Probeklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. W. Henning, Prof. Dr. L. Fabbietti

Sommersemester 2012

11. Juni 2012

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

(a) Definieren Sie den Begriff des 'stationären Zustandes' in der Quantenmechanik und erklären Sie daraus den Unterschied zwischen der zeitabhängigen und der zeitunabhängigen Schrödingergleichung. *Hinweis*: Gehen Sie von der eindimensionalen, radialen Schrödingergleichung aus.

Lösung:

Ein stationärer Zustand ist ein Zustand, in dem die Wellenfunktion faktorisiert werden kann:

$$\psi(x,t) = u(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \tag{1}$$

d.h. das Beitragsquadrat (und damit die Wahrscheinlichkeitsdichte) ist unabhängig von t.

[**1**]

Die vollständige Schrödingergleichung lautet:

$$-\left(\frac{h^2}{2m}\right)\nabla^2\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \tag{2}$$

Setzt man den Ausdruck für den stationären Zustand ein, wird die rechte Seite zu $E\psi$ und resultiert in der zeitunabhängigen Schrödingergleichung. Die zeitabhängige Schrödingergleichung erlaubt eine Überlagerung von Lösungen, die zeitunabhängige nicht, da jeder Zustand eine eigene Energie hat: Jeder Zustand löst eine andere zeitunabhängige Gleichung.

[**1**]

(b) Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Wellenfunktion eines Teilchens gegeben durch

$$\psi(x) = (u_1(x) + u_2(x))\,/\sqrt{2} \tag{3}$$

Hier sind $u_1(x)$ und $u_2(x)$ zwei komplexe Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens zu einem späteren Zeitpunkt t.

Lösung:

Bei einer Überlagerung wie

$$\frac{u_1(x) + u_2(x)}{\sqrt{2}} \tag{4}$$

ist klar, dass es sich um die $t = 0-$Form der zeitabhängigen Überlagerung

$$\frac{\psi_1(x,t) + \psi_2(x,t)}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

[**1**]

handelt. Zu einem späteren Zeitpunkt ist also die vollständige Form für ψ:

$$\psi = \left(u_1(x)e^{\left(-\frac{iE_1 t}{\hbar}\right)} + u_2(x)e^{\left(-\frac{iE_2 t}{\hbar}\right)}\right)/\sqrt{2} \tag{6}$$

so dass

$$\begin{aligned}
|\psi|^2 &= \frac{(u_1 e^{-iE_1 t/\hbar} + u_2 e^{-iE_2 t/\hbar})}{\sqrt{2}} \cdot \frac{(u_1^* e^{+iE_1 t/\hbar} + u_2^* e^{+iE_2 t/\hbar})}{\sqrt{2}} && (7)\\
&= \frac{1}{2}\left(|u_1|^2 + |u_2|^2 + u_2 u_1^* e^{\frac{it(E_1 - E_2)}{\hbar}} + u_1 u_2^* e^{\frac{-it(E_1 - E_2)}{\hbar}}\right) && (8)\\
&= \frac{1}{2}\left(|u_1|^2 + |u_2|^2 + 2Re\left(|u_1 u_2^*|\, e^{i\phi} e^{\frac{it(E_2 - E_1)}{\hbar}}\right)\right) && (9)\\
&= \frac{|u_1|^2}{2} + \frac{|u_2|^2}{2} + |u_1 u_2^*| \cos\left(\frac{(E_1 - E_2)t}{\hbar} + \phi\right) && (10)
\end{aligned}$$

Das heißt, dass die Wahrscheinlichkeit oszilliert. Quanteninterferenz verändert die Wahrscheinlichkeitsdichte als eine Funktion der Zeit.

[**2**]

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Der Zustand eines Teilchens lässt sich durch die folgende Wellenfunktion darstellen:

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -b \\ A & \text{für } -b \leq x \leq 3b \\ 0 & \text{für } x > 3b \end{cases} \tag{11}$$

(a) Finden Sie A indem sie die Normalisierungsbedinung nutzen.

Hinweis: Die Phasenkonvention darf so gewählt werden, dass A real ist.

Lösung:

Die Normalisierungsbedingung fordert, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \, dx = 1 \tag{12}$$

In diesem Fall heißt das also, dass

$$\int_{-b}^{3b} |A|^2 \, dx = 1 = 4b \, |A|^2 \tag{13}$$

und damit ist

$$A = \frac{1}{2\sqrt{b}} \tag{14}$$

[**1**]

(b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall $[0, b]$ zu finden.

Lösung:

Die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall $[0, b]$ zu finden, beträgt:

$$\int_{0}^{b} |\psi|^2 \, dx = \int_{0}^{b} \frac{1}{4b} dx = \frac{1}{4} \tag{15}$$

[**1**]

(c) Berechnen Sie für diesen Zustand den Erwartungswerte $\langle x \rangle$.

Lösung:

Der Erwartungswert ist:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x \, |\psi|^2 \, dx = \int_{-b}^{3b} x \frac{1}{4b} dx = b \tag{16}$$

[**1**]

(d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte im Impulsraum.

Lösung:

Die Impulswellenfunktion $\phi(p)$ ist im Wesentlichen die Fourier-Transformierte der Ortswellenfunktion

$$\phi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi(x) e^{-ipx/\hbar} \tag{17}$$

In diesem Fall wird $\phi(p)$ zu

$$\phi(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} \int_{-b}^{3b} dx A e^{-ipx/\hbar} \tag{18}$$

[**1**]

Dieses Integral berechnet sich zu:

$$\phi(p) = \frac{i\hbar A}{\sqrt{2\pi\hbar} p} \left[e^{-ipx/\hbar} \right]_{-b}^{3b} = \frac{iA}{p} \sqrt{\frac{\hbar}{2\pi}} \left[e^{-3ipb/\hbar} - e^{ipb/\hbar} \right] = \tag{19}$$

$$\frac{2A}{p} \sqrt{\frac{\hbar}{2\pi}} e^{-ipb/\hbar} \underbrace{\frac{1}{2i} \left[e^{+2ipb/\hbar} - e^{-2ipb/\hbar} \right]}_{=\sin(2bp/\hbar)} \tag{20}$$

[**1**]

Dann beträgt die Wahrscheinlichkeitsdichte:

$$|\phi(p)|^2 = \frac{2A^2\hbar}{p^2\pi} \sin^2 \left(\frac{2pb}{\hbar} \right) \tag{21}$$

[**1**]

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Die Übergänge des Wasserstoffatoms bei großen Quantenzahlen sollen klassisches Verhalten zeigen. Betrachten Sie die Bahn mit $n = 1000$. Welche Frequenz würde klassisch abgestrahlt? Was ergibt sich im Vergleich dazu quantenmechanisch für den Übergang von $n = 1000$ auf $n = 999$ und warum?

Lösung

Wir müssen die Frequenz des Elektrons ausrechnen: $\nu = \frac{1}{T} = \frac{v_n}{2\pi r_n}$. Dazu brauchen wir offenbar die Geschwindigkeit auf der n-ten Bahn, sowie den Radius der n-ten Bahn. Klassisch gesehen, gibt es ein Gleichgewicht zwischen Zentripetal- und Coulombkraft.

$$\frac{mv_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2} \Leftrightarrow r_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m v_n^2} \tag{22}$$

[**1**]

Die Quantisierungsbedingung unter Benutzung der De-Broglie-Wellenlänge lautet

$$2\pi r_n = n\lambda = \frac{nh}{mv_n} \tag{23}$$

[**1**]

Daraus erhalten wir die Geschwindigkeit

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m r_n} = 2,19 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{24}$$

Dies setzen wir in den Ausdruck für den Bahnradius ein

$$r_n = \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m e^2} n^2 = 5,3 \cdot 10^{-5}\mathrm{m} \tag{25}$$

[**1**]

Daraus folgt die Frequenz

$$\nu = \frac{v_n}{2\pi r_n} = 6,5798 \cdot 10^6 \mathrm{s}^{-1} \tag{26}$$

Quantenmechanisch ergibt sich $h\nu = \Delta E = E_m - E_n = E_{\mathrm{Ry}} \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right) \Rightarrow \nu = 6,5798 \cdot 10^6 \mathrm{s}^{-1}$. Die beiden Werte entsprechen sich, wieder wegen des klassischen Limes.

[**2**]

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Im Spektrum des Wasserstoffs tritt eine Linie mit der Wellenlänge $\lambda = 1874\mathrm{nm}$ auf.

(a) Welchen Hauptquantenzahlen n_1 und n_2 entspricht dieser atomare Übergang?

(b) Treten zusammen mit diesem Übergang weitere Übergänge auf? Wenn ja, warum und bei welchen Wellenlängen? Wenn nein, warum nicht? Wie heißen die entsprechenden Wellenlängenbereiche?

(c) Wie groß ist der minimale Winkel θ zwischen L und der z-Achse (Richtung des Magnetfelds) bei $l = 1, 4$ und 50? Fertigen Sie eine Skizze an! Interpretieren Sie diese Quantenzahlen! Diskutieren Sie den Fall $\theta = 0$.

Lösung

(a) Ausgangspunkt ist $h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}$. Es müssen nur noch die Energieniveaus des Wasserstoffs ermittelt werden.

$$E_n = -E_0 \cdot \frac{Z^2}{n^2} \tag{27}$$

[**1**]

Hier gilt $Z = 1$ und $\nu\lambda = c$. Es folgt

$$\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} = \frac{ch}{\lambda E_0} \approx 0{,}0486 \tag{28}$$

Durch Ausprobieren erhält man, dass es sich um einen Übergang von der vierten in die dritte Schale handeln muss.

[**1**]

(b) Es müssen weitere Übergange stattfinden, da der Endzustand nicht Grundzustand mit $n_1 = 1$ ist. Die Wellenlängen berechnen sich mit

$$\lambda = \frac{c}{E_0} \cdot \frac{h}{\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}} \tag{29}$$

[**1**]

Man erhält die Werte

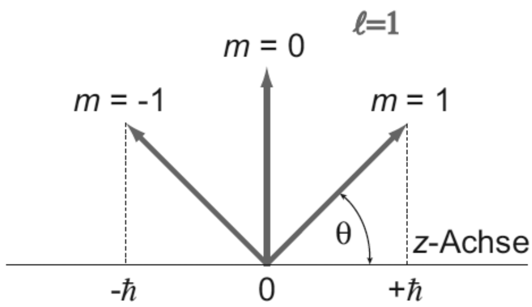
$$\begin{aligned} n_1 = 2, n_2 = 3: &\quad \lambda = 656\text{nm} \\ n_1 = 1, n_2 = 2: &\quad \lambda = 121\text{nm} \\ n_1 = 1, n_2 = 3: &\quad \lambda = 102\text{nm} \end{aligned}$$

[**1**]

Die Übergänge von 3 auf 1 und 2 auf 1 treten nicht wirklich gemeinsam mit dem Übergang von 3 auf 2 auf. Die beiden Übergänge bei 100nm sind im ultravioletten Bereich. Der andere ist sichtbar, irgendwo grün-gelb, eher gelb. Der Übergang der Aufgabenstellung (1874nm) liegt im infraroten Bereich.

(c) Die Quantenzahl m läuft von $-l$ bis l und bezeichnet die z-Komponente von $\mathbf{L}$ in Einheiten von $\hbar$. Der Winkel θ z-Achse und $\mathbf{L}$ ergibt sich also aus der Gleichung

$$\cos\theta = \frac{m}{\sqrt{l(l+1)}} \tag{30}$$



[**1**]

Das Minimum des Winkels entspricht einem Maximum des Kosinus. Dies wird erreicht für $m = l$. Man erhält für $l = 1$ den Minimalwinkel $\theta_{\text{min}} = 45°$, für l = 4 den Minimalwinkel $\theta_{\text{min}} = 26,6°$ und für $l = 50$ den Minimalwinkel $\theta_{\text{min}} = 8,05°$. Wir sehen wieder, für große Quantenzahlen geht man in den klassischen Limes. Der Fall $\theta = 0$ ist nur klassisch möglich (alle Einstellungen erlaubt). Quantenmechanisch geht das nicht, denn dann wären die x- und y-Komponenten gleichzeitig unendlich scharf bestimmt, was nicht mit der Unschärferelation vereinbar ist.

[**1**]

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom gemäß der Schrödinger-Theorie, dessen Elektron sich in einem $3d$-Zustand befindet.

(a) Geben Sie an, in welche Niveaus nl_j das $3d$-Niveau aufspaltet, wenn man eine Spin-Bahn-Wechselwirkung der Form $H_{LS} = a\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ berücksichtigt. Berechnen Sie die Energieverschiebungen ΔE dieser Niveaus bezüglich des ungestörten 3d-Niveaus, und skizzieren Sie die neuen Niveaus relativ zur Lage des alten. Überzeugen Sie sich davon, dass die Summe der Dimensionen der neuen Niveaus mit der Dimension der Entartung des ursprünglichen Niveaus übereinstimmt. (Hinweis: $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ lässt sich durch l, s, j ausdrücken.)

(b) Nun werde ein Magnetfeld B eingeschaltet, so dass die $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ Kopplung bestehen bleibt . Die Feinstrukturniveaus aus dem ersten Teil der Aufgabe spalten dadurch in weitere Unterniveaus auf. Wie nennt man diesen Effekt? Berechnen Sie den Landé-Faktor für die Feinstrukturniveaus aus dem ersten Teil der Aufgabe und verwenden Sie das Ergebnis, um deren Aufspaltung durch das B-Feld zu skizzieren. Geben Sie dabei für jedes Unterniveau die magnetische Quantenzahl und die Dimension an.

Lösung

(a) Das $3d$-Niveau hat $n = 3$ und $l = 2$. Wegen $j = l \pm \frac{1}{2}$ gibt es zwei neue Niveaus

$$3d_{3/2}, 3d_{5/2} \tag{31}$$

[**1**]

Um die Energieniveaus zu bestimmen, muss man den Wert von $H_{LS} = a\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ für die neuen Niveaus nl_i berechnen. man kann diese wie folgt durch l, s, j ausdrücken

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \mathbf{L} + \mathbf{S} \\ \mathbf{J}^2 &= (\mathbf{L} + \mathbf{S})^2 = \mathbf{L}^2 + 2\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} + \mathbf{S}^2 \\ \Rightarrow \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} &= \frac{1}{2}(\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2) \end{aligned}$$

[**1**]

Für die Niveaus gilt

$$\mathbf{J}^2 = j(j+1)\hbar^2$$
$$\mathbf{L}^2 = l(l+1)\hbar^2$$
$$\mathbf{S}^2 = s(s+1)\hbar^2$$

Es ergibt sich für die Energiekorrektur

$$\Delta E = \frac{a\hbar^2}{2}(j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)) \tag{32}$$

[**1**]

Die beiden neuen Niveaus haben also

$$3d_{3/2}: \quad \Delta E = \frac{a\hbar^2}{2}\left(\frac{3\cdot 5}{2\cdot 2} - 2\cdot 3 - \frac{1\cdot 3}{2\cdot 2}\right) = -\frac{3}{2}a\hbar^2$$
$$3d_{5/2}: \quad \Delta E = \frac{a\hbar^2}{2}\left(\frac{5\cdot 7}{2\cdot 2} - 2\cdot 3 - \frac{1\cdot 3}{2\cdot 2}\right) = a\hbar^2$$

[**1**]

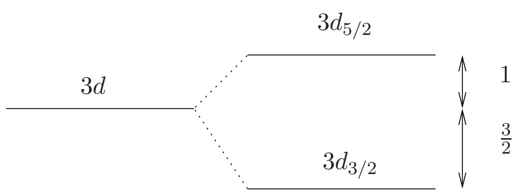


Abbildung 1: Skizze zu Aufgabe 5, erster Aufgabenteil

Die Dimension des $3d$-Niveaus ist wegen $l = 2$ und $s = \frac{1}{2}$

$$d(3d) = (2s+1)(2l+1) = 10 \tag{33}$$

[**1**]

Die beiden neuen Niveaus haben die Dimensionen

$$d(3d_{3/2}) = 2j+1 = 4, \quad d(3d_{5/2}) = 2j+1 = 6 \tag{34}$$

also zusammen ebenfalls 10.

[**1**]

(b) Dies ist der anomale Zeeman-Effekt.

Die Landé-Faktoren für die beiden Niveaus aus den ersten beiden Aufgabeteilen sind

$$g_J(3d_{3/2}) = 1 + \frac{\frac{3\cdot 5}{2\cdot 2} - 2\cdot 3 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 2}}{2\cdot 1,5\cdot 2,5} = \frac{4}{5}$$
$$g_J(3d_{3/2}) = 1 + \frac{\frac{5\cdot 7}{2\cdot 2} - 2\cdot 3 + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 2}}{2\cdot 2,5\cdot 3,5} = \frac{6}{5}$$

[**1**]

Da die Größe der Aufspaltung proportional zu g_J ist, liegen die beiden Niveaus, in die $3d_{5/2}$ aufspaltet $\frac{3}{2}$ weiter auseinander, als die Niveaus, in die $3d_{3/2}$ aufspaltet. Die magnetische

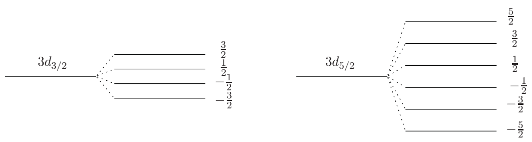


Abbildung 2: Skizze zu Aufgabe 5, zweiter Aufgabenteil

Quantenzahl m_j hat die jeweils eingetragenen Werte, die Dimension aller Unterniveaus ist 1.

[**1**]

Aufgabe 6 (7 Punkte)

In dieser Aufgabe wird wasserstoffartiges Zirkonium ($^{90}_{40}\mathrm{Zr}^{39+}$) betrachtet.

(a) Berechnen Sie nach dem Bohr'schen Atommodell den Bahnradius und die Gesamtenergie im Grundzustand für

  (a) ein Elektron

  (b) ein negatives Myon μ^- (Masse: $m_\mu = 207 m_e$)

  im Feld eines Zirkonium-Kerns.

(b) Nehmen Sie nun an, ein Anti-Proton werde von einem Zirkonium-Kern eingefangen.

  (a) Welche ist die tiefste Bohr'sche Bahn, auf der das Anti-Proton den Kern noch nicht berührt? *Hinweis:*Radius Zirkoniumkern: $5,3f$m, Radius Antiproton: : $1f$m

  (b) Wie groß ist die Bindungsenergie für diese Bahn?

Lösung

(a) Den Bahnradius im Bohrschen Atommodell erhält man mit dem Bohrschen Radius $a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}\frac{\hbar^2}{m_e}$

$$r_n = \frac{n^2}{Z} a_0 \tag{35}$$

Die Gesamtenergie im Grundzustand mit der Rydbergenergie $R_\infty = E_R = 13,6\text{eV}$

$$E_n = -\frac{Z^2}{n^2} E_R \tag{36}$$

[1]

(a) Mit $n = 1$ und $Z = 40$ erhält man

$$r_1(Zr) = 1,33 \cdot 10^{-12}\text{m}, \quad E_1(Zn) = -21,8\text{keV} \tag{37}$$

[1]

(b) Mit $n = 1$, $Z = 40$ und m_μ erhält man für a_0 und E_R

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2} \frac{\hbar^2}{m_\mu} \Rightarrow a_0^\mu = \frac{1}{207} a_0$$
$$E_R = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\right)^2 \frac{m_e Z^2}{\hbar^2 n^2} \Rightarrow E_R^\mu = 207 E_R$$

Einsetzen ergibt

$$r_1^\mu(Zr) = 6,42 \cdot 10^{-15}, \quad E_1^\mu(Zn) = -4,51\text{MeV} \tag{38}$$

[2]

(b) (a) Abermals mit dem Bohrschen Radius

$$r_n^{\overline{p}} = \frac{m_e}{m_{\overline{p}}} \cdot a_0 \frac{n^2}{Z} = \frac{a_0}{1840} \frac{n^2}{Z} = 7,2 \cdot 10^{-16}\text{m} \cdot n^2 \tag{39}$$

[1]

Damit das Anti-Proton und der Zirkoniumkern sich nicht berühren, muss gelten

$$r_n^{\overline{p}} > R = R_{Zn} + R_{\overline{p}}$$
$$r_n^{\overline{p}} = 7,2 \cdot 10^{-16}\text{m} \cdot n^2 > R = 6,3 \cdot 10^{-15}$$
$$\Rightarrow n = 3 : r_3^{\overline{p}} = 6,48 \cdot 10^{-15}\text{m}$$

[1]

(b) Die Bindungsenergie E_n erhält man aus

$$E_n = -\frac{m_{\overline{p}} e^4}{(4\pi\varepsilon_0)^2 \cdot \hbar^2} \frac{Z^2}{n^2} = -\frac{m_{\overline{p}}}{m_e} \cdot E_r \cdot \frac{Z^2}{n^2} \tag{40}$$

Einsetzen ergibt

$$E_3 = -1840 \cdot \frac{40^2}{3^2} \cdot 13,6\text{eV} = -4,45\text{MeV} \tag{41}$$

[1]

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Aus einer Wolfram-Anode treten Photonen mit einer Energie von 10keV aus und treffen auf ein Target.

(a) Berechnen Sie die Kernladungszahl des Targetelements, bei dem ein Elektron aus der L-Schale das Atom gerade noch verlassen kann und berechnen Sie die Energie und Wellenlänge der L_α-Linie!

(b) Berechnen Sie die Energie der K-Kante für Aluminium ($Z = 13$)!

(c) Kupfer besitzt eine Kernladungszahl $Z = 29$ und befindet sich im Grundzustand. Berechnen Sie die Energie aller möglichen Spektrallinien 1. Ordnung (keine Folgeübergänge), wenn ein Elektron der K-Schale aus dem Cu-Atom entfernt wird!

Lösung

(a) Das Elektron wird von der L-Schale ($n = 2$) ins Kontinuum ($n = \infty$) angehoben. Durch Anwendung des Moseley-Gesetzes erhält man

$$
\begin{aligned}
E &\geq \frac{1}{4}(Z - 7,4)^2 E_R \\
\Rightarrow Z &= \sqrt{\frac{4E}{E_R}} + 7,4 = 61,63
\end{aligned}
$$

[1]

Das Element ist Promethium

$$
\begin{aligned}
E_{L_\alpha} &= (61 - 7,4)^2 \cdot E_R \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{9}\right) = 5,4\text{keV} \\
E &= \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{L_\alpha} = \frac{hc}{E} = 0,23\text{nm}
\end{aligned}
$$

[1]

(b) Der K_α-Übergang findet statt, wenn ein Elektron aus der K-Schale in eine freie Schale angehoben wird. Aluminium hat 13 Elektronen, d.h. die ersten zwei Schalen sind voll besetzt, in der dritten sitzen drei Elektronen, also muss ein Elektron in die dritte Schale angehoben werden. Mit dem Moseley-Gesetz ist

[2]

$$
E = (Z - 1)^2 \cdot E_r \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{9}\right) = 1,7\text{keV} \tag{42}
$$

(c) Cu hat Elektronen in der vierten Schale, das heißt, es existieren die K_α- und die K_β- und die K_γ-Linie. Für die Energien ergibt sich $E_{K_\alpha} = 8\text{keV}$, $E_{K_\beta} = 9,5\text{keV}$, $E_{K_\gamma} = 10\text{keV}$

[1]

Hilfen

Konstanten

Physikalische Konstanten

Größe	Symbol, Gleichung	Wert
Vakuumlichtgeschwindigkeit	c	$2{,}9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{ms^{-1}}$
Plancksche Konstante	h	$6{,}6261 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js} = 4{,}1357 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{eVs}$
Red. Plancksche Konstante	$\hbar = h/2\pi$	$1{,}0546 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{Js}$
Elektr. Elementarladung	e	$1{,}6022 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Boltzmann-Konstante	k_B	$1{,}3807 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{JK^{-1}} = 8{,}617 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{eVK^{-1}}$
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{VsA^{-1}m^{-1}}$
Elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	$8{,}8542 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{AsV^{-1}m^{-1}}$
Elektronruhemasse	m_e	$9{,}1094 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg} = 0{,}5110\,\mathrm{MeV}/c^2$
(Anti-)Protonruhemasse	$m_{\bar{\mathrm{p}},\mathrm{p}}$	$1{,}6726 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 938{,}2720\,\mathrm{MeV}/c^2$
Neutronruhemasse	m_n	$1{,}6749 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} = 939{,}5653\,\mathrm{MeV}/c^2$
Atomare Masseneinheit	amu	$1{,}6605 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
Avogadro-Zahl	N_A	$= 6.023 \cdot 10^{23}$
Bohr'scher Radius	$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2 m_e}$	$5{,}29 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$
Bohr'sches Magneton	μ_B	$9{,}2741 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{JT^{-1}} = 5{,}7884 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{eVT^{-1}}$
Kernmagneton	μ_K	$= 5{,}0508 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{J/T} = 3{,}152 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{MeV/T}$
Magnetisches Moment des Protons:	μ_P	$2{,}79\mu_K$
Feinstrukturkonstante	$1/\alpha$	137,036
Rydbergsche Konstante	R_∞	$13{,}6057\,\mathrm{eV}$