TD3 : Trigonométrie et complexe

2020/2021

E3FI
Semestre 1

1 Trigonométrie

(i) Compléter le tableau de valeurs usuelles suivantes :

angle	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
cos						
sin						

(ii) Donner la mesure principale (comprise entre $]-\pi,\pi]$) des angles suivants :
$\frac{43\pi}{3}$, $\frac{-75\pi}{2}$, $\frac{430\pi}{5}$

(iii) Compléter les identités suivantes : $\cos(a+b) =$
$\cos(a-b) =$
$\sin(a+b) =$
$\sin(a-b) =$

(iv) Démontrer les égalités suivantes :
- $\cos(3x) = 4\cos^3(x) - 3\cos(x)$
- $\sin(3x) = 3\sin(x) - 4\sin^3(x)$
- $\tan(2x) = \frac{2\tan(x)}{1-\tan^2(x)}$

(v) Exprimer autrement $cos(2a)$, en déduire : $\cos^2(a) = \frac{1+\cos(2a)}{2}$. A l'aide de ces égalités, calculer $\cos(\frac{\pi}{8})$ et $\sin(\frac{\pi}{8})$.

(vi) A l'aide d'un schéma, illustrer la propriété suivante :

$$\cos(a) = \cos(b) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = b + 2k\pi \\ a = -b + 2k\pi \end{array} \right.$$

Rappeler de même les règles suivantes :

$$\sin(a) = \sin(b) \Leftrightarrow \{$$

$$\tan(a) = \tan(b) \Leftrightarrow \{$$

(vii) Résoudre les équations trigonométriques suivantes :
A)$\cos(3x + \frac{\pi}{3}) = \cos(x)$
B) $2\sin(2x) = 1$
C) $\tan(3x) > 1$

2 Nombres complexes

(i) Mettre sous forme algébrique :
$z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}; z_2 = 3e^{-i\frac{\pi}{4}}; z_3 = -e^{-i\pi}; z_4 = \frac{2e^{i\frac{\pi}{4}}}{e^{-3i\frac{\pi}{4}}}$

(ii) Mettre sous forme trinogométrique :
$z_1 = 3+3i; z_2 = \sqrt{3}+i; z_3 = -i, z_4 = \frac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i}$

(iii) Mettre sous forme algébrique :
$z_1 = \frac{3+6i}{3-4i}; z_2 = (\frac{1+i}{2-i})^2; z_3 = \frac{1+2i}{1-i\sqrt{3}}; z_5 = \frac{(1+i)^11}{(1-i)^9}$

(iv) Equation polynômiale du second degré :
A) Rappeler et démontrer l'expression des solutions complexes de $ax^2+bx+c=0$ pour a,b,c réels et $\Delta = b^2 - 4ac < 0$
$\left\{ \begin{array}{l} z_1 = \\ z_2 = \end{array} \right.$
B) Quel est l'ensemble des solutions de $ax^2+bx+c=0$ pour (a,b,c) complexes (on notera σ une racine carrée

complexe de Δ) on a : $\begin{cases} z_1 = \\ z_2 = \end{cases}$

C) Résoudre les équations suivantes :

i) $z^2 + z + 1 = 0$

ii) $z^2 + iz + 2 = 0$

iii)$z^2 + (3i - 4)z + 1 - 7i = 0$

(v) On pose $j = e^{2i\frac{\pi}{3}}$

a) Montrer que $\overline{j} = j^2$.

b) Montrer $1 + j + j^2 = 0$

c) Montrer que $j^3 = 1$ et en déduire la valeur de $(\frac{1+i\sqrt{3}}{2})^{2016}$

(vi) Résoudre les équations suivantes :

$z - z^3 = 0 \qquad z + i\bar{z} = 3 \qquad z + \bar{z} = 2$

$\frac{z}{\bar{z}} = 5i \qquad 2z + 5i = e^{i\frac{\pi}{3}}$