Conceitos Preliminares

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Alfabeto (Σ)

• É um conjunto finito e não vazio de símbolos. Assim são alfabetos os conjuntos:

{0, 1}

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

{a, b, ab, abc}

{♣, ♦, ♥, ♠}

Cada elemento no alfabeto pode ser chamado de uma letra, a qual tem um significado diferente do usual. O terceiro alfabeto apresentado possui 4 letras.

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Palavra

• Uma palavra ou cadeia sobre um alfabeto Σ é uma tupla ordenada de letras de Σ. Assim:

$\langle 0, 1, 0, 1, 1, 0 \rangle$ é uma palavra sobre $\{0, 1\}$

$\langle 2, 1, 0, 8 \rangle$ é uma palavra sobre $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$\langle c, o, m, p, i, l, a, d, o, r \rangle$ é uma palavra sobre $\{a, b, \ldots, z\}$

$\langle a, ab, b, abc \rangle$ é uma palavra sobre $\{a, b, ab, abc\}$

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Em geral, pode-se representar uma palavra apenas aglutinando, na ordem correta, as letras que a compõem. Assim:

$\langle 0, 1, 0, 1, 1, 0 \rangle$ como *010110*

$\langle 2, 1, 0, 8 \rangle$ como *2108*

$\langle c, o, m, p, i, l, a, d, o, r \rangle$ como *compilador*

E a palavra $\langle a, ab, b, abc \rangle$?

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Porém, ⟨a, ab, b, abc⟩ não pode ser representada simplesmente por aabbabc, pois essa representação poderia indicar outras palavras além daquela que se deseja representar.

Neste caso, pode-se utilizar espaços entre as letras para indicar como "separar" as letras da palavra.

A palavra ⟨a, ab, b, abc⟩ seria representada como *a ab b abc*

A palavra ⟨a, a, b, b, abc⟩ seria representada como *a a b b abc*.

Deve-se ressaltar que os espaços NÃO fazem parte das palavras.

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Tamanho de uma Palavra - $|x|$

Define-se o tamanho de uma palavra x, denotado por $|x|$ como o número de letras de x. Assim:

|010110| = 6

|2108| = 4

|compilador| = 10

|a ab b abc| = 4

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Cadeia Vazia - λ ε

Sobre qualquer alfabeto Σ, define-se uma única palavra de tamanho 0 (zero) que é denotada por λ ou ε.

Definem-se, também, os conjuntos:

Σ^k = { palavras x sobre Σ tal que, $|x| = k$ }

$$\sum^* = \bigcup_{k=0}^{\infty} \Sigma^k = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \Sigma^2 \ldots$$

(Fecho de Kleene)

$$\sum^+ = \sum^* - \{\lambda\}$$

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Fecho de Kleene

$\{ ab, c \}^* = ?$

$\{ a, b, c\}^+ = ?$

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Fecho de Kleene

$\{ ab, c \}^* = \{ \varepsilon, ab, c, abab, abc, cab, cc, ababab, ababc, abcab, \ldots \}$

$\{ a, b, c\}^+ = \{ a, b, c, aa, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, abc, \ldots \}$

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Linguagem

• Dado um alfabeto Σ, uma linguagem L sobre um alfabeto Σ é um subconjunto qualquer de Σ^*. Assim:

{ 0, 1, 00, 01, 10, 11} é uma linguagem sobre **{ 0, 1}** que contém 6 palavras

{ $x \in$ **{0,1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}*** tal que x representa um número decimal ímpar**}** é uma linguagem sobre **{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}** com um número infinito de palavras

O conjunto de todos os programas **C++** válidos (sintaticamente corretos) é uma linguagem sobre um alfabeto Σ composto de:

- palavras reservadas como for, while, if, etc
- símbolos especiais como {, }, *, +, etc
- nomes de variáveis, métodos, classes, etc.

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Operações sobre Linguagens

- **União** ($\cup$): dadas as linguagens L_1 e L_2, sobre o alfabeto Σ, define-se $L_1 \cup L_2$ como $\{ x \in \Sigma^* \text{ tal que } x \in L_1 \vee x \in L_2 \}$

- **Concatenação** (**.**): dadas as linguagens L_1 e L_2, sobre o alfabeto Σ, define-se $L_1 \cdot L_2$ como $\{ x \cdot y \in \Sigma^* \text{ tal que } x \in L_1 \wedge y \in L_2 \}$

- **Fecho de Kleene (*)**: dada uma linguagem L sobre o alfabeto Σ, define-se L^* como sendo $\lambda \cup L \cup (L \cdot L) \cup (L \cdot L \cdot L) \cup (L \cdot L \cdot L \cdot L) \cup \ldots$

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Operações sobre Linguagens

- **União** ($\cup$): dadas as linguagens L_1 e L_2, sobre o alfabeto Σ, define-se $L_1 \cup L_2$ como $\{ x \in \Sigma^* \text{ tal que } x \in L_1 \vee x \in L_2 \}$

{a, b} $\cup$ {c, d} = ?

{100, 010, 110} $\cup$ {00, 01, 11} = ?

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Operações sobre Linguagens

- **União** ($\cup$): dadas as linguagens L_1 e L_2, sobre o alfabeto Σ, define-se $L_1 \cup L_2$ como $\{ x \in \Sigma^*$ tal que $x \in L_1 \vee x \in L_2 \}$

$\{a, b\} \cup \{c, d\} = \{a, b, c, d\}$

$\{100, 010, 110\} \cup \{00, 01, 11\} = \{100, 010, 110, 00, 01, 11\}$

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Operações sobre Linguagens

- **Concatenação** (**.**): dadas as linguagens L_1 e L_2, sobre o alfabeto Σ, define-se $L_1 \mathbin{.} L_2$ como $\{\, x \mathbin{.} y \in \Sigma^*$ tal que $x \in L_1 \wedge y \in L_2 \}$

{101, 110} **.** {00, 11} = ?

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Operações sobre Linguagens

- **Concatenação** (**.**): dadas as linguagens L_1 e L_2, sobre o alfabeto Σ, define-se $L_1 \,.\, L_2$ como $\{ x\,.y \in \Sigma^* \text{ tal que } x \in L_1 \wedge y \in L_2 \}$

{101, 110} **.** {00, 11} = {10100, 10111, 11000, 11011}

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Operações sobre Linguagens

- **Fecho de Kleene (*)**: dada uma linguagem L sobre o alfabeto Σ, define-se L^* como sendo $\lambda \cup L \cup (L \,.L) \cup (L \,.L \,.L) \cup (L \,.L \,.L \,.L) \cup \ldots$

$\{abc\}^* = ?$

Alfabetos, Palavras e Linguagens

Operações sobre Linguagens

- **Fecho de Kleene (*)**: dada uma linguagem $\boldsymbol{L}$ sobre o alfabeto Σ, define-se $\boldsymbol{L}^*$ como sendo $\lambda \cup \boldsymbol{L} \cup (\boldsymbol{L}\,.\boldsymbol{L}) \cup (\boldsymbol{L}\,.\boldsymbol{L}\,.\boldsymbol{L}) \cup (\boldsymbol{L}\,.\boldsymbol{L}\,.\boldsymbol{L}\,.\boldsymbol{L}) \cup \ldots$

{abc}* = { λ, abc, abcabc, abcabcabc, abcabcabcabc, …}

Lista de Exercícios

Lista 1

- Exercícios teóricos