Klausur in Experimentalphysik 1

Prof. Dr. C. Pfleiderer

Wintersemester 2015/16

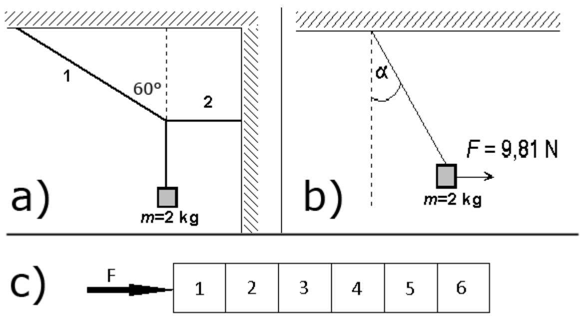
11. Februar 2016

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (5 Punkte)



(a) Eine Masse m=2 kg wird durch 3 Seilstücke gehalten (Bild a). Wie groß ist die Spannung im Seilstück 2?

(b) Ein Körper der Masse m=2kg hängt an einem masselosen Seil an der Decke. Eine horizontale Kraft von 9,81N zieht ihn in eine Gleichgewichtslage (Bild b). Wie groß ist der Winkel α zwischen Seil und der Senkrechten, wenn sich die Anordnung auf dem Mars befindet? [Marsdurchmesser: $d = 6772,4$ km, Dichte: 3,933 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}$]

(c) Sechs gleiche Würfel mit der Masse 1kg liegen auf einem ebenen glatten Tisch. Eine konstante Kraft F=1N wirkt auf den ersten Würfel in Richtung des eingezeichneten Vektors (Bild c). Geben sie die Größe der resultierenden Kraft F_i an, die jeweils auf einen Würfel wirkt. Welche Kraft $F_{4,5}$ übt außerdem der Würfel 4 auf Würfel 5 aus?

Lösung:

(a) Die Gewichtskraft teilt sich auf in die Kraft in Seilstück 1 und 2. Durch Geometrie ergibt sich für die Kraft F_2:

$$F_2 = \tan(60°) F_g = 34\mathrm{N} \tag{1}$$

[1,5]

(b) Um den Winkel zu berechnen muss zuerst die Gravitationskraft auf dem Mars berechnet werden.

$$F = \frac{mM_{Mars}}{r_{Mars}^2}G = mg \tag{2}$$
$$\rightarrow g = \frac{MG}{r_{Mars}^2} \tag{3}$$

Die Masse berechnet sich über die Dichte und den Durchmesser:

$$M = \rho V = \rho\frac{4}{3}\pi r^3 = 3,933 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\frac{4}{3}\pi(\frac{677,4 \cdot 10^3}{2})^3 m^3 = 6,4 \cdot 10^{23}\mathrm{kg} \tag{4}$$

$$\rightarrow g = \frac{6,4 \cdot 10^{23} \cdot 6,674 \cdot 10^{-11}}{(\frac{6772400}{2})^2}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 3,73\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{5}$$

Der Winkel kann nun Geometrisch berechnet werden.

$$\tan(\alpha) = \frac{F}{F_g} \rightarrow \alpha = \arctan(\frac{F}{F_g}) = \arctan(\frac{9,81\mathrm{N}}{2\mathrm{kg} \cdot 3,73\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}) = 52,7° \tag{6}$$

[2]

(c) Da die Massen der 6 Würfel gleich sind, wirkt auf jeden Würfel die Gleiche resultierende Kraft

$$F_i = \frac{1}{6}F = \frac{1}{6}\mathrm{N} \tag{7}$$

Damit bei Würfel 6 noch die Kraft F_i ankommt, muss auf Würfel 5 die Kraft von 2 Würfel ankommen (seine eigene + die des 6. Würfels).

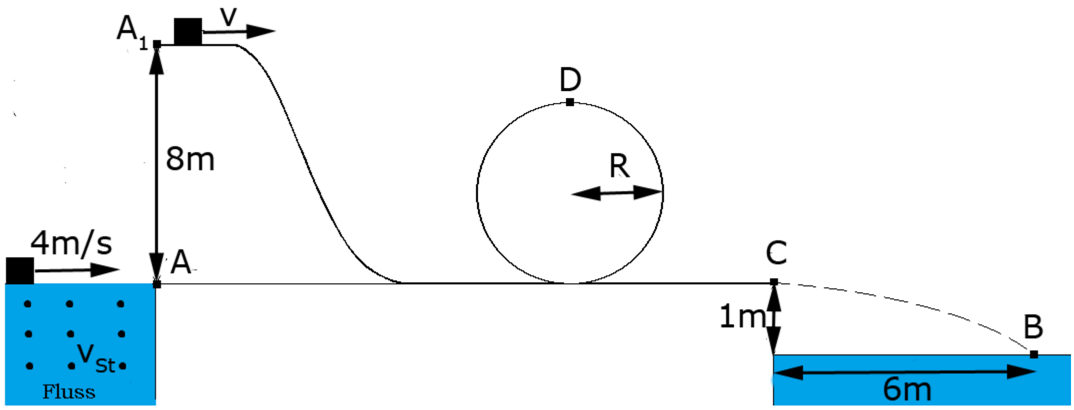
$$F_{4,5} = \frac{2}{6}F = \frac{1}{3}\mathrm{N} \tag{8}$$

[1,5]

Aufgabe 2 (9 Punkte)

In einem Wasserpark soll eine neue Attraktion gebaut werden.

(a) Ein Boot hat die Geschwindigkeit $v_B = 4\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und möchte auf der gegenüberliegenden Flussseite bei A ankommen. Die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses sei $v_{St} = 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ und zeigt aus der Zeichenebene heraus. In welchem Winkel gegen die Strömung muss das Boot steuern um sich geradlinig über den Fluss zu bewegen? Zeichnen Sie eine Skizze und beschriften Sie den Winkel.



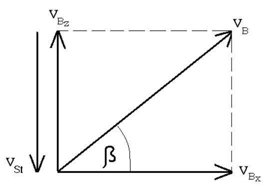
(b) Im Punkt A bringt eine Hebebühne das Boot auf die Höhe $h = 8$m. Wieviel Arbeit wird dabei verrichtet, wenn das Boot eine Masse von $m = 15$kg hat?

Im Punkt A_1 wird das Boot auf eine Geschwindigkeit v_1 gebracht und gleitet mit dieser Geschwindigkeit durch einen Looping und springt am Ende in einen $y = 1$m tieferliegenden See.

(c) Welche Anfangsgeschwindigkeit v_1 hat das Boot, wenn es im Punkt B, im Abstand d=6m von dem Ende der Bahn, im See Auftreffen soll?

(d) Welchen Radius R hat der Looping, wenn die Zentripetalkraft im höchsten Punkt D betragsmäßig das 2-fache der Gewichtskraft ist?

Lösung:



(a) Um gegenüber anzukommen muss die z-Komponente der Bootsgeschwindigkeit betragsmäßig der Strömungsgeschwindigkeit entsprechen. $|v_{Bz}| = |v_{St}|$

$$\sin(\beta) = \frac{v_{Bz}}{v_B} = \frac{v_{ST}}{v_B} \rightarrow \beta = \arcsin(\frac{2}{4}) = 30° \tag{9}$$

[1,5]

(b)

$$W = \Delta E = mgh = 1,177\text{kJ} \tag{10}$$

oder:

$$W = \int_0^h F(s)\ ds = \int_0^h mg\ ds = mgh = 1,177\text{kJ} \tag{11}$$

[**1**]

(c) Die Gesamtenergien bei A_1 und bei C müssen gleich sein.

$$E_{gesA_1} = E_{gesC} \tag{12}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 \tag{13}$$

$$\rightarrow v_1 = \sqrt{v_2^2 - 2gh} \tag{14}$$

Die Geschwindigkeit v_2 berechnet sich durch die Weite d und Höhe y.

Bis das Boot auf dem Wasser aufschlägt, vergeht die Zeit t:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}} = 0,45\text{s} \tag{15}$$

In dieser Zeit legt das Boot eine Weite von d=6m zurück, dh. die Geschwindigkeit v_2 ist

$$v_2 = \frac{d}{t} = \sqrt{\frac{g}{2y}}d = 13,3\frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{16}$$

Setzt man dies nun in Gleichung 14, erhält man für v_1:

$$v_1 = \sqrt{13,3^2\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} - 2 \cdot 9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 8\text{m}} = 4,46\frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{17}$$

[**3,5**]

(d) Es gilt:

$$F_z = 2F_g \tag{18}$$

$$\frac{mv_3^2}{R} = 2mg \tag{19}$$

$$\rightarrow v_3^2 = 2gR \tag{20}$$

[**1**]

Man kann die Energieerhaltung im Punkt D und C anwenden:

$$mg2R + \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow v_3^2 = v_2^2 - 4Rg \tag{21}$$

Setzt man dies nun in Gleichung 20, kann man nach R auflösen und erhält:

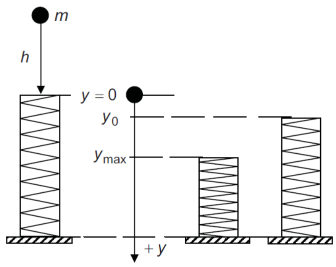
$$2Rg = v_2^2 - 4Rg \rightarrow R = \frac{v_2^2}{6g} = 3,0\text{m} \tag{22}$$

Genauso könnte man die Energieerhaltung im Punkt D und A_1 anwenden. Man hat nur einen Term mehr, da im Punkt A_1 auch noch die Höhenenergie vorhanden ist.

[**2**]

Aufgabe 3 (9 Punkte)

Eine kleine Kugel (Masse $m = 100$g) fällt aus der Höhe $h = 20$cm auf eine entspannte Feder (Federkonstante $k = 20$N/m). Die Kugel m haftet auf der Feder und führt harmonische Schwingungen aus.



(a) Um welche maximale Strecke y_{max} wird die ursprünglich entspannte Feder zusammengedrückt?

(b) Mit welcher Frequenz f_0 schwingt das Feder-Masse-System?

(c) Um welche Gleichgewichtslage y_0 erfolgt die Schwingung?

(d) Bestimmen Sie die Amplitude $\hat{y}$ der Schwingung.

(e) Wie lauten die Anfangsbedingungen $y(0)$ und $\dot{y}(0)$ für den Zeitpunkt des Auftreffens der Kugel auf die entspannte Feder?

(f) Geben Sie die spezifische Funktion $y(t)$ für diese Schwingung an. Berechnen Sie den Nullphasenwinkel ϕ der Schwingung aus den Anfangsbedingungen.

(g) Zeichnen Sie den Verlauf der Auslenkung mit der Zeit eines gedämpften Oszillators. Zeichnen (und beschriften) Sie die drei Fällen für schwache, kritische und starke Dämpfung. Anfangsbedingungen: $x(0) = a, \dot{x}(0) = 0$

Lösung

(a) Aus der Energieerhaltung folgt:

$$mg(y_{max} + h) = \frac{1}{2}ky_{max}^2 \Rightarrow \frac{1}{2}ky_{max}^2 - mgy_{max} - mgh = 0$$

$$y_{max} = \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + 2h\frac{mg}{k}} = 0,049\text{m} + \sqrt{0,049^2\text{m}^2 + 2 \cdot 0,2\text{m} \cdot 0,049\text{m}} = 0,198\text{m}$$

[1,5]

(b) Die Eigenkreisfrequenz ω_0 eines Feder-Masse-Systems bestimmt sich aus der Federkonstante k und der Masse m des angehängten Körpers zu

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = 14,1\text{s}^{-1}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 2,25\text{Hz}$$

[1]

(c) Für die gesuchte Gleichgewichtslage kompensieren sich rücktreibende Federkraft und die Gewichtskraft auf die Kugel.

$$mg = ky_0 \Rightarrow y_0 = \frac{mg}{k} = 4,9\text{cm}$$

[1]

(d) Die Amplitude der Schwingung ist:

$$\hat{y} = y_{max} - y_0 = 14,8\text{cm}$$

[0,5]

(e) Die Anfangsbedingungen für die Schwingungen sind $y(0) = 0$ und $\dot{y}(0) = v_0$

$$mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh} = 1,98\text{m/s}$$

[1,5]

(f) Damit ergibt sich die Bewegungsgleichung für die schwingende Kugel

$$y(t) = y_0 + \hat{y}\cos(\omega_0 t + \phi)$$

Aus den Anfangsbedingungen folgt

$$\hat{y}\cos(\phi) = -y_0 \quad (23)$$

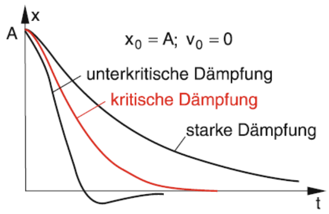
$$-\hat{y}\omega_0\sin(\phi) = v_0 \quad (24)$$

$$\tan\phi = \frac{\sin(\phi)}{\cos(\phi)} = \frac{-\frac{v_0}{\hat{y}\omega_0}}{-\frac{y_0}{\hat{y}}} = 2,87 \Rightarrow \phi = 251°$$

[2]

(g)

[1,5]



Aufgabe 4 (5 Punkte)

Eine Lokomotive der Masse $M = 100$t fährt mit einer Geschwindigkeit von $v_0 = 70$km/h auf einen ruhenden Waggon der Masse $m = 40$t auf.

(a) Die Lok stößt zentral auf den Waggon, dabei koppeln sie aneinander an und fahren gemeinsam weiter. Mit welcher Geschwindigkeit v_1 fährt dieser Zug weiter?

(b) Welche Wärmeenergie ist bei diesem Vorgang freigeworden?

(c) Der Zug (Lok + 1 Waggon) stößt nacheinander noch einen Waggon (50t) und dann noch einen weiteren Waggon (60t), die sich jeweils wieder ankoppeln. Mit welcher Geschwindigkeit v_3 fährt dieser größere Zug (Lok + 3 Waggons) weiter?

(d) Welche Wärmeenergie ist bei dem **gesamten** Vorgang (3 Einkopplungen) freigeworden?

(e) Wieviele Waggons (40t) sind nötig, damit die Geschwindigkeit des Zuges auf null sinkt?

Lösung

(a) Impulserhaltung:

$$Mv_0 = (M+m)v_1 \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \frac{M}{M+m}v_0 = 50\text{km/h} \tag{25}$$

[1]

(b)

$$W = E_{\text{kin}}^{\text{vorher}} - E_{\text{kin}}^{\text{nacher}} = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+m)v_1^2 = 5,4\text{MJ} \tag{26}$$

[1]

(c) Impulserhaltung

$$Mv_0 = (M+m_1+m_2+m_3)v_3 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{M}{M+m_1+m_2+m_3}v_0 = 28\text{km/h} \tag{27}$$

[1]

(d)

$$W = E_{\text{kin}}^{\text{vorher}} - E_{\text{kin}}^{\text{nacher}} = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \frac{1}{2}(M+m_1+m_2+m_3)v_3^2 = 11,3\text{MJ} \tag{28}$$

[1]

(e) Unendlich viele bzw. wegen Impulserhaltung wird dieser Zustand nicht erreicht.

[1]

Aufgabe 5 (3 Punkte)

Im Keller einer Schule steht ein masseloser Tankbehälter, der randvoll mit 60000 Liter Heizöl ($\rho_{ol} = 0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) gefüllt ist. Bei einem Hochwasser wird der Keller bis zur Decke mit Wasser überflutet. Der Öltank reißt sich aus seiner Verankerung los und steigt nach oben.

(a) Mit welcher Kraft drückt der Tank gegen die Kellerdecke?

(b) Auf dem Kellerboden liegt ein Ziegelstein der Dichte $\rho = 1,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$. Seine Maße sind $l = 24\text{cm}, b = 12\text{cm}, h = 7\text{cm}$ Welche Kraft muss man aufbringen, um diesen Ziegel vom überfluteten Kellerboden aufzuheben?

[1,5]

Lösung

(a) Definiert man die wirkende Kraft nach oben positiv, so ergibt sich für die Kraft F die auf die Decke drückt:

$$F = F_A - F_g = Vg\rho_w - Vg\rho_{ol} = Vg(\rho_w - \rho_{ol}) = 117720\text{N}$$

Wobei die Masse des Tankes $M_t = V_\rho ol$ eingesetzt wurde.

(b) Wählen wir nun die Kraft nach unten Positiv, so muss man eine Kraft

$$F = F_g - F_A = (\rho z - \rho w)Vg$$

Das Volumen errechnet sich durch die Maße des Ziegelsteins

$$V = blh = 2016\text{cm}^3$$

Dadurch ergibt sich eine Kraft

$$F = (1,4 - 1) \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}} \cdot 2,016 \cdot 10^{-3}\text{m}^3 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 7,91\text{N}$$

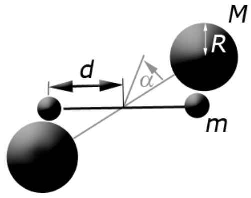
[1,5]

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Eine Gravitationswaage besteht aus einem Draht (Drehfederkonstante k^*), an dessen Ende ein waagerechter Stab der Länge $2d$ angebracht ist. An Ende dieses (masselosen) Stabes befindet sich jeweils eine Masse m.

(a) Zunächst soll die Schwingungsdauer T der Torsionsschwingung der beiden kleinen Massen m um den Draht berechnet werden. Leiten Sie dazu die Bewegungsgleichung her und ermitteln daraus die Schwingungsdauer. Sie können annehmen, dass die Massen punktförmig sind.

(b) Nun werden zwei große Kugeln der Masse M und Radius R so gelagert, dass jede der beiden Massen M genau eine der beiden Massen m berührt. Jetzt werden beide große Massen um einen Winkel α solange rotiert, bis die gravitative Anziehung der Massen M und m bei einem Winkel α_0 nicht mehr ausreicht und der Kontakt der beiden Massen abreißt. Berechnen Sie die Gravitationskonstante G in Abhängigkeit von α_0, den Massen M, der freien Schwingungsdauer T, dem Radius der großen Massen R (die kleinen Massen sind punktförmig) und der Stablänge d.



Lösung

(a) Bei Auslenkung des Systems um einen beliebigen Winkel α wirkt ein rückstellendes Drehmoment $D = -k^*\alpha$. Die Bewegungsgleichung für die Rotationsschwingung ist daher

$$\Theta\ddot{\alpha} + k^*\alpha = 0$$

wobei Θ das Trägheitsmoment des Systems bezeichnet. Mit einem masselosen Stab und zwei punktförmigen Massen m im Abstand d vom Drehpunkt ist

$$\Theta = 2md^2$$

Aus der Bewegungsgleichung kann die Schwingungsdauer des Systems abgelesen werden

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta}{k^*}} = 2\pi\sqrt{\frac{2md^2}{k^*}}$$

[2,5]

(b) Die Gravitationskraft zwischen den beiden Kugeln bewirkt eine Anziehung derselben und daher ein Drehmoment N. Dieses Drehmoment kann berechnet werden als

$$D = 2F_g d = 2G\frac{mM}{R^2}d$$

da der Abstand der Schwerpunkte der Kugelmasse und der Punktmasse gerade dem Radius R der Kugel entspricht. Am Abrisspunktmit Winkel α_0 entspricht dieses Drehmoment gerade dem rückstellenden Drehmoment des Drahtes

$$D = 2G\frac{mM}{R^2}d = k^*\alpha_0$$

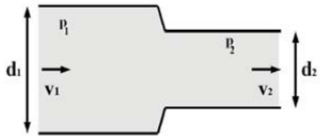
Umstellen der Gleichung nach G und Ausdrücken der Drehfederkonstante durch die Schwingungsdauer (siehe erster Aufgabenteil) liefert

$$G = \frac{k^*\alpha_0}{2}\frac{R^2}{mMd} = 4\pi^2\frac{\alpha_0 R^2 d}{MT^2}$$

[2,5]

Aufgabe 7 (3 Punkte)

Eine Pumpe pumpt 90 Liter Wasser pro Minute mit einem Druck von $p_1 = 3\text{bar}$ durch ein Rohr mit dem Durchmesser $d_1 = 2\text{cm}$. An einer Stelle verengt sich das Rohr auf einen Durchmesser von $d_2 = 1,5\text{cm}$. Die Dichte des Wassers beträgt $\rho = 1000\text{kg/m}^3$.



(a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_2 des Wassers in der Engstelle.

(b) Berechnen Sie den Druck p_2 des Wassers in der Engstelle.

Lösung

(a) Für diese Aufgabe kann die Kontinuitätsgleichung genutzt werden.

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

Fläche am Rohrbeginn: $A_1 = \pi r_1^2$, Fläche an der Engstelle: $A_2 = \pi r_2^2$, Der Volumendurchsatz im Rohr beträgt:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{90\text{L}}{60\text{s}} \tag{29}$$

$$v_1 = \frac{dV}{A_1 dt} = 4,77\text{m/s} \tag{30}$$

Daraus ergibt sich die Geschwindigkeit an der Engstelle:

$$v_2 = \frac{A_1 v_1}{A_2} = 8,48\text{m/s}$$

[**2**]

(b) Hier benötigt man die Bernoulli-Gleichung, sowie den Druck am Rohrbeginn $p_1 = 3$ bar.

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_2 = 2,75bar$$

[**1**]