

Biletiki

Physics

Оглавление

1 Вопросы	3
1.1 Сформулируйте законы Ньютона.	3
1.2 Что такое сила и масса? Как их измерить?	3
1.3 Сформулируйте правило сложения сил.	4
1.4 Сформулируйте принцип относительности Галилея.	4
1.5 Сформулируйте принцип относительности Эйнштейна.	5
1.6 Сформулируйте принцип постоянства скорости света.	5
1.7 Напишите формулы преобразований Лоренца.	5
1.8 Напишите релятивистское уравнение движения.	6
1.9 Сформулируйте закон всемирного тяготения и принцип суперпозиции.	6
1.10 Дайте определения работы и потенциальной энергии.	7
1.11 Что такое потенциальная сила? Приведите примеры потенциальных и непотенциальных сил.	7
1.12 Что такое внутренние и внешние силы? Приведите примеры. . .	8
1.13 Что такое центр масс системы частиц? Сформулируйте закон движения центра масс.	8
1.14 Сформулируйте законы сохранения импульса и энергии в механике Ньютона.	8
1.15 Сформулируйте закон сохранения импульса и энергии в теории относительности.	9
1.16 Что такое момент импульса и момент силы?	9
1.17 Сформулируйте теорему моментов.	9
1.18 Сформулируйте закон сохранения момента импульса.	10
1.19 Сформулируйте законы Кеплера.	10
1.20 Что такое момент инерции твердого тела? Приведите примеры. .	10
1.21 Сформулируйте теорему Гюйгенса–Штейнера.	11
1.22 Что такое угловая скорость вращения тела?	11
1.23 Что такое вектор угловой скорости?	11
1.24 Напишите формулы для импульса, момента импульса и кинетической энергии тела, совершающего плоское движение.	11
1.25 Напишите уравнение вращения тела.	12
1.26 Что такое силы инерции? Приведите примеры.	12
1.27 Что такое связи в механике? Приведите примеры систем со связями и без связей.	12

1.28	Что такое число степеней свободы механической системы? Приведите примеры.	12
1.29	Что такое идеальные связи? Приведите примеры.	13
1.30	Что такое лагранжиан механической системы? Запишите уравнения Лагранжа.	13
1.31	Что такое обобщенная сила и обобщенный импульс? Чем определяются их размерности? Приведите примеры.	13
1.32	Что такое гамильтониан консервативной механической системы? Запишите уравнения Гамильтона.	14
1.33	Напишите уравнение гармонических колебаний и его общее решение. Как найти частоту малых колебаний механической системы?	14
1.34	Приведите примеры колебательных систем с двумя степенями свободы. Что такое нормальные колебания и нормальные координаты?	15
1.35	Напишите волновое уравнение и его общее решение.	15
1.36	Что такое распределение плотности вероятности?	15
1.37	Напишите формулу распределения Гиббса.	16
1.38	Напишите формулу распределения Максвелла.	16
1.39	Напишите формулу распределения Больцмана.	16
1.40	Сформулируйте теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы.	16
1.41	Напишите уравнение диффузии. Что такое коэффициент диффузии?	17
1.42	Напишите уравнение теплопроводности. Что такое коэффициент теплопроводности?	17
1.43	Сформулируйте закон вязкости.	17

Вопросы

1.1 Сформулируйте законы Ньютона.

1-ый закон Ньютона (ист.). *Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока другие тела не заставят его изменить это состояние.*

2-ый закон Ньютона (ист.). *Произведение массы материальной точки на ускорение равно действующей на нее силе*

$$m\vec{a} = \vec{F}.$$

3-ый закон Ньютона (ист.). *Действия двух тел друг на друга равны и противоположно направлены:*

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}.$$

Силы взаимодействия приложены к разным телам, направлены вдоль одной прямой и имеют одинаковую природу.

1-ый закон Ньютона. *Существуют такие системы отсчета, называемые инерциальными, относительно которых свободное тело находится в состоянии покоя или движется равномерно прямолинейно.*

2-ый закон Ньютона. *В инерциальной системе отсчета скорость изменения импульса материальной точки равна равнодействующей всех приложенных к ней внешних сил:*

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}.$$

3-ый закон Ньютона. *Тела действуют друг на друга с силами равными по модулю, противоположными по направлению, направленными вдоль одной прямой и имеющими одинаковую природу.*

1.2 Что такое сила и масса? Как их измерить?

Определение. Масса определяется как мера отклика тела на действие силы. Сила есть мера действия на данное тело других тел.

Измерение сил и масс.

Для того чтобы измерить силу и массу нужно ввести единицы измерения. Единица массы — 1 килограмм (кг). Согласно современному определению, это масса эталонного тела, представляющего собой цилиндр из сплава платины и иридия диаметром 39 мм и такой же высоты. Единица измерения силы — 1 ньютон (Н). Это сила, вызывающая ускорение в 1 м/с^2 у тела массой в 1 килограмм.

Для того чтобы измерить массу произвольного тела, подействуем на него силой в 1Н и измерим ускорение тела. Обозначим полученную величину ускорения a_1 . После этого массу тела найдем по формуле

$$m = \frac{1\text{H}}{a_1}.$$

Для того чтобы измерить силу, подействуем этой силой на тело массой в 1кг и измерим ускорение тела. Обозначим величину ускорения a_2 . После этого силу найдем по формуле

$$F = 1\text{kg} \cdot a_2.$$

1.3 Сформулируйте правило сложения сил.

Опять показывает, что если на материальную точку одновременно действуют две силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , то она начинает двигаться так, как если бы действала одна сила \vec{F} равная векторной сумме первых двух сил. Это правило выражается формулой

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

или, в случае большего числа сил

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \sum_i \vec{F}_i.$$

1.4 Сформулируйте принцип относительности Галилея.

Принцип относительности Галилея. *При одинаковых начальных условиях любое механическое явление во всех инерциальных системах отсчета протекает одинаково.*

1.5 Сформулируйте принцип относительности Эйнштейна.

Принцип относительности Эйнштейна. *Никакими физическими опытами, проведенными внутри данной системы отсчета, нельзя установить, находится ли эта система в состоянии покоя или равномерно прямолинейно движется.*

Или:

Принцип относительности Эйнштейна. *Уравнения, выражающие физические законы, должны быть инвариантны относительно преобразований Лоренца.*

1.6 Сформулируйте принцип постоянства скорости света.

Принцип постоянства скорости света. *Скорость света не зависит от того, по отношению к какой системе отсчета — покоящейся или движущейся — она определяется*

1.7 Напишите формулы преобразований Лоренца.

Преобразования Лоренца.

$$\begin{aligned}x &= \frac{x' + ct' \cdot V/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ct &= \frac{ct' + x' \cdot V/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\y &= y' \\z &= z',\end{aligned}$$

где x, y, z — координаты некоторой точки в неподвижной системе отсчета в момент времени t по часам неподвижной системы, x', y', z' — координаты той же самой точки в момент времени t' по часам движущейся системы отсчета, V — скорость движущейся системы отсчета, c — скорость света.

Обратные преобразования имеют вид

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - ct \cdot V/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\ct' &= \frac{ct - x \cdot V/c}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \\y' &= y \\z' &= z.\end{aligned}$$

1.8 Напишите релятивистское уравнение движения.

Релятивистское уравнение движения. Это уравнение, обобщающее второй закон Ньютона на случай движения частицы с большой скоростью. Оно имеет вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F},$$

где

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}.$$

Здесь m — масса материальной точки, \vec{v} — ее скорость, c — скорость света, \vec{F} — сила действующая на материальную точку.

1.9 Сформулируйте закон всемирного тяготения и принцип суперпозиции.

Закон всемирного тяготения. Любые две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной их массам и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где F — сила притяжения, m_1, m_2 — массы материальных точек, r — расстояние между ними. Величина $G = 6.6 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$ называется гравитационной постоянной.

Принцип суперпозиции. Каждая пара частиц взаимодействует независимо, т.е. так, как если бы других частиц не было. Математически этот выражается формулой

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_i.$$

Она означает, что гравитационная сила, действующая на данную частицу со стороны произвольной системы частиц, равна векторной сумме сил, приложенных со стороны отдельных частиц системы.

1.10 Дайте определения работы и потенциальной энергии.

Определение. Элементарной работой называется скалярное произведение силы на бесконечно малое перемещение точки приложения силы:

$$dA = \vec{F} d\vec{r}.$$

Определение. Полная работы, или просто работа, это сумма элементарных работ:

$$A = \int dA = \int \vec{F} d\vec{r}.$$

Определение. Элементарной потенциальной энергией называется элементарная работа потенциальной силы, взятая со знаком минус:

$$d\Pi = -dA_{\Pi}$$

Определение. Полной потенциальной энергией, или просто потенциальной энергией, называется сумма элементарных потенциальных энегрий:

$$\Pi = \int d\Pi.$$

1.11 Что такое потенциальная сила? Приведите примеры потенциальных и непотенциальных сил.

Определение. Сила называется потенциальной, если работа этой силы равна нулю при перемещении точки приложения силы по любому замкнутому контуру:

$$\oint dA = 0.$$

Потенциальными являются сила тяжести, сила упругости, сила Кулона. К непотенциальным силам относятся сила трения, мышечная сила.

1.12 Что такое внутренние и внешние силы? Приведите примеры.

Определение. Внутренними силами называются силы взаимодействия между телами данной системы. Внешними силами называются силы, действующие на тела со стороны тел, не входящих в данную систему.

1.13 Что такое центр масс системы частиц? Сформулируйте закон движения центра масс.

Определение. Центром масс системы называется точка, радиус-вектор которой определяется формулой:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i,$$

где m_i — масса частицы с радиус-вектором \vec{r}_i , $m = \sum_i m_i$

Закон движения центра масс. Центр масс произвольной механической системы движется так, как если бы в этой точке была сосредоточена вся масса системы и к ней были бы приложены все внешние силы.

1.14 Сформулируйте законы сохранения импульса и энергии в механике Ньютона.

Закон сохранения импульса. Если сумма внешних сил равна нулю, то импульс механической системы сохраняется.

Теорема об изменении кинетической энергии. Приращение кинетической энергии материальной точки равно работе действующих на нее сил.

Определение. Полной механической энергией называется сумма кинетической и потенциальной энергии.

Закон изменения полной энергии. Изменение полной механической энергии материальной точки равно работе действующей на нее непотенциальных сил.

Закон сохранения энергии в механике Ньютона. Если работа непотенциальных сил равна нулю, то полная механическая энергия системы сохраняется.

1.15 Сформулируйте закон сохранения импульса и энергии в теории относительности.

Закон сохранения импульса в теории относительности. Если сумма внешних сил равна нулю, то релятивистский импульс системы сохраняется

$$\vec{p} = \sum_i \frac{m_i \vec{v}_i}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} = \text{const.}$$

Закон сохранения энергии в теории относительности. Если сумма внешних сил равна нулю, то релятивистская энергия системы сохраняется

$$E = \sum_i \frac{m_i c^2}{\sqrt{1 - v_i^2/c^2}} = \text{const.}$$

1.16 Что такое момент импульса и момент силы?

Определение. Моментом импульса частицы называется векторное произведение радиус-вектора частицы на ее импульс:

$$\vec{N} = [\vec{r}, m\vec{v}].$$

Определение. Моментом силы называется векторное произведение радиус-вектора точки приложения сила на вектор силы:

$$\vec{M} = [\vec{r}, \vec{F}].$$

1.17 Сформулируйте теорему моментов.

Теорема моментов для материальной точки. Скорость изменения момента импульса материальной точки равна моменту действующей на нее силы:

$$\dot{\vec{N}} = \vec{M}.$$

Теорема моментов для системы частиц. Скорость изменения момента импульса частиц равна сумме моментов внешних сил, действующих на систему:

$$\dot{\vec{N}} = \vec{M}_{\text{внеш.}}$$

1.18 Сформулируйте закон сохранения момента импульса.

Закон сохранения момента импульса. *Если сумма моментов внешних сил равна нулю, то момент импульса механической системы сохраняется.*

Закон сохранения момента импульса относительно оси. *Если существует такая ось, относительно которой сумма моментов внешних сил равна нулю, то относительно этой оси момент импульса сохраняется.*

1.19 Сформулируйте законы Кеплера.

Первый закон Кеплера. *Планеты солнечной системы движутся по эллипсам, в общем фокусе которых находится Солнце.*

Второй закон Кеплера. *За равные промежутки времени радиус-вектор планеты очерчивает равные площади. Этот закон называют законом сохранения секторной скорости.*

Третий закон Кеплера. *Квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их эллиптических орбит.*

1.20 Что такое момент инерции твердого тела? Приведите примеры.

Определение. Моментом инерции тела относительно данной оси называется величина, определяемая формулой

$$I = \sum_i m_i r_{i\perp}^2,$$

где m_i — масса материальной точки тела, $r_{i\perp}$ — расстояние этой точки от оси вращения. Если тело можно рассматривать как сплошное, то сумма заменяется интегралом по объему тела V :

$$I = \int \rho r_{\perp}^2 dV,$$

где dV — элемент объема, ρ — плотность материала, r_{\perp} — расстояние от данного элемента тела до оси вращения.

1.21 Сформулируйте теорему Гюйгенса–Штейнера.

Теорема Гюйгенса–Штейнера. Момент инерции тела относительно данной оси равен моменту инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно данной, плюс масса тела, умноженная на квадрат расстояния между осями.

$$I = I_c + ma^2.$$

1.22 Что такое угловая скорость вращения тела?

Определение. Угловой скоростью вращения тела называется произвольная угла поворота тела по времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

1.23 Что такое вектор угловой скорости?

Определение. Вектор угловой скорости — это вектор $\vec{\omega}$, направленный вдоль оси вращения тела по правилу правого винта и равный по модулю произвольной угла поворота тела по времени.

1.24 Напишите формулы для импульса, момента импульса и кинетической энергии тела, совершающего плоское движение.

Импульс тела.

$$\vec{p} = m\vec{v}_c,$$

где \vec{v}_c — скорость центра масс тела.

Момент импульса тела. Составляющая вдоль оси вращения:

$$\vec{N}_{||} = [\vec{r}_{c\perp}, m\vec{v}_c] + I\vec{\omega},$$

где $\vec{r}_{c\perp}$ — составляющая радиус-вектора центра масс тела, перпендикулярная оси вращения, I — момент инерции тела, относительно оси проходящей через центр масс, $\vec{\omega}$ — угловая скорость вращения тела.

Кинетическая инергия тела.

$$K = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

1.25 Напишите уравнение вращения тела.

Уравнение вращения тела вокруг неподвижной оси.

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}_{||},$$

где I — момент инерции тела относительно оси, $\vec{\varepsilon}$ — вектор углового ускорения, $\vec{M}_{||}$ — составляющая суммы моментов внешних сил, параллельная оси вращения.

1.26 Что такое силы инерции? Приведите примеры.

Определение. Сила инерции — это добавочная сила, действующая на материальную точку в неинерциальной системе отсчета, и определяемая формулой:

$$\vec{F}_{\text{ин}} = -m(\vec{a} - \vec{a}'),$$

где m — масса материальной точки, \vec{a} — ее ускорение относительно какой-либо инерциальной системы отсчета, \vec{a}' — ускорение точки относительно данной неинерциальной системы отсчета.

1.27 Что такое связи в механике? Приведите примеры систем со связями и без связей.

Определение. Связи это не вытекающие из уравнения движения ограничения на координаты, скорости и ускорения точек механической системы.

1.28 Что такое число степеней свободы механической системы? Приведите примеры.

Определение. Число степеней свободы — это число независимых координат, полностью определяющих положений системы в пространстве.

1.29 Что такое идеальные связи? Приведите примеры.

Определение. Идеальные связи — это связи, для которых виртуальная работа сил реакции равна нулю:

$$\delta A_R = \sum_{l=1}^N \vec{R}_l \delta \vec{r}_l = 0,$$

где \vec{R}_l — сила реакции, действующая на материальную точку с номером l , а N — чисор материальных точек системы. Пример: идеально гладкая плоскость, невесомый жесткий стержень.

1.30 Что такое лагранжиан механической системы? Запишите уравнения Лагранжа.

Определение. Лагранжиан механической системы:

$$\mathcal{L} = K - \Pi = \mathcal{L}(q, \dot{q}, t)$$

Уравнение Лагранжа.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_j} = 0, \quad j = \overline{1, s}.$$

1.31 Что такое обобщенная сила и обобщенный импульс? Чем определяются их размерности? Приведите примеры.

Определение. Обобщенное силой называется величина, определяемая формулой:

$$Q_j = \sum_{l=1}^n \vec{F}_l \frac{\partial \vec{r}_l}{\partial q_j} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j}, \quad j = \overline{1, s}.$$

Определение. Обобщенным импульсом называется частная произвольная функции Лагранда по обобщенной скорости:

$$p_j = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_j}, \quad j = \overline{1, s}.$$

Размерность как обобщенной силы так и обобщенной силы определяется размерностью обобщенной координаты.

1.32 Что такое гамильтониан консервативной механической системы? Запишите уравнения Гамильтона.

Определение. Функция Гамильтона:

$$H(q, p, t) = \sum_{j=1}^s \dot{q}_j p_j - \mathcal{L}.$$

Определение. Если гамильтон системы не содержит явной зависимости от времени, то система называется консервативной. Гамильтоном консервативной системы:

$$H(q, p) = K(q, p) + \Pi(q).$$

Уравнения Гамильтона.

$$\dot{q}_j = \frac{\partial H}{\partial p_j}, \quad \dot{p}_j = -\frac{\partial H}{\partial q_j}, \quad j = \overline{1, s}.$$

1.33 Напишите уравнение гармонических колебаний и его общее решение. Как найти частоту малых колебаний механической системы?

Уравнение гармонических колебаний.

$$\ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

где x — обобщенная координата, которая отсчитывается от положения равновесия системы.

Общее решение уравнения гармонических колебаний.

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi),$$

где A — постоянная величина, называемая амплитудой колебаний, φ — постоянная величина, называемая начальной фазой колебаний.

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}},$$

где m — полная масса маятника, g — ускорение свободного падения, l — расстояние от оси вращения до центра масс маятника, I — момент инерции маятника относительно оси вращения.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu,$$

где T — период колебаний, ν — частота.

1.34 Приведите примеры колебательных систем с двумя степенями свободы. Что такое нормальные колебания и нормальные координаты?

Определение. Нормальными координатами называются координаты, которые при любых движениях системы меняются независимо друг от друга. Каждая из нормальных координат колеблется по гармоническому закону на своей собственной частоте.

Определение. Собственными частотами системы называются частоты, на которых система может совершать гармонические колебания. Число собственных частот равно числу степеней свободы системы.

Определение. Нормальными колебаниями называются гармонические колебания на одной из собственных частот системы. Такие колебания реализуются, если отлична от нулю только одна нормальная координата.

1.35 Напишите волновое уравнение и его общее решение.

Волновое уравнение.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

где $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$, $\rho = \frac{m}{l}$ — плотность струны, l — длина струны, m — масса струны, T — сила натяжения струны. Ось x направлена вдоль струны, ось y — поперек струны

Решение волнового уравнения.

$$y(x, t) = f_1(x - vt) + f_2(x + vt),$$

где f_1 и f_2 — произвольные дифференцируемые функции.

1.36 Что такое распределение плотности вероятности?

Определение. Распределение плотности вероятности это отношение вероятности попадания случайной величины в малый интервал вблизи заданного

значения к величине этого интервала в пределе, когда интервал стремиться к нулю:

$$w(x_0) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{p(x_0 \leq x \leq x_0 + \Delta x)}{\Delta x}$$

1.37 Напишите формулу распределения Гиббса.

Распределение Гиббса.

$$w(z) = C \cdot e^{-H(z)/kT},$$

где $x = q, p$ — набор обобщенных координат и импульсов системы, $H = K + \Pi$, T — абсолютная температура системы, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град — постоянная Больцмана, C — нормированная координата.

1.38 Напишите формулу распределения Максвелла.

Распределение Максвелла.

$$w(v_x, v_y, v_z) = C \cdot \exp \left[-\frac{m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)}{2kT} \right].$$

1.39 Напишите формулу распределения Больцмана.

Распределение Больцмана.

$$w(x, y, z) = C \cdot \exp \left[-\frac{\Pi(x, y, z)}{kt} \right].$$

1.40 Сформулируйте теорему о равнораспределении энергии по степеням свободы.

Закон равнораспределения энергии по степеням свободы. В состоянии термодинамического равновесия на каждую квадратичную степень свободы приходится в среднем одинаковая энергия равная

$$E = \frac{kT}{2}.$$

Квадратичная степень свободы — это переменная, вклад которой в гамильтониан пропорционален квадрату этой переменной. Квадратичной

переменной является, например, обобщенный импульс.

1.41 Напишите уравнение диффузии. Что такое коэффициент диффузии?

Определение. Коэффициент диффузии это коэффициент пропорциональности между плотностью потока частиц и градиентом их концентрации. Размерность этого коэффициента $\text{м}/\text{с}^2$. Его физический смысл — темп распространения диффузионного пятна.

Уравнение диффузии.

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2},$$

где n — концентрация частиц, t — время, x — координата, D — коэффициент диффузии.

1.42 Напишите уравнение теплопроводности. Что такое коэффициент теплопроводности?

Определение. Коэффициент теплопроводности это коэффициент пропорциональности между плотностью потока тепла и градиентом температуры. Размерность этого коэффициента $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{град})$. Его физический смысл — темп расплывания "теплового" пятна.

Уравнение теплопроводности.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c\rho} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

где T — температура, t — время, x — координата, k — коэффициент теплопроводности, c — удельная теплоемкость среды, ρ — ее плотность.

1.43 Сформулируйте закон вязкости.

Закон вязкости. Плотность потока импульса пропорциональна градиенту скорости.

$$\frac{dp_x}{Sdt} = -\eta \frac{\partial c_V}{\partial y},$$

где dp_x — добавочный импульс в направлении оси x , перенесенный частицами вещества через площадку площадью S с координатой y в направлении оси y за время dt , η — постоянная величина, называемая коэффициентом вязкости.