Probeklausur zur Experimentalphysik 1

Prof. Dr. T. Hugel
Wintersemester 2012/2013
11. Dezember 2012

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

(a) Was ist eine Zeitmessung? (1 oder 2 Sätze)

(b) Was ist der Mittelwert $\bar{x}$ und die Standardabweichung σ folgender drei Messwerte: 8, 5, 8?

Lösung

(a) Eine Zeitmessung ist die reproduzierbare Messung der Zeitdifferenz innerhalb eines physikalischen Vorgangs. Dabei sind sowohl kontinuierliche (Sanduhr, radioaktiver Zerfall), als auch periodische Vorgänge möglich (Pendelschwingung, Erdrotation)

[**1**]

(b) Der Mittelwert ist:

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = 7 \tag{1}$$

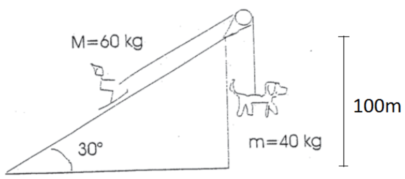
[**1**]

Die Standardabweichung ist

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} = \sqrt{3} \tag{2}$$

[**1**]

Aufgabe 2 (5 Punkte)



Ein etwas rudimentärer Skilift zieht einen Skifahrer (Masse $M = 60\text{kg}$) reibungsfrei den 30° steilen Hang hinauf (siehe Skizze). Das Seil laufe parallel zum Hang, sei masselos und nicht dehnbar. Der Lift wird über eine Rolle durch die Gewichtskraft des Hundes (Masse $m = 40\text{kg}$) angetrieben.

(a) Wenn der Skifahrer mit $v_0 = 0\text{m/s}$ unten startet, wie lange braucht er, um 100 Höhenmeter entlang der Piste zu steigen?

(b) Mit welcher Kraft wird das Seil gespannt?

Lösung

(a)

$$\begin{aligned}
&(M+m)\ddot{z} = mg - Mg\sin 30^\circ \\
\Rightarrow &\ddot{z} = \frac{g(m - M\sin 30^\circ)}{M+m} = g\cdot\frac{40\text{kg} - 60\text{kg}\sin 30^\circ}{100\text{kg}} = 0,1g \\
\Rightarrow &z = \frac{1}{2}(0,1g)t^2 = \frac{L}{\sin 30^\circ} = 2L \\
\Rightarrow &t = \sqrt{\frac{2L}{\sin 30^\circ 0,1g}} = 20\text{s}
\end{aligned}$$

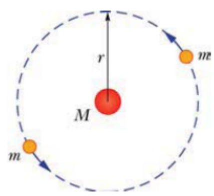
[**4**]

(b) Aus $a = 0,1g$ folgt

$$\begin{aligned}
F &= m(g-a) \\
&= m(g - 0,1g) = 360\text{N}
\end{aligned}$$

[**1**]

Aufgabe 3 (3 Punkte)



Ein Drei-Sterne-System besteht aus zwei Sternen mit jeweils der Masse m, die sich auf derselben Umlaufbahn (Radius r) um einen zentralen Stern der Masse M bewegen. Die beiden Sterne befinden sich immer an gegenüberliegenden Punkten der Kreisbahn. Wie groß ist die Umlaufzeit der Sterne in Abhängigkeit von r, m und M?

Lösung

Die resultierende Kraft auf einen der Sterne ist

$$F_{\text{res}} = G\frac{mM}{r^2} + G\frac{mm}{(2r)^2} = G\frac{m}{r^2}\left(M + \frac{m}{4}\right) \tag{3}$$

[1]

Für eine stabile Umlaufbahn muss für F_Z die Zentripetalkraft $F_Z = F_{\text{res}}$ gelten. Das heißt

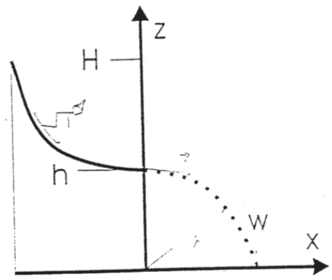
$$G\frac{m}{r^2}\left(M + \frac{m}{4}\right) = m\omega^2 r$$

Nun mit $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$$\Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\left(M + \frac{m}{4}\right)}} = 2\pi\frac{r^{3/2}}{\sqrt{G\left(M + \frac{m}{4}\right)}}$$

[2]

Aufgabe 4 (5 Punkte)



Bei einer Sprungschanze der festen Gesamthöhe H erfolgt der waagerechte Absprung bei einer (variablen) Höhe h (siehe Skizze).

(a) Zeigen Sie, dass die waagerechte Absprunggeschwindigkeit vom Schanzentisch bei vernachlässigter Reibung durch $v = \sqrt{2g(H-h)}$ gegeben ist.

(b) Wie muss man die Höhe $0 \le h \le H$ des Schanzentischs gewählt werden, damit die Sprungweite w möglichst groß wird. Wie groß ist $w_{\max}$?

Lösung

(a) Es ist zu zeigen, dass $v = \sqrt{2g(H-h)}$. Mit dem Energieerhaltungssatz gilt

$$mgH = \frac{1}{2}mv_x^2 + mgh \Rightarrow v = v_x = \sqrt{2g(H-h)} \tag{4}$$

[1]

(b) Sei z die Höhe. Dann gilt

$$\begin{aligned}
&x = v_x t, z = \frac{1}{2} g t_1^2 \\
\Rightarrow & h = \frac{1}{2} g t_1^2 \\
\Rightarrow & t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \\
\Rightarrow & w = v_x t_1 = \sqrt{2g((H-h))} \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{4h(H-h)}
\end{aligned}$$

[2]

Diese Formel liefert also die Weite eines Sprunges in Abhängigkeit von den Werten H und h.

Für das Optimum:

$$\begin{aligned}
&\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}h} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}h}\left(\sqrt{4h(H-h)}\right) = \frac{4H - 8h}{2\sqrt{4h(H-h)}} \overset{!}{=} 0 \\
\Leftrightarrow & 4H - 8h = 0 \\
\Leftrightarrow & 4H = 8h \\
\Leftrightarrow & h = \frac{1}{2} H
\end{aligned}$$

[1]

Für die optimale Weite ergibt sich damit

$$w = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{2} H \left(H - \frac{1}{2} H\right)} = 2 \cdot \frac{H}{2} = H \tag{5}$$

[1]

Aufgabe 5 (3 Punkte)

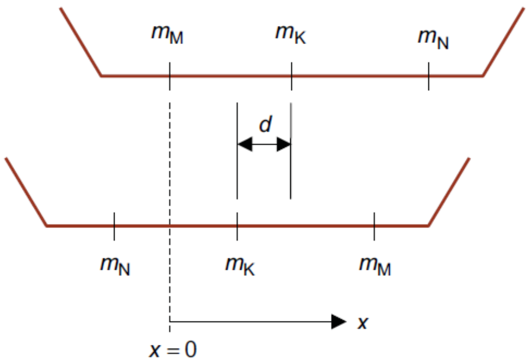
Nora ($m_N = 58$kg) möchte wissen, wieviel ihr Freund nach seiner Diät noch wiegt. Beide sitzen in einem Kanu (Masse: $m_K = 30$kg) im Abstand $L = 3$m voneinander entfernt und symmetrisch zur Kanumitte.

Von aussen gesehen, befindet sich der Mittelpunkt des ruhenden Kanus genau neben einer festen Boje. Nora und ihr Freund tauschen jetzt im Kanu die Plätze. Nachdem Sie die Plätze getauscht haben, hat sich die Kanumitte bzgl. der Boje um $d = 40$cm bewegt.

Die Reibungseffekte zwischen See und Kanu sind vernachlässigbar wie auch Kippungen des Kanus. Der See besitzt keine Strömung.

(a) In welche Richtung hat sich die Kanumitte bei diesem Manöver bewegt?

(b) Berechnen sie die Masse von von Noras Freund.



Lösung

(a) Der Mittelpunkt des Kanus bewegt sich in die Richtung, in der die schwere Person ursprünglich saß.

[**1**]

(b) Nachdem der Gesamttschwerpunkt des Systems erhalten bleibt, folgt für die in der Skizze aufgeführte Geometrie

$$m_K \frac{L}{2} + m_N L = -m_N d + m_K \left(\frac{L}{2} - d\right) + m_M (L - d)$$
$$\Rightarrow m_M = \frac{m_N(L+d) + m_K d}{L - d} = 80,5\text{kg}$$

[**2**]

Aufgabe 6 (7 Punkte)

Eine Fliege (Masse m_1) sitzt am Rande einer Schallplatte (Radius R).

(a) Der Haftreibungskoeffizient zwischen Fliege und Schallplatte sei μ. Mit welcher Frequenz f darf sich die Schallplatte maximal drehen, damit die Fliege nicht herunterrutscht?

(b) Die Schallplatte wird plötzlich angehalten und die Fliege wird dadurch tangential von der Schallplatte geschleudert. Sie trifft mit einer Spinne zusammen, die an einem Faden der Länge l hängt. Die Spinne greift blitzschnell die Fliege und der Faden wird um einen Winkel α ausgelenkt.

Mit welcher Frequenz f hat sich die Schallplatte gedreht, wenn man den Auslenkwinkel der Spinne kennt?

(c) Wie viel kinetische Energie der Fliege wurde beim Zusammenstoß mit der Spinne in andere Energieformen (z.B. Wärme) umgewandelt?

Lösung

(a)

$$\mu N = m_1\omega^2 R \Rightarrow \mu m_1 g = m_1(2\pi^2)f^2 R \Rightarrow f_{\max} = \sqrt{\frac{\mu g}{4\pi^2 R}} \tag{6}$$

[**1**]

(b) Es gilt Impulserhaltung beim Zusammenstoß. Damit

$$m_1 v_1 = (m_1+m_2)v_3, v_1 = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{(m_1+m_2)v_3}{m_1 R} \tag{7}$$

[**1**]

Es kann v_3 durch den Energieerhaltungssatz bestimmt werden. Es findet eine Umwandlung von kinetischer in potenzielle Energie statt.

Hierfür beträgt die Höhenänderung der Spinne und Fliege $h = l(1-\cos\alpha)$, womit gilt

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_3^2 = (m_1+m_2)gh \\
\Rightarrow &v_3 = \sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} \\
\Rightarrow &\omega = \frac{m_1+m_2}{m_1 R}\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)} \\
\Rightarrow &f = \frac{m_1+m_2}{2\pi m_1 R}\sqrt{2gl(1-\cos\alpha)}
\end{aligned}$$

[**2**]

(c) Die Energie vor dem Stoß beträgt

$$\begin{aligned}
E_1 &= \frac{1}{2}m_1 v_1^2 \\
&= \frac{1}{2}m_1 R^2\omega^2 \\
&= \frac{1}{2}m_1 R^2 \frac{(m_1+m_2)^2}{m_1^2 R^2}(2gl(1-\cos\alpha)) = \frac{(m_1+m_2)^2}{m_1}gl(1-\cos\alpha)
\end{aligned}$$

[**2**]

die Energie nach dem Stoß

$$\begin{aligned}
E_3 &= (m_1+m_2)gh \\
&= (m_1+m_2)gl(1-\cos\alpha)
\end{aligned}$$

[**1**]

Für die Energiedifferenz gilt

$$\begin{aligned}
\Delta E &= E_1 - E_3 \\
&= (m_1+m_2)gl(1-\cos\alpha)\left[\frac{(m_1+m_2)}{m_1} - 1\right] = (m_1+m_2)gl(1-\cos\alpha)\frac{m_2}{m_1}
\end{aligned}$$

[1]

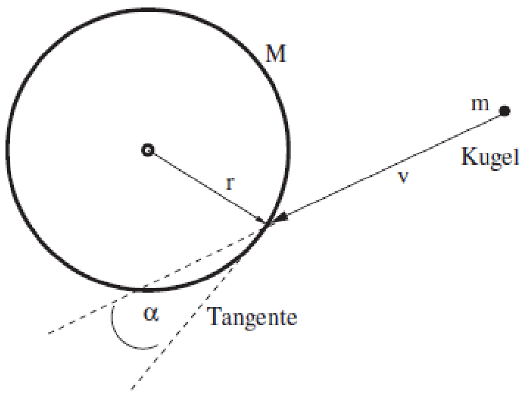
Es kann alternativ auch

$$\Delta E = \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_1 \tag{8}$$

geschrieben werden.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Ein Speichenrad mit Hartgummireifen lässt sich reibungsfrei um die Mittelachse drehen. Die Masse des Reifens sei M und der Radius r. Die Masse der Speichen sowie die Dicke des Gummireifens sind sehr klein und können vernachlässigt werden. Eine Gewehrkugel (Masse m) fliegt senkrecht zur Radachse und trifft mit der Geschwindigkeit v unter einem Winkel α zur Tangente auf den Reifen und bleibt im Gummi stecken. Dadurch wird das Rad in eine Drehbewegung versetzt.



(a) Wie groß ist der Drehimpuls der Kugel unmittelbar vor dem Stoß bezogen auf den Drehpunkt des Rades?

(b) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit ω dreht sich das Rad nach dem Treffer?

Lösung

(a) Der Drehimpuls ist

$$L = rmv \sin(90^\circ + \alpha) = rmv \cos\alpha \tag{9}$$

[2]

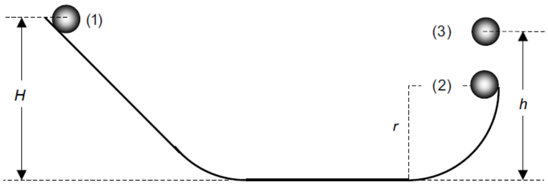
(b) Aus dem Drehimpulserhaltungssatz folgt $L = I\omega, I = (M+m)r^2$. Damit gilt

$$\omega = \frac{mv\cos\alpha}{(M+m)r} \tag{10}$$

[2]

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Eine Kugel (Masse m, Trägheitsmoment J bzgl. ihres Mittelpunktes, Radius R) rollt aus der Ruhe heraus ohne zu gleiten eine schiefe Ebene hinab um danach über einen Viertelkreis mit dem Radius r die Bahn in vertikaler Richtung zu verlassen. (Siehe Skizze)



(a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v der Kugel beim Verlassen des Viertelkreises, also an der Stelle (2).

(b) Welche Höhe h erreicht die Kugel nach Verlassen des Viertelkreises bezogen auf den Erdboden, also Stelle (3).

Warum erreicht die Kugel nicht mehr die Ausgangshöhe H? Begründen Sie dies anhand ihrer Rechnungen aus (a) und dieser Teilaufgabe.

Lösung

(a) Beim Rollen ohne zu gleiten gilt folgender Zusammenhang zwischen der Winkelgeschwindigkeit ω bei der Rotation um den Schwerpunkt und der Translationsgeschwindigkeit v des Schwerpunkts der Kugel.

$$\omega = \frac{v}{R} \tag{11}$$

[**1**]

Der Energieerhaltungssatz zwischen (1) und (2) liefert

$$mgH = mgr + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 \tag{12}$$

[**1**]

Die Rollbedingung 11 eingesetzt ergibt

$$\begin{aligned} mgH &= mgr + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\frac{J}{R^2}v^2 \\ 2g(H-r) &= \left(1 + \frac{J}{mR^2}\right)v^2 \\ v &= \sqrt{\frac{2g(H-r)}{1+\frac{J}{mR^2}}} \end{aligned}$$

[**1**]

(b) Der Energieerhaltungssatz zwischen (2) und (3) ergibt

$$mgr + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = mgh + \frac{1}{2}J\omega^2 \tag{13}$$

[**1**]

Hierbei ist zu bemerken: Beim Verlassen des Viertelkreises (2) wird die Rotation permanent aufrecht erhalten, d. h. auch im höchsten Punkt (3) rotiert die Kugel noch mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω, wie bei (2).

Damit ergibt sich

$$mgh = mgr + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow h = r + \frac{v^2}{2g} \tag{14}$$

[**1**]

Mit Aufgabenteil (a) lässt sich folgende Aussage über H machen:

$$mgH = mgr + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{J}{R^2}v^2 \Rightarrow H = \underbrace{r + \frac{v^2}{2g}}_{=h} + \underbrace{\frac{J}{mR^2} \cdot \frac{v^2}{2g}}_{>0}$$

Damit erkennt man, dass $h < H$ gilt.

[**1**]