Nachklausur zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. S. Schönert
Wintersemester 2014/2015
10. April 2015

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe A (8 Punkte)

(a) Welche Eigenschaft lässt Gegenstände farbig erscheinen?

(b) Was sind die zwei Voraussetzungen innerhalb des Materials für die Funktion eines Lasers?

(c) Tritt der Photoeffekt ober- oder unterhalb der Grenzwellenlänge auf?

(d) Welche Eigenschaft muss das Licht erfüllen, damit Interferenz auftritt (z.B. an einem Doppelspalt)?

(e) Warum reflektieren Metalle sichtbares Licht?

(f) Nennen Sie 2 Linsenfehler.

(g) Wie entspiegelt man Oberflächen (z.B. Brillen)? Geben sie den physikalischen Effekt und die Eigenschaft des Materials an.

(h) Aus welchen Bestandteilen besteht eine moderne 3D Brille bei der man ohne Probleme den Kopf neigen kann?

(i) Nennen Sie zwei Möglichkeiten, wie Sie aus einer Punktlichtquelle ein paralleles Strahlenbündel machen können.

(j) Wie kann man mit Hilfe von Optik Spannungen in einem Werkstück sichtbar machen (physikalischer Effekt und verwendetes Licht)?

Lösung

(a) Reflektion des Anteils des Lichtes mit der bestimmten Farbeo der Absorbtion aller anderen Anteile.

[0,5]

(b) min. 3-Niveau-System, Besetzungsinversion

[1]

(c) Unterhalb der Grenzwellenlänge

[0,5]

(d) Zeitl. bzw. räuml. Kohärenz

[0,5]

(e) Leitend. Rückstellkraft der Elektronen ist fast null. Plasmafrequenz im UV-Bereich.

[1]

(f) Chromatische Abberation, Tonnenverzerrung, Kofferverzerrung, Koma, sphärische Aberration,

[1]

(g) Antireflexbeschichtung. Der Brechungsindex der Beschichtung muss sich zwischen den beiden begrenzenden Schichten befinden. Die Dicke wird so gewählt, dass destruktive Interferenz auftritt.

[1]

(h) Einem $\lambda/4$ Plättchen und einem linearen Polarisationsfilter

[1]

(i) Parabolspiegel, Konvexe Linse, weit von der Lichtquelle entfernt sein

[1]

(j) Spannungsinduzierte Doppelbrechung, polarisiertes Licht

[1]

Aufgabe 1 (4 Punkte)

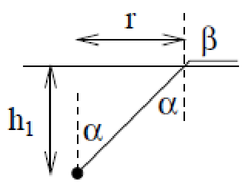
Ein Taucher befindet sich 10 m unter Wasser ($n_{\text{Wasser}} = 1,33$). In 50 m Entfernung befindet ein Leuchtturm der Höhe h.

(a) Welchen Durchmesser hat der Kreis, durch den der Taucher den Himmel sehen kann?

(b) Der Taucher sieht die Spitze des Leuchtturms unter dem Winkel $\alpha = 30°$. Berechnen Sie die Höhe h des Leuchtturms!

Lösung

(a) Der Totalreflexionswinkel ist der maximale Winkel, unter dem Licht von „außen“ den Taucher erreicht.



$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Wasser}}}$$

Totalreflexion : $\sin\beta = 1$

$$\sin\alpha = \frac{1}{n_{\text{Wasser}}} = \frac{1}{1,33} = 0,75 \rightarrow \alpha = 48,75°$$

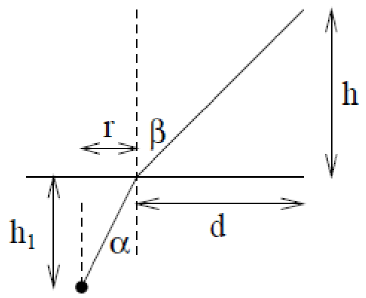
Der Radius r des Kreises, durch den der Taucher den Himmel sieht ist

$$r = h_1 \cdot \tan\alpha = 10 \text{ m} \cdot \tan 48,75° = 11,4 \text{ m}$$

Der Durchmesser ist dann $d = 2 \cdot r = 22,8$ m.

[1,5]

(b) Folgende Beziehungen gelten:



$$\begin{aligned}
&r = h_1 \cdot \tan\alpha = 10 \text{ m} \cdot \tan 30° = 5,77 \text{ m}\\
&r + d = 50 \text{ m} \rightarrow d = 50 \text{ m} - r = 44,23 \text{ m}\\
&\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_{\text{Wasser}}}{n_{\text{Luft}}} = 1,33\\
&\rightarrow \sin\beta = 1,33 \cdot \sin 30° = 0,665 \rightarrow \beta = 41,68°\\
&d = h \cdot \tan\beta\\
&\rightarrow h = \frac{d}{\tan\beta} = \frac{44,23 \text{ m}}{\tan 41,68°} = 49,67 \text{ m}
\end{aligned}$$

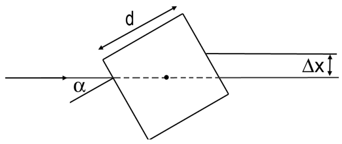
[2,5]

Aufgabe 2 (4 Punkte)

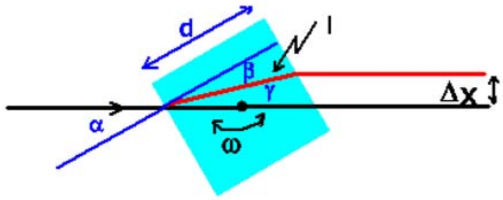
Ein Lichtstrahl fällt auf einen rotierenden Glaswürfel von 1cm Kantenlänge. Der Lichtstrahl wird durch die Brechung im Glas je nach Stellung des Würfels um einen Betrag Δx gegenüber seiner ursprünglichen Richtung versetzt wenn er hinten wieder austritt (Brechungsindex von Glas: $n_{\text{Glas}} = 1,5$)

(a) Wie groß wird Δx maximal?

(b) Beschreiben Sie mathematisch die Funktion von Δx hinter dem Würfel, wenn der Würfel mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω rotiert.



Lösung



In der Zeichnung sieht man die Zusammenhänge

$$\gamma = \alpha - \beta \qquad l = \frac{d}{\cos\beta} \qquad \Delta x = l \sin\gamma$$

Außerdem gilt das Brechungsgesetz $\sin\alpha = n\sin\beta$, daher auch

$$\sin\beta = \frac{1}{n}\sin\alpha \qquad \cos\beta = \sqrt{1-\sin^2\beta} = \frac{1}{n}\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}$$

Hieraus folgt der Reihe nach für die Abweichung Δx

$$\Delta x = d\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\beta} = d\frac{\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta}{\cos\beta} = d\left(\sin\alpha - \frac{\cos\alpha\sin\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)$$
$$= d\sin\alpha\left(1 - \frac{\cos\alpha}{\sqrt{n^2-\sin^2\alpha}}\right)$$

(a) Die Abweichung Δx verschwindet für $\alpha = 0$, d.h. für senkrechten Einfall auf die Vorderfläche. Für den Winkel α gilt $\alpha \in [-45°, 45°]$, wobei das Vorzeichen wechselt, sobald der Lichtstrahl an der Kante des Würfels auftritt. Die maximale Ausrenkung erhält man also für $\pm 45°$. Man erhält

$$|\Delta x_{\max}| = 0{,}33\text{cm}$$

[2,5]

(b) Zur Diskussion der Strahlauslenkung bei Rotation des Würfels mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω setzen wir $\alpha = \omega t$. Wie in der ersten Teilaufgabe diskutiert, wechselt die Ablenkung Δx bei $\alpha = \pm 45°$ das Vorzeichen, daher schreiben wir

$$\Delta x = \begin{cases} -d\sin(\omega t)\left(1 - \frac{\cos(\omega t)}{\sqrt{n^2-\sin^2(\omega t)}}\right) & \alpha \in (-45°, 0) \\ d\sin(\omega t)\left(1 - \frac{\cos(\omega t)}{\sqrt{n^2-\sin^2(\omega t)}}\right) & \alpha \in (0, 45°) \end{cases}$$

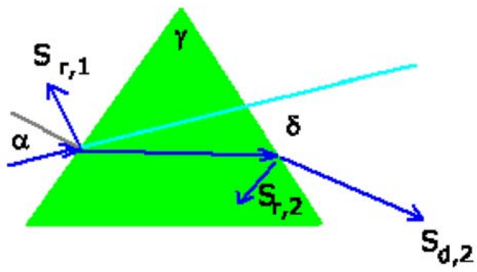
[1,5]

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Unpolarisierte Licht werde durch ein Prisma gelenkt. Dabei entstehen an beiden brechenden Flächen reflektierte Strahlen. Das Prismenmaterial sei Glas mit dem Brechungsindex von $1,5$.

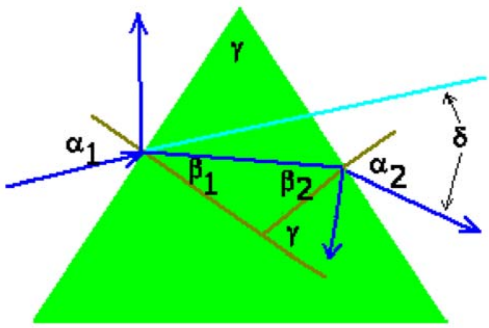
(a) Wie groß müssen Sie den Einfallswinkel α_1 und den Öffnungswinkel γ des Prismas wählen, damit die beiden reflektierten Strahlen $S_{\mathrm{r},1}$ und $S_{\mathrm{r},2}$ vollständig polarisiert sind?

(b) Wie groß ist unter den Bedingungen der ersten Teilaufgabe der totale Ablenkwinkel δ des durchgehenden Strahls $S_{\mathrm{d},2}$?



Lösung

Der reflektierte Strahl ist total polarisiert, falls der einfallende Strahl unter dem Brewster-Winkel einfällt. Mit den Bezeichnungen der Abbildung gilt dann



$$\tan(\alpha_1) = \frac{n}{n_0} = n \qquad\qquad \tan(\beta_2) = \frac{n_0}{n} = \frac{1}{n}$$

[1]

wobei der Brechungsindex der umgebenden Luft 1 gesetzt wurde. Mit Hilfe trigonometrischer Umrechnungformeln kann dies auch geschrieben werden als

$$\sin(\alpha_1) = \frac{\tan(\alpha_1)}{\sqrt{1+\tan^2(\alpha_1)}} = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$$
$$\sin(\beta_2) = \frac{\tan(\beta_2)}{\sqrt{1+\tan^2(\beta_2)}} = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$$

Außerdem gilt an der ersten brechenden Fläche das Brechungsgesetz

$$\sin(\alpha_1) = n\sin(\beta_1)$$

Daher gilt auch

$$\sin(\alpha_1) = \frac{n}{\sqrt{1+n^2}} = n\sin(\beta_2) = n\sin(\beta_1).$$

Die Bedingung, dass beide reflektierten Strahlen total polarisiert sind, kann also nur im Fall symmetrischen Strahlendurchgangs ($\beta_1 = \beta_2$) erreicht werden. Mit Hilfe der allgemeinen trigonometrischen Formeln

$$\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}\right) = \arctan\left(\frac{1}{n}\right) \qquad \arcsin\left(\frac{n}{\sqrt{1+n^2}}\right) = \arctan(n)$$

[2]

ergeben sich mit $n = 1,5$ die folgenden Zahlenwerte:

$$\alpha_1 = \arctan(n) = 56,3^\circ$$
$$\gamma = \beta_1 + \beta_2 = 2\beta_2 = 2\arctan\left(\frac{1}{n}\right) = 67,4^\circ$$
$$\delta = 2(\alpha_1 - \beta_2) = 2\left(\arctan(n) - \arctan\left(\frac{1}{n}\right)\right) = 45,2^\circ$$

[2]

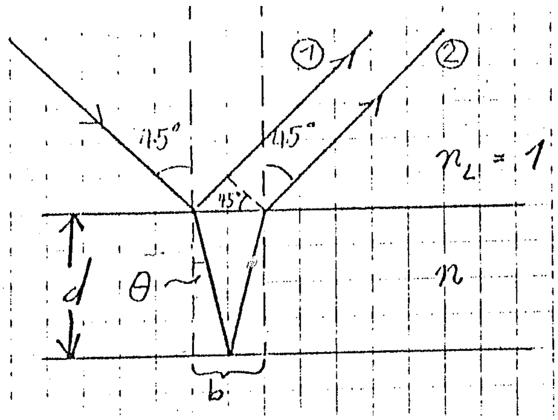
Aufgabe 4 (3 Punkte)

Weißes Licht fällt unter einem Winkel von 45° auf eine Seifenblase ($n = 1,33$). Im reflektierten Licht beobachtet man Farben bis zu einer maximalen Wellenlänge $\lambda = 0,6\mu$m (gelbe Farbe). Bestimmen Sie die Dicke der Seifenblase. Illustrieren sie mit einer Skizze.

Lösung

Betrachte zuerst Strahl 1. Für diesen gilt

$$\Delta_1 = b\sin 45^\circ + \frac{\lambda}{2}$$
$$= 2d\tan\theta\sin 45^\circ + \frac{\lambda}{2}.$$



Für den zweiten Strahl erhält man

$$\Delta_2 = 2nd\cos^{-1}\theta,$$

[1]

womit der optische Wegunterschied

$$\Delta = \frac{2nd}{\cos\theta} - 2d\frac{\sin\theta}{\cos\theta}\sin 45° - \frac{\lambda}{2}$$

Benutze nun, dass $n\sin\theta = \sin 45°$

$$= \frac{2nd}{\cos\theta} - \frac{2nd\sin^2\theta}{\cos\theta} - \frac{\lambda}{2} = \frac{2nd}{\cos\theta}(1-\sin^2\theta) - \frac{\lambda}{2}$$
$$= 2nd\cos\theta - \frac{\lambda}{2}$$

Die konstruktive Interferenz ist $\Delta = k\lambda, \quad k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$, womit

$$2nd\cos\theta = \frac{\lambda}{2}(2k+1)$$
$$\lambda_{\max} = 4nd\cos\theta$$

[1]

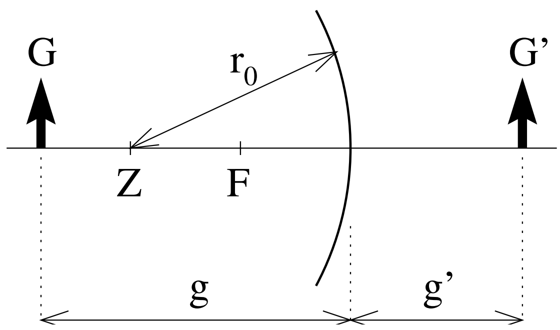
wobei das Maximum für $k = 0$ angenommen wird. Einsetzen der Werte ergibt $\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 45°}{n^2}} = 0,847$ und $\lambda_{\max} = 0,6\mu$m. Damit

$$d = 0,13\mu\text{m}$$

[1]

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Betrachten Sie den gezeigten sphärischen Spiegel mit dem Krümmungsradius r_0.



(a) Konstruieren Sie in der Näherung achsennaher Strahlen das Bild des Gegenstandes G (bzw. G') für die folgenden Fälle: Der Gegenstand befindet sich auf der linken Seite des Spiegels im Abstand

I) $g = 2 \cdot r_0$

II) $g = r_0$

III) $g = \frac{r_0}{2}$

IV) $g = \frac{r_0}{4}$

bzw. auf der rechten Seite des Spiegels im Abstand

V) $g' = r_0$

Hinweis: Zeichnen Sie sauber und ohne Lupe lesbar.

(b) Geben sie für die Fälle aus der ersten Teilaufgabe den Abbildungsmaßstab an, und entscheiden Sie, ob es sich um ein reelles oder ein virtuelles Bild handelt.

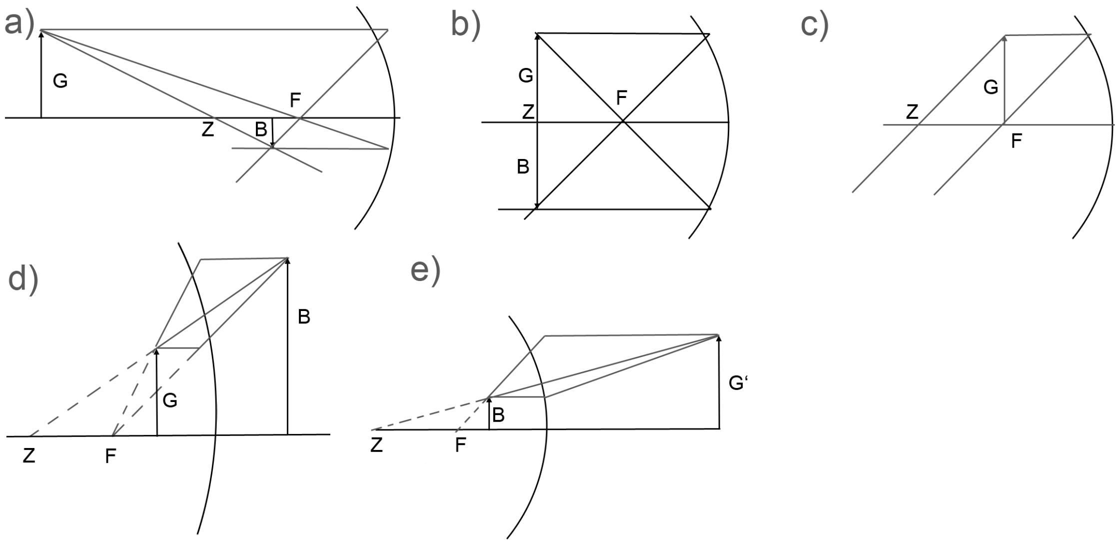
Lösung

I) Es gilt

$$
\begin{aligned}
g &= 2r_0 \\
\frac{1}{g} + \frac{1}{b} &= \frac{2}{r_0} \\
\frac{1}{2r_0} + \frac{1}{b} &= \frac{2}{r_0} \\
\frac{1}{b} &= \frac{4}{2r_0} - \frac{1}{2r_0} = \frac{3}{2r_0}
\end{aligned}
$$

Daher $b = \frac{2}{3} r_0$. Der Abbildungsmaßstab ist $m = \frac{g}{b} = \frac{2r_0}{\frac{2}{3}r_0} = 3 : 1$. Das Bild ist reell.

[1,5]



II) Es gilt

$$
\begin{aligned}
g &= r_0 \\
\frac{1}{r_0} + \frac{1}{b} &= \frac{2}{r_0}
\end{aligned}
$$

Daher $b = r_0$. Der Abbildungsmaßstab ist $m = \frac{g}{b} = \frac{r_0}{r_0} = 1 : 1$. Das Bild ist reell.

[1,5]

III) Es gilt

$$
\begin{aligned}
g &= \frac{r_0}{2} = f \\
\frac{1}{f} + \frac{1}{b} &= \frac{1}{f}
\end{aligned}
$$

Daher $b \to \infty$.

[1,5]

IV) Es gilt

$$
\begin{aligned}
g &= \frac{r_0}{4} \\
\frac{1}{b} &= \frac{2}{r_0} - \frac{4}{r_0} = -\frac{2}{r_0}
\end{aligned}
$$

Daher $b = -\frac{r_0}{2}$. Der Abbildungsmaßstab ist $m = -1 : 2$. Das Bild ist virtuell.

[1,5]

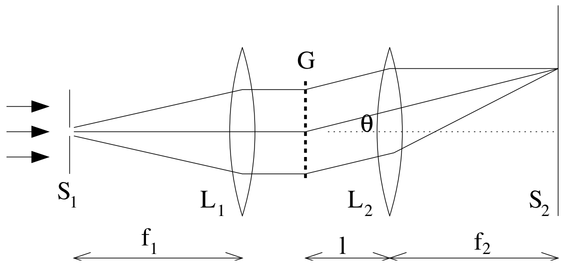
V) Es gilt

$$g' = r_0$$
$$\frac{1}{g'} + \frac{1}{b'} = -\frac{2}{r_0}$$

Daher $b' = -\frac{r_0}{3}$. Der Abbildungsmaßstab ist $m = -3 : 1$. Das Bild ist virtuell.

[1,5]

Aufgabe 6 (5 Punkte)



Bei einem Gitterspektrometer beleuchtet grünes Licht von links den Eintrittsspalt S_1, der sich im Brennpunkt der Linse L_1 befindet. Das nach der Linse parallele Licht trifft senkrecht auf ein Beugungsgitter G (Linienabstand $d = 10\mu$m, Größe 10cm · 10cm, Anzahl der Striche N) und leuchtet dieses vollständig aus. Für die Hauptmaxima des gebeugten Lichtes gilt dabei

$$d \cdot \sin\theta = \pm n \cdot \lambda, \quad n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

und für die Minima

$$d \cdot \sin\theta = \pm\frac{m}{N} \cdot \lambda \pm n \cdot \lambda, \quad m \in \{1, 2, \ldots, N-1\}$$

Eine zweite Linse L_2 mit der Brennweite $f_2 = 1$m im Abstand $l = 5$cm hinter dem Gitter bildet das Beugungsbild auf den Schirm S_2 ab.

(a) Wie groß ist der Abstand zweier Spaltbilder S(λ_1) und S(λ_2) auf dem Schirm für $\lambda_1 =$ 500nm und $\lambda_2 = 501$nm in der ersten Beugungsordnung?

(b) Lassen sich die beiden Wellenlängen in erster Beugungsordnung noch trennen? (Zwei Wellenlängen sind dann noch trennbar, wenn das Maximum der einen Wellenlänge in das erste Minimum der zweiten Wellenlänge fällt)

(c) Wie groß ist der Abstand der Minima $m = +1$ und $m = -1$ der n-ten Beugungsordnung?

Lösung

(a) Für kleine Winkel θ ist $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$. Daher ist

$$\begin{aligned} x_1 &= (l+f_2)\tan\theta \\ \Delta x &= (l+f_2)(\tan\theta_1 - \theta_2) \\ &\propto (l+f_2)(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) \\ &= (l+f_2)\left(\frac{n\lambda_2}{d} - \frac{n\lambda_1}{d}\right) \\ &= n\left(\frac{l+f_2}{d}\right)(\lambda_2 - \lambda_1). \end{aligned}$$

Wird $n = 1$, $\lambda_2 = 501\text{nm}$ und $\lambda_1 = 500\text{nm}$, $l + f_2 = 1,05\text{m}$, $d = 10^{-5}\text{m}$ und

$$\Delta x = \frac{1,05\text{m}}{10^{-5}\text{m}} 10^{-9}\text{m} = 105\mu\text{m}$$

[2]

(b) Der Abstand zwischen Maximum und erstem Minimum ist

$$\begin{aligned} \Delta x &= (l+f_2)(\tan\theta_{\max} - \tan\theta_{\min}) \\ &\approx (l+f_2)\left(\frac{m}{Nd}\lambda\right) \end{aligned}$$

$N = \frac{0,1\text{m}}{10^{-5}\text{m}} = 10^4$

$$\begin{aligned} &= 1,05\text{m}\left(\frac{1}{10^4 10^{-5}} \cdot 5 \cdot 10^{-7}\text{m}\right) \\ &= 5,25\mu\text{m} \end{aligned}$$

was wesentlich kleiner ist als der Abstand der Maxima. Daher lassen sich 500nm und 501nm leicht trennen.

[2]

(c) Hier gilt

$$\Delta = 2\Delta x = 10,5\mu\text{m}$$

[1]

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Die Wellenlänge eines einfallenden Lichtquants sei $0,03$Å. Das Lichtquant wird an einem ruhenden Elektron elastisch gestreut. Wie groß ist die de-Broglie-Wellenlänge des Rückstoß-Elektrons, wenn das Lichtquant unter einem Winkel von $90°$ gestreut wird?

Lösung

Wir rechnen zunächst die Energie des Rückstoß-Elektrons aus. Der Energiesatz lautet

$$E_\gamma = E'_\gamma + E_\mathrm{e} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + E_\mathrm{e}$$

Aus der Formel für die Compton-Streuung erhalten wir

$$\lambda' - \lambda = 2\lambda_\mathrm{C} \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 2\lambda_\mathrm{C}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 2\lambda_\mathrm{C}\frac{2}{4} = \lambda_\mathrm{C}$$

[1,5]

Die Energie des Elektrons ist dann

$$E_\mathrm{e} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda + \lambda_\mathrm{C}} = 1240\mathrm{eVnm}\left(\frac{1}{0,003\mathrm{nm}} - \frac{1}{0,003\mathrm{nm} + 0,00243\mathrm{nm}}\right) = 185 \cdot 10^3\mathrm{eV}$$

[1]

Wir müssen also relativistisch weiterrechnen. Aus

$$E_\mathrm{ges} = E_\mathrm{e} + m_\mathrm{e}c^2 = \sqrt{p^2c^2 + m_\mathrm{e}^2c^4}$$

folgt

$$pc = \frac{hc}{\lambda_\mathrm{e}} = \sqrt{E_\mathrm{e}(E_\mathrm{e} + 2m_\mathrm{e}c^2)}$$

und daher

$$\lambda_\mathrm{e} = \frac{hc}{\sqrt{E_\mathrm{e}(E_\mathrm{e} + 2m_\mathrm{e}c^2)}} = 2,62\mathrm{pm}$$

[1,5]

Konstanten

Elementarladung:	$e = 1.60 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$
Planck'sche Konstante:	$h = 6.63 \cdot 10^{-34}\mathrm{Js}$
Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^8\mathrm{ms}^{-1}$
Elektronenruhemasse:	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$
$\sin(a \pm b) = \sin a \cos b \pm \cos a \sin b$	