Klausur in Experimentalphysik 2

Prof. Dr. R. Kienberger

Sommersemester 2019

30.07.2019

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

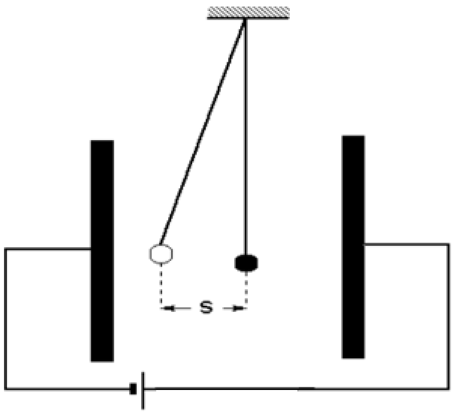
Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ein Kügelchen der Masse $m = 40$ g, das an einem Faden der Länge $l = 1$ m hängt und die Ladung $q = 5,0 \cdot 10^{-9}$ As trägt, befindet sich in einem elektischen Feld eines Plattenkondensators der Stärke $E = 3,5 \cdot 10^5$ N/As.

(a) Berechnen Sie den Ausschlag s, um den sich das Kügelchen aus der Ruhelage bewegt.

(b) Das Kügelchen (mittig zwischen den Platten aufgehängt) berührt nun die negativ geladene Platte, trägt dann die Ladung $q = -5,0 \cdot 10^{-9}$ As und pendelt in 10 Sekunden zwischen beiden Platten 40 mal hin und 40 mal her. Berechnen Sie die mittlere Stromstärke I.



Lösung

(a) Für den Auslenkungswinkel α gilt:

$$\tan\alpha = \frac{F_{el}}{F_{F_G}} = \frac{q \cdot E}{m \cdot g} \tag{1}$$

Das Einsetzen der gegebenen Werte liefert:

$$\tan\alpha = \frac{5,0\cdot 10^{-9}\ \mathrm{As}\cdot 3,5\cdot 10^{5}\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{As}}}{0,04\ \mathrm{kg}\cdot 9,81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} = 4,45\cdot 10^{-3} \tag{2}$$

woraus sich ergibt:

$$\alpha = 0,25^\circ. \tag{3}$$

[**2**]

Damit erhält man

$$\sin\alpha = \frac{s}{l} \quad \Leftrightarrow \quad s = l\cdot \sin\alpha. \tag{4}$$

Einsetzen der gegebenen Werte liefert

$$s = 1,0\ \mathrm{m}\cdot \sin 0,25^\circ = 4,4\ \mathrm{mm} \tag{5}$$

[**2**]

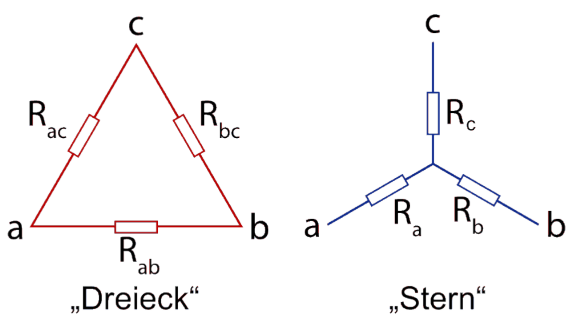
(b) Berührt nun das anfangs neutrale Kügelchen die negativ geladene Platte, so nimmt es dabei die negative Ladung $q = -5,0\cdot 10^{-9}$ As auf. Beim Berühren der positiv geladenen Platte gibt das Kügelchen zunächst einmal diese negative Ladung ab und wird neutral. Die bei einem Hinschwingen übertragene Ladung beträgt also $2\cdot\left(-5,0\cdot 10^{-9}\ \mathrm{As}\right)$. Beim Zurückschwingen wird dann keine Ladung übertragen. Somit ergibt sich:

$$\bar{I} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n\cdot q}{\Delta t} \quad \Rightarrow \quad \frac{40\cdot\left(2\cdot 5,0\cdot 10^{-9}\ \mathrm{As}\right)}{10\ \mathrm{s}} = 4,0\cdot 10^{-8}\ \mathrm{A}. \tag{6}$$

[**2**]

Aufgabe 2 (7 Punkte)

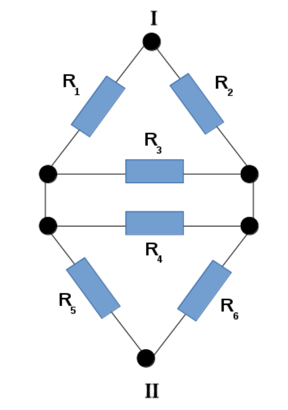
(a) In unten stehender Abbildung sehen Sie zwei Widerstandsnetzwerke; Links eine sogenannte Dreiecksschaltung und rechts eine Sternschaltung. Bei richtiger Wahl der Widerstände verhalten sich die beiden Netzwerke exakt gleich. Das heisst die Widerstände zwischen den Klemmenpaaren ist identisch. Stellen Sie die drei Gleichungen (zwischen den Klemmenpaaren $a-b$, $b-c$ und $a-c$) auf, mit denen die Netzwerke ineinander umgerechnet werden können.



(b) Das in a) aufgestellte Gleichungssystem lässt sich lösen mit:

$$
\begin{aligned}
R_a &= \frac{R_{ac} \cdot R_{ab}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}} \\
R_b &= \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}} \\
R_c &= \frac{R_{ac} \cdot R_{bc}}{R_{ac} + R_{ab} + R_{bc}}
\end{aligned}
$$

Berechnen Sie den Gesamtwiderstand (von Klemme I zu Klemme II) der unten gegebenen Schaltung mithilfe dieser Umformung. Verwenden Sie: $R_1 = 5\ \Omega$, $R_2 = 3\ \Omega$, $R_3 = 2\ \Omega$, $R_4 = 7\ \Omega$, $R_5 = 2\ \Omega$, $R_6 = 1\ \Omega$



Lösung

(a) Der Widerstand für jedes Klemmenpaar muss konstant bleiben, daraus ergeben sich die folgenden Bedingungen:

$$
\begin{aligned}
\text{Klemmen a und c} \quad & \frac{R_{ac} \cdot (R_{bc} + R_{ab})}{R_{ac} + R_{bc} + R_{ab}} \stackrel{!}{=} R_c + R_a && (7) \\
\text{Klemmen b und c} \quad & \frac{R_{bc} \cdot (R_{ac} + R_{ab})}{R_{ac} + R_{bc} + R_{ab}} \stackrel{!}{=} R_c + R_b && (8) \\
\text{Klemmen a und b} \quad & \frac{R_{ab} \cdot (R_{ac} + R_{bc})}{R_{ac} + R_{bc} + R_{ab}} \stackrel{!}{=} R_a + R_b && (9)
\end{aligned}
$$

[**3**]

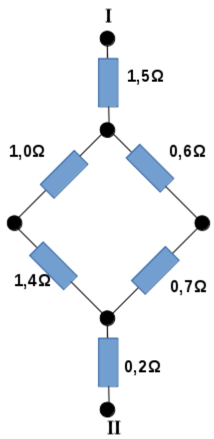
(b) Durch Anwenden auf die beiden Dreiecke ergibt sich die neue Schaltung:

[**2**]

und damit

$$
R_{ges} = 1,5\ \Omega + \frac{(0,6\ \Omega + 0,7\ \Omega)(1\ \Omega + \ 1,4\Omega)}{0,6\ \Omega + 0,7\ \Omega + 1\ \Omega + 1,4\ \Omega} + 0,2\ \Omega = 2,54\ \Omega \tag{10}
$$

[**2**]



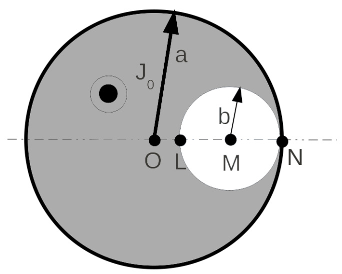
Aufgabe 3 (11 Punkte)

Strom fließt durch einen unendlich langen Draht mit Radius a. Dabei sei die elektrische Stromdichte j_0 konstant.

(a) Berechnen Sie die Größe des Magnetfeldes $B(r)$ für einen Radius $r < a$ und einen Radius $r > a$. Geben Sie in beiden Fällen die Richtung des Magnetfeldes an.

(b) Was passiert mit der Richtung des Magnetfeldes, wenn die Stromrichtung umgekehrt wird?

(c) Durch den Draht wird jetzt ein Loch gebohrt (siehe Abbildung). Das Loch hat den Radius b (mit $2b < a$). Der Punkt O befindet sich in der Mitte des Drahtes und der Punkt M ist in der Mitte des Lochs. In diesem modifizierten Draht herrsche eine konstante Stromdichte j_0. Berechnen Sie die Größe des Magnetfeldes bei M und bei N und begründen Sie Ihre Antworten.



Lösung

(a) Für $r < a$ ergibt sich aus dem Ampereschen Gesetz:

$$\int_{\partial S} \vec{B} \circ d\vec{s} = \mu_0 \int_S \vec{j} \circ d\vec{S}$$
$$2\pi r B = \mu_0 j_0 \pi r^2$$

und damit das Magnetfeld mit

$$B = \frac{\mu_0 j_0 \pi r^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j_0 r}{2} \quad \text{gegen den Uhrzeigersinn}$$

[**3**]

Für $r > a$:

$$\int_{\partial S} \vec{B} \circ d\vec{s} = \mu_0 \int_S \vec{j} \circ d\vec{S}$$
$$2\pi r B = \mu_0 j_0 \pi a^2$$

und dann ist das Magnetfeld gegeben durch

$$B = \frac{\mu_0 j_0 \pi a^2}{2\pi r} = \frac{\mu_0 j_0 a^2}{2r} \quad \text{gegen den Uhrzeigersinn}$$

[**2**]

(b) Wenn die Richtung des Stromes umgekehrt wird, so dreht sich auch die Richtung des Magnetfeldes: Es geht dann im Uhrzeigersinn und nicht mehr gegen den Uhrzeigersinn. Die Größe des Magnetfeldes ändert sich nicht.

[**1**]

(c) Der Trick bei dieser Aufgabe besteht darin, zu erkennen, dass man diese Konfiguration als die Superposition von zwei verschiedenen Drähten begreifen kann. Durch den Draht mit Radius a fließt Strom aus der Zeichenebene hinaus, während durch den 'Draht' mit Radius b Strom in die Zeichenebene hineinfließt, mit derselben Stromdichte. Die Superposition der beiden Stromdichten j_0 und $-j_0$ ergibt null im Bereich des Loches. Bei allen Punkten M, N befinden wir uns auf der rechten Seite des großen Drahtes, daher zeigt das Magnetfeld nach oben auf der Zeichenebene. Für den kleinen Draht müssen wir die Richtung des Feldes für jeden der zwei Punkte getrennt ermitteln.

Bei Punkt M befinden wir uns im Mittelpunkt des kleinen Drahtes; daher trägt er nicht zum Magnetfeld bei. Wir befinden uns also bei einem Radius $r = a - b$ innerhalb des großen Drahtes und daher ist das Magnetfeld gegeben durch

$$B = \frac{\mu_0 j_0 (a-b)}{2}$$

Es zeigt nach oben.

[**2**]

Bei Punkt N befinden wir uns zur Rechten des kleinen Drahtes bei $r = b$; das im Uhrzeigersinn gerichtete Feld zeigt also nach unten. Daher muss man nun subtrahieren:

$$B = \frac{\mu_0 j_0 a}{2} - \frac{\mu_0 j_0 b}{2} = \frac{\mu_0 j_0 (a-b)}{2}$$

Das Feld zeigt also auch an dieser Stelle nach oben.

[**3**]

Man kann diese Teilaufgabe nicht mithilfe des Ampereschen Gesetzes lösen. Das Loch zerstört die zylindrische Symmetrie des Drahtes. Daher ist B nicht mehr auf einer Kreislinie konstant, so dass $\int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} \neq 2\pi r B$. B ist nicht konstant und kann daher nicht vor das Integral gezogen werden.

Aufgabe 4 (14 Punkte)

Ein Supersternenzerstörer der Länge $l' = 20$ km (gemessen im Ruhesystem Σ' des Raumschiffs) sei mit je einer Uhr am Heck und am Bug ausgestattet. Diese werden mit Hilfe einer Blitzlampe ($\lambda_0 = 600$ nm), die sich genau auf halber Strecke zwischen Heck und Bug befindet, synchronisiert. Der Sternenzerstörer Σ' bewege sich relativ mit $v = 0,6c$ zu einem Beobachter auf dem Planeten Coruscant (System Σ). Zum Zeitpunkt des von der Blitzlampe ausgelösten Blitzes befindet sich dieser auf Höhe der Raumschiffmitte.

(a) Wie lang ist der Sternenzerstörer für den Beobachter auf Coruscant?

(b) Welche Zeit vergeht jeweils im System Σ, bis der Blitz die Uhr am Heck und die am Bug des Schiffes erreicht?

(c) Nach der Uhr des Beobachters in Σ vergeht zwischen der Wahrnehmung des Lichtblitzes am Bug und Heck das Differenz-Zeitintervall Δt. Welchem Zeitintervall ΔT entspricht dies nach Zeitdilatation im Sternenzerstörersystem aus der Sicht des Beobachters auf dem Planeten?

(d) Zeichnen Sie das zugehörige Minkowski-Diagramm (groß genug!). Dieses soll das System Σ als Ausgangskoordinatensystem (90°-Winkel) haben. Berechnen Sie auch den Winkel zwischen beiden Weltlinien. Es sollen die Ereignisse *Ankunft des Lichts am Heck und am Bug* sowie sämtliche in den vorausgegangenen Aufgabenteilen ermittelten Ergebnisse ($l, l', t_{heck}, t_{Bug}, \Delta t, \Delta T$) eingetragen werden.

(e) Wegen Rebellenaktivität im drei Lichtjahre entfernten Yavin-System (im System Σ in Ruhe) muss der Sternenzerstörer dorthin weiterfliegen. Leider wurde der Hyperantrieb sabotiert. Wie lange braucht der Sternenzerstörer mit seiner bisherigen Geschwindigkeit dorthin (Eigenzeit)? Wieviel Zeit vergeht währenddessen auf Yavin?

Lösung

Es werden die folgenden Größen verwendet:

$$l' = 20 \text{ km}, \quad v = 0,6c, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 1,25$$

Die folgenden Ereignisse $E(t_E, x_E)$ sind von Bedeutung:

Ereignis	System Σ'	System Σ
Zünden	$z' = (0,0)$	$z = (0,0)$
Licht am Bug (vorne)	$B' = \left(\frac{l'}{2c}, \frac{l'}{2}\right)$	$B = \left(\gamma\left[\frac{l'}{2c} + \frac{v \cdot l'/2}{c^2}\right], \gamma\left[\frac{l'}{2} + v \cdot \frac{l'}{2c}\right]\right)$
Licht am Heck (hinten)	$H' = \left(\frac{l'}{2c}, -\frac{l'}{2}\right)$	$H = \left(\gamma\left[\frac{l'}{2c} - \frac{v \cdot l'/2}{c^2}\right], \gamma\left[-\frac{l'}{2} + v \cdot \frac{l'}{2c}\right]\right)$

(a)

$$l = \frac{l'}{\gamma} = 16\text{km}$$

[1]

(b) In Σ gilt für die Bug-Zeit:

$$t_B = \gamma \left[\frac{l'}{2c} + \frac{v \cdot l'/2}{c^2} \right] = 6,67 \cdot 10^{-5} \text{ s} \tag{11}$$

und für die Heck-Zeit:

$$t_H = \gamma \left[\frac{l'}{2c} - \frac{v \cdot l'/2}{c^2} \right] = 1,67 \cdot 10^{-5} \text{ s} \tag{12}$$

[**3**]

(c) Damit beträgt die Zeit, die vergeht, in Σ:

$$\Delta t = t_B - t_H = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ s} \tag{13}$$

und in Σ':

$$\Delta T = \gamma \cdot \Delta t = 6,25 \cdot 10^{-5} \text{ s} \tag{14}$$

[**2**]

(d) Für den Winkel α zwischen beiden Weltlinien gilt:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{v}{c}\right) = 31^\circ \tag{15}$$

[**1**]

[**5**]

(e) In Σ beträgt die zurückzulegende Strecke $s_0 = 3$ Lichtjahre. Diese ist in Σ' aufgrund der Längenkontraktion

$$s' = \frac{s_0}{\gamma} = 2,4 \text{ Lichtjahre} \tag{16}$$

lang. Damit beträgt die Eigenzeit in Σ'

$$t_0' = \frac{s'}{v} = 1460 \text{ Tage} \tag{17}$$

In Σ beträgt die Zeit wegen der Zeitdilatation

$$\frac{s_0}{v} t = \gamma \cdot t_0' = 1825 \text{ Tage.} \tag{18}$$

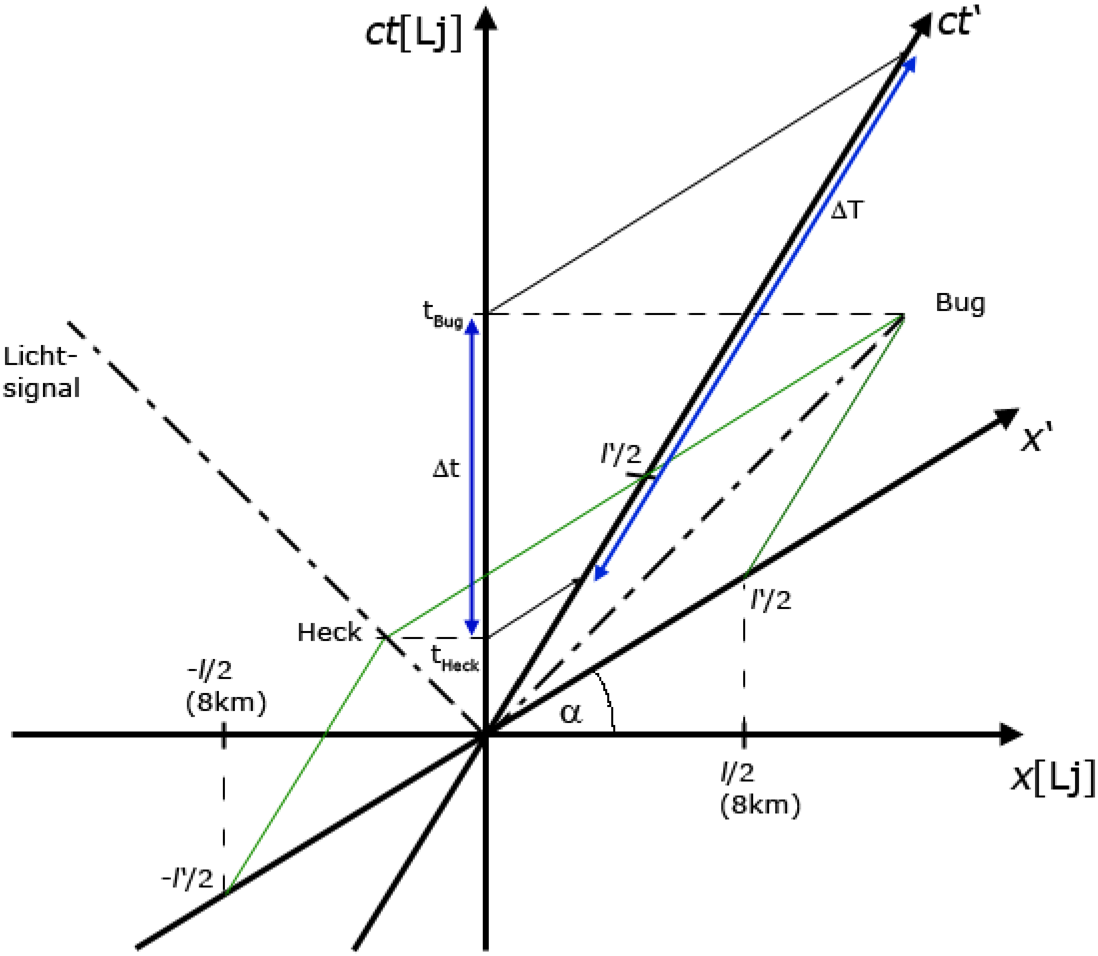
[**2**]

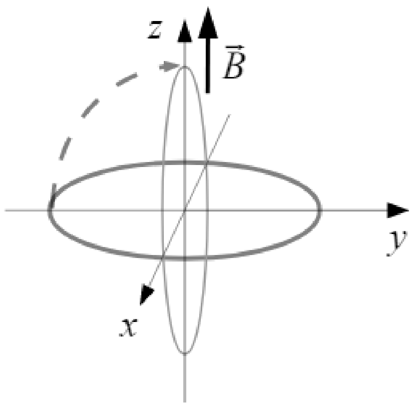
Aufgabe 5 (6 Punkte)

Ein Wechselstromgenerator besteht aus einer kreisförmigen Leiterschleife in einem homogenen Magnetfeld. Dessen Stärke sei $|\vec{B}| = 1,25$ T und es zeige in die z-Richtung. Die Schleife rotiere mit der Frequenz f = 50,0 Hz um die x-Achse und erzeuge eine maximale Spannung von $U_0 = 250$ V.

(a) Welchen Radius R hat die Schleife?

(b) Bei welchen Winkeln ϕ zwischen dem Flächenvektor $\vec{A}$ der Schleife und der z-Achse liegen die maximalen Werte von $|U(t)|$ vor?





Lösung

(a) Wir benutzen das Induktionsgesetz

$$U_{ind} = -\dot{\phi} \tag{19}$$

Der Magnetische Fluss ist das Vektorprodukt aus Magnetischer Flussdichte und durchflossener Fläche. Damit vereinfacht sich unser Problem zu

$$U(t) = -\frac{d}{dt} BA\cos(\omega t) = \omega BA\sin(\omega t) = U_0 \sin(\omega t) \tag{20}$$

Daraus ergibt sich für U_0

$$U_0 = \omega BA = \omega B\pi R^2 \tag{21}$$

Und somit für R

$$R = \sqrt{\frac{U_0}{\omega B\pi}} = 0,45\text{m} \tag{22}$$

[**4**]

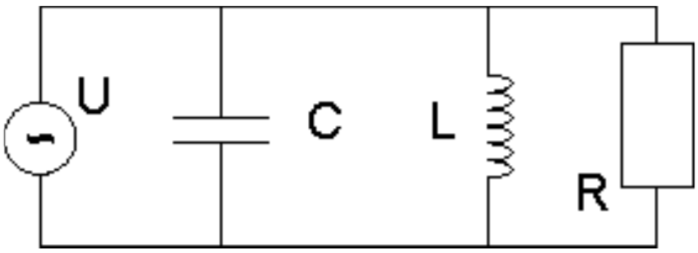
(b) Die maximalen Werte ergeben sich wenn die Schleife senkrecht zum Magnetfeld liegt, dass heißt in der xy-Ebene. Und damit wenn der Vektor der Flächennormalen parallel oder anti-parallel zur z-Achse ist.

$$\varphi = (n + \frac{1}{2})\pi \ , \quad n = 0, 1, 2, 3, ... \tag{23}$$

[**2**]

Aufgabe 6 (14 Punkte)

Gegeben sei der unten abgebildete Schaltkreis mit einem Widerstand $R = 1000\ \Omega$, einer Spule der Induktivität $L = 1,00$ H und einem Kondensator der Kapazität $C = 1,00\ \mu$F. Die Wechselspannung habe eine Amplitude von $U_0 = 10,0$ V und eine Frequenz $f = 50,0$ Hz.



(a) Bestimmen Sie die drei Ströme I_R, I_C und I_L und tragen Sie diese schematisch in ein Diagramm $I(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit ein.

(b) Zeichnen Sie die Ströme und den resultierenden Gesamtstrom I_{ges} in ein Zeigerdiagramm.

(c) Berechnen Sie, welcher effektive Strom I_{eff} fließt.

(d) Die Frequenz sei nun regelbar. Geben Sie formelmäßig an, wie sich der Gesamtwiderstand in Abhängigkeit von der Frequenz ändert.

(e) Bei welcher Frequenz f_{max} ist der Gesamtwiderstand maximal?

Lösung

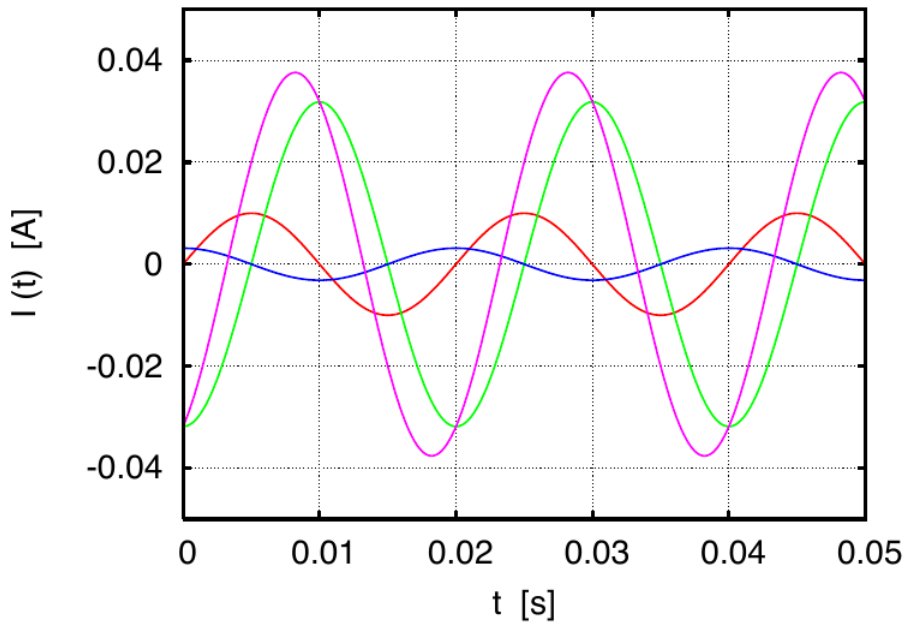
(a)

$$I_R(t) = \frac{U_0}{R} \cdot \sin(2\pi f \cdot t) \qquad \text{rote Kurve} \qquad (24)$$

$$I_L(t) = \frac{U_0}{2\pi L \cdot f} \cdot \sin\left(2\pi f \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad \text{grüne Kurve} \qquad (25)$$

$$I_C(t) = U_0 \cdot 2\pi C \cdot f \cdot \left(2\pi f \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad \text{blaue Kurve} \qquad (26)$$

[**3**]



[**2**]

(b) In der Darstellung mit Polarkoordinaten entspricht die Länge des Vektors dem Betrag des Stroms und der Winkel mit Bezug zur Realteilachse der Phasenverschiebung. I_C und I_L weisen eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ auf und liegen damit genau auf der Imaginärachse.

[**3**]

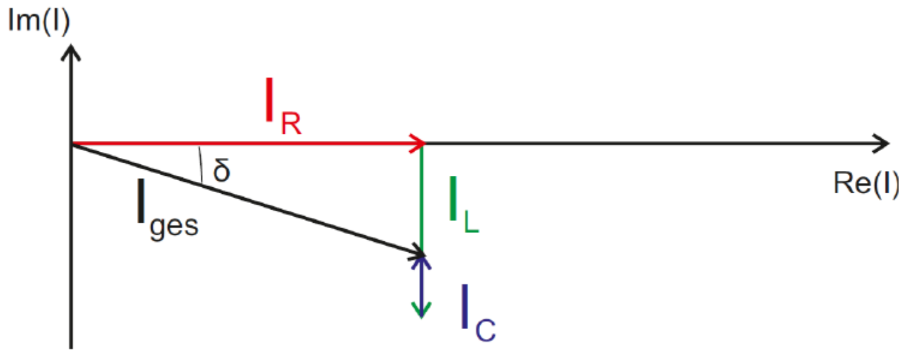
(c) Der effektive Strom beträgt

$$I_{ges} = \frac{U_0}{R_{ges}}, \qquad (27)$$

wobei I_{ges} mithilfe des Zeigerdiagramms berechnet werden kann.

$$I_{eff} = \frac{I_{ges}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{I_{R0}^2 + (I_{C0} - I_{L0})^2} = 21,6\ \text{mA} \qquad (28)$$

[**3**]



(d)

$$R_{ges} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(2\pi f C - \frac{1}{2\pi f L}\right)^2}} \tag{29}$$

[2]

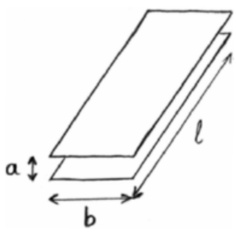
(e)

$$R_{ges} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(2\pi f C - \frac{1}{2\pi f L}\right)^2}} \Rightarrow max \Rightarrow f_{max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{30}$$

[1]

Aufgabe 7 (8 Punkte)

Betrachten Sie einen Streifenleiter mit der Streifenbreite b und dem Abstand a zwischen den beiden parallelen Streifen. l ist eine beliebige, aber feste Länge.



(a) Leiten Sie die Kapazität pro Länge C/l und die Induktivität pro Länge L/l her?

$$\frac{C}{l} = \varepsilon \cdot \frac{b}{a} \quad \frac{L}{l} = \mu \cdot \frac{a}{b}$$

(b) Berechnen Sie die Impedanz Z des Streifenleiters in Abhängigkeit von seiner Geometrie.

Lösung

(a) (i) Die Kapazität erhält man

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_R \frac{A}{a} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{C}{l} = \varepsilon \frac{b}{a} \tag{31}$$

[**1**]

(ii) Für die Induktivität betrachtet man das Magnetfeld B mithilfe des Ampereschen Gesetzes und einem Integrationsweg ein Rechteck zwischen den beiden Streifenleitern

$$\oint \vec{B} d\vec{r} = \frac{I}{\mu_0} \quad \Leftrightarrow \quad B = \frac{I}{\mu_0 b} \tag{32}$$

Mit den Maxwellschen Gleichungen erhält man

$$U = \oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{\partial}{\partial t} \int \vec{B} d\vec{A} = -\frac{\partial}{\partial t} \cdot Bla = -\frac{\partial}{\partial t} \mu \frac{I}{b} la = -\frac{\partial I}{\partial t} \underbrace{\mu l \frac{a}{b}}_{L} \tag{33}$$

und das ist die behauptete Formel.

[**3**]

(b) Ist Z_{ges} die gesuchte Impedanz, dann gilt für den Kondensatoranteil

$$U = \frac{Q}{C} = Z_{ges} \cdot I \tag{34}$$

und für den Spulenanteil

$$U = L \cdot \dot{I}, \tag{35}$$

[**2**]

also zusammengesetzt

$$Z_{ges} \cdot \dot{I} = \frac{\dot{Q}}{C} = \frac{I}{C} = Z_{ges} \frac{U}{L} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{L}{C} = Z \frac{U}{I} = Z^2, \quad Z = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{a}{b} \tag{36}$$

[**2**]

Konstanten

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \mathrm{CV}^{-1} \mathrm{m}^{-1}$

$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \mathrm{C}$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \mathrm{kg}$

$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \mathrm{mkgs}^{-2} \mathrm{A}^{-2}$

$c = 3 \cdot 10^8 \mathrm{m/s}$

$m_U = 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg