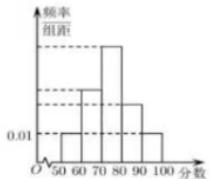


19. (本题满分 14 分, 第 1 小题 4 分, 第 2 小题 4 分, 第 3 小题 6 分)

2024 年法国奥运会落下帷幕. 某平台为了解观众对本次奥运会的满意度, 随机调查了本市 1000 名观众, 得到他们对本届奥运会的满意度评分 (满分 100 分), 平台将评分分为  $[50,60)$ 、 $[60,70)$ 、 $[70,80)$ 、 $[80,90)$ 、 $[90,100]$  共 5 层, 绘制成频率分布直方图 (如图 1 所示). 并在这些评分中以分层抽样的方式从这 5 层中再抽取了共 20 名观众的评分, 绘制成茎叶图, 但由于某种原因茎叶图受到了污损, 可见部分信息如图 2 所示.



第 19 题图 1

5	1 4
6	1 2 3 3 5
7	1 3 4 4 4 5 8
8	
9	被污损

第 19 题图 2

- (1) 求图 2 中这 20 名观众的满意度评分的第 35 百分位数;
- (2) 若从图 2 中的 20 名观众中再任选取 3 人做深度采访, 求其中至少有 1 名观众的评分大于等于 90 分的概率;
- (3) 已知这 1000 名观众的评分位于  $[50,80)$  上的均值为 67, 方差为 64.7, 位于  $[50,100]$  上的均值为 73, 方差为 134.6, 求这 1000 名观众的评分位于  $[80,100]$  上的均值与方差.

19. (本题满分 14 分) 本题共有 3 个小题, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 4 分, 第 3 小题满分 6 分

A 校高一年级共有学生 330 名, 为了解该校高一年级学生的身高情况, 学校采用分层随机抽样的方法抽取 66 名学生, 其中女生 32 名, 男生 34 名, 测量他们的身高.

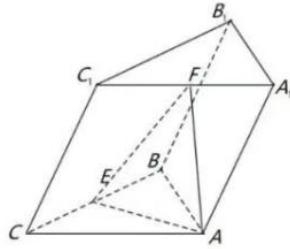
- (1) 该校高一学生中男、女生各有多少名?
- (2) 若从这 66 名学生中随机抽取两名, 求这两名都是男生的概率;
- (3) 在 32 名女生身高的数据中, 其中一个数据记录有误, 错将 165 cm 记录为 156 cm, 由错误数据求得这 32 个数据的平均数为 161 cm, 方差为 23.6875, 求原始数据的平均数及方差. (平均数结果保留精确值, 方差结果精确到 0.01)

17. (本题满分 14 分, 本题共 2 小题, 第 1 小题 6 分, 第 2 小题 8 分)

如图所示, 在三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB=AC$ , 侧面  $BB_1C_1C \perp$  底面  $ABC$ , 点  $E$ 、 $F$  分别为棱  $BC$  和  $A_1C_1$  的中点.

(1) 若底面  $\triangle ABC$  为边长为 2 的正三角形, 且  $CC_1=BC$ , 侧棱  $CC_1$  与底面  $ABC$  所成的角为  $60^\circ$ , 求三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  的体积;

(2) 求证:  $EF \parallel$  平面  $AA_1B_1B$ .

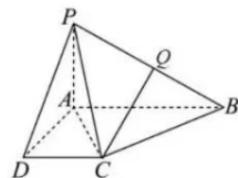


18. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.

如图, 在四棱锥  $P-ABCD$  中, 底面  $ABCD$  是直角梯形,  $\angle BAD=\angle CDA=90^\circ$ ,  $PA \perp$  平面  $ABCD$ ,  $Q$  是  $PB$  的中点,  $PA=AD=DC=1$ ,  $AB=2$ .

(1) 证明:  $CQ \parallel$  平面  $PAD$ ;

(2) 求点  $D$  到平面  $PAC$  的距离.



第 18 题图

19. (满分 14 分) 本题共 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.

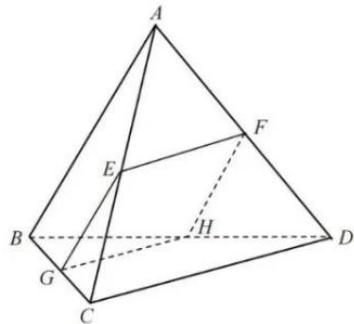
如图所示, 正三棱锥  $A-BCD$  的侧面是边长为 2 的正三角形.

(1) 求正三棱锥  $A-BCD$  的体积  $V$ ;

(2) 设  $E$ 、 $F$ 、 $G$  分别是线段  $AC$ 、 $AD$ 、 $BC$  的中点.

求证: ①  $CD \parallel$  平面  $EFG$ ;

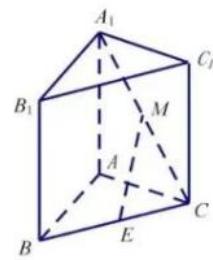
② 若平面  $EFG$  交  $BD$  于点  $H$ , 则四边形  $EFHG$  是正方形.



17. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

在直三棱柱  $ABC-A_1B_1C_1$  中,  $AB=AC=2$ ,  $AA_1=3$ ,  $\angle BAC=90^\circ$ , 连接  $A_1C$ ,  $M$ 、 $E$  分别为  $A_1C$  和  $BC$  的中点.

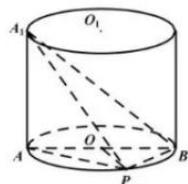
- (1) 证明: 直线  $EM \parallel$  平面  $A_1ABB_1$ ;
- (2) 求二面角  $A_1-BC-A$  的大小.



18. (本题满分 14 分) 本题共有 2 个小题, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分.

如图, 已知  $AB$  为圆柱  $OO_1$  底面圆  $O$  的直径,  $OA=2$ , 母线  $AA_1$  长为 3, 点  $P$  为底面圆  $O$  的圆周上一点.

- (1) 若  $\angle BOP = 90^\circ$ , 求三棱锥  $A-PBA_1$  的体积;
- (2) 若  $\angle BOP = 60^\circ$ , 求异面直线  $A_1B$  与  $AP$  所成的角的余弦值.



18. (本题满分 14 分, 第 1 小题 6 分, 第 2 小题 8 分)

如图, 在三棱锥  $P-ABC$  中, 平面  $PAB \perp$  平面  $ABC$ ,  $AB=6$ ,  $BC=2\sqrt{3}$ ,  $AC=2\sqrt{6}$ ,  $D$ 、 $E$  分别为线段  $AB$ 、 $BC$  上的点, 且  $AD=2DB$ ,  $CE=2EB$ ,  $PD \perp AC$ .

- (1) 求证:  $DE \parallel$  平面  $PAC$ ;
- (2) 求证:  $PD \perp$  平面  $ABC$ ;

