THEORETISCHE PHYSIK
Prof. Dr. W. Zwerger
ELEKTRODYNAMIK

Wintersemester 2005/2006
14. Dezember 2005
1. KLAUSUR

Aufgabe 1: Penning-Falle (5 Punkte)

Betrachten Sie die nichtrelativistische Bewegung eines Elektrons mit Ladung $q = -e$ in einem homogenen Magnetfeld $\mathbf{B} = B\mathbf{e_z}$ und zusätzlich einem elektrischen Quadrupolpotential ($U_0 > 0$)

$$\phi(x, y, z) = \frac{U_0}{2r_0^2}(x^2 + y^2 - 2z^2).$$

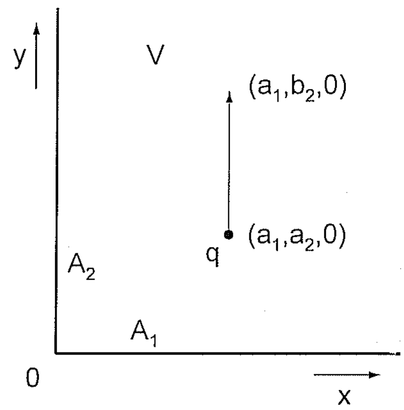
a) Lösen Sie die Bewegungsgleichung $m\dot{\mathbf{v}} = q\left(\mathbf{E} + \mathrm{v} \wedge \mathbf{B}/c\right)$ zunächst für $U_0 = 0$ und einer Bewegung in der xy-Ebene und bestimmen Sie die dazugehörige Frequenz ω_c.

b) Bestimmen Sie die Frequenz ω_z der harmonischen Schwingungen bei einer Bewegung entlang der z-Achse.

c) Lösen Sie die vollständigen Bewegungsgleichungen in der xy-Ebene durch einen Ansatz von Kreisbahnen um den Ursprung. Berechnen Sie die dazugehörige sogenannte Magnetron-Frequenz ω_M ausgedrückt durch ω_c und ω_z. Wann ist diese Bewegung stabil?

Aufgabe 2: Elektrisches Potential vor einer Ecke (6 Punkte)

Der Raumbereich V ($x > 0$ und $y > 0$) werde durch die geerdeten Halbebenen A_1 ($x \geq 0$ und $y = 0$) and A_2 ($x = 0$ und $y > 0$) begrenzt. Eine Punktladung q befinde sich bei $\mathbf{a} = (a_1, a_2, 0)$; a_1, $a_2 > 0$.



a) Bestimmen Sie das Potential der Punktladung im Bereich V bei $z = 0$ aus der entsprechenden Green'schen Funktion $G(\mathbf{x}, \mathbf{a})$.

b) Berechnen Sie die Kraft der Influenzladungen auf die Ladung q und daraus die Arbeit bei der Verschiebung der Ladung von $\mathbf{a}$ nach $\mathbf{b} = (a_1, b_2, 0)$, $b_2 > a_2$. Geben Sie ein einfaches Argument für das Vorzeichen dieser Arbeit.

Aufgabe 3: Magnetfeld eines Kreisstroms (4 Punkte)

Ein konstanter Strom I fliesst auf einem Kreis in der xy-Ebene mit Radius R. Berechnen Sie das Magnetfeld $\mathbf{B}$ auf der z-Achse aus dem Biot-Savart'schen Gesetz

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{I}{c} \oint \frac{d\mathbf{s}' \wedge (\mathbf{x} - \mathbf{x}')}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|^3} \,.$$

Skizzieren Sie die Magnetfeldstärke als Funktion von z und vergleichen Sie das Resultat mit dem eines magnetischen Punktdipols. Um welchen Faktor weicht das exakte Feld bei $z = R$ vom Punktdipolfeld ab?

Aufgabe 4: Relativistische Transformation eines Dipolfeldes (5 Punkte)

Ein magnetischer Punktdipol $\mathbf{m} = m\mathbf{e}_z$ befinde sich am Ursprung eines Inertialsystems $\bar{K}$, das sich mit konstanter Geschwindigkeit v entlang der x-Achse relativ zu einem Inertialsystem K bewegt. Das elektrische Potential $\bar{\phi}$ im System $\bar{K}$ ist identisch Null.

a) Berechnen Sie das elektrische Potential ϕ in K aus der Bedingung, dass sich das Viererpotential mit Komponenten $(A)^\mu = (\phi, \mathbf{A})$ unter Lorentz-Transformationen wie ein Vierervektor transformiert.

   Hinweis: Definieren Sie den Vektor $\mathbf{R}$ vom Beobachtungspunkt in K zum magnetischen Dipol, der mit der x-Achse den Winkel θ bildet und rechnen Sie die Koordinaten in $\bar{K}$ mit Hilfe der Lorentz-Transformation in die Grössen $R = |\mathbf{R}|$ und θ um (o.B.d.A. ist $z = \bar{z} = 0$).

b) Zeigen Sie, dass im nichtrelativistischen Limes das Potential in K dasjenige eines elektrischen Dipols ist und berechnen Sie das zugehörige Dipolmoment $\mathbf{p}$.