

Exercice no	Quest. cours	Fibonacci	Deux éléments parmi n	Achat de cadeaux	Total
Points:	4	4	4	9	21

Exercice 1. (Quest. cours)**Exercice 1 : 4 pts**

L'algorithme étudié peut se caractériser par une relation de récurrence définie par : $T(n) = 3 \cdot T(\frac{n}{3}) + \Theta(n^2)$.

- (a) [2 points] Déterminer sa complexité en utilisant la méthode des arbres récursifs.
- (b) [2 points] Appliquer le théorème de la méthode générale pour en déduire sa complexité. Obtenons nous le même résultat que dans la question précédente ?

Exercice 2. (Fibonacci)**Exercice 2 : 4 pts**

Nous aimerions à nouveau nous intéresser à la suite de Fibonacci.

- (a) [2 points] Déterminer le nombre d'additions de la version récursive (non terminale).
- (b) [2 points] Déterminer le nombre d'additions de la version itérative.

Exercice 3. (Deux éléments parmi n)**Exercice 3 : 4 pts**

Soit un ensemble S de $n \geq 2$ entiers distincts (S n'est pas supposé trié). L'algorithme recherche deux éléments distincts x et y de S tel que : $|x - y| \leq \frac{1}{n-1} \cdot (\max(S) - \min(S))$.

- (a) [2 points] Donner un algorithme naïf qui répond à ce problème. En déduire sa complexité
- (b) [2 points] Proposer un autre algorithme plus efficace que celui proposé dans la question précédente.

Exercice 4. (Achat de cadeaux)**Exercice 4 : 9 pts**

Des parents se proposent d'acheter des cadeaux pour leurs enfants. Par simplification, nous admettrons que les cadeaux pourraient être proposés de manière indifférenciée aux différents enfants ; les prix de ces cadeaux sont des valeurs entières. Ils sont représentés par les indices d'un tableau ; chaque valeur de ce tableau est associée à un prix (on pourrait imaginer que l'ordre des cadeaux est lié aux préférences des enfants!!). Tout en respectant cet ordre de préférence proposé par ces derniers, les parents privilégient aussi l'achat de cadeaux répondant également à leurs attentes (par exemple, ces derniers peuvent préférer des cadeaux à vocation didactique ou créative pour leurs enfants). Ils décident alors de conserver l'ordre de préférence des enfants tout en considérant un changement de signe du prix : le prix du cadeau aura un signe positif si celui-ci est considéré comme acceptable par les parents (un signe négatif pour un prix signifiera que les parents considèrent que le cadeau en question n'est pas adapté à leurs enfants). La *re-qualification* des cadeaux selon ces critères conduisent les parents à sélectionner et à calculer la plus grande somme qu'ils devront dépenser, en ne prenant que des cadeaux consécutifs.

- (a) [2 points] Donner un algorithme naïf qui répond à ce problème. En déduire sa complexité.
- (b) [2 points] Proposer une amélioration de l'algorithme précédent en $O(n^2)$.
- (c) [3 points] Les parents envisagent une amélioration de l'algorithme précédent en considérant une stratégie de type « Diviser pour régner ». Proposer ce nouvel algorithme et en déduire sa complexité.
- (d) [2 points] Il est possible de trouver un algorithme plus efficace en $O(n)$. Proposer ce nouvel algorithme.