ `[Verdadeiro]`
        $A = \{0,1,2,3\}$
        $P(x,y) = \{(0,0),(1,1),(2,2),(3,3)\}$

      - $\Im_3 =< A, I >$ e $\Im_3 \models S$ `[Falso]`
        $A = \{0,1,2\}$
        $P(x,y) = \{(0,1),(0,2),(1,0),(1,2),(2,0),(2,1)\}$

   b) $\forall x \forall y((P(x,y) \land P(y,x)) \implies x = y)$
   Interpretações
      - $\Im_1 =< A, I >$ e $\Im_1 \models S$ `[Verdadeiro]`
        $A = \{1,2\}$
        $P(x,y) = \{(1,1),(2,2)\}$

      - $\Im_2 =< A, I >$ e $\Im_2 \models S$ `[Verdadeiro]`
        $A = \{1,2\}$
        $P(x,y) = \{(1,1),(1,2),(2,2)\}$

      - $\Im_3 =< A, I >$ e $\Im_3 \models S$ `[Falso]`
        $A = \{1,2\}$
        $P(x,y) = \{(1,1),(1,2),(2,1),(2,2)\}$

   c) $\forall x \forall y((P(a,y) \implies P(x,b))$
   Interpretações
      - $\Im_1 =< A, I >$ e $\Im_1 \models S$ `[Verdadeiro]`
        $A = \{a,b\}$
        $P(x,y) = \{(a,a),(a,b),(b,b)\}$

      - $\Im_2 =< A, I >$ e $\Im_2 \models S$ `[Verdadeiro]`
        $A = \{a,b,c\}$
        $P(x,y) = \{(a,a),(a,b),(a,c),(b,b),(c,b)\}$

- $\Im_3 =< A, I >$ e $\Im_3 \models S$ `[Falso]`
  $A = \{a, b\}$
  $P(x, y) = \{(a, a), (a, b)\}$

2. Antônio, Maria e João são membros do Clube Alpino. Todo membro do Clube Alpino que não é esquiador é um alpinista. Alpinistas não gostam de chuva, e qualquer um que não goste de neve não é esquiador. Maria não gosta de nada que Antônio gosta, e gosta de qualquer coisa de que Antônio não gosta. Antônio gosta de chuva e de neve.

   a) Observação: nesse item, abreviamos Clube Alpino para CA.
      Obtivemos o seguinte conhecimento (KB)

      $CA(Antonio)$
      $CA(Maria)$
      $CA(Joao)$
      $\forall x(CA(x) \wedge \neg Esquiador(x) \implies Alpinista(x))$
      $\forall x(Alpinista(x) \implies \neg Gosta(x, chuva))$
      $\forall x(\neg Gosta(x, neve) \implies \neg Esquiador(x))$
      $\forall x(Gosta(Antonio, x) \implies \neg Gosta(Maria, x))$
      $\forall x(\neg Gosta(Antonio, x) \implies Gosta(Maria, x))$
      $Gosta(Antonio, chuva)$
      $Gosta(Antonio, neve)$

   b) Queremos saber se:

      $$KB \models \exists x(CA(x) \wedge Alpinista(x))$$

      Sabemos que $KB \models Gosta(Antonio, neve)$ e $KB \models \forall x(Gosta(Antonio, x) \implies \neg Gosta(Maria, x))$ então,

      $$KB \models \neg Gosta(Maria, neve)$$

      Como $KB \models \neg Gosta(Maria, neve), \forall x(\neg Gosta(x, neve) \implies \neg Esquiador(x))$, temos que

      $$KB \models \neg Esquiador(Maria)$$

      .
      Sabemos que $KB \models CA(Maria), \neg Esquiador(Maria)$ e $KB \models \forall x(CA(x) \wedge \neg Esquiador(x) \implies Alpinista(x))$, então:

      $$KB \models Alpinista(Maria)$$

      .
      Sabemos, então, que a existência de um membro do CA que é Alpinista é consequência semântica do conhecimento

   c) Base de conhecimento (KB) em outra notação:

      I $[CA(Antonio)]$
      II $[CA(Maria)]$
      III $[CA(Joao)]$
      IV $[\neg CA(x), Esquiador(x), Alpinista(x)]$
      V $[\neg Alpinista(x), \neg Gosta(x, chuva)]$
      VI $[Gosta(x, neve), \neg Esquiador(x)]$
      VII $[\neg Gosta(Antonio, x), \neg Gosta(Maria, x)]$
      VIII $[Gosta(Antonio, x), Gosta(Maria, x)]$
      IX $[Gosta(Antonio, chuva)]$
      X $[Gosta(Antonio, neve)]$

Vamos tentar provar α que sem a informação de que *Maria não gosta de nada de que Antônio gosta*, ou seja sem o item VII

$$\alpha = \exists x(CA(x) \wedge Alpinista(x)$$
$$\neg\alpha = \forall x(\neg CA(x) \vee \neg Alpinista(x)$$
$$\neg\alpha = [\neg CA(x), \neg Alpinista(x)]$$

Seja nossa base de conhecimento sem o item VII: KB', queremos provar que $KB' \models \alpha$, ou seja que, $KB' \cup \{\neg\alpha\}$ não é satisfatível.
Então temos:
$\neg\alpha = [\neg CA(x), \neg Alpinista(x)]$ e $[\neg CA(x), Esquiador(x), Alpinista(x)]$ (IV)

$$[\neg CA(x), Esquiador(x)]$$

$[\neg CA(x), Esquiador(x)]$ e $[Gosta(x, neve), \neg Esquiador(x)]$ (VI)

$$[\neg CA(x), Gosta(x, neve)]$$

Agora: $[\neg CA(x), Gosta(x, neve)]$ e $[CA(Antonio)]$ (I):

$$\left[\frac{x}{Antonio}\right][Gosta(Antonio, neve)] \neq []$$

Mesmo se tentarmos substituir o passo anterior com outros itens, não chegamos em []:
Outra tentativa: $[\neg CA(x), Gosta(x, neve)]$ e $[CA(Maria)]$ (II):

$$\left[\frac{x}{Maria}\right][Gosta(Maria, neve)] \neq []$$

Ou: $[\neg CA(x), Gosta(x, neve)]$ e $[CA(Joao)]$ (III):

$$\left[\frac{x}{Joao}\right][Gosta(Joao, neve)] \neq []$$

Concluímos, então, que não é possível provar a existência de um membro do CA alpinista em KB'

d) Use resolução com extração de resposta para descobrir quem é o membro do Clube Alpino que é alpinista mas não esquiador.

$$[\neg CA(x), Esquiador(x), Alpinista(x)](IV)$$
$$[\neg CA(x), Gosta(x, neve), Alpinista(x)](VI)$$

Primeira tentativa falha:

$$[CA(Antonio)](I)$$

$$\left[\frac{x}{Antonio}\right][Gosta(Antonio, neve), Alpinista(Antonio)]$$

Segunda tentativa também falha:

$$[CA(Joao)](III)$$

$$\left[\frac{x}{Joao}\right][Gosta(Joao, neve), Alpinista(Joao)]$$

Terceira tentativa:
$[CA(Maria)]$, $[Gosta(Antonio, neve)]$, $\left[\frac{x}{neve}\right][\neg Gosta(Antonio, x), \neg Gosta(Maria, x)]$ (II, X, VII)
Temos, então:

$$alpinista(Maria)$$

Logo, Maria é alpinista.