Technische Universität München
Physik-Department T30

Prof. Dr. Axel Groß

Diplomvorprüfung Theorie 1 (Mechanik)

10. September 2001

Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel: Mathematische Formelsammlung
Hinweis: Bitte schreiben Sie auf jeden Papierbogen Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer und benutzen Sie für jede Aufgabe einen separaten Bogen.

Aufgabe 1: Bahnkurve (10 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Bahnkurve:

$$\mathbf{x}(t) = (a \cdot \cos\omega t,\ b \cdot \sin\omega t,\ c \cdot t).$$

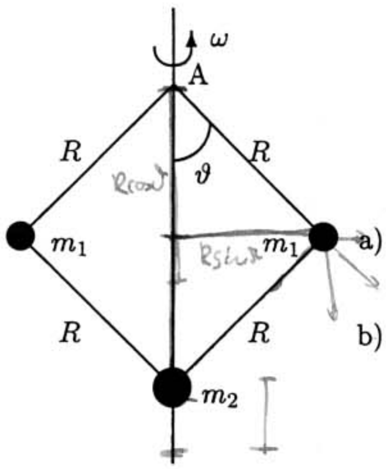
a) Skizzieren Sie die Bahnkurve.

b) Bestimmen Sie das Potential, in dem sich das Teilchen der Masse m bewegt. Hinweis: Wählen Sie den Ursprung als Referenzpunkt.

c) Bestimmen Sie die Gesamtenergie des Teilchens.

d) Bestimmen Sie Drehimpuls und Drehmoment des Teilchens bezogen auf den Ursprung für $c = 0$.

Aufgabe 2: Fliehkraftregler (10 Punkte)



Gegeben sei das in der Abbildung skizzierte System. Ein Punkt m_2 bewege sich entlang der vertikalen Achse und ist durch masselose Stangen der Länge R mit zwei Massen m_1 verbunden. Das System ist durch zwei weitere masselose Stange der Länge R am Punkt A aufgehängt und dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die Achse. Die Massenpunkte unterliegen der Schwerkraft.

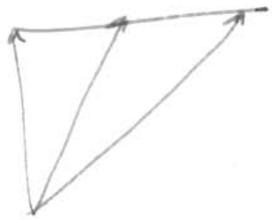
a) Wählen Sie als generalisierte Koordinate den Winkel ϑ. Bestimmen Sie die Lagrangefunktion des Systems.

b) Sei nun $m_2 = 0$. Zeigen Sie, dass ϑ der Bewegungsgleichung

$$\ddot{\vartheta} = (\omega^2 \cos\vartheta - \frac{g}{R})\ \sin\vartheta$$

genügt.

c) Welche Bedingung muß die Winkelgeschwindigkeit ω erfüllen, damit sich der Fliehkraftregler aufstellt, d.h., daß $\vartheta = 0$ nicht stabil gegen kleine Auslenkungen ist. Hinweis: Entwickeln Sie die Bewegungsgleichung in ϑ und vernachlässigen Sie Terme kubischer und höherer Ordnung in ϑ. Beachten Sie $\vartheta \geq 0$.



$\dot{\vartheta} = 0$

$x_2 = R + x_2$

$x_1 = R + x_1$

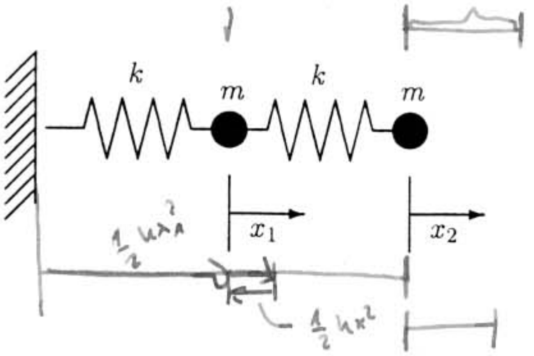
$x_1 - x_2 = x_1 - x_2$

$\sin\vartheta(t)'$

$\cos\vartheta(t) \cdot \dot{\vartheta}$

Bitte wenden!

Aufgabe 3: Gekoppelte Oszillatoren (10 Punkte)



Der abgebildete Koppelschwinger besteht aus zwei Massenpunkten m, die untereinander und mit einer Wand durch Federn mit der Federkonstante k verbunden sind und eindimensionale Schwingungen ausführen können. Die x_i sind die Auslenkungen der Massenpunkte aus der Ruhelage.

$R\cos\vartheta$

a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion der gekoppelten Oszillatoren.

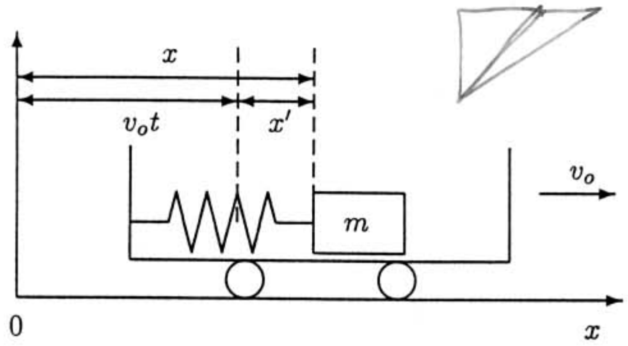
b) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen der gekoppelten Oszillatoren auf.

c) Berechnen sie die Eigenfrequenzen und Eigenmoden der gekoppelten Oszillatoren.

d) Skizzieren Sie die Eigenmoden.

$V = \frac{1}{2} k$

Aufgabe 4: Hamiltonfunktion in verschiedenen Koordinatensystemen (10 Punkte)



Ein Wagen wird mit konstanter Geschwindigkeit v_o auf der x-Achse bewegt. Auf seiner Ladefläche schwingt eine Masse m, die über eine Feder (Federkonstante k) mit der hinteren Ladewand verbunden ist, reibungsfrei in x-Richtung hin und her. x' sei die Auslenkung der Feder aus der Ruhelage auf dem Wagen.

a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion der Masse m im ruhenden Koordinatensystem und lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen $x(t = 0) = 0$ und $v(t = 0) = v_1 + v_o$ mit $v_1 > 0$.

b) Berechnen Sie die Hamiltonfunktion $H(p, x)$ im ruhenden Koordinatensystem und untersuchen Sie, ob sie eine Erhaltungsgröße und gleich der Energie ist. Begründen Sie das Ergebnis physikalisch.

c) Führen Sie die Transformation $x = x' + v_o t$ auf das bewegte Bezugssystem durch und lösen Sie erneut die Bewegungsgleichung.

d) Untersuchen Sie die Hamiltonfunktion $H'(p', x')$. Bestimmen Sie die Hamiltonschen Bewegungsgleichungen und vergleichen Sie sie mit der Bewegungsgleichung aus Teil c).