

TD1 : Calcul algébrique de base

2018/2019

E3FI
Semestre 1

1 Fractions

Quelques rappels sur les règles opératoires connues :

- (i) $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} =$
- (ii) $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} =$
- (iii) $\frac{a}{c} \times \frac{b}{c} =$
- (iv) $\frac{a}{c} \div \frac{b}{c} =$

Exercice 1. Mettre sous forme de fractions irréductible :

$$\begin{array}{lll} A) (\frac{1}{12} - \frac{1}{4}) \times \frac{7}{9} & B) \frac{\frac{4}{13}}{\frac{5}{15}} & C) \frac{3}{\frac{5}{15}} \\ D) \frac{5}{\frac{3}{15}} & E) \frac{3}{8} - (\frac{1}{4})^2 & F) \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \\ G) \frac{64}{49} \times \frac{54}{48} & H) \frac{1}{G^2} & I) (C - D)^2 \\ J) 3 \times (\frac{3}{15} - \frac{4}{12}) - 3 & K) (\frac{1}{2} - 4)^2 - 3 & L) \frac{9}{4} - (1 - \frac{2}{3}) \end{array}$$

Exercice 2. Exprimer de manière la plus simple possible les expressions suivantes :

$$\begin{array}{lll} A) \frac{x}{2} \times \frac{x+1}{6} \times \frac{4x}{x^2-1} & B) \frac{a-b}{a} \times \frac{a^2-ab}{5} \times \frac{3a}{a^2-b^2} & C) \frac{\frac{y}{x-y} - \frac{x}{x+y}}{\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}} \\ D) \frac{x+3}{5} \times \frac{x+1}{x^2} \times \frac{x}{(x+3)(x+1)} & E) \frac{1}{a^2-ab} \times \frac{4}{a^2} \times \frac{a^2-b^2}{5} & F) \frac{\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{1 - \frac{x-1}{x+1}} \end{array}$$

2 Développer-Factoriser

On rappelle les règles opératoires connues :

- (i) $k(a+b) = ka + kb$
- (ii) $k(a+b+c+d+\dots) =$
- (iii) $k(a-b) =$
- (iv) $-(a+b+c+d+\dots) =$
- (v) $(a+b)(c+d) =$
- (vi) $(a+b)^2 =$
- (vii) $(a-b)^2 =$
- (viii) $(a+b)(a-b) =$

Exercice 3. Démontrer les quatre dernières propriétés en utilisant la première.

Exercice 4. Développer et réduire :

$$\begin{array}{ll} A) -3(2x+3) & F) (2x-3)(y+5) \\ B) (2x-3)^2 & G) (a+b)(c+d+e) \\ C) (7x+1)^2 & H) (a+b+c)^2 \\ D) (9x-4)(2x-1)(3x+2) & I) (a+b)^3 \\ E) -2(2x-4)(4y+5) & J) (2x+3)^3 \end{array}$$

Exercice 5. Factoriser :

$$\begin{array}{lll} A) 2a+6b & B) 4a-6b & C) 3a+4a^2 \\ D) 5a+15ab & E) 4ab^2+6a^2b+12abc & F) (2x-3) \times 4x + (2x-3) \times 5 \\ G) (3x-2) \times 4x + (2x+4) \times (3x-2) & H) (3x-9)^2 - (4x+1)(3x-9) & I) x^2-2x+1 \\ J) -x^2+2x-1 & K) x^2+2x+1 & L) 25x^2-9 \\ M) 4ax^2-16a & N) (2x-4)^2 - (3x+1)^2 & O) (2x-3)^2 - (1-x)(3-2x) \end{array}$$

3 Puissances

Rappels des règles opératoires connues :

- (i) $a^{-n} =$
- (ii) $a^0 =$
- (iii) $a^1 =$
- (iv) $a^n \times a^m =$
- (v) $\frac{a^n}{a^m} =$
- (vi) $(ab)^n$
- (vii) $(\frac{a}{b})^n =$
- (viii) $(a^n)^m =$

Exercice 6. Donner une idée de démonstration des cinq dernières règles

Correction 1.

Exercice 7. Mettre sous la forme a^n , avec $a \in \mathbb{N}$ le plus petit possible.

$$\begin{array}{lll}
 A) (2^3)^{-2} & B) (4^3)^{-2} & C) \frac{5^5 \times 5^2}{25^2} \\
 D) (2^8)^{-2} \times 4^{-3} & E) \frac{A^2}{D} & F) \frac{0,0001}{10^{-4}} \\
 G) 100 \times (0,001)^2 \times 10^{-7} & H) (\frac{1}{2})^{-5} & I) (\frac{2^3}{4^0})^{-2} \\
 J) \frac{3}{9^{-1}})^4 & K) (\frac{27}{9^3} \times \frac{1}{3} \times 9^{-4}) & L) (0,001)^2 \times (100^2)^2 \times \frac{1}{10^{-2}}
 \end{array}$$

Exercice 8. Mettre sous la forme $a^n b^n$ avec $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$ les plus petits possible :

$$\begin{array}{ll}
 A) \frac{8}{9} & B) \frac{100}{27^3} \\
 C) \frac{81^{-3}}{0,001} & D) \frac{8}{27^{-3}} \times (\frac{1}{16})^{-4} \times (\frac{1}{\frac{1}{2}})^3 \\
 E) \frac{25}{5^{-3}} \times \frac{10}{100^2} \times \frac{1}{8} & F) 0,1 \times 4 \times \frac{1}{10 \times 10^0} \times \frac{5^2}{5^{-3}}
 \end{array}$$

Exercice 9. Rappeler dans quels cas on change le sens d'une équation

Exercice 10. Résoudre les équations et les inéquations suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 A) 4x - 3 = 1 - 3x & B) 5x - 4 = 2 - x \\
 C) -3x + 2 < -x + 4 & D) -5x + 4 > 4x + 2 \\
 E) -2(4x + 2) < 4(x - 3) & F) (x + 1)^2 \geq (x - 1)^2 \\
 G) 2x - p \neq 4(x - p) + p & H) 5a - 3 \leq 2a + x \\
 I) 4x + 6a > -(a - x) & J) 2x + 3 \neq 6(x - 3) - 8
 \end{array}$$

Exercice 11. Donner l'ensemble des solutions des équations et inéquations suivantes :

$$\begin{array}{ll}
 A) (2x - 3)(5 - x) = 0 & B) (4x - 3)^2 = 0 \\
 C) 4x^2 - 9 = 0 & D) \frac{2x-3}{(4x-8)(3x+5)} > 0 \\
 E) \frac{x^2-1}{2x+3} = 0 & F) \frac{1-4x}{x+3} < 0 \\
 G) \frac{(2x-3)^2}{4} \geq 0 & H) \frac{x^2+2x+1}{(3-x)(x^2+1)} < 0
 \end{array}$$

Exercice 12. Rappeler, suivant le signe de a , l'ensemble des solutions de l'équation $X^2 = a$

- si $a > 0$, l'ensemble des solutions est : $S =$
- si $a = 0$, l'ensemble des solutions est : $S =$
- si $a < 0$, l'ensemble des solutions est : $S =$

Démontrer ces trois propriétés.

Exercice 13. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{lll}
 A) x^2 = -3 & B) x^2 = 5 & C) x^2 = 0 \\
 D) (x + 1)^2 = -3 & E) (2x - 3)^2 = 2 & F) (3x - 2)^2 = -4 \\
 G) 9x^2 - 4 = 0 & H) (4x + 2)^2 = 0 & I) 8 \times (2x - 1)^2 = 4
 \end{array}$$