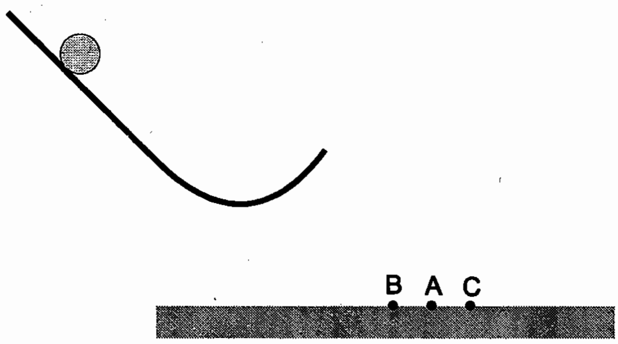
Stutzmann

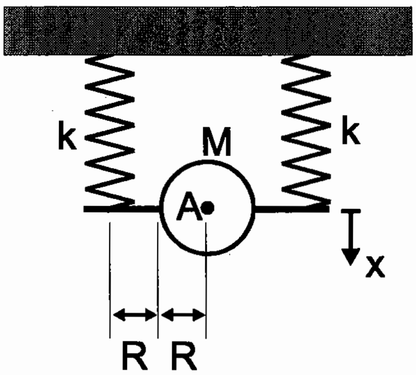
Aufgabe 1 (6 Punkte):

a) Eine Kugel gleitet eine Schanze hinunter und schlägt im Punkt A auf den Boden auf. Wo (A, B oder C) trifft die Kugel auf, wenn sie unter sonst gleichen Bedingungen die Schanze hinabrollt anstatt zu gleiten? Geben Sie eine kurze Begründung.



b) Für eine neue Nord-Süd-Schnellzugverbindung quer durch Europa sollen Schienen verlegt werden. Dabei soll berücksichtigt werden, dass sich die Gleise aufgrund der Corioliskraft auf den bewegten Zug asymmetrisch abnützen (es soll je ein Gleis für die Nord- und eines für die Südrichtung verlegt werden, um Unfälle zu vermeiden). Welche Seite des Gleises wird durch einen von Süden nach Norden fahrenden Zug stärker belastet? (kurze Begründung!)

c) Eine Kugel (Masse M, Radius R) sei an einer durch ihren Mittelpunkt gehende Achse A frei drehbar aufgehängt. Zu beiden Seiten der Kugel sind masselose Stäbe der Länge R befestigt. Durch zwei masselose Federn (Federkonstante k) ist diese Anordnung an der Decke montiert (siehe Zeichnung). Bestimmen Sie die Kreisfrequenz ω des Systems für kleine Auslenkungen x in Abhängigkeit von der Kugelmasse M.



Aufgabe 2 (8 Punkte):

Ein (punktförmiger) Ball wird von einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel $\alpha = 60°$ in einem Winkel $\beta = 30°$ zur Waagrechten mit der Geschwindigkeit $v_0 = 10\frac{m}{s}$ abgeworfen (siehe Skizze). Der Ball erfährt dabei durch einen die schiefe Ebene hinaufströmenden Wind die konstante Verzögerung $a = 5 \cdot \sqrt{3}\frac{m}{s^2}$. Die Erdbeschleunigung $g = 10\frac{m}{s^2}$ wirkt in Richtung der Senkrechten. Der Koordinatenursprung befindet sich am Abwurfpunkt.

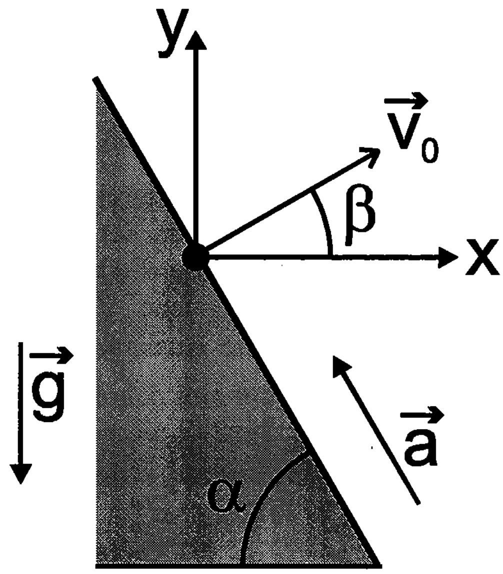
a) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen $x(t)$ und $y(t)$.

b) Berechnen Sie die Zeit, bis der Ball wieder auf der schiefen Ebene auftrifft.

c) Wo trifft der Ball auf?

d) Mit welcher Absolutgeschwindigkeit trifft der Ball auf?

e) Skizzieren Sie die Lage der Äquipotentialflächen.



Aufgabe 3 (10 Punkte):

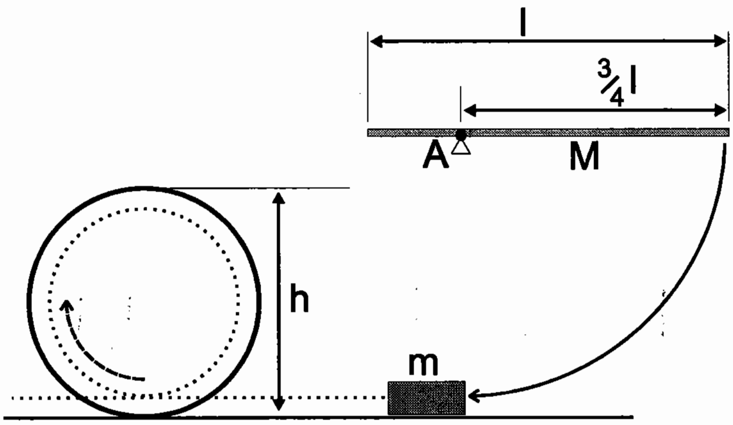
Ein in **A** gelagerter homogener dünner Stab (Länge l und Masse M) wird aus der horizontalen Lage heraus wie skizziert losgelassen. Nach einer Viertel Umdrehung stößt er elastisch mit einer unten liegenden Masse m.

a) Zeigen Sie durch Rechnung, dass für das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes der Länge l (keine Ausdehnung in die beiden anderen Dimensionen) $J = \frac{1}{12} m l^2$ für Rotationen um den Schwerpunkt des Stabes gilt.

b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Masse m nach dem Stoß.

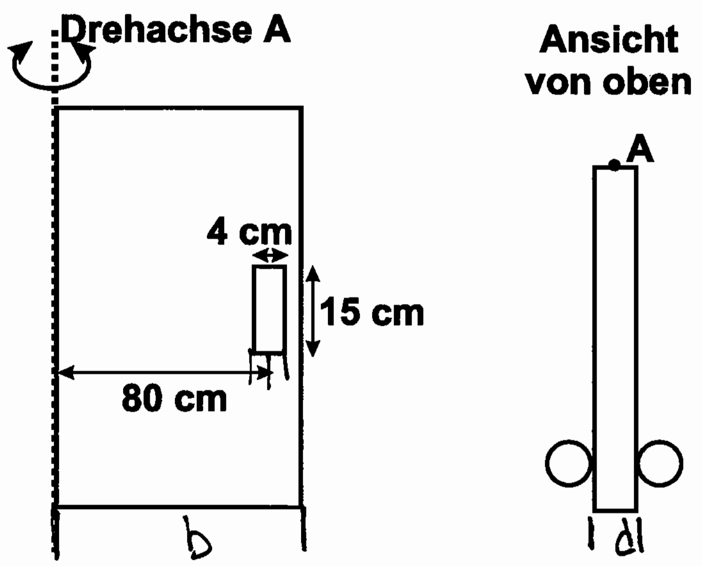
c) Wie groß muss die Geschwindigkeit der reibungsfrei gleitenden Masse m nach dem Stoß mindestens sein, um einen Looping der Höhe h durchlaufen zu können?

d) Welche Masse M muss der stoßende Stab mindestens besitzen, um die gestoßene Masse $m = 1$ kg durch den Looping ($h = 0.5$ m) zu schicken? Die Stablänge beträgt $l = 1$ m.



Aufgabe 4 (10 Punkte):

Für ein Großraumbüro soll eine Schwingtür konstruiert werden. Die Tür besteht aus einer massiven Holzplatte: $h = 2$ m hoch, $b = 1$ m breit, und $d = 5$ cm dick (Dichte Holz: $\rho_{Holz} = 0.5$ g/cm³) und zwei Metallzylindern (Dichte Metall: $\rho_{Metall} = 8$ g/cm³) als Türknäufe, die auf halber Höhe in 80 cm Abstand zur Drehachse der Tür befestigt sind. An der Tür mit dem Trägheitsmoment J, die von einer Drehfeder mit der Torsionskonstante $D = M/\varphi = 100$ Nm zur Ruhelage zurückgezogen wird, ist ein Öldämpfer angebracht. Dieser bewirkt ein der Drehrichtung entgegenwirkendes Drehmoment, das proportional zur Drehgeschindigkeit $\dot{\varphi}$ ist (Proportionalitätskonstante a_0). Die Drehachse befindet sich in der Mitte der hinteren Türfläche, wie in der Skizze rechts dargestellt.



a) Berechnen sie das Trägheitsmoment J um die Drehachse A der Tür.

b) Wie lautet die Bewegungsgleichung für die Schwingung der Tür? Wie groß muss die Reibungskonstante a_0 der Tür sein, damit sich die Tür nach dem Öffnen **so schnell wie möglich** von selbst schließt, **ohne sich über die Ruhelage hinauszubewegen**?

c) Durch Ölverlust verringert sich die Reibungskonstante a_0 des Öldämpfers auf 50% des Sollwertes. Mit welcher Periodendauer T und welchem Amplitudenverhältnis ϕ_{n+1}/ϕ_n pendelt jetzt die Tür?

Aufgabe 5 (6 Punkte):

Gegeben sei das eindimensionale Gravitations-Potential

$$U(x) = C \cdot (x - a)^2$$

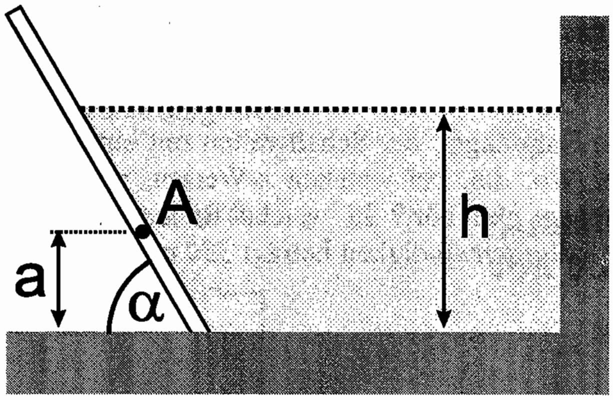
mit der Konstanten $C = 10\ \mathrm{s}^{-2}$ und dem Parameter $a = 10$ m. Ein Sender (Masse $m = 1$ kg), welcher ein akustisches Signal der Wellenlänge $\lambda = 82.5$ cm sendet, befinde sich zu Beginn des Experiments im Punkt $x = 2a$ in Ruhe.

a) Der Sender beginnt nun reibungsfrei in dem gegebenen Potential zu oszillieren. Wie hoch ist seine Geschwindigkeit in Abhängigkeit von x?

b) Bei $x = -a$ ist ein Empfänger, der Schallwellen mit einer Frequenz höher als 440 Hz detektieren kann. Wo, d.h. bei welchen x-Werten, muss sich der Sender befinden, damit der Empfänger ihn hört? In welche Richtung muss sich der Sender dabei bewegen? Die Schallgeschwindigkeit beträgt 330 m/s.

Aufgabe 6 (9 Punkte):

Eine in A drehbar gelagerte Wehrklappe der Breite *b* verschließt ein Flüssigkeitsreservoir mit variablem Füllstand *h*. Das Wehr ist im geschlossenen Zustand um den Winkel α gegen die Horizontale geneigt.



a) Bestimmen sie die Kraft auf die Wehrklappe und das resultierende Drehmoment in Bezug zur Wehrachse A, welche von der Flüssigkeit auf die Wehrklappe ausgeübt werden? Vernachlässigen sie dabei das Gewicht der Wehrklappe.

b) Bei welchem Wasserstand *h* öffnet das Wehr selbständig?

c) Berechnen sie das maximale Drehmoment, das erforderlich ist, um das Klappenwehr bei niedrigem Wasserstand zu öffnen.

d) Im Klappenwehr befindet sich nun auf Höhe *l* eine kleine kreisförmige Öffnung mit dem Durchmesser *d*, durch die Flüssigkeit reibungsfrei ausströmt. Wie groß muss der Zufluß an Flüssigkeit ins Reservoir sein, damit die Klappe nach einer endlichen Zeit selbstständig öffnet.