Theoretische Physik 1 (Mechanik) im Sommersemester 2011
Modulprüfung PH0005 am 12.8.2011
Prof. Ralf Metzler, Dr. Philipp H. v. Loewenfeld, Dr. Anatoly Zharikov

1 Kurzaufgaben (11 Punkte)

a) Gegeben sei die Lagrangefunktion

$$L = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2) + \frac{\alpha}{r}.$$

Welche Variable ist zyklisch? Welche Größe ist neben der Energie eine Erhaltungsgröße?

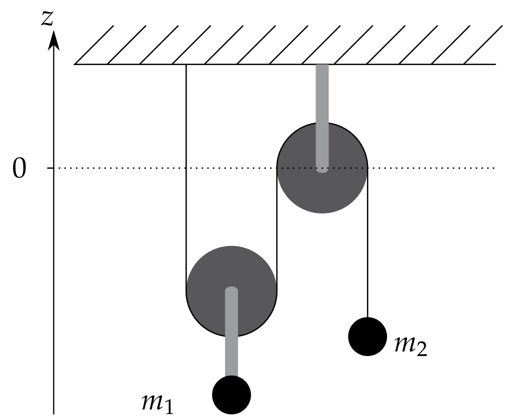
b) Der Halleysche Komet bewegt sich mit einer Periode von 76 Jahren um die Sonne. Der Perihelabstand ist $r_{\text{min}} = 0{,}6\, R_{\text{E}}$. wobei R_{E} den Abstand Erde–Sonne bezeichnet. Wie groß ist der Aphelabstand r_{max} des Kometen?

c) Betrachten Sie die kartesischen Koordinaten des Ortsvektors $\vec{r}$ und des Impulsvektors $\vec{p}$ eines Teilchens als generalisierte Koordinaten und Impulse. Berechnen Sie die Poissonklammern $\left\{\vec{a}\cdot\vec{r}, \vec{b}\cdot\vec{p}\right\}$, wobei $\vec{a}$ und $\vec{b}$ konstante Vektoren sind.

d) Betrachten Sie das Molekül LiH aus zwei Punktmassen m_1 und m_2 mit festem Abstand l und geben Sie die Lage des Schwerpunkts relativ zu m_1 und die nicht verschwindenden Trägheitsmomente an.

2 Flaschenzug (9 Punkte)

An der losen Rolle eines Flaschenzugs sei eine Masse m_1 und am Seilende eine Masse m_2 befestigt. Die Rollen mit Radius R und das Seil der Länge L seien masselos. Die masselosen Stäbe, mit denen die feste Rolle an der Decke und die Masse m_2 an der Achse der losen Rolle befestigt sind, haben die Länge l. Die Massen und die lose Rolle können sich nur in der Vertikalen bewegen. Die Massen sind dem Schwerefeld $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ ausgesetzt. Die Achse der festen Rolle sei bei $z = 0$.



a) Begründen Sie, dass die Zwangsbedingung für die Koordinaten der Massen z_1 und z_2 die Form

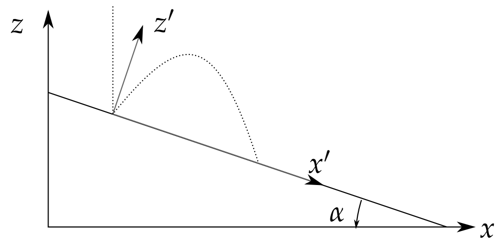
$$2z_1 + z_2 = C = \text{const.}$$

hat und bestimmen Sie die Konstante C. Geben Sie die Bewegungsgleichungen (Lagrangegleichungen 1. Art) für $z_1(t)$ und $z_2(t)$ an.

b) Eliminieren Sie mit Hilfe der Zwangsbedingung die Koordinate z_1 aus den Bewegungsgleichungen und bestimmen Sie die Zwangskraft und die Lösung für $z_1(t)$ mit den Anfangsbedingungen $\dot{z}_1(0) = \dot{z}_2(0) = 0$.

c) Unter welcher Bedingung fällt die Masse m_2 nach unten?

3 Tennisball (6 Punkte)



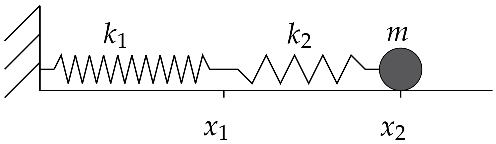
Ein Tennisball der Masse m falle vertikal im Schwerefeld $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ und stoße zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = -v\vec{e}_z$ total elastisch an einer Ebene, die den Winkel α mit der x-y-Ebene bildet. Bei dem Stoß wird die Normalkomponente der Geschwindigkeit instantan umgekehrt. Nehmen Sie an, dass die Bewegung des Balls nur in der x-z-Ebene stattfindet. Wählen Sie den Koordinatenursprung am Ort des ersten Aufpralls und führen Sie Koordinaten x' und z' parallel und senkrecht zur Ebene ein.

a) Geben Sie den Geschwindigkeitsvektor des Balls unmittelbar nach dem Stoß in x'-z'-Koordinaten an.

b) Formulieren Sie die Bewegungsgleichungen und bestimmen Sie die Bahnkurve $x'(t)$ und $z'(t)$ nach dem Stoß und vor dem Wiederaufprall.

c) Bestimmen Sie die Zeit t_F und den Abstand s zwischen dem ersten und dem zweiten Aufprall des Balls auf der Ebene.

4 Pendel aus zwei Federn (8 Punkte)



Einen Massepunkt der Masse m ist in der Horizontalen durch zwei hintereinander gehängte Federn (Federkonstanten k_1 und k_2) mit der Wand verbunden.

a) Betrachten Sie die Auslenkungen der Feder x_1 und des Massepunktes x_2 aus den jeweiligen Gleichgewichtslagen als generalisierte Koordinaten. Bestimmen Sie die potentielle Energie und geben Sie die Lagrangefunktion des Systems an.

b) Formulieren Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen.

c) Lösen Sie die Euler-Lagrange-Gleichungen für den Fall, dass in der Ruhelage die Masse durch einen instantanen Stoß bei $t = 0$ auf die Geschwindigkeit v gebracht wird.

5 Bonusaufgabe (6 Punkte)

Eine Kugel der Masse m_1 mit Trägheitsmoment Θ und Radius R rollt aus der Ruhe ohne zu gleiten von einem Berg der Höhe H im Schwerefeld $\vec{g} = -g\vec{e}_z$.

a) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Schwerpunkts der Kugel am Fuß des Berges?

b) Die Kugel stößt nun elastisch und zentral gegen einen ruhenden Klotz der Masse m_2, der reibungsfrei den Nachbarberg hinauf gleitet. Welche Geschwindigkeit hat der Klotz unmittelbar nach dem Stoß und welche Höhe erreicht der Klotz maximal?