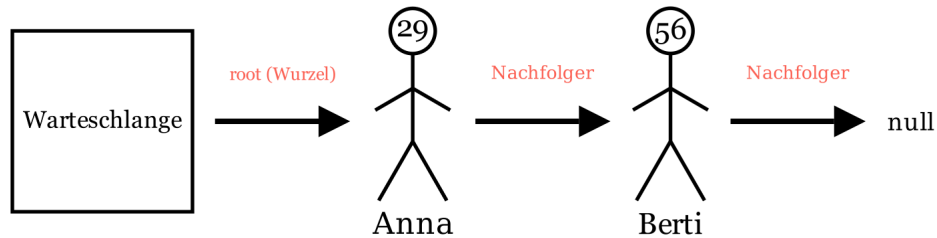


0.1 Grundlagen

Das Feld ist nicht die einzige Möglichkeit eine Liste zu implementieren. Die sogenannte verkettete Liste ist ebenfalls ein übliches Konzept.

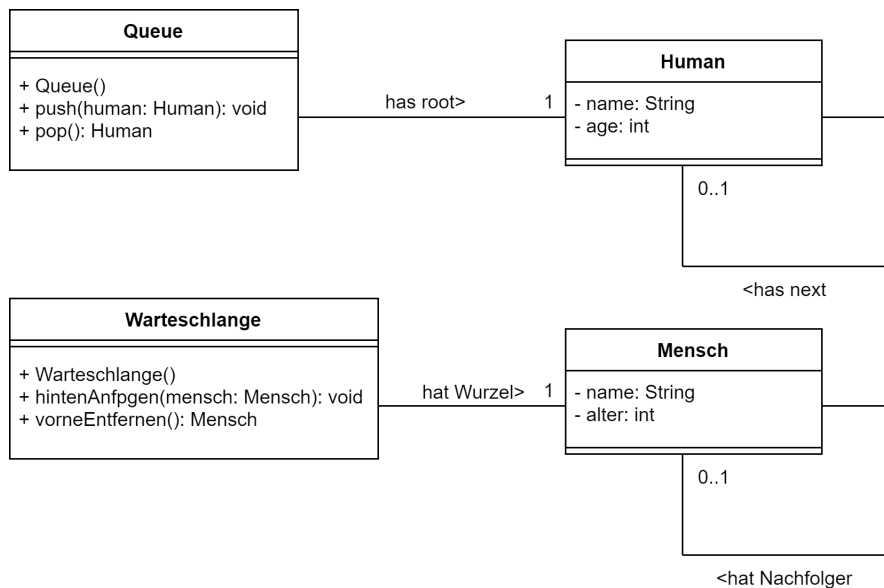
Die **grundlegende Idee** ist dabei folgende:



Die Klasse **Warteschlange** organisiert unseren Zugriff und dient als Steuerzentrale für alle Methoden, die wir auf der Liste ausführen wollen. Die eigentlichen Listenelemente sind jetzt aber nicht mehr in einem Feld gespeichert, sondern sind eigene Objekte, die jeweils nur ihren Nachfolger kennen. Nicht einmal die Warteschlange selbst kennt alle Menschen (oder auch nur deren Zahl). Sie kann nur auf den ersten in der Schlange zugreifen, die Wurzel (oder auch Anfang der Liste, im Englischen: root). Diese Idee scheint auf den ersten Blick umständlich, denn man kann nun nicht mehr auf ein beliebiges Listenelement zugreifen.

Tatsächlich hat diese verkettete Struktur aber andere Vorteile, die später noch deutlich werden. Ein offensichtlicher Vorteil ist aber die **Erweiterbarkeit**. Unsere Warteschlange kann jetzt nicht mehr voll laufen (außer unser Speicher ist voll), sondern wir können einfach weitere Menschen hinten anfügen, indem wir dem letzten Listenelement (hier der Mensch Berti) eine Referenz auf seinen neuen Nachfolger geben.

Hinweis: Sieht man sich die Struktur genau an, so wird klar, dass Berti nicht einmal von der Existenz Annas weiß, d.h. von seiner Vorgängerin. Dies nennt man eine **einfach verkettete** Liste. Werden Referenzen in beide Richtung gesetzt, so ist es eine **doppelt verkettete** Liste. Oft genügt aber die Referenz in eine Richtung. Zusammengefasst in einem Klassendiagramm lautet unser aktuelles Ziel also:



Bevor wir an der Implementierung arbeiten können muss zunächst ein neuer Begriff geklärt werden, die **Rekursion**.

0.2 Rekursiv vs. Iterativ

In der bisherigen Programmierung wurden fast ausschließlich **iterative** Algorithmen besprochen. Wollten wir alle Einträge eines Feldes durchlaufen schreiben wir z.B.:

```
for(int i = 0; i < array.length) {  
    System.out.println(i);  
}
```

Wir „zählen“ von 0 bis zur Länge des Feldes hoch und arbeiten schrittweise weiter. In vielen Fällen ist eine iterative Arbeits- und Denkweise sinnvoll und entspricht auch unserer natürlichen Denkweise.

Sollen alle Zahlen von 1 bis 5000 aufsummiert werden, so können wir schreiben:

```
result = 0;  
for(int i = 1; i <= 5000; i++) {  
    result += i;  
}
```

Typischerweise wird die Nützlichkeit der Rekursion mit Hilfe der Fibonacci-Folge ([Wikipedia Fibonacci](#)) verdeutlicht. Es ist eine Folge von Zahlen, die mit zwei Einsen beginnt und dann immer mit den letzten beiden Zahlen das nächste Element der Folge berechnet, es gilt also:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \text{ für } n \geq 3$$

Damit ergibt sich die Folge:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots, \text{ da z.B. } 13 = 8 + 5$$

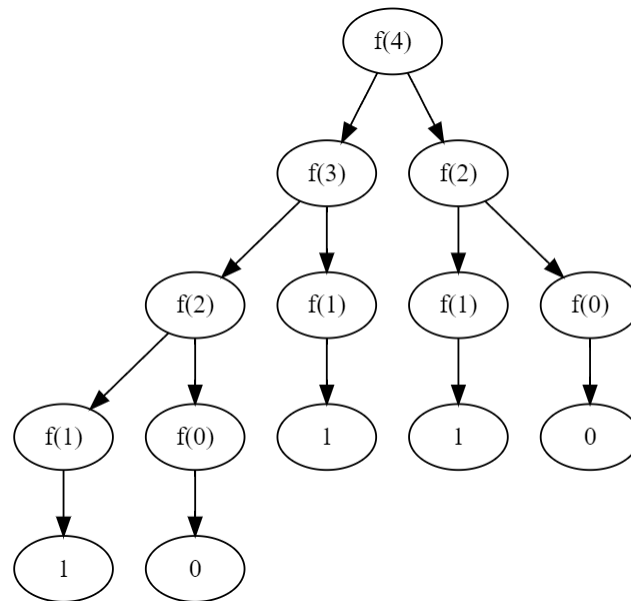
Ein iterativer Ansatz zur Berechnung der n -ten Zahl funktioniert mit Hilfe zweier Variablen, die die jeweils zwei letzten Ziffern speichern und daraus die neue berechnen:

```
public int fibonacci(int n) {  
    if (n == 0)  
        return 0;  
    if (n == 1 || n == 2)  
        return 1;  
  
    int previous = 1;  
    int result = 1;  
  
    for (int i = 2; i < n; i++) {  
        int sum = result + previous;  
        previous = result;  
        result = sum;  
    }  
    return result;  
}
```

Dieser Code liefert uns die korrekten Ergebnisse. Fassen wir Fibonacci jedoch als Funktion auf, so könnte eine gewisse Systematik auffallen. Sei f die abschnittsweise definierte Funktion, die die Fibonacci-Folge bauen soll, dann gilt:

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(1) &= 1 \\ f(n) &= f(n-1) + f(n-2) \text{ für } n \geq 3 \end{aligned}$$

Veranschaulicht man diese Vorschrift z.B. für $f(4)$, so erhält man:



Zählt man nun die Anzahl der Einsen in der letzten Zeile zusammen, so kommt man auf die letztendliche Lösung. Aber worauf basiert dieser Lösungsansatz?

Sieht man sich die Pyramide genauer an, so lässt sich erkennen, dass das Problem (die Berechnung von $f(4)$) schrittweise aufgeteilt wird. Dies geht nach bekannter Vorschrift immer so weiter, bis man bei einem der **Basisfälle** ankommt. Die Basisfälle sind die einfachst möglichen Anwendungen der Regel. In diesem Fall die Funktionswerte der 0 und der 1.

Zusammengefasst könnte man sagen, dass die **Idee** der Rekursion darin besteht, das Problem in kleine, überschaubare und leicht zu lösende Teil **aufzuteilen** und anschließend die Ergebnisse wieder zusammenzutragen.

Im Sinne der Informatik lässt sich noch eine alternative Formulierung aufstellen.

Definition 1 (Rekursion). Eine Methode wird als **rekursiv** bezeichnet, wenn sie sich selbst direkt oder indirekt aufruft.

Beispiel:

```

public void magic(int i){
    System.out.println("I was called " + i + " times");
    magic(i+1);
}

```

Führt man obigen Code aus, so erzeugt man natürlich eine Endlosschleife, bis irgendwann der Speicher vollgelaufen ist (oder der Compiler abbricht, weil er die Schleife erkannt hat).

Wichtig bei einer Rekursion ist es also eine **Abbruchbedingung** zu haben. Im obigen Fall könnten wir die Funktion nur 100 mal aufrufen wollen:

```

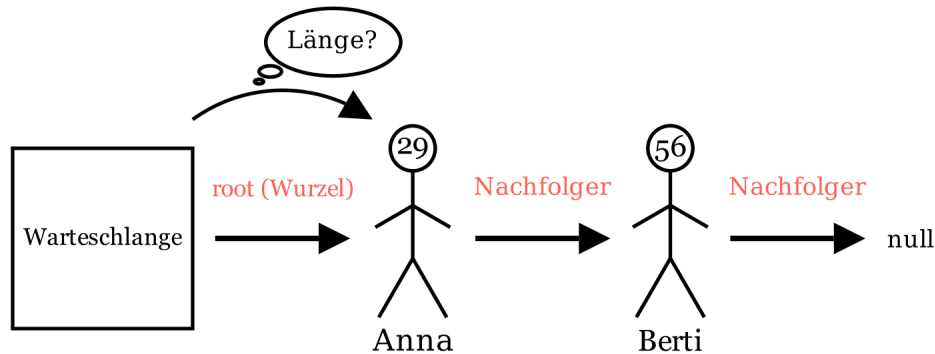
public void magic(int i){
    if(i > 100) {
        return;
    }
    System.out.println("I was called " + i + " times");
    magic(i+1);
}

```

Wir beenden mit dem return (Zurückgehen) die Kette der Methodenaufrufe, wenn der Übergabeparameter i größer als 100 ist.

Zurück zu unserer Warteschlange. Die Tatsache, dass diese als **rekursive** Struktur gedacht ist sieht man schon am Klassendiagramm. Die Objekte der Klasse Mensch referenzieren jeweils ein Objekt derselben Klasse, das bedeutet

aber, dass es keine Möglichkeit für die Warteschlange gibt mit einem iterativen Ansatz durch alle Menschen abzuarbeiten, wie das beim Feld-Ansatz der Fall war. Sie kann lediglich mit dem ersten Menschen in der Schlange interagieren.

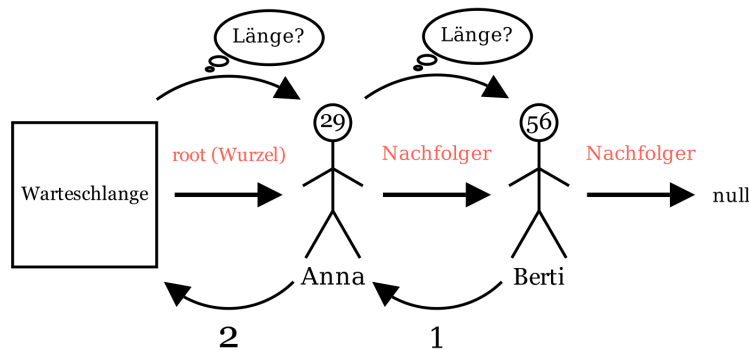


Möchten wir beispielsweise die Länge der Warteschlange wissen, so rufen wir eine Methode `länge()` auf der Warteschlange auf, die wiederum eine Methode `länge()` auf dem ersten Menschen in der Schlange - in diesem Fall Anna - aufruft.

Anna allein kann die Länge aber ebenfalls nicht bestimmen, sie muss also Berti fragen und dazu (mithilfe ihrer Referenz zu Berti) auch die Methode `länge()` aufrufen.

Hinweis: Hier kommt die Rekursion ins Spiel, wir rufen zwar nicht immer wieder auf demselben Objekt die Methode auf, allerdings wird die Methode `länge()` dennoch immer wieder aufgerufen!

Berti kann abschließend niemanden mehr fragen, denn er hat keinen Nachfolger, er antwortet also stattdessen mit 1 an Anna. Sie wiederum zählt noch eins hinzu und gibt die - hier finale - Antwort 2 an die Warteschlange zurück. Anschaulich gesprochen wurde also „von hinten“ durchgezählt.



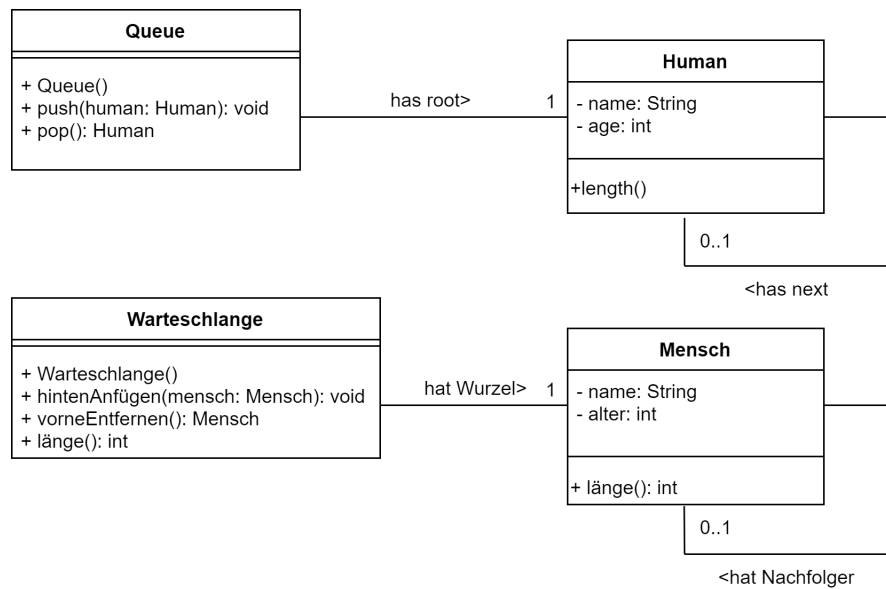
Aufgabe Rekursive Algorithmen:

- Schreiben Sie eine rekursive Methode, die den größten gemeinsamen Teiler zweier natürlicher Zahlen bestimmt.
- Schreiben Sie eine rekursive Methode, die das Problem der „Türme von Hanoi“ löst [Türme von Hanoi](#). Gehen Sie von einem Turm der Höhe 5 aus.

0.3 Implementierung

Die konkrete Implementierung dieser Methode folgt in einem späteren Kapitel. Zunächst muss das Grundgerüst geschaffen werden. Zur Erinnerung das Klassendiagramm, ergänzt um die Methode `länge()`, die wir zusätzlich implementieren wollen.

Hinweis: Die Methode `länge()` steht sowohl in der Klasse `Warteschlange`, als auch in der Klasse `Mensch`, da sie in beiden gebraucht wird. Das beide denselben Namen haben ist nicht zwingend notwendig, der Übersichtlichkeit halber aber von Vorteil.



Wir beginnen mit den Attributen und Konstruktoren:

```

public class MyListLinked {
    private Human root;

    public MyListLinked() {
        root = null;
    }
}

public class Human() {
    private String name;
    private int age;
    private Human next;

    public Human(String name, int age) {
        this.age = age;
        this.name = name;
        next = null;
    }
}

```

Hinweis: Die explizite Definition von root und next als null ist nicht zwingend notwendig, erinnert aber daran, dass diese Attribute bei der Definition diesen Wert haben.

Bevor wir die Methoden zum Anfügen und Entfernen schreiben beginnen wir mit der Länge der Liste, um die Rekursion an einem typischen Beispiel besser zu verstehen, wir nehmen also an, wir hätten eine Liste, deren Länge wir prüfen können.

In der Klasse der Warteschlange selbst ist die Methode sehr einfach:

```

//class MyListLinked
public int length(){
    if(root != null) {
        return root.length();
    } else {
        return 0;
    }
}

```

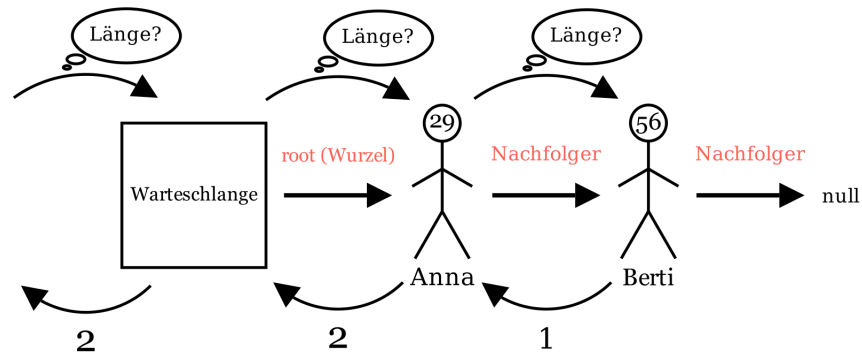
Wir rufen auf der uns bekannten Wurzel die Methode `länge()` auf und geben das Ergebnis zurück. Der interessante Teil beginnt in der Klasse Mensch:

```
//class Human
public int length() {
    if(next == null) {
        return 1;
    } else {
        return next.length() + 1;
    }
}
```

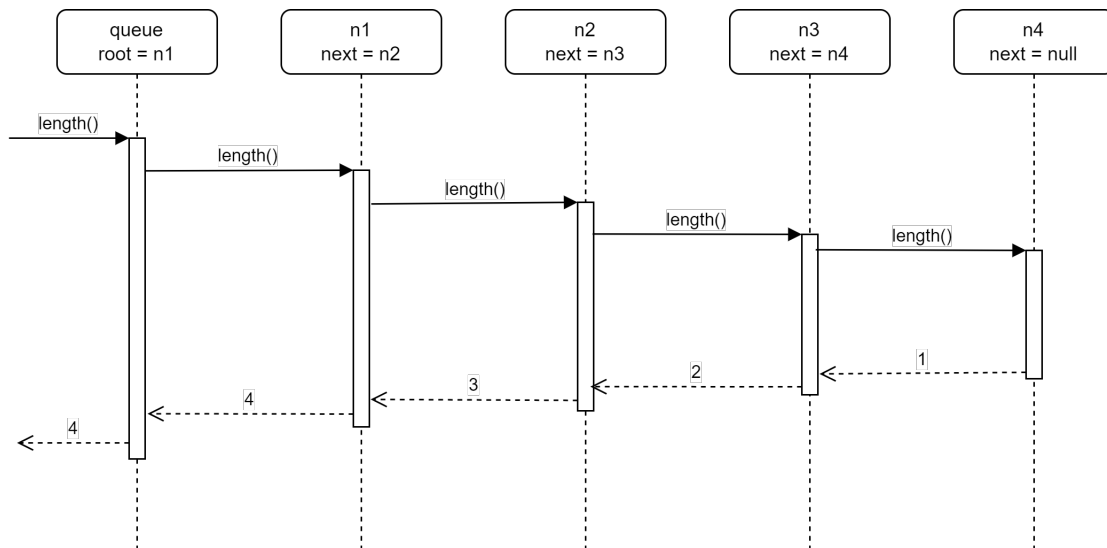
Die erste Bedingung entspricht der Frage, ob es einen Nachfolger in der Schlange gibt. Ist das nicht der Fall, da unter der Referenz des Nachfolgers nur null zu finden ist, so „weiß“ der Mensch, dass er der letzte in der Schlange ist und gibt als Antwort an den vorletzten Menschen 1 zurück (via `return 1`).

Der vorletzte Menschen (in unserem Beispiel weiter oben Anna) hatte aber nicht `null` als Nachfolger. Deswegen wurde die Methode `länge()` auf dem Nachfolger aufgerufen, dieser Methodenaufruf hat 1 zurückgegeben. Zu dieser 1 wurde eine weitere 1 hinzuaddiert und dann ebenfalls zurückgegeben.

Damit ist der `länge()`-Aufruf auf unserer Wurzel (Anna) beendet und die Warteschlange kann die Antwort (2) ebenfalls zurückgeben. Noch einmal bildlich:



Ein wenig formeller mit vier Menschen und in einem Sequenzdiagramm dargestellt:



Mit dieser Vorarbeit sollten die anderen beiden Methoden kein Problem mehr darstellen. Für die `hintenAnfügen()` Methode müssen wir nicht einmal einen Rückgabewert (und damit eine Abbruchbedingung) angeben. Wir wenden dieselbe Logik wie zuvor an:

```
//class MyListLinked
public void push(Human human) {
    if(root == null) {
        root = human;
    } else {
        root.push(human);
    }
}
```

In der Warteschlangen-Klasse wird wieder nur auf der Wurzel die hintenAnfügen() Methode ausgeführt, sofern diese existiert, andernfalls ist der übergebene Mensch die neue Wurzel.

Die Implementierung in der Klasse Mensch dagegen sieht fast völlig identisch aus, wir prüfen wieder, ob der nächste Mensch vorhanden ist, falls nein (*null*), so setzen wir den übergebenen Menschen als Nachfolger, andernfalls wird auf dem Nachfolger rekursiv die gleiche Methode aufgerufen, bis wir den letzten in der Reihe gefunden haben:

```
// class Human
public void push(Human human) {
    if(next == null) {
        next = human;
    } else {
        next.push(human);
    }
}
```

Aufgabe 1: Begründen Sie, ob die Methode vorneEntfernen() rekursiv sein muss oder nicht. Implementieren Sie sie anschließend.

Die Methode muss nicht rekursiv sein. Es wird nur das vorderste Element entfernt, das bedeutet, dass nur das zweite Element als neue Wurzel gesetzt werden muss.

Problem: Aktuell können wir auf die Nachfolger-Referenz des ersten in der Schlange nicht zugreifen, da es privat implementiert ist. Wir brauchen also eine getter-Methode für den Nachfolger, ein entsprechender setter kann ebenfalls nicht schaden:

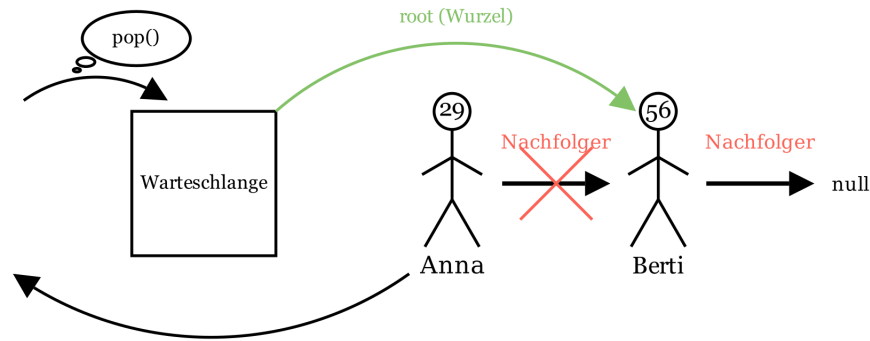
```
//class Human
public Human getNext() {
    return next;
}

public void setNext(Human human) {
    next = human;
}
```

Bei der Implementierung der vorneEntfernen() Methode muss noch darauf geachtet werden, dass die Warteschlange leer sein könnte:

```
//class MyListLinked
public Human pop() {
    if(root == null) {
        return null;
    } else {
        Human toReturn = root;
        root = root.getNext();
        toReturn.setNext(null);
        return toReturn;
    }
}
```

Graphisch dargestellt (als Bild und [hier](#) im Video):



Will man das zurückgegebene Objekt vom Typ Mensch weiter verwenden, so sollte die Referenz auf den Nachfolger dafür auf null gesetzt werden, da sonst die Liste nach der Entfernung weiter verändert werden könnte.

Die Methode muss allerdings nicht zwingend eine Referenz zur ehemaligen Wurzel zurückgeben. Lässt man die Rückgabe weg, so wird der garbage collector aktiv und entfernt das entsprechende Objekt.

Würde man die Null-Abfrage nicht schreiben, so gäbe es eine **null-pointer-exception**, wenn die Warteschlange leer ist. Das betreffende Programm, dass die Anfrage stellt stürzt also ab.

Null-pointer-exceptions gehören zu den häufigsten Fehlern in objektorientierten Sprachen, die das Konzept der null enthalten.

Merke: Beim Entwickeln von Methoden müssen alle möglichen Spezialfälle (insbesondere der Umgang mit Null-Referenzen) beachtet und entsprechend implementiert werden.

Versuchen Sie die folgenden Aufgaben zunächst selbstständig zu lösen, die Lösungen mit Erläuterungen finden sich dann auf den nächsten Seiten.

Aufgabe 2: Implementieren Sie eine Methode `nachHintenSetzen()` (`moveToBack()`), die die Wurzel entfernt und an die letzte Stelle setzt.

Aufgabe 3 - für Experten: Erweitern Sie die Methode aus Aufgabe 2 so, dass die Position in der Warteschlange, an die die Wurzel geschoben wird, gewählt werden kann (`moveBack(int position)`).

Hinweis: Die Methode soll **nicht** um die entsprechende Position nach hinten gerückt werden sondern **an** diese Position in der Schlange gestellt werden.

Aufgabe 4: Schreiben Sie eine Methode `schreibeListe()` (`printList`), die die Warteschlange in einer sinnvollen Weise auf der Konsole sichtbar macht. Formatieren Sie die Ausgabe ansprechend.

Hinweis: Ergänzen Sie eine passende Methode in der Klasse Mensch (Human)!

Aufgabe 5: Verändern Sie die Methode aus Aufgabe 4 so, dass die Ausgabe nicht mehr auf die Konsole geschrieben wird, sondern in einem String gespeichert wird, der am Ende zurückgegeben werden soll.

Aufgabe 6 - für Experten: Schreiben Sie eine Methode `sucheMenschInSchlange(Mensch m)` (`searchHumanInQueue(Human h)`), die die Position des Menschen in der Schlange zurückgibt.

Hinweis: Überschreiben Sie die allgemeine `equals()` Methode in der Klasse Mensch, wie bei der Feldimplementierung.

Aufgabe 7: Schreiben Sie eine Methode `enthält(Mensch m)` (`contains(Human h)`), die wahr zurückgibt, wenn der entsprechende Mensch in der Schlange ist, andernfalls falsch.

Hinweis: Verwenden Sie wieder die `equals`-Methode aus Aufgabe 6.

Aufgabe 8 - für Experten: Schreiben Sie eine Methode `entferneAnPosition(int position)` (`removeAtPosition(int position)`), die den Menschen an der gegebenen Stelle entfernt. Es soll eine Referenz zu diesem Menschen zurückgegeben werden.

Aufgabe 9: Schreiben Sie eine Methode `zusammenfügen(MeineVerketteteListe zweiteWarteschlange)` (`concatenate(MyListLinked secondQueue)`), die eine zusammengefügte Liste zurückgibt.

Aufgabe 10 - frei: Überlegen Sie sich eigene, sinnvolle weitere Methoden für die Warteschlangen-Implementierung.