Klausur in Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Fabbietti
Sommersemester 2020
28.07.2020

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe A (10 Punkte)

(a) Inwieweit steht das Bohrsche Atommodell im Konflikt mit der klassischen Elektrodynamik?

(b) Wie ist die Halbwertsbreite definiert?

(c) Unter welcher Voraussetzung können die Eigenwerte von zwei Operatoren $\hat{A}$ und $\hat{E}$ gleichzeitig scharf gemessen werden?

(d) Was ist der Unterschied zwischen dem Paschen-Back-Effekt und dem anomalen Zeemann-Effekt?

(e) Erklären Sie kurz den Auger-Effekt.

(f) Welche Aussage kann über Edelgase in Bezug auf Spin, Bahndrehimpuls und Gesamtdrehimpuls gemacht werden?

(g) Warum ist die magnetische Quantenzahl m bei Mehrelektronen-Atomen auch ohne angelegtes äußeres Feld relevant?

(h) Wodurch kommt die Van der Waals-Wechselwirkung zustande?

(i) Welches Orbital (s,p,d,..) hat die höchste radiale Aufenthaltswahrscheinlichkeit bei $r = 0$?

(j) Wie viele Freiheitsgrade hat ein dreiatomiges, gewinkeltes Molekül? Geben Sie die Komponenten an.

Aufgabe 1 (10 Punkte)

(a) Leiten Sie mit Hilfe der Bohrschen Quantisierungsbedingung für den Drehimpuls und Kräftegleichgewicht den Radius r_n der n-ten Bohr'schen Bahn in einem wasserstoffartigen Atom mit Kernladungszahl Z und reduzierter Masse μ sowie die zugehörige Bindungsenergie E_n in Abhängigkeit von n her.

(b) Zeigen Sie am Beispiel der L-Schale ($n = 2$) eines Wasserstoffatoms, dass die Überlagerung aller möglichen Elektronendichteverteilungen eine kugelsymmetrische Verteilung ergibt. Hinweis: Die $n = 2$ Wellenfunktionen können dafür nützlich sein (siehe Tabelle).

n	l	m	**Wellenfunktionen $\Psi_{n,l,m}(r,\vartheta,\varphi)$**
2	0	0	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\left(\frac{Z}{a_B}\right)^{3/2}(2-\frac{Zr}{a_B})\,e^{-Zr/2a_B}$
2	1	0	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}}\left(\frac{Z}{a_B}\right)^{3/2}\frac{Zr}{a_B}\,e^{-Zr/2a_B}\cos\vartheta$
2	1	±1	$\frac{1}{8\sqrt{\pi}}\left(\frac{Z}{a_B}\right)^{3/2}\frac{Zr}{a_B}\,e^{-Zr/2a_B}\sin\vartheta\,e^{\pm i\varphi}$

Aufgabe 2 (10 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Energieniveaus einschließlich der Feinstruktur-Aufspaltung, die zur Hauptquantenzahl $n = 3$ des einfach ionisierten He-Atoms gehören.

(b) Zeichnen Sie qualitativ die relative Lage der Energieniveaus für $n = 3$ und $n = 4$. Zeichnen Sie die erlaubten Übergänge ein. Wie viele verschiedene Spektrallinien erwarten Sie?

Aufgabe 3 (9 Punkte)

(a) Berechnen Sie die Verschiebung der Übergangsfrequenz ($\Delta\nu$) von 1s $\rightarrow$ 2p für die zwei Isotope ^{2}D und ^{3}T gegenüber normalem Wasserstoff. Berücksichtigen Sie bei der Berechnung der Verschiebung die unterschiedlichen reduzierten Massen.

(b) Berechnen Sie die Hyperfeinaufspaltung im Grundzustand mit den drei jeweiligen Kernspins $\frac{1}{2}$(^{1}H), 1 (^{2}D) bzw. $\frac{1}{2}$(^{3}T)sowie den magnetischen Momente $2.79\mu_K$, $0.85\mu_K$ bzw. $2.98\mu_K$.

Hinweise:

- Die Rydbergkonstante ist $R_\infty c = 3.289842 \cdot 10^{15}$ Hz.
- Die Hyperfeinaufspaltung beim Wasserstoffatom (Isotop ^{1}H) beträgt 1420 MHz.
- Atomare Massen (in atomaren Masseneinheiten $m_e/m_u = 5.485799 \cdot 10^{-4}$):
  - Wasserstoff: $m_1/m_u \approx 1.007825$
  - Deuterium: $m_2/m_u \approx 2.014102$
  - Tritium: $m_3/m_u \approx 3.016049$

Aufgabe 4 (11 Punkte)

(a) Warum spaltet der Term $^3P_0$ im Magnetfeld nicht auf?

(b) Warum spaltet der Term $^4D_{1/2}$ im Magnetfeld nicht auf?

(c) ^{23}Na hat einen Kernspin $I = 3/2$. Geben Sie alle möglichen Gesamtdrehimpulse F für die Natriumkonfigurationen $1s^22s^22p^63s$ und $1s^22s^22p^63p$ an.

Aufgabe 5 (12 Punkte)

Wir betrachten ein Atom mit zwei p-Elektronen $(\mathrm{np})^1(\mathrm{n'p})^1$ in nicht abgeschlossenen Schalen (z.B. ein angeregtes He-Atom).

(a) Welche Konfigurationen sind bei Russel-Saunders-Kopplung möglich?

(b) Wie hängen die Abstände benachbarter Tripplettkomponenten von J ab?

(c) Wie groß ist die Richtungsentartung der einzelnen Tripplettkomponenten in Abhängigkeit von J?

(d) Welche Konfigurationen sind für zwei gleichartige Elektronen $(\mathrm{np})^2$ möglich?

(e) Welche Konfigurationen sind für zwei s-Elektronen $(\mathrm{ns})^1(\mathrm{n's})^1$ möglich?

Aufgabe 6 (10 Punkte)

In der Radio- und Infrarotastronomie beobachtet man u.a. auch Molekülllinien im interstellaren Medium. Aus diesen Beobachtungen können Rückschlüsse auf die galaktische Verteilung und Häufigkeit der Moleküle sowie auf Sternentstehungsgebiete und -mechanismen gezogen werden.

(a) Kohlenmonoxid ${}^{12}_{6}C^{16}_{8}O$ emittiert beim Übergang vom ersten angeregten Rotationsniveau $(J = 1)$ zum Grundzustand $(J = 0)$ eine Linie der Wellenlänge $\lambda_0 = 2.6$ mm. Berechnen Sie die dazu gehörige Energie und den Abstand der beiden Atome im Molekül.

(b) Man kann bei diesen Beobachtungen auch Hinweise auf die Isotopenverhältnisse finden. Berechnen Sie die Energie und Frequenz des gleichen Übergangs im Molekül ${}^{13}_{6}C^{16}_{8}O$ sowie die relative Frequenzverschiebung.
Hinweis:: Nehmen Sie den gleichen Abstand R wie oben an.

Aufgabe 7 (13 Punkte)

Beweisen Sie die Äquivalenz der Temperaturskala von idealen Gasen Θ und der thermodynamischen Skala T durch Anwendung eines Carnot-Kreisprozesses auf ein ideales Gas. Das ideale Gas erfülle $PV = Nk_B\Theta$ und seine innere Energie E hänge nur von Θ ab, es gilt jedoch nicht $E \propto \Theta$.

(a) Leiten Sie aus der idealen Gasgleichung den Wärmeaustausch Q_H und Q_C in Abhängigkeit von Θ_H und Θ_C her.

(b) Berechnen Sie die Volumen-Ausdehnungskoeffizienten $\left(\int_V \frac{dV}{V}\right)$ für die adiabatischen Prozesse in Abhängigkeit von Θ.

(c) Zeigen Sie, dass $\frac{Q_{hot}}{Q_{cold}} = \frac{\Theta_{hot}}{\Theta_{cold}}$ gilt und nutzen Sie dafür ihre Ergebnisse aus a) und b). Damit bestätigen sie die Äquivalenz der Temperaturskalen.

Konstanten

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}\text{Js} \qquad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{C} \qquad m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{As/V/m} \qquad \alpha = 7.3 \cdot 10^{-3}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}\frac{\hbar^2}{m_e} = 5,3 \cdot 10^{-11}\text{m} \qquad \mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24}\text{Am}^2$$

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} = 1,10 \cdot 10^7\text{m}^{-1} \qquad A = 5,9 \cdot 10^{-6}\text{eV}$$

$$a = 1,159 \cdot 10^{-22}\text{J} \cdot \frac{1}{n^6} \qquad g_{\text{proton}} = 5,56$$

$$\mu_K = 5,051 \cdot 10^{-27}\text{Am}^2 \qquad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{J/K}$$

$$R = 8,314\ \text{J(molK)}^{-1}$$