TD2

2018/2019

E3FI
Semestre 1

1 Révisions de la semaine dernières

Exercice 1. *Résoudre les équations et les inéquations suivantes :*

(i) $\frac{2x-3}{(3x-6)^2} \geq 0$

(ii) $\frac{1}{2+x} - 5 > 0$

(iii) $\frac{9x^2-4}{x^2-1} \leq 0$

Exercice 2. *Résoudre les équations suivantes :*

A) $x^2 = -2$ *B)*$y^2 = 6$

C)$(x+1)^2 = 0$ *D)* $(x+1)^2 = (2x-3)^2$

E) $(x+1)^2 = -(2x-3)^2$ *F)* $4x^2 - 8x + 4 = 0$

Exercice 3. *Calculer ou réduire au maximum les expressions suivantes :*

A) $\frac{(10^2)^2 \times (0{,}01)^2}{((0{,}001)^-3)^6}$ *B)* $\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{-x}{y}-\frac{1}{x}}$

C) $\frac{1+(2x-(-y))-(x-(-x-y))}{4x-((x+1)^2-(x-1)^2)}$ *D)* $\frac{10^{-3} \times 0{,}001}{(\frac{1}{10^2})^{-3} \times \frac{\frac{1}{10}}{0{,}01}}$

E) $\frac{(2x+1)^2+(2x-1)^2}{(2x+1)^2-(2x-1)^2}$ *F)* $\frac{\frac{x}{y^2}-(\frac{x}{y})^2}{\frac{x^2}{y}+\frac{x^2}{y^2}}$

Exercice 4. (i) *Démontrer que, pour tout entier n, $n^3 - n$ est un multiple de* 6.

(ii) *Montrer que* $\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$ *pour a et b positifs*

(iii) *Montrer que pour a et b positifs on a :* $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geqslant 2$

2 Second degré

Proposition 1. *Rappeler l'ensemble des solutions de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ suivant le signe du discriminant ($\Delta = b^2 - 4ac$) :*

(i) *si $\Delta > 0$, il y a deux solutions distinctes :*
$x_1 =$
$x_2 =$

(ii) *Si $\Delta = 0$, il y a une unique solution : $x_0 =$*

(iii) *Si $\Delta < 0$, l'equation n'a pas de solution réelles.*

Rappeler dans le cas où le discriminant est positif ou nul, l'expression de la forme factorisée du trinôme :

Exercice 5. *Résoudre les equations suivantes :*

(i) $2x^2 - 2x - 12 = 0$

(ii) $-x^2 - x + 12 = 0$

(iii) $x^2 + x - 12 = 0$

(iv) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

(v) $-2x^2 + 7x = -15$

(vi) $7x^2 = 7$

Exercice 6. *Donner le tableau de signe des six trinômes étudiés ci-dessus.*

Exercice 7. (i) *Démontrer que, pour tout entier naturel* $(5t, 12t, 13t)$ *est un triplet de Pythagore.*

(ii) *Démontrer les résultats de la proposition.*

(iii) *Démontrer que la somme s des racines d'un trinôme est égale à $\frac{-b}{a}$ et que le produit des récines vaut $\frac{c}{a}$*

3 Systèmes d'équations

Exercice 8. *Résoudre par subsitution les systèmes* 2×2 *suivants :*

A) $\left\{\begin{array}{rcl} y-x & = & -2 \\ 7x+y & = & 22 \end{array}\right.$ *B)* $\left\{\begin{array}{rcl} x+8y & = & 2 \\ 2y-x & = & 18 \end{array}\right.$

C) $\left\{\begin{array}{rcl} 2x-5y & = & 8 \\ 2x+3y & = & 5 \end{array}\right.$ *D)* $\left\{\begin{array}{rcl} x+2y & = & 5 \\ 3x-y & = & 5 \end{array}\right.$

Exercice 9. *Résoudre les systèmes suivants :*

A) $\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & 3 \\ x-y & = & 2 \end{array}\right.$ *B)* $\left\{\begin{array}{rcl} 4x-2y & = & 0 \\ 2x+y & = & 1 \end{array}\right.$

C) $\left\{\begin{array}{rcl} 2x-3y & = & 5 \\ 3x+5 & = & 6 \end{array}\right.$ *D)* $\left\{\begin{array}{rcl} x+3y & = & 5 \\ 6y-8+2x & = & 0 \end{array}\right.$

E) $\left\{\begin{array}{rcl} 3+2y+x & = & 0 \\ 2x+4y & = & -6 \end{array}\right.$ *F)* $\left\{\begin{array}{rcl} 3x+\frac{1}{2}-1 & = & 0 \\ -2x-3y & = & 26 \end{array}\right.$

Exercice 10. *Résoudre les systèmes suivants :*

(i) $\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 0 \\ x-y+z & = & 1 \\ 2x-3y+z & = & 2 \end{array}\right.$

(ii) $\left\{\begin{array}{rcl} x+y+z & = & 0 \\ 2x+2y+z & = & 0 \\ 3x+3y+z & = & 2 \end{array}\right.$

(iii) $\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & 1 \\ y+z & = & 1 \\ x+z & = & 1 \end{array}\right.$