
Probeklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. S. Schönert

Sommersemester 2015

23. Juni 2015

Dr. Carsten Rohr (carsten.rohr@ph.tum.de)

Aufgabe A (3 Punkte)

- (a) Was muss gelten um zwei Variablen gleichzeitig messen zu können?
- (b) Was verbindet die Linien einer Serie (Lyman, Balmer...)?
- (c) Schreiben Sie die zeitabhängige Schrödingergleichung mit einem Potential auf.
- (d) Was besagt die Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantenmechanik?
- (e) Nennen Sie die zwei physikalische Effekte, die für den Lamb-Shift verantwortlich sind?
- (f) Unter welchen Umständen tritt der Paschen-Back-Effekt anstelle des Zeeman-Effektes?
- (g) Warum ist die Hyperfeinstrukturaufspaltung um einen Faktor 10^{-3} schwächer als die Feinstrukturaufspaltung?

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom im Grundzustand. Wo ist die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Aufenthalt des Elektrons am größten? In welchem Abstand vom Kern hält sich das Elektron am wahrscheinlichsten auf?

Hinweise:

Die 1s-Wellenfunktion des Wasserstoffatoms lautet

$$\Psi_{1,0,0}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a_0^{3/2}}e^{-r/a_0}$$

Aufgabe 2 (5 Punkte)

- a) Berechnen Sie (relativistisch) mit Hilfe der Heisenbergschen Unverschärferrelation $\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$ die kinetische Energie, die ein Elektron hätte, wenn es sich ausschließlich in einem $^{40}_{20}\text{Ca}$ -Atomkern (Radius: $3.5 \cdot 10^{-15}\text{m}$) aufhielte. Kann das Elektron durch die Coulomb-Wechselwirkung mit der Kernladung ($Z=20$) im Kern festgehalten werden?
- b) Bestimmen Sie durch analoge Rechnung die kinetische Energie eines Elektrons in der Atomhülle (Radius: $0.5 \cdot 10^{-10}\text{m}$). Vergleichen Sie Ihr Ergebnis mit der Bindungsenergie des Elektrons im Grundzustand des Wasserstoffatoms.

(Hinweis: Die kinetische Energie des Elektrons lautet $E_{kin} = \sqrt{(pc)^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2$)

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Betrachten Sie ein quantenmechanisches Teilchen auf der x -Achse, das sich in einem bindenden Potential $V(x)$ befinde. Die stationären Zustände mit negativer Energie (also die Bindungszustände) seien $\phi_0(x), \phi_1(x), \dots$ mit den Energien E_0, E_1, \dots . Das Teilchen sei zur Zeit $t = 0$ in einem stationären Zustand, also $\psi(t = 0, x) = \phi_n(x)$.

- a) Wie sieht der Zustand zur Zeit t aus? Berechnen Sie den Erwartungswert von x zur Zeit t und vergleichen Sie ihn mit dem Erwartungswert zur Zeit $t = 0$.
- b) Das Teilchen sei nun anfangs in einer Superposition aus zwei stationären Zuständen:

$$\psi(t = 0, x) = a\phi_n(x) + b\phi_m(x) \quad \text{mit } n \neq m, \quad ab \neq 0 \quad (1)$$

Wie sieht der Zustand zur Zeit t aus? Berechnen Sie den Erwartungswert von x zur Zeit t . Was bedeutet das Ergebnis für die Frequenz der emittierten Strahlung, wenn es sich um ein geladenes Teilchen handelt?

- c) Welches Resultat ergibt sich für $\langle x \rangle$, wenn die beiden stationären Zustände dieselbe Parität haben, d.h. beide symmetrisch oder beide antisymmetrisch bezüglich Spiegelung am Ursprung sind? Was bedeutet das für die emittierte Strahlung?

Aufgabe 4 (6 Punkte)

- (a) Berechnen Sie die Radien und Energien für die ersten beiden Bohrschen Bahnen im Positronium. Wie groß ist die Wellenlänge des Photons, das bei einem Übergang von $n=2$ nach $n=1$ emittiert wird?
- (b) Warum kann das Positronium nicht in nur ein Photon annihilieren? Was sind die beiden Grundzustände des Positroniums und wie können diese zerfallen? Vergleichen Sie qualitativ die Lebensdauern der beiden Zustände.

Hinweise:

Positronium ist ein gebundenes System aus einem Elektron und einem Positron. Beide haben dieselbe Masse, aber entgegengesetzte Ladung. Positronium ist also vergleichbar mit dem Wasserstoffatom, nur dass das schwere Proton durch das leichtere Positron ersetzt ist.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Welche Werte kann der Gesamtdrehimpuls eines f -Elektrons im Wasserstoffatom annehmen? Wie viele Einstellmöglichkeiten haben die möglichen Gesamtdrehimpulse in einem Magnetfeld? Welche Werte kann die magnetische Quantenzahl jeweils annehmen? Welches ist der kleinstmögliche Wert für die Hauptquantenzahl n ?

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Berechnen Sie die durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung verursachte $2p_{1/2} - 2p_{3/2}$ Energieaufspaltung im Wasserstoffatom. (Hinweis: $\langle a \rangle = -E_n \frac{(\alpha Z)^2}{n l(l + \frac{1}{2})(l + 1)}$)

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Das Erdmagnetfeld hat am magnetischen Südpol eine Flussdichte $B = 62\mu\text{T}$. Wie groß ist in diesem Magnetfeld die Zeeman-Aufspaltung der $643.8\text{ nm } ^1D_2 \rightarrow ^1P_1$ Linie des Cadmium-Atoms (normaler Zeeman-Effekt) in Frequenz und Wellenlänge? Wie groß ist die Aufspaltung in einem Magnetfeld von 0.75T , wie es beispielsweise in Strahlführungsmagneten kleiner Beschleuniger herrscht?

Aufgabe 8 (4 Punkte)

Wir betrachten die spontane Emission eines Wasserstoff-Atoms. Das Atom befinde sich im angeregten Zustand E_i und kann sich über Dipolübergänge nur in den Zustand E_k abregen.

- Wie lauten die Auswahlregeln für die magnetische Quantenzahl m ? Wie ist die emittierte Strahlung in den einzelnen Fällen polarisiert?
- Die Lebensdauer des Zustandes E_i betrage $\tau = 23\text{ns}$. Mit welcher Auflösung können Sie die Frequenz ω_{ik} des Überganges $E_i \rightarrow E_k$ bestenfalls messen?
- Mit welcher relativen Auflösung können Sie die Frequenz ω_{ik} bei einer Temperatur von $T = 300\text{K}$ bestenfalls messen?

Aufgabe 9 (4 Punkte)

- Betrachten Sie Triplett-Zustände ($S=1$) des neutralen Helium-Atoms mit $m_{s_1}=m_{s_2}=+1/2$.
 - Begründen Sie ausführlich, warum es keinen solchen Triplett-Zustand gibt, wenn sich beide Elektronen in der K-Schale befinden.
 - Warum gibt es dann einen derartigen Triplett-Zustand mit $L=0$ (3S -Zustand), wenn sich ein Elektron in der K-Schale und das andere in der L-Schale befindet?
- Warum können die 2^1S_0 - und 2^3S_1 -Zustände des neutralen He-Atoms nicht durch Emission elektrischer Dipolstrahlung in den 1^1S_0 -Grundzustand übergehen?

Konstanten

$$\begin{aligned} \hbar &= 1.05 \cdot 10^{-34} \text{Js} & m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{kg} \\ e &= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C} & m_p &= 1.67 \cdot 10^{-27} \text{kg} \\ \epsilon_0 &= 8.85 \cdot 10^{-12} \text{As/V/m} & \alpha &= 7.3 \cdot 10^{-3} \\ a_0 &= \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \frac{\hbar^2}{m_e} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{m} & \mu_B &= \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{JT} \\ R_\infty &= \frac{m_e e^4}{8c\epsilon_0^2 \hbar^3} = 1,10 \cdot 10^7 \text{m}^{-1} \end{aligned}$$