
Klausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Oberauer

Sommersemester

18. August 2011

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten. Auf der letzten Seite finden Sie diverse physikalische Konstanten.

Aufgabe 1 (7 Punkte)

- Berechnen Sie nach dem Bohrschen Atommodell die Energieniveaus für ein Elektron eines Li^{2+} -Ions in Zuständen mit $n = 1, 2$. Die Kernbewegung sei hierbei vernachlässigbar.
- Berücksichtigt man die Kernbewegung, so erhält man für die Isotope ${}^6\text{Li}^{2+}$ und ${}^7\text{Li}^{2+}$ unterschiedliche Termenergien. Berechnen Sie den davon herrührenden Unterschied der Frequenzen und Wellenlängen des emittierten Lichts für den Übergang $n = 2 \rightarrow n = 1$ und zeigen Sie, dass die relative Frequenzänderung $\Delta\nu/\nu \approx 10^{-5}$ ist.

Aufgabe 2 (5 Punkte)

- Definieren Sie den Begriff des 'stationären Zustandes' in der Quantenmechanik und erklären Sie daraus den Unterschied zwischen der zeitabhängigen und der zeitunabhängigen Schrödingergleichung.
- Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Wellenfunktion eines Teilchens gegeben durch

$$\psi(x) = (u_1(x) + u_2(x)) / \sqrt{2} \quad (1)$$

Hier sind $u_1(x)$ und $u_2(x)$ zwei reelle Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung mit den Energien E_1 bzw. E_2 . Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens zu einem späteren Zeitpunkt t .

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Ein Wasserstoffatom befindet sich im Grundzustand

$$\phi_{100}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} e^{-r/a_0} \quad (2)$$

- Berechnen Sie den wahrscheinlichsten Wert von r im Grundzustand, wobei $a_0 = 0.52 \text{ \AA}$ der Bohrsche Radius des Wasserstoffatoms ist.
- Berechnen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im Kern eines wasserstoffähnlichen Atoms der Kernladungszahl Z und der Nukleonenzahl A , wenn sich das Atom im Grundzustand befindet. Nehmen Sie für den Kernradius die Näherungsformel $R = 1.2 \cdot A^{1/3} \text{ fm}$ an und berücksichtigen Sie die Änderung des Bohrschen Radius von a_0 zu a_0/Z .

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Ein Elektron sei in einem Zustand mit Bahndrehimpulsvektor \mathbf{L} und Spinvektor \mathbf{S} . Diese koppeln zu einem Gesamtdrehimpuls \mathbf{J} .

- Wie ergeben sich die verschiedenen Vektoren auseinander?
- Welche möglichen Gesamtlängen haben die Vektoren? Was sind ihre möglichen Komponenten in einer gemeinsam ausgezeichneten Richtung? Verwenden Sie hierzu die nötigen Quantenzahlen! Welche Werte können diese beim Wasserstoffatom annehmen?
- Berechnen Sie für die Bahndrehimpulszahl $l = 1$ und die Spinquantenzahl $s = \frac{1}{2}$ die Vektorlängen. Berechnen Sie den Winkel zwischen \mathbf{L} und \mathbf{S} .

Aufgabe 5 (11 Punkte)

Man betrachte die Niveaus $4^2P_{1/2}$ und $4^2S_{1/2}$ des Kaliumatoms. Ohne äußeres Magnetfeld entspricht der Übergang $4^2P_{1/2} \rightarrow 4^2S_{1/2}$ einer Wellenlänge von 766 nm . Nun werde ein Magnetfeld $B = 5 \text{ T}$ angelegt. Die L-S-Kopplung bleibe erhalten.

- Berechnen Sie die Aufspaltung der beiden Niveaus im Magnetfeld.
- Skizzieren Sie die Energieniveaus qualitativ und zeichnen Sie die möglichen elektrischen Dipolübergänge ein.
- Bestimmen Sie für die einzelnen Emissionslinien die Abweichungen der beobachtbaren Frequenzen von der ursprünglichen Übergangsfrequenz (ohne Magnetfeld).

Aufgabe 6 (7 Punkte)

Ein Atom habe die Elektronenkonfiguration $[Ne]3s^23p^63d^64s^2$. Leiten Sie nach den Hund'schen Regeln die spektroskopischen Symbole $^{2S+1}L_J$ des Grundzustands des neutralen Atoms und des Grundzustands des 11-fach ionisierten Ions ab. Begründen Sie die einzelnen festgelegten Quantenzahlen nach den Hund'schen Regeln.

Aufgabe 7 (11 Punkte)

Bei einem CO-Molekül ist die potentielle Energie als Funktion des Abstandes r der Atomkerne durch die empirische Funktion

$$V(r) = D |1 - \exp(-\beta(r - r_0))|^2 \quad (3)$$

gegeben. Dabei ist $D = 9.4\text{eV}$ die Dissoziationsenergie und $r_0 = 1.128\text{\AA}$ der Gleichgewichtsabstand der Kerne ^{12}C und ^{16}O .

- a) Die beobachtete Frequenz für die Schwingungsanregung des Moleküls beträgt $\nu = 6.499 \cdot 10^{13}\text{s}^{-1}$. Berechnen Sie daraus den Wert von β .

Hinweis: Entwickeln Sie die Exponentialfunktion im Potential bis zur 1.Ordnung, so dass man das Potential eines harmonischen Oszillators erhält.

- b) Skizzieren Sie qualitativ die Energieniveaus der Zustände mit $n_1=0$; $l_1=0,1,2$ und $n_2=1$; $l_2=0,1,2$, wobei $n_{1/2}$ den Schwingungszustand und $l_{1/2}$ den Rotationszustand angibt. Skizzieren Sie anschließend die erlaubten Rotationsschwingungsübergänge und berechnen Sie deren Frequenzen. Beachten Sie dabei, dass das Molekül nur um eine Achse senkrecht zur Molekülachse rotiert.

Konstanten

- $h = 4.135667516 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$
- $\hbar = 6.58211928 \cdot 10^{-16} \text{ eVs}$
- $c = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
- $m_e = 511 \text{ keV}/c^2$
- $u = 931.494061 \text{ MeV}/c^2$
- $\mu_B = 5.7883818 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$
- $R_y = 13.6 \text{ eV}$
- $\epsilon_0 = 8.8541878 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$