Probeklausur in Experimentalphysik 2

Prof. Dr. C. Pfleiderer
Sommersemester 2016
20.06.2016

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zwei Punktladungen seien 60 cm voneinander entfernt und tragen eine Gesamtladung von 200 μC. Sie stoßen einander mit einer Kraft von 120 N ab. Bestimmen Sie die Ladung auf jeder Kugel. Nehmen Sie nun an, beide Kugeln werden in elektrischen Kontakt miteinander gebracht, und dann wieder voneinander getrennt. Bestimmen Sie die Kraft, die nun von einer auf die andere Kugel wirkt, wenn sie 60 cm voneinander entfernt sind.

Lösung

Die beiden Ladungen q_1 und q_2 haben den Abstand $r_{1,2}$ voneinander. Dann ist gemäß den Coulombschen Gesetz die elektrostatische Kraft zwischen ihnen gegeben als:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2} \tag{1}$$

wir bezeichnen die Gesamtladung mit q. Dann ist $q_2 = q - q_1$, und für die Kraft folgt:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1(q-q_1)}{r_{1,2}^2} \tag{2}$$

[**1**]

Wir definieren:

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_{1,2}^2} = 2.496 \cdot 10^{10}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}^2} \tag{3}$$

$$\chi = 4.005 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}} \tag{4}$$

Umformen ergibt folgende quadratische Gleichung:

$$q_1^2 - q_1 q + F_{el}\chi = 0 \tag{5}$$

mit den Lösungen:

$$q_1^a = \frac{q + \sqrt{q^2 - 4F_{el}\chi}}{2} = \frac{200 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} + \sqrt{(200 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C})^2 - 4 \cdot 120\,\mathrm{N} \cdot 4.005 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}}}}{2} \tag{6}$$

$$q_1^b = \frac{q - \sqrt{q^2 - 4F_{el}\chi}}{2} = \frac{200 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} - \sqrt{(200 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C})^2 - 4 \cdot 120\,\mathrm{N} \cdot 4.005 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}}}}{2} \tag{7}$$

[**1**]

Daraus ergibt sich:

$$q_1^a = 27.9\,\mu\mathrm{C} \tag{8}$$
$$q_2^a = 172.1\,\mu\mathrm{C} \tag{9}$$

oder

$$q_1^b = 172.1\,\mu\mathrm{C} \tag{10}$$
$$q_2^b = 27.9\ \mu\mathrm{C} \tag{11}$$

[**1**]

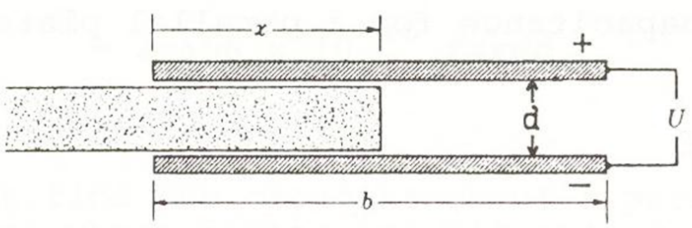
Die Kraft zwischen den beiden Ladungen nach dem Kontakt ergibt sich wie folgt. Nach dem Kontakt haben beide Punktladungen die gleiche Ladung $q_1{}' = q_2{}' = q/2$. Der Abstand ist wieder $r_{1,2} = 0.6\,\mathrm{m}$ und somit ergibt sich

$$F' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1' q_2'}{r_{1,2}^2} = \frac{1}{\chi}\frac{q^2}{4} = 250\,\mathrm{N} \tag{12}$$

[**1**]

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Ein Plattenkondensator mit Plattenabstand d ist mit einem dielektrischen Quader mit Dielektrizitätszahl $\epsilon > 1$ gefüllt. Die Platten haben die Länge l und die Breite b und an ihnen liegt eine konstant gehaltene Spannung U an. Der Quader wird nun so weit aus dem Kondensator gezogen, bis er sich nur noch mit der Länge x zwischen den Platten befindet (siehe Abbildung). Berechnen Sie Betrag und Richtung der Kraft, die nun auf den Quader wirkt.



Lösung

Die in einem Plattenkondensator gespeicherte Energie kann man über die Formel

$$W_K = \frac{1}{2} C U^2$$

berechnen, wobei man die Kapazität C mit der Fläche der Platten A und der Dielektrizitätszahl ϵ_r des Mediums im Kondensator erhält:

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$$

[**1**]

Wird in den zunächst leeren Kondensator ein Dielektrikum mit Dielektrizitätszahl ϵ um die Strecke x in b-Richtung eingeschoben, so erhöht sich die im Kondensator gespeicherte Energie folglich um

$$\Delta W_K = \frac{1}{2} \Delta C U^2 = \frac{\epsilon_0 l U^2}{2d} (\epsilon - 1) \cdot x$$

[**1**]

Aufgrund der angeschlossenen Spannungsquelle handelt es sich bei dem Kondensator in dieser Aufgabe jedoch um kein abgeschlossenes System. Wird ein Dielektrikum eingeschoben, muss die Spannungsquelle die Energie

$$\Delta W_S = \Delta Q \cdot U = \Delta C \cdot U^2 = 2 \cdot \Delta W_K$$

aufwenden, um die Spannung konstant zu halten. Von dieser fließt genau die Hälfte in die im Kondensator gespeicherte Energie, die andere Hälfte geht in kinetische Energie des Dielektrikums über. Das Dielektrikum gewinnt also einen Energiebetrag $\Delta W_D = \Delta W_K$ und wird aus diesem Grund stets in den Kondensator hineingezogen. Um die zugehörige Kraft zu berechnen, leitet man die vom Dielektrikum gewonnene Energie nach x ab:

$$F_x = \frac{\partial \Delta W_D}{\partial x} = \frac{\epsilon_0 l U^2}{2d} (\epsilon - 1)$$

[**1**]

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Eine Kaffeemaschine habe eine Heizleistung von 900W und sei am 230V Stromnetz angeschlossen.

(a) Welche Ladung (in Coulomb und Elementarladungen) fließt innerhalb von 15 Minuten bei ihrem Betrieb?

(b) Welche Energie wird dabei von dem Kaffeemaschine aus dem Stromnetz aufgenommen ?

(c) Wie groß ist der Energiegehalt, den ein Elektron transportiert ((in Joule und eV)?

Lösung

(a) Aus der Heizleistung P und der Netzspannung U kann die Stromstärke I berechnet werden.

$$I = \frac{P}{U} = \frac{900\mathrm{W}}{230\mathrm{V}} = 3,91\mathrm{A} \tag{13}$$

[**1**]

die Gesamtladung Q errechnet sich mit der Betriebsdauer t zu

$$Q = I \cdot t = 3,91A \cdot 15 \cdot 60s = 3,52 \cdot 10^3\mathrm{As} \tag{14}$$

$$= 3,52 \cdot 10^3 C \; (= 2,20 \cdot 10^{22} e) \tag{15}$$

[**1**]

(b) Für die aufgenommene elektrische Energie E_{el} gilt:

$$E_{el} = U \cdot I \cdot t = 230\mathrm{V} \cdot 3,91\mathrm{A} \cdot 15 \cdot 60\mathrm{s} = 809\mathrm{kJ} \tag{16}$$

[**1**]

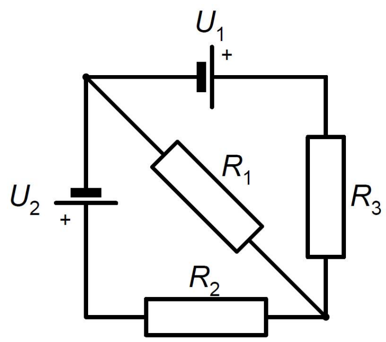
(c) Die Gesamtzahl der Elektronen, die in der Zeit t die Kaffeemaschine passieren, entspricht der Anzahl an Elementarladungen: $N_e = 2,20 \cdot 10^{22}$. Damit transportiert ein Elektron die Energie:

$$E_e = \frac{E_{el}}{N_e} = \frac{809\mathrm{kJ}}{2,20 \cdot 10^{22}} = 3,68 \cdot 10^{-17}\mathrm{J} \; (= 230\mathrm{eV}) \tag{17}$$

[**1**]

Aufgabe 4 (4 Punkte)

In der dargestellten Schaltung seien $U_1 = 2.1$ V und $U_2 = 1.9$ V die Spannungen der zwei Spannungsquellen mit vernachlässigbar kleinen Innenwiderständen. Die Widerstände haben die Werte $R_1 = 45\ \Omega$, $R_2 = 10\ \Omega$ und $R_3 = 10\ \Omega$. Gesucht sind die Stromstärken in allen Zweigen der Schaltung.



Lösung

Mit der Knotenregel ergibt sich $I_1 = I_2 + I_3$. Aus der Maschenregel ergeben sich die folgenden Ausdrücke für die Spannungen U_1 und U_2:

$$\begin{aligned} U_1 &= I_3R_3 + I_1R_1 = I_3R_3 + (I_2 + I_3)R_1 = I_3(R_3 + R_1) + I_2R_1 \\ U_2 &= I_2R_2 + I_1R_1 = I_2R_2 + (I_2 + I_3)R_1 = I_2(R_2 + R_1) + I_3R_1 \end{aligned}$$

[1,5]

Aus U_1 und U_2 ergibt sich jeweils für I_2:

$$I_2 = \frac{U_1 - I_3(R_3 + R_1)}{R_1} = \frac{U_2 - I_3R_1}{R_2 + R_1}.$$

Mit $R_2 = R_3$ kann daraus I_3 bestimmt werden:

$$\begin{aligned} [U_1 - I_3(R_2 + R_1)](R_2 + R_1) &= R_1(U_2 - I_3R_1) \\ U_1(R_2 + R_1) - I_3(R_2 + R_1)^2 &= -R_1^2I_3 + R_1U_2 \\ -I_3(R_2 + R_1)^2 + R_1^2I_3 &= -U_1(R_2 + R_1) + R_1U_2 \\ I_3 &= \frac{-U_1(R_2 + R_1) + R_1U_2}{-(R_2 + R_1)^2 + R_1^2} \\ I_3 &= 0.03\,\mathrm{A} \end{aligned}$$

Daraus errechnet sich $I_2 = 0.01\,\mathrm{A}$ und $I_1 = I_2 + I_3 = 0.04\,\mathrm{A}$.

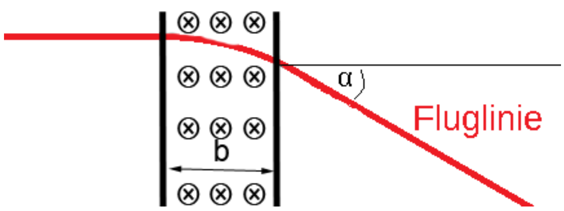
[2,5]

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Elektronen mit einer Anfangsgeschwindigkeit($v_0 = 2 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$) treten in ein homogenes elektrisches Feld der Breite a=20cm ein, welches eine Beschleunigung bewirkt.

(a) Wie groß ist die elektrische Feldstärke, wenn die Elektronen auf das Vierfache ihrer ursprünglichen Geschwindigkeit beschleunigt werden?

(b) Direkt nach dem elektrischen Feld treten die Elektronen in ein 3cm breites, homogenes Magnetfeld($\vec{B} \perp \vec{v}$) ein. Berechne die magnetische Flussdichte, für den Fall, dass die Elektronen beim Austritt einen Winkel von 25° zur ursprünglichen Flugrichtung einschließen.



Lösung

(a) Die Energie des elek. Feldes bewirkt eine Änderung der kin. Energie. Wobei $v_b = 4v_0 = 8 \cdot 10^5 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

$$E_{el} = \Delta E_{kin}$$

$$U \cdot e = \frac{1}{2} m_e (v_b^2 - v_0^2) \rightarrow U = \frac{m_e \cdot (v_b^2 - v_0^2)}{2 \cdot e} \tag{18}$$

Jetzt kann man die Spannung in die Definition des elektrischen Feldes einsetzen.

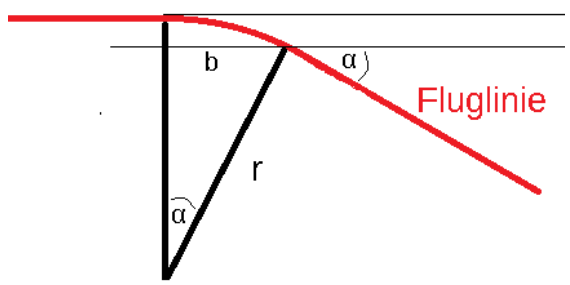
$$E = \frac{U}{a} = \frac{m_e \cdot (v_b^2 - v_0^2)}{2 \cdot e \cdot a} = 8,54 \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$$

[2]

(b) Wir benutzen, dass die Lorentzkraft das Elektron auf eine Kreisbahn lenkt.

$$F_l = F_z e \cdot v_b \cdot B = \frac{m_e \cdot v_b^2}{r} \tag{19}$$

Den Radius erhalten wir über die Geometrische Überlegung wie in folgender Abbildung.



$$r = \frac{b}{\sin \alpha} \tag{20}$$

Es ergibt sich das magnetische Feld zu

$$B = \frac{m_e \cdot v_b \cdot \sin \alpha}{e \cdot b} = 0,64 \mathrm{mT} \tag{21}$$

[2]

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Ein langer dünner horizontaler Draht wird von einem Gleichstrom $I = 80\mathrm{A}$ durchflossen.

(a) Berechnen Sie mithilfe des Ampere'schen Gesetzes das Magnetfeld, das vom Draht erzeugt wird, als Funktion des Abstandes r vom Draht.

(b) Welcher Strom muss durch einen zweiten Draht fließen, der sich parallel im Abstand $d = 20\mathrm{cm}$ unterhalb des ersten Drahtes befindet, damit er durch die Gravitationskraft nicht zu Boden fällt? (Die 1-dim Massendichte des unteren Drahtes beträgt $m_l = 0,2 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}}$)

Lösung

(a) Das Ampere'sche Gesetz lautet:
$$\mu_0 I = \int_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{s} \tag{22}$$
Aufgrund der Symmetrie kann das Magnetfeld nur vom Radius abhängen und geht in radiale Richtung ($\vec{B}(\vec{r}) = B(r)\vec{e}_r$). Damit ergibt sich für die rechte Seite des Ampere'schen Gesetzes:
$$\int_{\partial A} \vec{B} \cdot d\vec{s} = B(r) \int_{\partial A} \vec{e}_r \cdot d\vec{s} = B(r) 2\pi r \tag{23}$$
Man erhält schließlich für das Magnetfeld:
$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{24}$$
[1,5]

(b) Wir nehmen an, dass die Ströme in beiden Drähten parallel zueinander fließen. Für das B-Feld B_1 im Abstand von 20cm vom ersten Draht gilt:
$$B_1(d = 20\text{cm}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 80\text{A}}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-1}\text{m}} = 8 \cdot 10^{-5}\text{T} \tag{25}$$
[1]

Für die auf Draht 2 wirkende Kraft F_2 als Funktion des durch den Draht fließenden Stroms I_2 gilt:
$$F_2 = I_2 \cdot B_1 \cdot l \tag{26}$$
Für die auf Draht 2 wirkende Gravitationskraft F_G gilt:
$$F_G = m \cdot g \tag{27}$$
Gleichsetzen führt zu:
$$F_2 = F_G \tag{28}$$
$$I_2 \cdot B_1 \cdot l = m \cdot g \tag{29}$$
$$\Rightarrow I_2 = \frac{g}{B_1}\frac{m}{l} = \frac{9,81\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{8 \cdot 10^{-5}\text{T}} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}\frac{\text{kg}}{\text{m}} = 25\text{A} \tag{30}$$
Es muss also ein Strom von 25A fließen.

[1,5]

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Julia fliegt ins Weltall, wohingegen ihr Bruder Max auf der Erde zurückbleibt. Julia benötigt nach ihrer Uhr 4 Jahre für den Hinflug und 4 Jahre für den Rückflug (Die Umkehr sei instantan und alle Nebeneffekte wie Abbremsen etc. sind zu vernachlässigen).

(a) Wie lange braucht Julia nach der Uhr von Max, wenn das Raumschiff mit einer Geschwindigkeit von 0,6c im Bezug zur Erde unterwegs ist?

(b) Welche Entfernung von der Erde misst Max für den Umkehrpunkt von Julia? (Angabe in Lichtjahren)

(c) Zeichnen Sie ein Welt-Zeit-Diagramm (Minkowski-Diagramm) im Bezugssystem Erde über die Reise von Julia (Achsenbeschriftungen, Winkel, Werte).

(d) Max sendet jährlich Lichtsignale an Julia. Zeichnen Sie diese in das Diagramm mit ein.

(e) Lesen Sie aus dem gezeichneten Diagramm heraus, wie viele Lichtsignale Julia bis zu ihrem Umkehrpunkt erhält.

Lösung

(a) Im Folgenden werden wir Julias Bezugssystem als gestrichenes System behandeln.

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} \rightarrow \Delta t = \frac{t'}{\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2}} = \frac{8a}{\sqrt{1-0,6^2}} = 10a \tag{31}$$

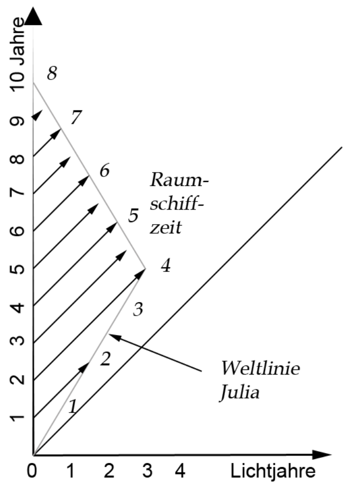
[**1**]

(b) Die Reisedauer bis zum Umkehrpunkt aus der Sicht von Max beträgt 5a (Hälfte der Gesamtreisedauer).

$$\Delta x = v \cdot \Delta t = 0,6c \cdot 5a = 3ly \tag{32}$$

[**1**]

(c) In dem Diagramm ist zu beachten, die Zeit und den Weg im Bezugssystem von Max anzuzeichnen. Die Steigung der Weltenlinie von Julia (lila) entspricht der Geschwindigkeit/c. In unserem Fall 0,6 und für die Rückkehr -0,6.überprüfen kann man also hier auch gleich seine Rechenschritte der vorherigen Aufgabenteile.



[**3**]

(d) Die Lichtsignale sind im obigen Diagramm mit eingezeichnet. Dabei ist die Gerade, die den Lichtweg beschreiben soll mit einer Steigung von 1 einzutragen (In einem Jahr legt das Licht auch ein Lichtjahr an Strecke zurück).

(e) Jedes erhaltene Signal ist im Diagramm ein Schnittpunkt zwischen Lichtsignal und Weltlinie von Julia. Aus dem Diagramm kann man also ablesen, dass Julia 2 Signale erhalten hat.

[**1**]

Konstanten

Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}\text{C V}^{-1}\text{m}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante:	$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}\text{kg m C}^{-2}$
Elementarladung:	$e = 1,60 \cdot 10^{-19}\text{C}$
Masse Elektron:	$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$
Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^{8}\text{m/s}$