Nachklausur in Experimentalphysik 1

Prof. Dr. C. Pfleiderer
Wintersemester 2014/15
31. März 2015

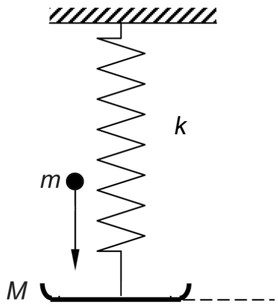
Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

An einer idealen Schraubenfeder (Federkonstante $k = 0,1\text{N/cm}$) hängt eine flache Waagschale (Masse $M = 100\text{g}$).



(a) Welche statische Auslenkung y_{stat} der Feder aus ihrer entspannten Lage bewirkt die angehängte Waagschale?

Auf die Waagschale lässt man aus der Höhe $H = 20\text{cm}$ über der Schale eine kleine Knetkugel (Masse $m = 20\text{g}$) fallen. Nach dem Aufprall bleibt die Kugel auf der Schale liegen.

(b) Welche Fallgeschwindigkeit v_{E} hat die Knetkugel unmittelbar vor dem Aufprall?

(c) Welche gemeinsame Geschwindigkeit u_0 haben Schale und Knetmasse unmittelbar nach dem Aufprall?

Nach dem Aufprall beobachtet man ungedämpfte harmonische Schwingungen des beschriebenen Systems.

(d) Welche Differentialgleichung beschreibt das System und welche Schwingungsdauer T_0 hat es?

Lösung

(a) Für ein lineares Kraftgesetz

$$F_{\text{ext}} = ky$$

ist die rücktreibende Kraft der Feder im Gleichgewicht mit der Gewichtskraft.

$$F_{\text{ext}} = F_{\text{G}} = mg$$

Für die statistische Ausrenkung aus der Ruhelage der entspannten Feder gilt also

$$mg = ky_{\text{stat}}$$

und damit

$$y_{\text{stat}} = \frac{mg}{k} = \frac{0,1\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2}{0,1\text{Ncm}^{-1}} = \frac{0,1\text{kg} \cdot 10\text{m/s}^2}{0,1\text{kgm/s}^2 \cdot (10^{-2}\text{m})^{-1}} = 10\text{cm}$$

[1]

(b) Die Geschwindigkeit der Knetkugel beim Aufprall ergibt sich aus dem Energiesatz . Dieser liefert für den Zeitpunkt des Loslassen

$$E_{\text{kin}}^{\text{A}}(H) = 0 \qquad E_{\text{pot}}^{\text{A}}(H) = mgH$$

$$E_{\text{kin}}^{\text{E}}(0) = \frac{1}{2}mv_{\text{E}}^2 \qquad E_{\text{pot}}^{\text{E}}(0) = 0$$

der Energieerhaltungssatz liefert also die Beziehung

$$mgH = \frac{1}{2}mv_{\text{E}}^2$$

und damit

$$v_{\text{E}} = 2\text{m/s}$$

[1,5]

(c) Die Aussage „die Knetkugel bleibt nach dem Stoß auf der Waagschale liegen“ bedeutet ein inelastischer Stoß vorliegt. Also

$$mv_{\text{E}} = (M+m)u_0$$

dabei ist u_0 die gemeinsame Anfangsgeschwindigkeit der beiden, aneinander haftenden, Körper unmittelbar nach Aufprall der Knetkugel. Damit wird

$$u_0 = \frac{m}{M+m}v_{\text{E}} = \frac{20\text{g}}{(100+20)\text{g}} \cdot 2\text{m/s} = 0,333\text{m/s}$$

[1,5]

(d) Die Differentialgleichung lautet

$$\ddot{y} = -\frac{k}{M+m}y + mg$$

Für Eigenkreisfrequenz ω_0 und Schwingungsdauer T_0 gelten die Beziehungen

$$\omega_0^2 = \frac{k}{M+m}$$

was mit $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ äquivalent ist zu

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,12\text{kg}}{0,1\text{kg/s}^2(10^{-2})^{-1}}} = 0,688\text{s}$$

[**2**]

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Auf einen Holzwürfel mit Volumen V und konstanter Dichte ρ_H, der in einer Flüssigkeit untergetaucht ist, wirkt neben der Schwerkraft F_G noch eine Auftriebskraft F_A.

(a) Erklären Sie in eigenen Worten, wie diese Kraft zustande kommt und geben Sie die Gleichung der Auftriebskraft F_A an.

(b) Was ändert sich, wenn der Würfel durch eine Holzkugel gleichen Volumens ersetzt wird?

(c) Welches Volumen geht in die Berechnung von F_A ein, wenn ein Körper nur teilweise eingetaucht ist?

(d) Der Holzklotz schwimmt in Wasser (Dichte $\rho_\text{W} = 10^3\text{kg/m}^3$). Dabei befinden sich 65% seines Volumens unter der Oberfläche. In Öl dagegen sind 90% seines Volumens untergetaucht. Wie groß sind dann die Dichte ρ_H des Holzes und die Dichte $\rho_\text{Öl}$ des Öls?

Lösung

(a) Von unten wirkt ein größerer Druck auf den Klotz als von oben, daher ergibt sich eine effektive Kraft nach oben. Es gilt:

$$F_\text{A} = \rho_\text{Fl} g V$$

wobei V das Volumen des Klotzes und ρ_Fl die Dichte der verdrängten Flüssigkeit ist.

[**1**]

(b) Überhaupt nichts. Die Auftriebskraft ist unabhängig von der geometrischen Form des Körpers.

[**0,5**]

(c) Es geht nur das tatsächlich eingetauchte Volumen ein.

[**0,5**]

(d) Es gilt

$$V_\text{H}\rho_\text{H} g = V_\text{W}\rho_\text{W} g = V_\text{O}\rho_\text{O} g$$

wobei V_H, $V_\text{W} = 0,65 V_\text{H}$ und $V_\text{O} = 0,9 V_\text{H}$ die Volumina des Klotzes, des verdrängten Wassers bzw. des verdrängten Öls und ρ_H, ρ_W und ρ_O die Dichten von Holz, Wasser bzw. Öl sind.

Also

$$
\begin{aligned}
V_\mathrm{H}\rho_\mathrm{H} &= 0,65 V_\mathrm{H}\rho_\mathrm{W} = 0,9 V_\mathrm{H}\rho_\mathrm{O} \\
\rho_\mathrm{O} &= \frac{0,65}{0,9}\rho_\mathrm{W} = 722\mathrm{kg/m}^3 \\
\rho_\mathrm{H} &= 0,9\rho_\mathrm{O} = 0,65\rho_\mathrm{W} = 650\mathrm{kg/m}^3
\end{aligned}
$$

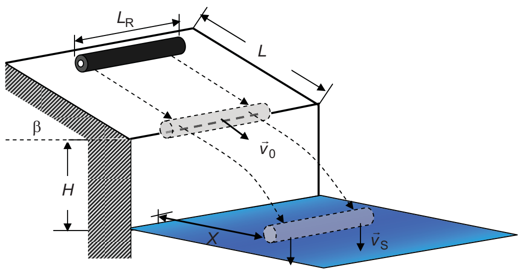
[**2**]

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Ein zylindrisches Aluminiumrohr beginnt aus der Ruhe mit horizontaler Achse eine schräge Rampe herabzurollen ohne dabei zu gleiten. Die Geometrie ist wie folgt

- Rampenlänge $L = 10\mathrm{m}$
- Mauerhöhe $H = 5\mathrm{m}$
- Neigung der Rampe gegen die Horizontale $\beta = 30°$
- Trägheitsmoment des Rohres $0,16\mathrm{kgm}^2$ (mr^2)
- Durchmesser der Rohres 20cm

Die Rampe schließt mit einer senkrechten Mauer ab, die aus einer Seeoberfläche herausragt.



(a) Bestimmen Sie den Betrag der Geschwindigkeit v_0, mit der das Rohr über das untere Rampenende hinausrollt.

(b) In welcher Entfernung X von der Mauer schlägt das Rohr auf die Wasseroberfläche auf?

Lösung

(a) Beim Abwärtsrollen nimmt die potenzielle Energie der Lage des Rohres ab und seine kinetische Energie der Translation und der Rotation zu.

Für den Anfangs- bzw. Endzustand auf der Höhe $h = L\sin\beta$ bzw. $h = 0$ gilt

$$
\begin{aligned}
E^\mathrm{Lage}_\mathrm{pot}(h) &= mgh & E^\mathrm{trans}_\mathrm{kin}(h) &= 0 & E^\mathrm{rot}_\mathrm{kin}(h) &= 0 \\
E^\mathrm{Lage}_\mathrm{pot}(0) &= 0 & E^\mathrm{trans}_\mathrm{kin}(0) &= \frac{1}{2}mv_0^2 & E^\mathrm{rot}_\mathrm{kin}(0) &= \frac{1}{2}J_\mathrm{S}\omega^2
\end{aligned}
$$

Der Energieerhaltungssatz liefert

$$mgL\sin\beta = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}J_\mathrm{S}\omega^2$$

Translationsbewegung und Rotationsbewegung sind über die Bedingung „rollen ohne zu gleiten“ eindeutig miteinander verkoppelt gemäß

$$v_0 = \omega R_\mathrm{a} = \omega\frac{D_\mathrm{a}}{2}$$

womit man die Beziehung

$$2gL\sin\beta = v_0^2 + \frac{J_\mathrm{S}}{m}\left(\frac{2v_0}{D_\mathrm{a}}\right)^2 = v_0^2 + \frac{J_\mathrm{S}}{mD_\mathrm{a}^2}4v_0^2 = v_0^2\left(1+\frac{4J_\mathrm{S}}{mD_\mathrm{a}^2}\right)$$

daraus ergibt sich

$$v_0^2 = \frac{2gL\sin\beta}{1+\frac{4J_\mathrm{S}}{mD_\mathrm{a}^2}} = \frac{2\cdot 9,81\mathrm{m/s^2}\cdot 10\mathrm{m}\cdot\ \sin 30^\circ}{1+\frac{4\cdot 0{,}16\mathrm{kgm^2}}{16{,}54\mathrm{kg}\cdot(0{,}2\mathrm{m})^2}} = 49,86\mathrm{m^2/s^2}$$

und

$$v_0 = 7,06\mathrm{m/s}$$

[**2**]

(b) Der Geschwindigkeitsvektor $\vec{v}$ bildet am Rampenende einen Winkel $\beta = 30^\circ$ mit der Horizontalen. Damit entsprechen die Bedingungen einem schiefen, also zweidimensionalen, Wurf im Schwerefeld der Erde. In waagrechter Richtung (x-Richtung nach rechts; Koordinatenursprung am Rampenende, also $s_{y,0} = 0$) bewegt sich das Rohr gleichförmig mit der Geschwindigkeit

$$v_{x,0} = v_0\cos\beta$$

In vertikaler Richtung (y-Richtung nach unten mit dem Koordinatenursprung am Rampenende, also $s_{y,0} = 0$) fällt das Rohr frei mit der Anfangsgeschwindigkeit

$$v_{y,0} = v_0\sin\beta$$

Die Bewegungsgleichungen der Kinematik ergeben mit dem gewählten Koordinatenursprung, den Koordinatenrichtungen und den Komponenten der Anfangsgeschwindigkeit

$$s_x(t) = (v_0\cos\beta)t \qquad\qquad s_y(t) = \frac{1}{2}gt^2 + (v_0\sin\beta)t$$

Die Fallzeit t_F von der Kante der Rampe bis zum Aufschlag auf der Wasseroberfläche erhält man aus der Bedingung, dass die Fallhöhe der Mauerhöhe entspricht, also

$$s_y(t_\mathrm{F}) = H$$

oder, eingesetzt in die Bedingungen für die y-Richtung

$$\frac{1}{2}gt_\mathrm{F}^2 + (v_0\sin\beta)t_\mathrm{F} = H$$

Die Lösung der quadratischen Gleichung ergibt

$$t_{\mathrm{F}1,2} = \frac{-v_0\sin\beta \pm \sqrt{v_0^2\sin^2\beta + 2gH}}{g}$$

Die negative Lösung ist physikalisch sinnlos, es bleibt die Lösung

$$
\begin{aligned}
t_{\mathrm{F}} &= \frac{-v_0 \sin\beta + \sqrt{v_0^2 \sin^2\beta + 2gH}}{g} = -\frac{v_0}{g}\sin\beta + \sqrt{\frac{v_0^2}{g^2}\sin^2\beta + \frac{2H}{g}} \\
&= -\frac{v_0}{g}\sin\beta + \frac{v_0}{g}\sin\beta\sqrt{1 + \frac{2gH}{v_0^2\sin^2\beta}} = \frac{v_0}{g}\sin\beta\left(\sqrt{1 + \frac{2gH}{v_0^2\sin^2\beta}} - 1\right) \\
&= \frac{7,06\mathrm{m}^{-1} \cdot \sin 30°}{9,81\mathrm{m/s}^2}\left(\sqrt{1 + \frac{2 \cdot 9,81\mathrm{m/s}^2 \cdot 5\mathrm{m}}{(7,06m/\mathrm{s})^2(\sin 30°)^2}} - 1\right) \\
&= 0,360\mathrm{s}(\sqrt{1+7,87} - 1) = 0,360\mathrm{s}(2,98 - 1) = 0,712\mathrm{s}
\end{aligned}
$$

Die Entfernung von der Mauer X bis zum Aufschlag erhält man durch Einsetzen dieser Fallzeit t_{F} in die Gleichung für die horizontale Bewegung:

$$s_x(t_{\mathrm{F}}) = X$$

damit erhält man

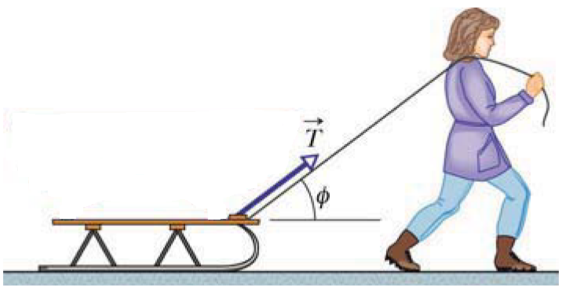
$$X = (v_0 \cos\beta)t_{\mathrm{F}} = 7,06\mathrm{m/s} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} \cdot 0,712\mathrm{s} = 4,35\mathrm{m}$$

[**4**]

Aufgabe 4 (3 Punkte)

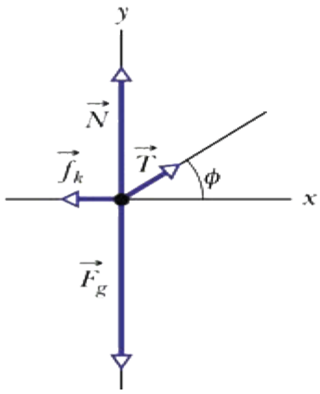
Eine Frau zieht mit konstanter Geschwindigkeit einen Schlitten mit einer Masse von 75kg auf einer Ebene. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Kufen und Schnee beträgt $\mu_{\mathrm{K}} = 0,1$, der Winkel $\phi = 42°$.

Wie groß ist die vom Seil auf den Schlitten ausgeübte Kraft $\vec{T}$ (das Seil greift im Schwerpunkt des Schlittens an)? Machen Sie eine Zeichnung der wirkenden Kräfte.



Lösung

[**1**]



Folgende Kräfte wirken auf den Schlitten. Da $\vec{a} = 0$,

$$\vec{T} + \vec{N} + \vec{F}_\mathrm{g} + \vec{F}_\mathrm{R} = 0$$

Komponentenweise bedeutet dies

$$\begin{aligned} T_x - F_R &= 0 \qquad \xRightarrow{F_\mathrm{R}=\mu_\mathrm{k}} T\cos\phi - \mu_\mathrm{k} N = 0 \\ T_y + N - F_\mathrm{g} = 0 \Rightarrow T\sin\phi + N - mg &= 0 \end{aligned}$$

Das resultierende 2×2-Gleichungssystem für die Unbekannten T und N wird für T durch

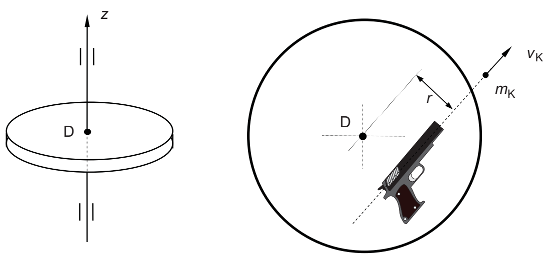
$$T = \frac{\mu_\mathrm{k} mg}{\cos\phi + \mu_\mathrm{k}\sin\phi} = 90,8\mathrm{N}$$

gelöst.

[**2**]

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Eine Scheibe kann sich reibungsfrei um ihre Achse drehen. Auf der Scheibe ist eine Pistole fest montiert. Das Massenträgheitsmoment von Scheibe und Pistole *ohne Kugel* bezüglich der



Drehachse hat den Wert $J_z = 0,02\mathrm{kgm}^2$.

Die Pistole wird bei ruhender Scheibe horizontal abgefeuert. Der senkrechte Abstand des Drehpunkts D von der Pistole ist $r = 5\mathrm{cm}$.

Die Pistolenkugel (Masse $m_\mathrm{K} = 6\mathrm{g}$) im Zeitintervall $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}$ beschleunigt; sie erreicht die Endgeschwindigkeit v_K.

Nach Abfeuern der Kugel stellt sich eine konstante Drehfrequenz von $0,5\mathrm{s}^{-1}$ ein.

(a) Berechnen Sie die konstante Winkelgeschwindigkeit ω der Scheibe.

(b) Welcher Erhaltungssatz gilt und welche Geschwindigkeit v_K erreicht die Pistolenkugel?

(c) Bestimmen Sie die mittlere Kraft $\overline{F}$, die während der Beschleunigung im Pistolenlauf auf die Kugel wirkt.

(d) Berechnen Sie für die Scheibe das mittlere Drehmoment $\overline{M}$ und die mittlere Winkelbeschleunigung $\overline{\alpha}$ für das Zeitintervall Δt.

Lösung

(a) die Winkelgeschwindigkeit ω der Scheibe bestimmt sich aus der Drehfrequenz f zu

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot \frac{1}{2}\mathrm{s}^{-1} = \pi\mathrm{s}^{-1}$$

[**1**]

(b) Der Drehimpuls der Kugel bezüglich des Drehpunkts D ist

$$\vec{L}_\mathrm{Kugel} = \vec{r} \times \vec{p}_\mathrm{K} = m_\mathrm{K}(\vec{r} \times \vec{v}_K)$$

Der Drehimpuls der Scheibe ist

$$\vec{L}_\mathrm{Scheibe} = J_\mathrm{Z}\vec{\omega}_\mathrm{Z}$$

Die Beträge der beiden Drehimpuls-Vektoren für Kugel und Scheibe müssen gleich sein

$$\left|\vec{L}_\mathrm{Kugel}\right| = \left|\vec{L}_\mathrm{Scheibe}\right|$$

Mit

$$\left|\vec{L}_\mathrm{Kugel}\right| = |m_\mathrm{K}(\vec{r} \times \vec{v}_\mathrm{K})| = m_\mathrm{K}|\vec{r}||\vec{v}_\mathrm{K}|\sin(\vec{r}, \vec{v}_\mathrm{K}) = m_\mathrm{K} r v_\mathrm{K}$$

und

$$\left|\vec{L}_\mathrm{Scheibe}\right| = J_\mathrm{Z}|\vec{\omega}_\mathrm{Z}| = J_\mathrm{Z}\omega_\mathrm{Z}$$

wird nach Gleichsetzen der Beträge

$$r m_\mathrm{K} v_\mathrm{K} = J_\mathrm{Z}\omega_\mathrm{Z}$$

daraus ergibt sich der Betrag der Geschwindigkeit der Kugel zu

$$v_\mathrm{K} = \frac{J_\mathrm{Z}\omega_\mathrm{Z}}{m_\mathrm{K} r} = \frac{2 \cdot 10^{-2}\mathrm{kgm}^2\pi\mathrm{s}^{-1}}{6 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot 5 \cdot 10^{-2}\mathrm{m}} = 209\mathrm{m/s}$$

[**4**]

(c) Hier gibt es zwei mögliche Lösungswege:

i) Nach Newton ist eine äußere Kraft auf einen Körper gleich der zeitlichen Änderung des Impulses des Körpers; also gilt für den Betrag der mittleren Kraft $\overline{F}$

$$\overline{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m_\mathrm{K} v_\mathrm{K}}{\Delta t} = \frac{6 \cdot 10^{-3}\mathrm{kg} \cdot 209\mathrm{m/s}}{2 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}} = 6,27 \cdot 10^3\mathrm{N}$$

ii) Eine konstante Kraft bewirkt nach Newton eine konstante Beschleunigung. Die mittlere Beschleunigung bestimmt sich nach den Definitionen der Kinematik zu

$$\overline{a} = \frac{\Delta v_\mathrm{K}}{\Delta t} = \frac{v_\mathrm{K} - 0}{\Delta t} = \frac{v_\mathrm{K}}{\Delta t}$$

Daraus erhält man die mittlere Kraft zu

$$\overline{F} = m\overline{a} = \frac{m_\mathrm{K} v_\mathrm{K}}{\Delta t} = 6,27 \cdot 10^3\mathrm{N}$$

[1,5]

(d) i) Mit der Definition der Mittleren Winkelbeschleunigung wird

$$\overline{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\pi\mathrm{s}^{-1}}{2 \cdot 10^{-4}\mathrm{s}} = \frac{\pi}{2} \cdot 10^4\mathrm{s}^{-2} = 1,57 \cdot 10^4\mathrm{s}^{-2}$$

Drehmomente bewirken nach Newton Winkelbeschleunigung gemäß

$$\overline{M} = J_\mathrm{Z}\overline{\alpha} = 2 \cdot 10^{-2}\overline{\alpha} = 2 \cdot 10^{-2}\mathrm{kgm}^2 \frac{\pi}{2} \cdot 10^4\mathrm{s}^{-2} = \pi \cdot 10^4\mathrm{s}^{-2} = \pi 10^2\mathrm{Nm} = 314\mathrm{Nm}$$

ii) Der Betrag eines Drehmoments ist definiert als

$$\vec{M} = |\vec{r}||\vec{F}| \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

weil $\vec{r} \perp F$ wird $\sin(\vec{r}, \vec{F}) = 1$ und man erhält

$$\overline{M} = r\overline{F} = 5 \cdot 10^{-2}\mathrm{m} \cdot 6,27 \cdot 10^{-3}\mathrm{N} = 314\mathrm{Nm}$$

Die mittlere Kraft ist die Rückstoßkraft der Kugel auf die Pistole. Drehmomente bewirken nach Newton Winkelbeschleunigung gemäß

$$\overline{M} = J_\mathrm{Z}\overline{\alpha}$$

oder äquivalent

$$\overline{\alpha} = \frac{\overline{M}}{J_\mathrm{Z}} = \frac{314\mathrm{Nm}}{2 \cdot 10^{-2}\mathrm{kgm}^2} = 1,57 \cdot 10^4\mathrm{s}^{-2}$$

[1,5]

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Ein Wagen (Leergewicht $M = 500\mathrm{g}$) bewegt sich reibungsfrei auf einer Ebene mit der Geschwindigkeit $v_0 = 10\mathrm{m/s}$ in x-Richtung. Auf dem Wagen ist eine nach oben offene Wanne mit der Grundfläche $A = 6\mathrm{m}^2$ befestigt. Plötzlich, zur Zeit $t = 0$, setzt Regen mit der Stärke von 180 Litern pro Stunde und pro Quadratmeter ein.

(a) Stellen Sie die Geschwindigkeit des Wagens als Funktion der Zeit auf? (Hinweis: Welchen Erhaltungssatz können sie anwenden?)

(b) Kommt der Wagen innerhalb einer endlichen Strecke zum Stehen? Begründen Sie.

(c) Welche Kraft muss aufgebracht werden, um die Geschwindigkeit des Wagens konstant auf dem Wert v_0 zu halten?

Lösung

(a) Anwendbar ist der Impulserhaltungssatz, nicht aber die Energieerhaltung, da ein inelastischer Stoß vorliegt. Zu beachten ist, dass für den Impuls p gilt: $p = m(t)v(t) = \text{const.}$. Es gilt

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 180\frac{\text{L}}{\text{hm}^2}6\text{m}^2\frac{1}{3600}\text{h/s}\cdot 10^{-3}\text{m}^3/\text{L}\cdot 10^3\text{kg/m}^3 = 0,3\text{kg/s}$$

womit

$$m(t) = 0,5\text{kg} + 0,3\text{kg/s}\cdot t$$

folgt. Der Impuls zu Beginn ist $m_0 v_0 = 0,5\text{kg}\cdot 10\text{m/s}$. Also gilt

$$v(t) = \frac{m_0 v_0}{m(t)} = 5\text{kg/s}\frac{1}{0,5\text{kg} + 0,3\text{kg/s}\cdot t} = \frac{5\text{m}}{0,5\text{s} + 0,3\cdot t}$$

[**2**]

(b) Die Geschwindigkeit wird nie Null, da $v(t) \propto \frac{1}{t}$. Alternativ: Die zurückgelegte Strecke ist

$$s(t) = 10\text{m/s}\int \frac{1}{1 + 0,6\text{s}^{-1}\cdot t}\,\text{d}t = \frac{10}{0.6}\text{m}\ln(1 + 0,6\text{s}^{-1}\cdot t)$$

Der Wagen kommt also nicht zum Stehen, da $\ln(x)$ für große x unbeschränkt ist.

[**1**]

(c) Hier gilt

$$F = \frac{\partial p}{\partial t} = v\frac{\partial m}{\partial t} = 10\text{m/s}\cdot 0,3\text{kg/s} = 3\text{N}$$

[**1**]

Aufgabe 7 (2 Punkte)

Ein Geschoß fliegt mit der Geschwindigkeit $v = 680\text{m/s}$ im Abstand $s = 5\text{m}$ an einer Person vorbei. Wie weit ist das Geschoß von der Person in dem Zeitpunkt entfernt, in dem diese es erstmals hört? (Schallgeschwindigkeit: 340m/s)

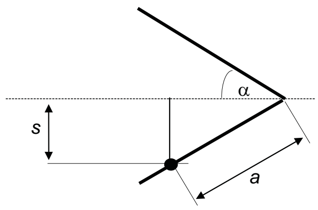
Lösung

Für den Öffnungswinkel des Schallkegels ist

$$\sin\alpha = \frac{c}{v} = \frac{340\text{m/s}}{680\text{m/s}} = \frac{1}{2}$$

Für den Abstand zum Geschoß im Zeitpunkt des Hörens gilt

$$a = \frac{s}{\sin\alpha} = 10\text{m}$$



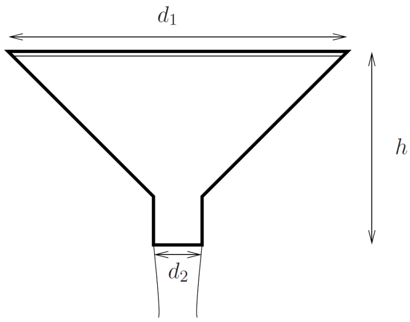
[**2**]

Aufgabe 8 (3 Punkte)

In einem Trichter wird die Höhe h=11.5cm einer idealen Flüssigkeit oberhalb der Trichteröffnung durch vorsichtiges Nachgießen konstant gehalten. Der Flüssigkeitsspiegel hat den Durchmesser d_1 =10cm, die Trichteröffnung den Durchmesser d_2 =6mm. Mit welcher Geschwindigkeit strömt die Flüssigkeit aus dem Trichter?

Hinweis: Verwenden Sie die Bernoulli-Gleichung und die Kontinuitätsgleichung.

Lösung:



Es gilt die Bernoulli-Gleichung

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 + \rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2 \tag{1}$$

An der Oberfläche des Trichters herrscht Atmosphärendruck, also $p_1 = p_0$, ebenso im austretenden Wasserstrahl, also $p_2 = p_0$. Daher:

[**1**]

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \tag{2}$$

Weiterhin gilt die Kontinuitätsgleichung

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \tag{3}$$

also

$$v_1 = v_2 \frac{A_2}{A_1} \tag{4}$$

[**1**]

Zusammen mit der Bernoulli-Gleichung sind dies zwei Gleichungen für die zwei Unbekannten v_1 und v_2. Elimination von v_1 ergibt:

$$v_2^2 = \frac{2gh}{1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}} = \frac{2gh}{1 - \frac{d_2^4}{d_1^4}} \tag{5}$$

Einsetzen der gegebenen Werte liefert die Geschwindigkeit des Wasserstrahls:

$$v_2 = 1.5 \mathrm{m/s} \tag{6}$$

[**1**]