Klausur in Experimentalphysik 2

Prof. Dr. C. Pfleiderer
Sommersemester 2017
01.08.2012

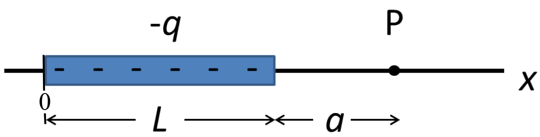
Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (9 Punkte)

Betrachten Sie einen Stab der Länge L auf den homogen die Gesamtladung $-q$ verteilt ist.



(a) Wie groß ist die Linienladungsdichte λ?

(b) Wie groß sind Betrag und Richtung des elektrischen Felds im Punkt P, der im Abstand a vom rechten Ende des Stabs auf dessen Achse liegt?

(c) Zeigen Sie, dass sich das Ergebnis aus b) unter Annahme $a \gg L$ auf den Ausdruck für das elektrische Feld einer Punktladung reduziert.

Lösung

(a) Der Stab ist homogen geladen, daher gilt: $\lambda = \frac{-q}{L}$

[1]

(b) Das linke Ende des Stabes liege bei $x = 0$. Wir unterteilen den Stab in infinitesimale Abschnitte dx und betrachten diese Abschnitte jeweils als Punktladungen $dq = \lambda dx$. Die y-Komponente des von ihnen erzeugten elektrischen Feldes im Punkt P ist Null. Im Folgenden müssen nur die x-Komponenten betrachtet werden. Eine Ladung dq am Ort x erzeugt im Punkt P ein E-Feld

$$dE_x = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0(L+a-x)^2} = \frac{\lambda dx}{4\pi\epsilon_0(L+a-x)^2}$$

Das gesamte Feld wird erhalten durch Integration über die gesamte Länge des Stabes:

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}\int_0^L \frac{1}{(L+a-x)^2}dx$$

[2]

Mit Substitution $u = L + a - x$ und $dx = -du$

$$E_x = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{L+a}^{a} \frac{1}{u^2} - du = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{a}^{L+a} \frac{1}{u^2} du$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{u} \right]_a^{L+a} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{L+a} \right)$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{L}{a(L+a)}$$

mit $\lambda = -\frac{q}{L}$ ergibt sich

$$E_x = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a(L+a)} \Rightarrow |E| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 a(L+a)}$$

Dies ergibt den Betrag des elektrischen Feldes im Punkt P. Das Feld zeigt in diesem Punkt in negative x-Richtung, also zum Stab hin.

[4]

(c) Für große Abstände a sollte die genaue Form der Ladung keinen Einfluss haben. Das Ergebnis aus b) lässt sich umschreiben:

$$E_x = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a(L+a)} = \underbrace{-\frac{q}{4\pi\epsilon_0 a^2}}_{Punktladung} \cdot \underbrace{\frac{1}{\frac{L}{a}+1}}_{\approx 1}$$

Für $a \gg L$ ist $\frac{L}{a} \approx 0$ und der zweite Faktor wird 1.

[2]

Aufgabe 2 (18 Punkte)

Ein Koaxialkabel stellt einen Kondensator dar. Dieser besteht aus einem Innendraht mit Radius r_i, der von einem Außenleiter (einem Drahtgeflecht mit Radius r_a) umgeben ist. Dazwischen befindet sich eine Isolierung aus Gummi der relativen Dielektrizitätskonstanten (Permittivitätszahl) ε_r. Wir betrachten das Koaxialkabel als einen Abschnitt eines Zylinders unendlicher Länge.

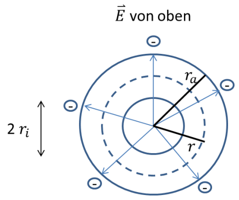
(a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Satzes das E-Feld im Abstand r.

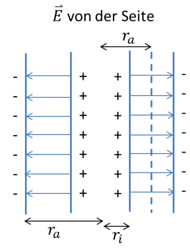
(b) Skizzieren Sie $E(r)$.

(c) Berechnen Sie mit Hilfe des E-Feldes den Potentialverlauf von der Oberfläche des inneren Drahtes ausgehend als Funktion des Abstandes r für $r_\mathrm{i} < r < \infty$.

(d) Skizzieren Sie allgemein $U(r)$ für $r_\mathrm{i} < r < \infty$.

(e) Es sei in unserem Beispiel $r_\mathrm{i} = 0{,}25\,\mathrm{mm}$, $r_\mathrm{a} = 2{,}5\,\mathrm{mm}$, $\varepsilon_\mathrm{r} = 6{,}7$ und $l = 1,0\,\mathrm{m}$. Welche Kapazität hat das Koaxialkabel?





Lösung

(a) Auf dem Innenleiter befindet sich die Ladung $+Q$ und auf dem Außenleiter die Ladung $-Q$. Da das Kabel ∞ lang ist, ist entweder $Q = \infty$ oder auf der endlichen Länge l findet sich die Ladung $Q_l = 0$. Daher betrachten wir die Ladungsdichte $\lambda = Q_l/l$, z. B. $\lambda = 1$Cm. Massiver, leitfähiger Innenleiter mit $r_i \Rightarrow$ Ladungen stoßen sich ab, sitzen an der Oberfläche, dh. bei r_i.
1. $r < r_i$: Innerhalb von r_i sind keine Ladungen. Gaußscher Satz:

$$r < r_i :\Rightarrow \vec{E}(\vec{r}) = 0$$

[**1**]

2. $r_i < r < r_a$: An OF r_i: Feld senkrecht zur OF; Geometrie $\Rightarrow$ Radialsymmetrie (s. Zeichnung); wähle Zylinderoberfläche mit $r_i < r < r_a$
Der Zylinder hat die Höhe l und die Ladung Q_l
Betrachte zunächst den Fall ohne Dielektrikum: $\epsilon_r = 1$
Gaußscher Satz:

$$\Phi = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q}{\epsilon_0} = \int_{\text{Zylindermantel}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{Deckel}} \vec{E} \cdot d\vec{A} + \int_{\text{Boden}} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Boden: $d\vec{A}$ zeigt nach unten; $\vec{E}$ zeigt radial nach außen
$\Rightarrow$ Skalarprodukt $\vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$ (überall) $\Rightarrow \int_{\text{Boden}} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$
Deckel: analog

[**2**]

Mantel: $d\vec{A}$ zeigt radial nach außen; $\vec{E}$ zeigt radial nach außen
$\Rightarrow$ Skalarprodukt $\vec{E} \cdot d\vec{A} = |\vec{E}||\mathrm{d}\vec{A}|$

$$\int_{\text{Mantel}} \vec{E}\; d\vec{A} = \int_{\text{Mantel}} E\; dA = \int_0^l \int_0^{2\pi} E \cdot r\; dz\; d\phi = E \cdot l \cdot 2\pi r$$

$$\Rightarrow \frac{Q_l}{\epsilon_0} = 0 + 0 + 2\pi E l r \Rightarrow E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_l}{l} \cdot \frac{1}{r}$$

Mit dem Dielektrikum wird das elektrische Feld bei gleicher Ladungsverteilung um den Faktor ϵ_r abgeschwächt. Wir erhalten insgesamt:

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \lambda \cdot \frac{1}{r}$$

[**4**]

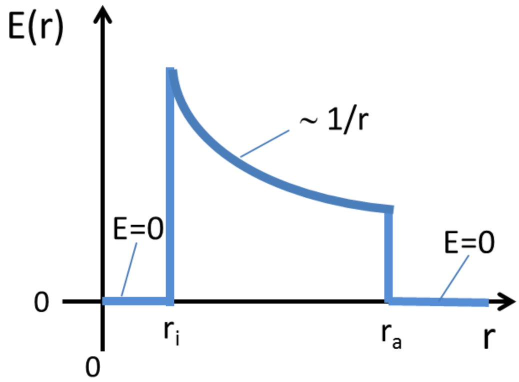
3. $r > r_a$: Gesamtladung: Innenleiter + Außenleiter

$$Q_{ges} = +Q_l - Q_l = 0$$

Gaußscher Satz:

$$\oint \vec{E} \underbrace{d\vec{A}}_{\neq 0} = 0 \Rightarrow E = 0$$

[1]



(b) **[2]**

(c)

$$U = -\int_{r_i}^{r} E\,dr'$$

$r_i < r < r_a$:

$$U(r) = -\int_{r_i}^{r} E(r')\,dr' = -\int_{r_i}^{r} \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}\cdot\lambda\cdot\frac{1}{r'}\,dr' = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}\cdot\lambda\cdot\int_{r_i}^{r}\frac{dr'}{r'} = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}\cdot\lambda\cdot\left[\ln(r')\right]_{r_i}^{r}$$

$$U(r) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}\cdot\lambda\cdot\ln(\frac{r}{r_i}) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}\cdot\lambda\cdot\ln(\frac{r_i}{r})$$

Außerhalb von $r_i < r < r_a$ gilt $E(r) = 0$, d. h. das Potential ist für $r < r_i$ und $r > r_a$ konstant.

[4]

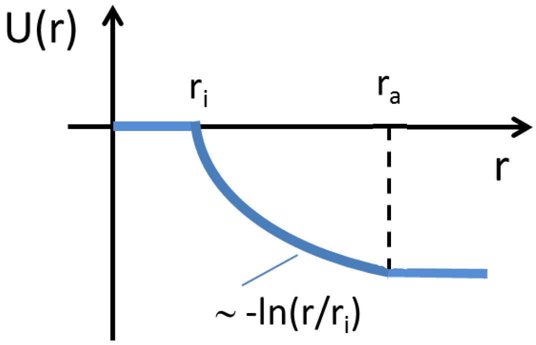
(d) Hier wurde das Potential an der Stelle r_i als $U(r_i) = 0$ angenommen und eine positive Ladung auf dem Innenleiter angesetzt. Bei anderen Annahmen verschiebt sich die Kurve, bzw. wird gespiegelt.

[2]

(e) Die Kapazität ist durch $C = Q/U$ definiert. Also haben wir:

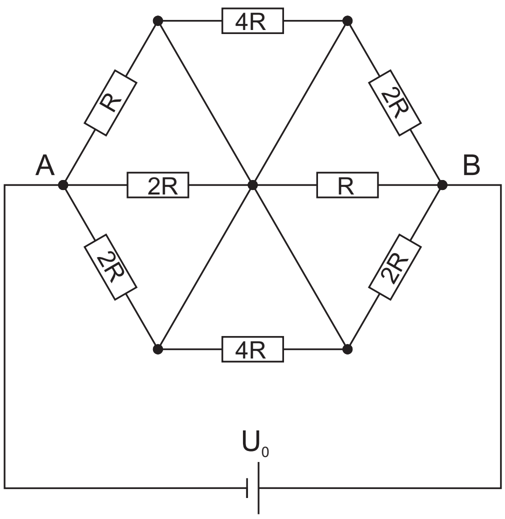
$$C = -\frac{\lambda l}{U(r_a)} = -\lambda l\cdot\frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r}{\lambda\cdot\ln(r_i/r_a)} = -\frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln(r_i/r_a)} = 1,6\cdot 10^{-10}\text{F}$$

[2]



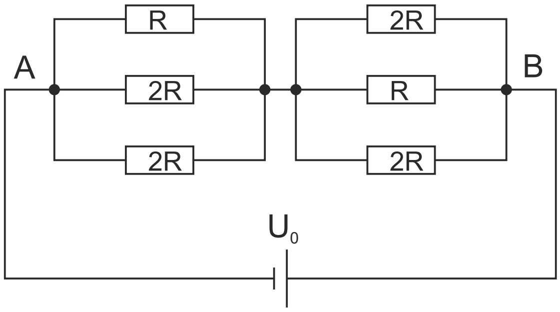
Aufgabe 3 (6 Punkte)

Sie hängen an den USB-2.0-Port Ihres Computers ein elektrisches Gerät, das vereinfacht mit dem gezeigten sechseckigen Widerstandsnetzwerk dargestellt werden kann. Wie klein darf der Widerstand R minimal sein, wenn sie den USB-Port nicht überlasten wollen? Gemäß Spezifikation liegt am USB-Port eine Spannung von $U_0 = 5\text{V}$ an und kann eine Stromstärke von maximal 500mA liefern. Berechnen Sie dazu erst allgemein den Gesamtwiderstand der Schaltung zwischen A und B und prüfen Sie anschließend wie klein der Gesamtwiderstand werden darf.



Lösung:

Die beiden äußeren Widerstände 4R sind kurzgeschlossen. Sie brauchen daher nicht berücksichtigt zu werden. Dadurch kann man ein vereinfachtes Schaltungsbild zeichnen:



[!h]

Hier gibt es zwei seriell geschaltete Gruppen aus je drei parallelen Widerständen: Gruppe Links zwischen A und dem Mittelpunkt und Gruppe Rechts zwischen dem Mittelpunkt und B. Der Ersatzwiderstand der linken Gruppe (Parallelschaltung) berechnet sich zu:

$$\frac{1}{R_l} = \frac{1}{R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_l = \frac{1}{2}R \tag{1}$$

[**3**]

Die rechte Gruppe entspricht bis auf eine andere Reihenfolge der Linken: $R_r = R_l$
Damit gilt (Serienschaltung):

$$R_{\text{Gesamt}} = R_l + R_r = \frac{1}{2}R + \frac{1}{2}R = R \tag{2}$$

Für den Gesamtwiderstand gilt:

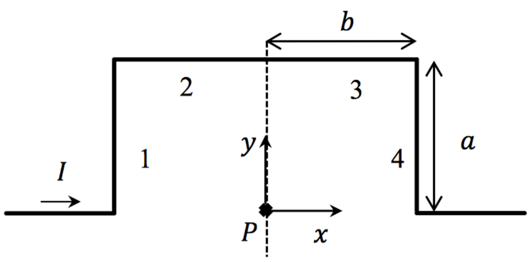
$$U_0 = R_{\text{Gesamt}} I \Rightarrow R_{\text{Gesamt}} = \frac{U_0}{I} = \frac{5\text{V}}{0.5\text{A}} = 10\Omega \tag{3}$$

Da $R = R_{\text{Gesamt}}$: $R \geq 10\Omega$, damit Stromfluss ≤ 500mA.

[**3**]

Aufgabe 4 (13 Punkte)

Gegeben ist ein unendlich langer, im Wesentlich gerader, von einem Gleichstrom I durchflossener Leiter entlang der positiven x-Achse. Um den Koordinatenursprung herum besitzt der Leiter in einem Fall eine rechteckige Ausbuchtung gemäß der folgende Skizze. Wie groß ist die magnetische Flussdichte $\vec{B}$ im Koordinatenursprung und welche Richtung hat sie?



Hinweis:

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}^3} \mathrm{d}x = \frac{x}{a^2\sqrt{x^2 + a^2}} \tag{4}$$

Lösung

Man verwende das Biot-Savart-Gesetz.

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_L \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \times \mathrm{d}\vec{r}' \tag{5}$$

[1]

$\vec{r}$ beschreibt das Koordinatenursprung, also: $\vec{r} = (0, 0, 0)$. Die verschiedene Teile (1-4) des Leiters werden durch folgende Vektoren beschrieben.

$$\vec{r_1}' = (-b, y, 0) \qquad 0 \geq y \geq a \qquad \mathrm{d}\vec{r_1}' = (0, 1, 0)\mathrm{d}y \tag{6}$$
$$\vec{r_2}' = (x, a, 0) \qquad -b \geq x \geq 0 \qquad \mathrm{d}\vec{r_2}' = (1, 0, 0)\mathrm{d}x \tag{7}$$
$$\vec{r_3}' = (x, a, 0) \qquad 0 \geq x \geq b \qquad \mathrm{d}\vec{r_3}' = (1, 0, 0)\mathrm{d}x \tag{8}$$
$$\vec{r_4}' = (b, y, 0) \qquad a \geq y \geq 0 \qquad \mathrm{d}\vec{r_4}' = (0, 1, 0)\mathrm{d}y \tag{9}$$

[4]

Daraus lassen sich folgende Bauteile des Integrals ausrechnen.

$$\vec{r_1}' \times \mathrm{d}\vec{r_1}' = (0, 0, -b)\mathrm{d}y = -b\mathrm{d}y \cdot \vec{e}_z \qquad |\vec{r_1}'|^3 = \sqrt{y^2 + b^2} \tag{10}$$
$$\vec{r_2}' \times \mathrm{d}\vec{r_2}' = (0, 0, -a)\mathrm{d}x = -a\mathrm{d}x \cdot \vec{e}_z \qquad |\vec{r_2}'|^3 = \sqrt{x^2 + a^2} \tag{11}$$
$$\vec{r_3}' \times \mathrm{d}\vec{r_3}' = (0, 0, -a)\mathrm{d}x = -a\mathrm{d}x \cdot \vec{e}_z \qquad |\vec{r_3}'|^3 = \sqrt{x^2 + a^2} \tag{12}$$
$$\vec{r_4}' \times \mathrm{d}\vec{r_4}' = (0, 0, b)\mathrm{d}y = b\mathrm{d}y \cdot \vec{e}_z \qquad |\vec{r_4}'|^3 = \sqrt{y^2 + b^2} \tag{13}$$

[4]

Schließlich können die Integrale aufgestellt und gelöst werden. Die Integrale 1-4 und 2-3 lassen sich leicht zusammenfassen.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \left[\int_0^a \frac{-b\vec{e}_z}{\sqrt{y^2 + b^2}^3} \mathrm{dy} + \int_{-b}^0 \frac{-a\vec{e}_z}{\sqrt{x^2 + a^2}^3} \mathrm{dx} + \int_0^b \frac{-a\vec{e}_z}{\sqrt{x^2 + a^2}^3} \mathrm{dx} + \int_a^0 \frac{b\vec{e}_z}{\sqrt{y^2 + b^2}^3} \mathrm{dy} \right] \tag{14}$$
$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \vec{e}_z \left[b \int_0^a \frac{1}{\sqrt{y^2 + b^2}^3} \mathrm{dy} + a \int_0^b \frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}^3} \mathrm{dx} \right] \tag{15}$$
$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \vec{e}_z \left[\frac{a}{b\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{b}{a\sqrt{b^2 + a^2}} \right] \tag{16}$$
$$= -\frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{a^2 + b^2}} \left[\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right] \vec{e}_z \tag{17}$$

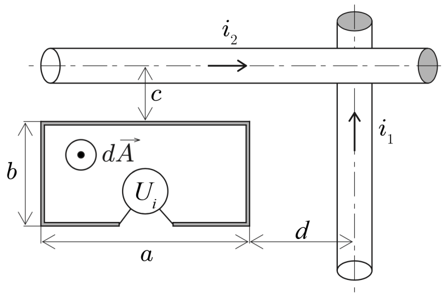
[4]

Aufgabe 5 (11 Punkte)

Neben einer rechteckigen Leiterschleife mit den Abmessungen a und b liegt im Abstand h nach rechts und im Abstand c nach oben jeweils ein langer, gerader Leiter (siehe Abbildung). In den Leitern fließen die Wechselströme:

$$i_1 = I_{1,max} \sin \omega t \qquad i_2 = I_{2,max} \sin \omega t \tag{18}$$

Bestimmen Sie die in der Schleife induzierte Spannung U_i.



Lösung

Mithilfe des Superpositionsprinzips lässt sich die Aufgabe in zwei Schritten lösen. Man berechne zuerst die induzierte Spannung durch i_1. Dazu wendet man das Induktionsgesetz in der allgemeinen Form:

$$U_i = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \tag{19}$$

an. Der Leiter erzeugt ein inhomogenes Magnetfeld:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} \tag{20}$$

sodass der Fluss Φ durch die Schleife nur über ein Integral bestimmt werden kann:

$$\Phi = \iint \vec{B}_1 \cdot \mathrm{d}\vec{A} \quad \text{mit} \quad \mathrm{d}A = b \cdot \mathrm{d}r \tag{21}$$

[**2**]

Man wählt die dargestellte Richtung für das Flächenelement $\mathrm{d}\vec{A}$, damit der Fluss positiv wird.

$$\Phi_1 = \frac{\mu_0 i_1 b}{2\pi} \int\limits_{d}^{a+d} \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu_0 i_1 b}{2\pi} \ln\frac{a+d}{d} = I_{1,max} \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\frac{a+d}{d} \sin\omega t \tag{22}$$

[**3**]

Damit ergibt sich die in die Schleife induzierte Spannung $U_{i,1}$ als:

$$U_{i,1} = -\omega I_{1,max} \frac{\mu_0 b}{2\pi} \ln\frac{a+d}{d} \cos\omega t \tag{23}$$

[**1**]

Ähnlich lässt sich der Fluss Φ_2 bestimmen:

$$\Phi_2 = I_{2,max} \frac{\mu_0 a}{2\pi} \int\limits_{c}^{b+c} \frac{\mathrm{d}r}{r} \tag{24}$$

[**1**]

Dieser Fluss ist negativ, weil jetzt $\vec{B}_2$ und $\mathrm{d}\vec{A}$ entgegengerichtet sind. Das Flächenelement ist: $\mathrm{d}\vec{A} = a \cdot \mathrm{d}r$.

$$\Phi_2 = -I_{2,max} \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{b+c}{c} \sin \omega t \tag{25}$$

[**1**]

Die induzierte Spannung durch i_2 ist somit:

$$U_{i,2} = \omega I_{2,max} \frac{\mu_0 a}{2\pi} \ln \frac{b+c}{c} \cos \omega t \tag{26}$$

[**1**]

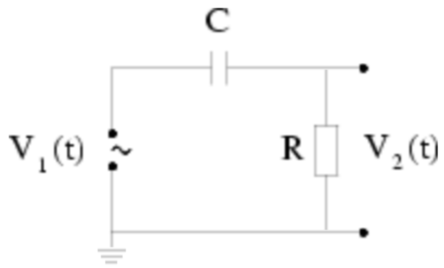
Die gesamte induzierte Spannung ist gegeben durch:

$$U_i = U_{i,1} + U_{i,2} = \frac{\mu_0 \omega}{2\pi} \cos \omega t \left(I_{1,max} b \ln \frac{d}{a+d} + I_{2,max} a \ln \frac{b+c}{c} \right) \tag{27}$$

[**2**]

Aufgabe 6 (13 Punkte)

Betrachten sie den in der Abbildung gezeigten geerdeten Stromkreis, an dem eine Wechselspannung $V_1(t) = V_0 \cos(\omega t)$ anliegt.



Stellen sie die Differentialgleichung zur Bestimmung der am Widerstand R anliegenden Spannung $V_2(t)$ auf und lösen sie diese zur Anfangsbedingung $V_2(0) = 0$.

Lösung

Für die am Kondensator anliegende Spannung $U(t)$ und Ladung $Q(t)$ gilt:

$$Q(t) = CU(t) = C(V_1(t) - V_2(t)) \tag{28}$$

[**1**]

Der Verschiebungsstrom $I(t)$ am Kondensator ergibt sich somit zu:

$$I(t) = \frac{\mathrm{d}Q(t)}{\mathrm{d}t} = C \left(\frac{\mathrm{d}V_1(t)}{\mathrm{d}t} - \frac{\mathrm{d}V_2(t)}{\mathrm{d}t} \right) \tag{29}$$

[**1**]

Durch die Erdung liegt am Widerstand R die Spannung $V_2(t)$ an. Nach dem Ohmschen Gesetz fließt der Strom

$$I(t) = \frac{V_2(t)}{R} \tag{30}$$

[**1**]

Durch Kombination dieser beiden Gleichungen erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}V_2(t)}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{RC}V_2(t) = \frac{\mathrm{d}V_1(t)}{\mathrm{d}t} = -V_0\omega\sin(\omega t) \tag{31}$$

[**2**]

Die Lösung dieser Differentialgleichung setzt sich aus einem homogenen und einem inhomogenen Teil zusammen

$$V_{2,h}(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} \tag{32}$$

$$V_{2,p}(t) = B\sin(\omega t) + D\cos(\omega t) \tag{33}$$

[**3**]

Die Koeffizienten B und C können durch Einsetzen des Ansatzes in die Differentialgleichung bestimmt werden.

$$V_{2,p}(t) = \frac{V_0 RC\omega}{1+(RC\omega)^2}(-\sin(\omega t) + RC\omega\cos(\omega t)) \tag{34}$$

[**3**]

Mit der Anfangsbedingung $V_2(0) = 0$ kann nun der Koeffizient A bestimmt werden:

$$V_{2,h}(0) = A = -V_{2,p}(0) = -\frac{V_0(RC\omega)^2}{1+(RC\omega)^2} \tag{35}$$

[**1**]

Somit ergibt sich für $V_2(t)$

$$V_2(t) = \frac{V_0 RC\omega}{1+(RC\omega)^2}\left(-RC\omega e^{-\frac{t}{RC}} - \sin(\omega t) + RC\omega\cos(\omega t)\right) \tag{36}$$

[**1**]

Aufgabe 7 (9 Punkte)

Ein Raumschiff startet zum Zeitpunkt $t = t' = 0$ von der Erde und entfernt sich mit einer Geschwindigkeit von $3/5c$. Nachdem eine Uhr auf dem Raumschiff anzeigt, dass eine Stunde verstrichen ist, sendet das Raumschiff ein Lichtsignal aus. Ein Beobachter befindet sich in Ruhe auf der Erde. Bezeichnen Sie den Beobachter als das ungestrichene System.

(a) Welche Zeit zeigt die Uhr des Beobachters auf der Erde, als der Lichtpuls gesandt wird?

(b) Welche Zeit zeigt die Uhr des Beobachters auf der Erde, als der Lichtpuls diese erreicht?

(c) Welche Zeit zeigt die Uhr auf dem Raumschiff, als der Lichtpuls die Erde erreicht?

Lösung

(a) Für den Beobachter auf der Erde scheint die Zeit auf dem Raumschiff langsamer zu vergehen. Der relevante Lorenzfaktor ist

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{5}{4} \tag{37}$$

Damit zeigt die Uhr des Beobachters ein Zeitintervall von

$$t = \gamma t' = \frac{5}{4} \cdot 1h = 1\text{h}, 15\,\text{min} \tag{38}$$

[4]

(b) Nach der Zeit $t = 5/4h$ beträgt die Entfernung des Raumschiffs von der Erde

$$x = vt = \frac{3}{5}c \cdot \frac{5}{4}h = \frac{3}{4}\,\text{Lichtstunden} \tag{39}$$

Damit braucht das Lichtsignal genau $\frac{3}{4}\,h$ um auf der Erde anzukommen. In der Summe ist die verstrichene Zeit:

$$\Delta T = \underbrace{\frac{5}{4}\,h}_{\text{Zeit bis zum Aussenden des Lichtsignals}} + \underbrace{\frac{3}{4}\,h}_{\text{Signallaufzeit des Lichts}} = 2\,\text{h} \tag{40}$$

[3]

(c) Der einfachste Ansatz ist, beim vorherigen Ergebnis die Zeitdilatation zu berücksichtigen, die für den Betrachter im Raumschiff die Zeit auf der Erde verzögert erscheinen lässt. Der Lorenzfaktor ist derselbe für beide Bezugssysteme. Es gilt für die verstrichene Zeit auf dem Raumschiff:

$$\Delta T' = \gamma \Delta T = \frac{5}{4} \cdot 2\,h = 2\text{h}30\,\text{min} \tag{41}$$

[2]

Konstanten

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{CV}^{-1}\text{m}^{-1} \qquad \mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}\text{mkgs}^{-2}\text{A}^{-2}$$

$$e = 1.60 \cdot 10^{-19}\text{C} \qquad c = 3 \cdot 10^{8}\text{m/s}$$

$$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$$