Probeklausur zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. S. Paul, Dr. B. Ketzer

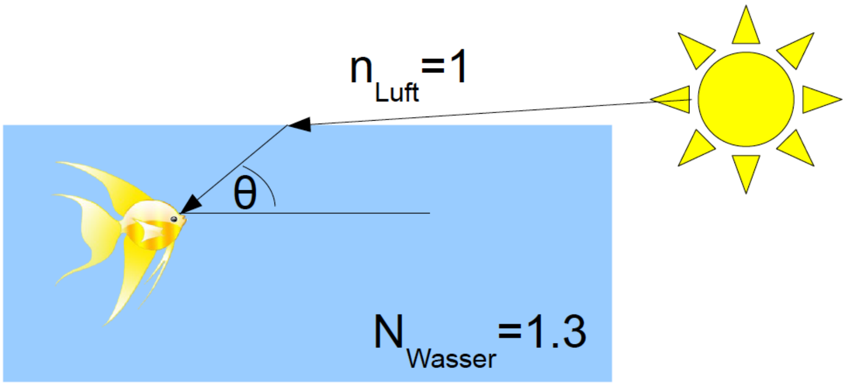
Wintersemester 2010/2011

1. Februar 2011

Musterlösung

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Ein Fisch beobachtet den Sonnenuntergang.



a) Bei welchem Winkel θ geht für den Fisch die Sonne unter? (3 Punkte)

Lösung:

Es gilt das Brechungsgesetz von Snellius:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \tag{1}$$

[**1**]

Bei Sonnenuntergang ist $\theta_1 = 90°$. Setzt man alle Werte ein, so ergibt sich

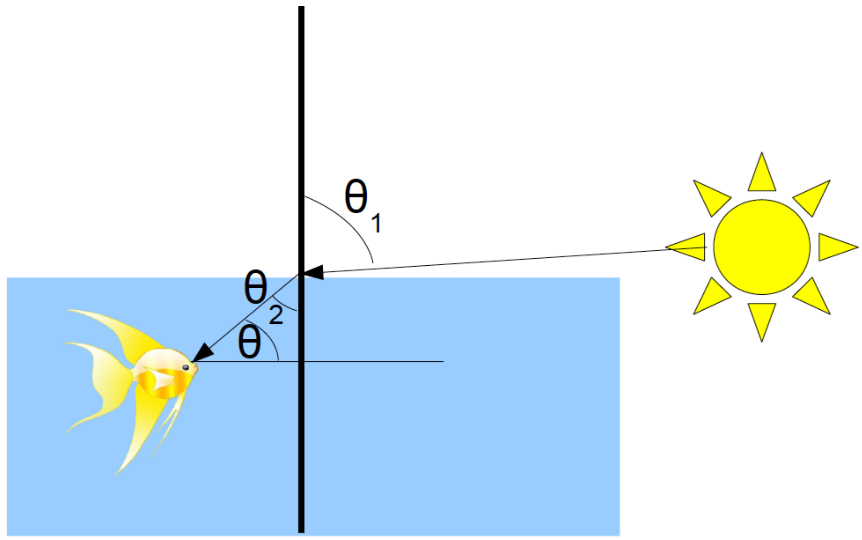
$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{1}{1.3}\right) = 50.3° \tag{2}$$

[**1**]

Also beobachtet der Fisch den Sonnenuntergang unter einem Winkel von

$$\theta = 90° - \theta_2 = 39.7° \tag{3}$$

[**1**]



b) Der neueste Fisch-Trend sind Sonnenbrillen mit Polarisationsfiltern. Nehmen Sie an, der Fisch trägt ein Modell, dass nur senkrecht zur Grenzfläche polarisiertes Licht transmittiert. Unter welchem Winkel θ ist das Sonnenlicht für den Fisch dann am hellsten?

Hinweis: Überlegen Sie sich zunächst die Reflexion von senkrecht zur Grenzfläche polarisiertem Licht an der Wasseroberfläche.

Lösung:

Für senkrecht zur Grenzfläche (also parallel zur Einfallsebene) polarisiertes Licht gibt es den Brewster-Winkel θ_B

$$\tan(\theta_B) = \frac{n_{\text{Wasser}}}{n_{\text{Luft}}}, \tag{4}$$

für den die Reflexion beim Übergang vom optisch dünneren (Luft) zum optisch dichteren (Wasser) Medium verschwindet.

[**1**]

Hier ist die Intensität der transmittierten Wellen maximal.

[**1**]

$$\theta_B = \arctan\left(\frac{1.3}{1}\right) = 52.4° \tag{5}$$

[**1**]

Damit ergibt sich:

$$n_1 \sin(\theta_B) = n_2 \sin(\theta_2) \tag{6}$$

Also ist

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{n_1 \sin(\theta_B)}{n_2}\right) = 37.6^\circ \tag{7}$$

Dann ist der gesuchte Winkel schließlich

$$\theta = 90^\circ - 37.6^\circ = 52.4^\circ \tag{8}$$

[**1**]

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Aus einem doppelbrechenden Kristall soll ein Plättchen mit Oberflächen parallel zur optischen Achse geschnitten werden, mit dem man senkrecht einfallendes, linear polarisiertes Licht der Vakuumwellenlänge $\lambda = 1000$nm in zirkular polarisiertes Licht verwandelt werden kann. Die Brechungsindizes des Kristalls sind:

$$n_o(1000\text{nm}) = 1.5000 \qquad n_a(1000\text{nm}) = 1.4725 \tag{9}$$

$$n_o(500\text{nm}) = 1.5200 \qquad n_a(500\text{nm}) = 1.4900 \tag{10}$$

a) Welchen Winkel zwischen optischer Achse des Kristalls und Polarisationsrichtung des einfallenden Lichts muss man hier wählen? Berechnen Sie die Schichtdicken, bei denen der gewünschte Effekt erreicht wird.

Lösung:

Damit das linear polarisierte Licht in zirkular polarisiertes Licht verwandelt werden kann, muss der Winkel zwischen der optischen Achse und dem $E-$Feld des Lichts 45° betragen. Somit wird das Licht um eine viertel Wellenlänge, bzw. $\frac{\pi}{2}$, verzögert. Es handelt sich hier also um ein $\lambda/4-$Plättchen.

[**1**]

Die gewünschten Schichtdicken erhält man also aus den Vielfachen dieser Wellenlänge:

$$d\Delta n_{1000} = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda_1}{2} \qquad \text{mit } k \in \mathbb{N}. \tag{11}$$

[**1**]

Also ist

$$d = \frac{\lambda_1}{\Delta n}\frac{k+\frac{1}{2}}{2} = 36.36\mu\text{m}\frac{k+\frac{1}{2}}{2} \tag{12}$$

[**1**]

$b)$ Nun wird Licht der gleichen Polarisationsrichtung, aber mit der Vakuumwellenlänge $\lambda =$ 500nm eingestrahlt. Bei welchen Plättchendicken wird die Polarisation dieses Lichtes nicht geändert?

Lösung:

Die Polarisation ändert sich nicht, wenn die optische Weglänge ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ist:

$$d\Delta n_{500} = l\lambda_2 \qquad \text{mit } l \in \mathbb{N} \tag{13}$$

[**1**]

Also ist

$$d = \frac{\lambda_2}{\Delta n_{500}} l = 16.67\mu\text{m}l \tag{14}$$

$c)$ Berechnen Sie die kleinste Schichtdicke, bei der die Anforderungen aus Teil a) und b) gleichzeitig erfüllt werden.

Lösung:

Es ist klar, dass

$$\lambda_1 = 2\lambda_2 \tag{15}$$

Nun müssen Gleichungen (12) und (14) gleichgesetzt werden:

$$\frac{\lambda_2}{\Delta n_{500}} l = \frac{2\lambda_2}{\Delta n_{1000}} \frac{k + \frac{1}{2}}{2} \tag{16}$$

[**1**]

$$\left(k + \frac{1}{2}\right) 0.03 = l0.0275 \tag{17}$$

Dies ergibt

$$l = 3\frac{4}{11}\left(k + \frac{1}{2}\right) \tag{18}$$

[**1**]

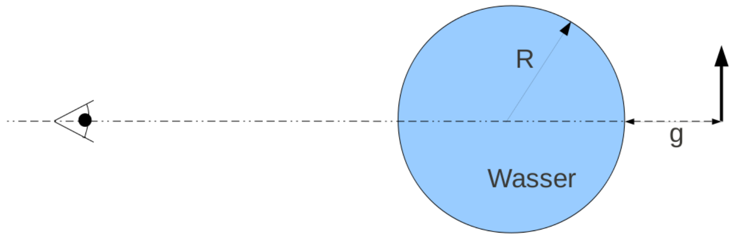
Also ist $k = 5$, $l = 6$ und die Schichtdicke beträgt

$$d = \frac{\lambda_2 6}{\Delta n_{500}} = 100\mu\text{m} \tag{19}$$

[**1**]

Aufgabe 3: Glaskugel (6 Punkte)

Ein Student blickt mit entspanntem Auge durch ein kugelförmiges Aquarium ($n_{Wasser} = 1.33$, Radius $R = 20$cm). In welcher Entfernung g hinter dem Aquarium befindet sich ein scharf gesehener Gegenstand?



Lösung:

Hier handelt es sich im Grund um ein Linsensystem, d.h. um eine Abbildung an zwei brechenden Kugeloberflächen. Man kann diese Aufgabe einerseits über die Hauptebenen und die Gleichung für Linsensysteme lösen. Es ist aber wahrscheinlich einfacher, die Anordnung in zwei Abbildungen an zwei brechenden Kugelflächen zu unterteilen. Bei der ersten Abbildung ist das Auge entspannt, d.h. die Bildweite b_1 liegt im Unendlichen:

$$b_1 = \infty \tag{20}$$

Der Radius der Kugel ist $R = 20$cm und hier positiv, da das Licht in Achsenrichtung auf eine Fläche trifft, deren Mittelpunkt rechts, d.h. später liegt.

[**1**]

Dann verwendet man die Gleichung für Brechung an Kugelflächen:

$$\frac{n_{Luft}}{b_1} + \frac{n_{Wasser}}{g_1} = \frac{n_W - n_{Luft}}{R} \tag{21}$$

[**1**]

und löst diese nach g_1 auf:

$$g_1 = R\frac{n_{Wasser}}{n_{Wasser} - n_{Luft}} = 20\text{cm}\frac{1.33}{0.33} = 80\text{cm} \tag{22}$$

[**1**]

Nun wiederholt man die Rechnung für die zweite Kugelfläche. Hier ist zu beachten, dass man die Bildweite b_2 aus der Gegenstandsweite g_1 berechnen muss, da g_1 mit Bezug auf die erste Brechungsebene gegeben ist und bei b_2 die Brechung an der hinteren Aquariumsoberfläche stattfindet. Also ist

$$b_2 = 2R - g_1 = -40\text{cm} \tag{23}$$

[**1**]

Nun verwendet man wieder die Abbildungsgleichung:

$$\frac{n_{Luft}}{g} + \frac{n_{Wasser}}{b_2} = \frac{n_{Wasser} - n_{Luft}}{R} \tag{24}$$

[**1**]

und nach g aufgelöst:

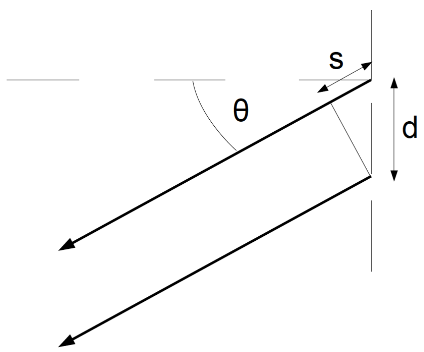
$$g = \frac{b_2 R n_{Luft}}{b_2(n_{Wasser} - n_{Luft}) - n_{Wasser} R} = 20\text{cm} \tag{25}$$

[**1**]

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Die Spuren einer CD bilden ein Beugungsgitter mit einer Gitterkonstanten d. Wenn der Strahl eines He-Ne-Lasers ($\lambda = 638$nm) senkrecht auf die CD fällt, beobachtet man unter den Winkeln $\theta = \pm 23.7°$, $\theta = \pm 53.4°$ in Einfallsrichtung gebeugte Strahlen. Machen Sie eine Skizze dieses Vorgangs und berechnen Sie den Abstand d der Spuren auf der CD.

Lösung:



[**1**]

Der Gangunterschied ist gegeben durch

$$s = d \sin(\phi) \tag{26}$$

[**1**]

Die Interferenzbedingung für ein Intenstitätsmaximum ist gegeben durch

$$s = m\lambda \qquad m = 0, 1, 2, ... \tag{27}$$

[1]

Gleichsetzen dieser beiden Gleichungen ergibt dann folglich

$$d \sin(\phi) = m\lambda \tag{28}$$

Daraus folgt für den Abstand der Spuren auf der CD:

$$d = \frac{m\lambda}{\sin(\phi)} \tag{29}$$

[1]

Aus der Gleichung

$$\sin(\phi) = \frac{m\lambda}{d} \tag{30}$$

sieht man, dass die Ordnung n ungefähr gegeben ist durch

$$\sin(\phi_i) \approx m \tag{31}$$

Hier sieht man, dass

$$\text{für} \quad \phi_1: \quad \sin(23.7°) = 0.402 \tag{32}$$

$$\text{für} \quad \phi_2: \quad \sin(53.4°) = 0.803, \tag{33}$$

also dass die Ordnung von ϕ_2 das Doppelte der Ordnung von ϕ_1 ist.

[1]

ϕ_1 gehört zum Maximum erster Ordnung und damit folgt:

$$d = \frac{\lambda}{\sin(23.7°)} = \frac{638\text{nm}}{\sin(23.7°)} = 1587\text{nm} \tag{34}$$

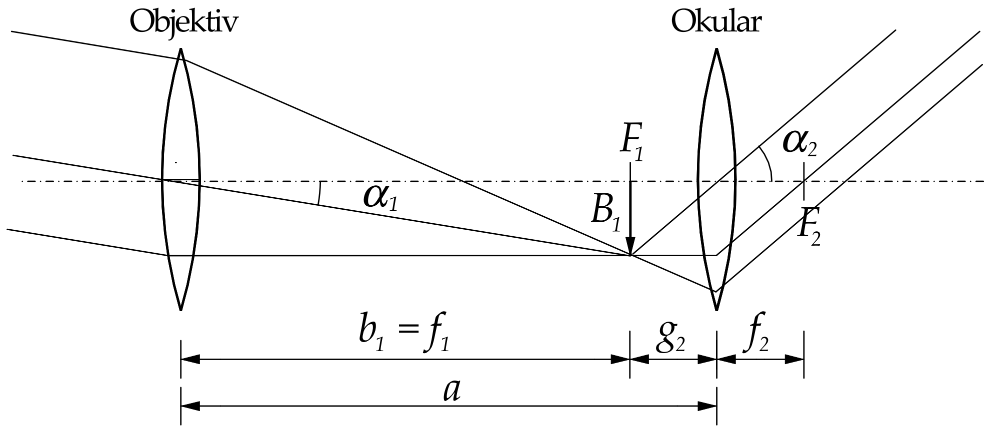
[1]

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Sie sitzen im Hörsaal in der letzten Reihe und versuchen, in 20m Entfernung auf die Leinwand projizierte Buchstaben von 5cm Höhe zu erkennen. Zum Glück haben Sie ein einfaches Fernrohr mit folgenden technischen Daten mitgebracht: Objektivbrennweite $f_1 = 400$mm, Okularbrennweite $f_2 = 10$mm.

a) Zeichnen Sie den Strahlengang des Fernrohrs mit Bild und Zwischenbild.

Lösung:



Beim Fernrohr geht man von parallelen einfallenden Strahlen aus ($g_1 = \infty$). Dadurch entsteht ein umgekehrtes, reelles Zwischenbild in der Brennebene des Objektivs ($b_1 = f_1$). Das hier betrachtete astronomische (Kepler'sche) Fernrohr hat als Okular eine Konvexlinse, die so angeordnet ist, dass $g_2 \lesssim f_2$. Insgesamt entsteht somit ein virtuelles, vergrößertes, umgekehrtes Bild.

[**3**]

b) Wie groß ist die Winkelvergrößerung dieses Instruments?

Lösung:

Bei optischen Geräten, die zur Betrachtung von Objekten verwandt werden, deren Abstand zum Beobachter nicht verändert werden kann, bezieht man die Vergrößerung nicht auf die konventionelle Sehweite S_0, sondern auf den Sehwinkel unter dem das Objekt ohne das Instrument erscheint:

$$V := \frac{\text{Sehwinkel mit Fernrohr}}{\text{Sehwinkel ohne Fernrohr}}$$

[**1**]

Betrachte einlaufenden Strahl, der durch den Mittelpunkt der Objektivlinse geht und auslaufenden Strahl, der durch den Mittelpunkt der Okularlinse verläuft. Es gilt:

$$b_1 \tan \alpha_1 = B_1 = -g_2 \tan \alpha_2,$$

[**1**]

wobei B_1 die Bildgröße des Zwischenbildes ist und die Winkel α_1 und α_2 unterschiedliche Vorzeichen haben.

Für achsennahe Strahlen gilt $\alpha_i \approx \tan \alpha_i$. Somit ergibt sich die Vergrößerung zu:

$$V = \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \approx \frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} = -\frac{b_1}{g_2} \overset{\text{hier}}{=} -\frac{f_1}{f_2} = -40$$

[**1**]

c) Wie groß wird der Buchstabe auf einem fiktiven Schirm hinter dem Okular in 25cm Entfernung abgebildet?

Lösung:

Es gilt:

$$V \approx \frac{\tan\alpha_2}{\tan\alpha_1} == -\frac{b_1}{g_2} = \frac{\frac{B_2}{b_2}}{-\frac{G_1}{g_1}} \quad \text{beachte Vorzeichen entsprechend Winkelsinn.}$$

$$\Longrightarrow B_2 = \frac{G_1 b_1 b_2}{g_1 g_2} = \frac{G_1 f_1 b_2}{g_1 g_2} \quad \text{mit } \frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \text{folgt } g_2 = \frac{f_2 b_2}{b_2 - f_2}$$

$$\text{und somit } B_2 = \frac{G_1 f_1 (b_2 - f_2)}{f_2 g_1}$$

[**1**]

wobei G_1 die Gegenstandsgröße und B_2 die Bildgröße ist. Mit $G_1 = 5\,\text{cm}, g_1 = 20\,\text{m}$ und $b_2 = -25\,\text{cm}$ erhält man:

$$B_2 = -2.6\,\text{cm}$$

[**1**]

Aufgabe 6 (6 Punkte)

In einem Experiment werden die photoelektrischen Eigenschaften eines Materials gemessen. Für die Photoemission wird eine Grenzfrequenz ν_0 im violetten Bereich festgestellt.

a) Die Frequenz des Lichts wird in den ultravioletten Bereich gewechselt, ohne dabei die Intensität zu ändern. Wie ändert sich dabei die Bremsspannung und der Photostrom wenn man annimmt, dass die Effizienz des Photoeffekts gleich bleibt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

Die Bremsspannung nimmt zu, der Photostrom nimmt ab.

[**1**]

Die Frequenz und damit die Energie der einfallenden Photonen nimmt zu. Daher erhöht sich die Energie der emittierten Photoelektronen und somit die benötigte Bremsspannung.

[**1**]

Darüber hinaus nimmt bei konstanter Lichtintensität die Anzall einfallender Photonen pro Zeiteinheit ab. Somit verringert sich der Photostrom.

[**1**]

b) In einem weiteren Experiment wird die Frequenz des einfallenden Lichts bei konstanter Intensität in den blauen Bereich gewechselt. Wie ändert sich dabei die Bremsspannung und der Photostrom? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

Der Photostrom verschwindet, da die Energie der einfallenden Lichtquanten kleiner als die Austrittsarbeit ist.

[**1**]

c) Wie groß ist die maximale kinetische Energie der emittierten Elektronen, wenn die Frequenz des einfallenden Lichts auf $1.43\nu_0$ eingestellt wird? Wieso werden auch Elektronen mit geringerer kinetischer Energie beobachtet?

Lösung:

Die maximale kinetische Energie beträgt $0.43h\nu_0$, da die Austrittsarbeit der Elektronen $h\nu_0$ beträgt.

[**1**]

Einige Elektronen habe eine geringere kinetische Energie, da sie durch Stöße im Metall Energie verlieren, bevor sie austreten.

[**1**]

Aufgabe 7 (7 Punkte)

Das Plancksche Strahlungsgesetz

$$E(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) - 1} \tag{35}$$

gibt an, wie die spektrale Strahlungsintensität eines schwarzen Körpers von der Strahlungsfrequenz ω abhängt.

a) Bei welcher Strahlungsfrequenz liegt das Maximum?

Hinweis: Zur Vereinfachung können Sie $x = \frac{\hbar\omega}{k_B T}$ schreiben, sowie evtl. $\exp -x$ im Vergleich zu den anderen Termen vernachlässigen.

Lösung:

Um das Maximum der Schwarzkörperstrahlung zu erhalten, berechnet man die Ableitung von Gleichung (35):

$$\frac{d}{d\omega}E(\omega,T) = \left(3\frac{\hbar\omega^2}{4\pi^2c^2}\right)\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_BT}\right)-1} + \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\frac{-1}{\left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_BT}\right)-1\right)^2}\frac{\hbar}{k_BT}\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_BT}\right) = \tag{36}$$

$$\frac{\hbar\omega^2}{4\pi^2c^2}\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_BT}\right)-1}\left(3-\frac{\frac{\hbar\omega}{k_BT}}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_BT}\right)-1}\exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_BT}\right)\right) \tag{37}$$

[**1**]

Für ein Maximum muss die erste Ableitung verschwinden, d.h. mit $x = \frac{\hbar\omega}{k_BT}$ folgt

$$0 = 3 - \frac{x\exp x}{\exp x - 1} \tag{38}$$

Und schließlich

$$x\exp x = 3\exp x - 3 \tag{39}$$

[**1**]

Mit $3\exp -x \approx 0$ liegt das Maximum bei $\frac{\hbar\omega}{k_BT} = 3$, und somit

$$\omega_{\max} = 3\frac{k_BT}{\hbar} \tag{40}$$

[**1**]

b) Zeigen Sie, dass die gesamte Strahlungsleistung $\int_0^\infty d\omega E(\omega,T)$ proportional zu T^4 ist. Um welches Gesetz handelt es sich hierbei?

Lösung:

Mit $x = \frac{\hbar\omega}{k_BT}$ berechne man die totale Abstrahlung:

$$E_{tot} = \int_0^\infty d\omega\frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2c^2}\frac{1}{\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_BT}\right)-1} \tag{41}$$

$$= \int_0^\infty dx\frac{\hbar}{4\pi^2c^2}\left(x^3\left(\frac{k_BT}{\hbar}\right)^3\right)\frac{k_BT}{\hbar}\frac{1}{\exp x - 1} \tag{42}$$

$$= \frac{\hbar}{4\pi^2c^2}\left(\frac{k_BT}{\hbar}\right)^4\underbrace{\int_0^\infty dx\frac{x^3}{\exp x - 1}}_{\text{unabhängig von T}} \propto T^4 \tag{43}$$

[**2**]

Es handelt sich hier um das Stefan-Boltzmann Gesetz.

[**1**]

$c)$ Zeigen Sie, dass man für große ω näherungsweise

$$E(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \tag{44}$$

erhält. Um welches Gesetz handelt es sich hierbei?

Lösung:

Für große ω gilt

$$\exp\left(\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) >> 1 \tag{45}$$

und man erhält

$$E(\omega, T) \approx \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \exp\left(-\frac{\hbar\omega}{k_B T}\right) \tag{46}$$

Es handelt sich hier um das Wiensche Strahlungsgesetz.

[**1**]