
Klausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Fabbietti, Dr. B. Ketzer

Sommersemester 2013

26. Juli 2013

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig hand- oder computerbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Grundzustands-Wasserstoff-Wellenfunktion

$$\psi_{1,0,0}(r, \phi, \theta) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Zr}{a_0}}$$

eine Lösung der Schrödinger Gleichung,

$$-\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right] + U(r)\psi = E\psi,$$

mit

$$U(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

ist und bestimmen Sie den Ausdruck für $E_{(1,0,0)}$ ($a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \frac{\hbar^2}{m_e}$).

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Ein Teilchen in einem unendlich hohen, eindimensionalen Kastenpotential ($V(x) = 0$ für $0 < x < L$) der Länge L ist im ersten angeregten Zustand ($n = 2$).

- Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte $\psi(x)^2$ an und zeichnen Sie die Funktion gegen x für diesen Zustand.
- Berechnen Sie den Erwartungswert $\langle x \rangle$ für diesen Zustand.
- Wie wahrscheinlich ist es, das Teilchen in einem schmalen Bereich dx um $x = L/2$ herum zu finden?
- Erklären Sie kurz, warum die Ergebnisse von den Teilaufgaben b) und c) nicht im Widerspruch zueinander stehen.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Die Pickering-Serie des Spektrums von He^+ (einfach ionisiertem Helium) besteht aus den Spektrallinien für Übergängen in den $n = 4$ -Zustand von He^+ . In Experimenten findet man, dass jede zweite Spektrallinie der Pickering-Serie nahezu identisch mit einer Spektrallinie der Balmer-Serie für Wasserstoff-Übergänge in den $n = 2$ Zustand ist.

- Zeigen Sie mit Hilfe von Formeln, warum dies so ist.
- Berechnen Sie die Wellenlänge eines Übergangs von $n = 6$ zu $n = 4$ von He^+ , und zeigen Sie, dass diese Wellenlänge zu einer Wellenlänge der Balmer-Serie passt.
- Neutrale Heliumatome (mit zwei Elektronen) können in zwei Arten vorliegen, Ortho- und Parahelium. Wie unterscheiden sich diese beiden Arten? Wie kann man diesen Unterschied experimentell feststellen? Geben Sie spektroskopischen Symbole für den jeweils energetisch günstigsten Zustand an. Warum gibt es keinen 1^3S_1 -Zustand?

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Um einen Phosphorkern, (P^{15+} , $Z = 31u$) kreist

- ein Elektron
- ein π^- -Meson ($m_\pi \approx 272m_e$)
- ein Antiproton

Berechnen Sie den Bahnradius und die Gesamtenergie im Grundzustand.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Das Ca^+ -Ion emittiert Licht der Wellenlänge 393.4nm beim Übergang von $4^2P_{3/2}$ auf das $4^2S_{1/2}$ - bzw. 396.9nm beim Übergang vom $4^2P_{1/2}$ auf das $4^2S_{1/2}$ -Niveau.

- Zeichnen Sie die Aufspaltung der Energieniveaus in einem schwachen Magnetfeld und beschriften Sie die Niveaus mit den relevanten Quantenzahlen. Geben Sie die Größe der Aufspaltung der benachbarten Niveaus in Einheiten von $\mu_B B$ an. Zeichnen Sie alle erlaubten Übergänge für elektrische Dipolstrahlung unter Berücksichtigung der Auswahlregeln ein.
- Bei diesem Experiment kann man parallel und senkrecht zum Magnetfeld Strahlung beobachten. Beschreiben Sie die Strahlung und erklären Sie jeweils ihr Entstehen.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Die Breite einer Absorptionslinie kann durch die Wechselwirkungszeit des Atoms mit der Lichtwelle begrenzt sein. Wie groß müsste die Wechselwirkungszeit mindestens sein, wenn man bei dem Ca-Übergang $^1S_0 \rightarrow ^3P_1$ ($\lambda = 657.46\text{nm}$) eine Linienbreite von 3kHz erreichen will? Das obere Niveau hat eine Lebensdauer von $\tau = 0.39\text{ms}$.

Wie lang müsste die Wechselwirkungszone in einem Ca-Atomstrahl sein, wenn der selbe Prozess bei einer Ofentemperatur von $T = 900\text{K}$ passiert? *Hinweis:* $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

Aufgabe 7 (7 Punkte)

Ein HCl-Molekül kann sowohl zu Schwingungen als auch Rotationen angeregt werden. Die Energie der Schwingungs-Rotationszustände ist gegeben durch

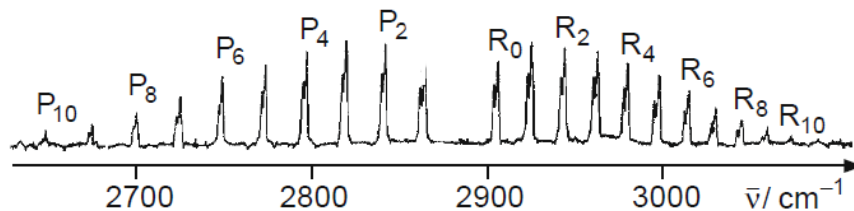
$$E = E_{\text{vib}} + E_{\text{rot}} = \hbar\omega \left(v + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar^2}{2I} \cdot j(j+1)$$

- (a) In der Abbildung sehen Sie ein gemessenes Spektrum Schwingungsrotationszustände. Es zerfällt in zwei Teile, den P-Zweig und den R-Zweig. Was charakterisiert P-Übergänge bzw. R-Übergänge? Zeichnen Sie die erlaubten Übergänge in ein Energieniveauschema für $v = 1, 2$ und $j = 0, 1, 2, 3$. Warum gibt es keinen Peak bei $\bar{\nu} = 2880 \text{ cm}^{-1}$? Welchem Übergang würde dieser Peak entsprechen? Warum ist dieser Übergang nicht erlaubt?

Hinweis

$$\Delta v = \pm 1$$

$$\Delta j = \pm 1$$



- (b) Berechnen Sie wie groß der Abstand R der beiden Atome im Molekül ist ($m_{\text{Cl}} = 35.45u$). Bestimmen Sie dazu den mittleren Abstand der Absorptionspeaks aus der Messung.
- (c) Die Absorptions-Peaks haben eine Doppelstruktur. Warum ist das so?

Konstanten

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$$

$$\alpha = 7.3 \cdot 10^{-3}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \frac{\hbar^2}{m_e}$$

$$\int x \sin^2 x \, dx = \left[\frac{x^2}{4} - \frac{x \sin 2x}{4} - \frac{\cos 2x}{8} \right]$$