Technische Universität München
Physik Department

Theoretische Physik T39
Prof. Norbert Kaiser
Stefan Petschauer

Bachelor-Klausur zur Theoretischen Physik 2: Elektrodynamik

am 22.02.2013

Name: ____________________

Matrikelnummer: ____________________

Aufgabe Nr.:	1	2	3	4	5	$\sum$
Punktezahl:	8	5	12	14	13	52
davon erreicht:						

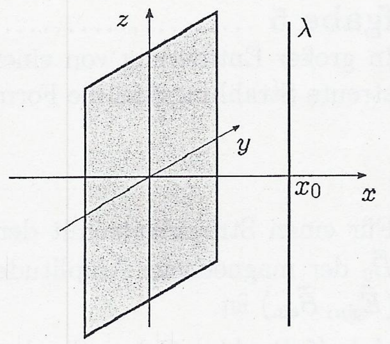
- Bitte schreiben Sie leserlich Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer** auf diese Seite sowie auf **jeden** beschriebenen Papierbogen.
- Verwenden Sie bitte **pro Aufgabe eine neue Seite.**
- Geben Sie immer den Lösungsweg an!
- Lesen Sie sich die Aufgabenstellungen zunächst aufmerksam durch!
- Diese Klausur besteht aus **5 Aufgaben**. Insgesamt können **52 Punkte** erreicht werden. Die Bearbeitungszeit ist **90 Minuten.**
- Geben Sie dieses **Angabenblatt** und Ihr **Formelblatt** unbedingt ab.

Aufgabe 1 .... 3/ *8 Punkte*

Auf der z-Achse liegt ein (unendlich langer) gerader Draht mit der konstanten Linienladungsdichte λ.

(a) *(3 Punkte)* Berechnen Sie das von dieser Anordnung erzeugte elektrostatische Feld $\vec{E}(\vec{r})$.

Der geladene Draht wird nun in x-Richtung um den Abstand $x_0 > 0$ parallel verschoben. Desweiteren befindet sich in der yz-Ebene (bei $x = 0$) eine (unendlich ausgedehnte) geerdete Metallplatte.



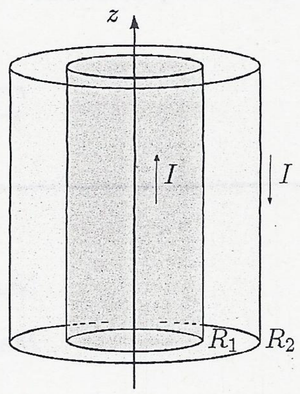
(b) *(3 Punkte)* Bestimmen Sie mit der Methode der Spiegelladungen das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ im Halbraum $x > 0$ zu der vorgegebenen Randbedingung. Überprüfen Sie, dass $\vec{E}(\vec{r})$ auf der Metallplatte nur eine Normalkomponente besitzt.

(c) *(2 Punkte)* Geben Sie die auf der Metallplatte influenzierte Flächenladungsdichte $\sigma(y)$ an und berechnen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} dy\, \sigma(y)$.

Aufgabe 2 .... 4,5/ *5 Punkte*

Eine homogen geladene Kreisscheibe vom Radius R und vernachlässigbarer Dicke trägt die Gesamtladung Q und rotiert starr mit der (konstanten) Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega} = \omega\, \vec{e}_z$ um eine Achse senkrecht durch den Kreismittelpunkt. Berechnen Sie das magnetische Dipolmoment $\vec{m}$ dieser Anordnung.

Aufgabe 3 .... 8/ 12 Punkte



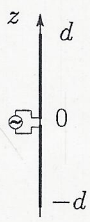
Ein (sehr langes) gerades Koaxialkabel besteht aus einem inneren, leitenden Vollzylinder vom Radius R_1 und konzentrisch dazu einem leitenden Zylindermantel mit Radius $R_2 > R_1$ und vernachlässigbarer Dicke, welcher als Rückleitung dient. Die Zylinderachse liegt auf der z-Achse.

(a) *(3 Punkte)* Geben Sie die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r}) \sim \vec{e}_z$ im Koaxialkabel an, wenn der hin- und rückfließende Strom I jeweils gleichmäßig über den Leiterquerschnitt verteilt ist.

(b) *(6 Punkte)* Berechnen Sie das zugehörige (stetige) Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r}) = A(\rho)\,\vec{e}_z$ im ganzen Raum.
Hinweis: Da die Funktion $A(\rho)$ nur vom Radius ρ abhängt, gilt für den Laplaceoperator in Zylinderkoordinaten: $\Delta A(\rho) = A''(\rho) + \frac{1}{\rho}A'(\rho) = \frac{1}{\rho}\frac{d}{d\rho}[\rho A'(\rho)]$.

(c) *(3 Punkte)* Berechnen Sie die Selbstinduktivität pro Längeneinheit L/l des Koaxialkabels.

Aufgabe 4 .... 5.5/ 14 Punkte



Eine dünne Linearantenne der Länge $2d$ liegt auf der z-Achse und wird über einen schmalen Spalt in der Mitte mit Wechselstrom der Frequenz ω gespeist. Die auf den Bereich $|z| < d$ begrenzte, zeitlich periodische (komplexe) Stromdichte hat die folgende Form:

$$\vec{j}(\vec{r},t) = I_0 \sin(kd - k|z|)\delta(x)\delta(y)\,e^{-i\omega t}\,\vec{e}_z\,, \qquad k = \omega/c\,.$$

(a) *(4 Punkte)* Führen Sie für das (komplexe) retardierte Vektorpotential $\vec{A}(\vec{r},t) = A_z(\vec{r})\,e^{-i\omega t}\,\vec{e}_z$ die Fernfeldentwicklung bis zur Ordnung $1/r$ durch und zeigen Sie, dass der räumliche Anteil durch folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$A_z(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r}\int_{-d}^{d} dz' \sin(kd - k|z'|)\exp(-ikz'\cos\theta) \qquad \equiv \qquad \frac{\mu_0 I_0}{2\pi}\frac{e^{ikr}}{kr}F(k,\theta)\,.$$

Das Ergebnis $F(k,\theta) = [\cos(kd\cos\theta) - \cos(kd)]/\sin^2\theta$ für obiges Integral können Sie *ohne* Beweis und Herleitung verwenden.

(b) *(6 Punkte)* Berechnen Sie die zugehörigen räumlichen Anteile proportional zu $1/r$ der magnetischen und elektrischen Fernfelder $\vec{B}(\vec{r})$ und $\vec{E}(\vec{r})$.

(c) *(4 Punkte)* Bestimmen Sie den zeitlich gemittelten Poynting-Vektor $\vec{S}_{av}(\vec{r}) = \mathrm{Re}[\vec{E}(\vec{r}) \times \vec{B}^*(\vec{r})]/(2\mu_0)$ und geben Sie die differentielle Strahlungsleistung $dP/d\Omega$ der Linearantenne an.

Aufgabe 5 .... 5/ 13 Punkte

In großer Entfernung von einem Streukörper mit induziertem magnetischen Dipolmoment $\vec{m}$ hat das gestreute Strahlungsfeld die Form:

$$\vec{E}_{\mathrm{streu}}(\vec{r},t) = \frac{\mu_0\omega^2}{4\pi rc}\,e^{i(kr-\omega t)}\,(\vec{m} \times \vec{e}_r)\,.$$

Für einen Streukörper mit der magnetischen Polarisierbarkeit β gilt die Beziehung $\vec{m} = \beta\vec{B}_0/\mu_0$, wobei $\vec{B}_0$ der magnetische Amplitudenvektor der in z-Richtung einlaufenden ebenen elektromagnetischen Welle $(\vec{E}_{\mathrm{ein}}, \vec{B}_{\mathrm{ein}})$ ist.

(a) *(5 Punkte)* Geben Sie den allgemeinen Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt $(d\sigma/d\Omega)_{\mathrm{pol}}$ in Abhängigkeit von den Polarisationen $\vec{\epsilon}_0$ und $\vec{\epsilon}$ der einfallenden und gestreuten Strahlung an und vereinfachen Sie diesen Ausdruck für das gegebene Problem.

(b) *(8 Punkte)* Berechnen Sie $d\sigma/d\Omega$ für die Streuung *unpolarisiert* einfallender Strahlung.
Hinweis: Die richtungsabhängige Größe $|\vec{\epsilon}^* \cdot (\vec{m} \times \vec{e}_r)|^2$ ist über die Polarisationsvektoren $\vec{\epsilon}_{\|} = (\vec{e}_z - \cos\theta\,\vec{e}_r)/\sin\theta$ und $\vec{\epsilon}_{\perp} = (\vec{e}_r \times \vec{e}_z)/\sin\theta$ der gestreuten Strahlung zu summieren.