

Pour ce premier devoir, nous utiliserons la décomposition SVD de la matrice  $A$  du système linéaire généré par le modèle éléments finis `ndt.py` pour analyser ses valeurs singulières et son **conditionnement**.

## 1 Propriétés de la matrice $A$

Le modèle `ndt.py` peut fonctionner dans les différents régimes suivants :

	$freq = 0$	$freq \neq 0$
$vel = 0$	statique	harmonique
$vel \neq 0$	stationnaire	dynamique

En fonction des informations données au cours concernant la mise en équation du modèle, ainsi que éventuellement par inspection du code Python, donnez au moyen d'un tableau les propriétés de la matrice  $A$  (réelle, complexe, symétrique, hermitienne, creuse, bande, définie positive, unitaire, invertible, etc...) dans les quatre régimes indiqués.

## 2 Paramètres influençant le conditionnement de $A$

En travaillant au niveau du fichier `mysolver.py`, calculez la décomposition SVD de la matrice  $A$  correspondant au régime **statique** en utilisant la fonction appropriée de `scipy`.

Etudiez l'effet

- de la largeur de l'entrefer,
- de la perméabilité relative du noyau magnétique et
- du raffinement du maillage

sur les valeurs singulières minimale et maximale,  $\sigma_1$  et  $\sigma_n$ , ainsi que sur le nombre de conditionnement  $\kappa$  de la matrice  $A$ . Pour les deux premiers cas, justifiez le choix des intervalles de variation choisis. Pour le troisième cas, limitez-vous à des tailles de système raisonnables (calcul effectuée en quelques minutes au maximum) tout en évitant également les maillages trop grossiers. Ne faites pas de graphes en fonction de la valeur du paramètre `ref` mais plutôt en fonction du nombre de noeuds du maillage ou de la dimension de la matrice  $A$ . Vous avez facilement accès au nombre d'éléments finis avec la fonction Tools/Statistics dans le menu de la fenêtre Gmsh.

## 3 Interprétation

Interprétez les résultats de la section précédente en utilisant les notions d'action maximale et d'action minimale sur une boule unitaire vues au cours dans le cas d'une poutre encastrée. Faites le parallèle entre les deux interprétations.

## Consignes

Ce devoir est un travail **personnel**.

Les implémentations sont à réaliser en PYTHON 3. Les bibliothèques admises sont :

- NUMPY
- SCIPY (uniquement pour ce devoir)
- MATPLOTLIB

Un rapport papier d'environ 2 pages est à remettre pour le vendredi 25 octobre 2019 16h à l'Euler A.108 (Astrid Leduc). Le rapport ne doit pas contenir de page de garde, mais bien une entête reprenant au moins le nom de l'auteur.

Privilégiez les diagrammes comparatifs avec des axes et des courbes dûment et clairement labellés. L'évaluation portera essentiellement sur l'analyse que vous ferez des résultats obtenus et sur la façon dont vous interpréterez et communiquerez de façon claire et argumentée ces résultats dans le rapport.

Le rapport doit être réalisé avec L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, `documentclass article [11pt]`. La langue de rédaction est le français. Le .PDF et le source .TEX de ce rapport sont à remettre sur Moodle sous forme d'un dossier (.zip) compressé. Les rapports et fonctions Python sont soumis à un logiciel anti-plagiat. Si l'une ou l'autre consigne ne vous semble pas claire, envoyez un e-mail.

## FAQ

- Il n'est pas demandé d'implémenter une boucle externe pour réaliser les études paramétriques, qui peuvent être faites à la main.
- **Question 1 :** Quelques unes des caractéristiques citées (bande, creuse, définie positive) n'ont pas été vues au cours. Trouvez et donnez brièvement leur définition. Remplissez le tableau. Faites le lien entre les paramètres du modèle (fréquence et vitesse) et les propriétés de la matrice, au travers des termes de la formulation éléments finis. Exemple : C'est le terme ... qui détermine si la matrice est réelle ou complexe. Elle est complexe si la fréquence est .... C'est le terme ... qui détermine si la matrice est symétrique. Etc... Quatre ou cinq phrases suffisent pour donner les liens pertinents.
- **Question 2 :** Il est demandé d'analyser l'effet de certains paramètres sur le nombre de conditionnement. Le choix de l'intervalle de variation du paramètre fait partie de l'analyse. Il n'y a pas de mauvais choix mais il vous est demandé de motiver celui-ci. La raison peut être simple, évidente ou simplement relever du bon sens : Exemple : cadrer sur la zone de variation intéressante, temps de calcul limité, propriété des matériaux réels, etc...
- **Question 3 :** Dites quelles grandeurs jouent le rôle de la force nodale et de la déformée de la poutre dans le cas du modèle `ndt.py`. Quand a-t-on une action maximale, quand a-t-on une action minimale ? Bonus : Essayez d'expliquer l'allure des graphes du point 2 (le nombre de conditionnement augmente quand tel paramètre augmente) en termes physiques (2 phrases par graphe suffisent).
- Ne rendez aucun code Python pour ce premier devoir.