Klausur in Experimentalphysik 3

Prof. Dr. S. Schönert
Wintersemester 2015/16
18. Februar 2016

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe A (5 Punkte)

(a) Welche Bedingungen müssen für Totalreflektion gegeben sein?

(b) Nenne jeweils ein Experiment, dass den Wellen- und den Teilchencharakter des Lichtes verdeutlicht.

(c) Wenn ich die Farbtemperatur eines Körpers ins Blaue verschiebe, wird der Körper...?

(d) Wenn ich auf einer Ölschicht auf Wasser farbige Ringe um mich sehe und die Ölschicht langsam verdampft (dünner wird). Dann wandern die Ringe nach....? Und warum?

(e) Wann findet bei senkrechtem Einfall und Reflektion ein Phasensprung statt?

(f) Welche zwei Eigenschaften zeichnen besonders Laserlicht aus?

Lösungen

(a) Das Licht muss vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium übergehen und zwar oberhalb des Winkels der Totalreflektion.

[1]

(b) Beugung, Interferenz und Photoeffekt, Comptoneffekt

[1]

(c) Wärmer.

[0,5]

(d) Die Ringe wandern nach innen. Die Anzahl der Maxima nimmt ab, weil die Dünner werdende Ölschicht nicht mehr so viele Winkel zulässt unter denen ganzzahlige Wellenlängenunterschiede möglich sind.

[1]

(e) Reflektion am optisch dichteren Medium.

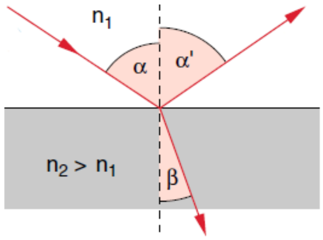
[0,5]

(f) Monochromatisch, kohärent

[1]

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Licht fällt auf eine Glasplatte.



(a) Man berechne für einen Einfallswinkel $\alpha = 0°$ das Reflexionsvermögen R und das Transmissionsvermögen T an einer Luft-Glas-Grenzfläche ($n_1 = 1$,$n_2 = 1,5$)

(b) Für welche Beziehung zwischen Einfallswinkel α und Brechungswinkel β wird die parallele, reflektierte Amplitude $A_{rp} = 0$?

(c) Wie hängt der so ermittelte Einfallswinkel von n_1 und n_2 ab?

(d) Man berechne diesen Winkel für die Grenzfläche Luft-Glas!

Lösung:

(a) Aus der Angabe $\alpha = 0$ wird klar, dass es sich um senkrechten Einfall handelt

$$T = \frac{4n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 1,5}{(2,5)^2} = 0,96 = 96\% \Rightarrow R = 1 - T = 4\% \tag{1}$$

[1,5]

(b) Es muss der Brewsterwinkel herrschen kommt man auf die Beziehung:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$$

[1]

(c) Aus der Antwort auf Teilaufgabe (b) folgern wir $\sin\alpha = \cos\beta$ und $\sin\beta = \cos\alpha$
Weiter folgern wir:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{n_1}{n_2}\cos\beta\right) = \frac{\pi}{2} - \beta \tag{2}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2}\cos\beta = \cos(\frac{\pi}{2} - \beta) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\cos\beta + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\sin\beta \tag{3}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \cdot \tan\beta \tag{4}$$

$$\Rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \tan\beta \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \tan\alpha \tag{5}$$

[**1**]

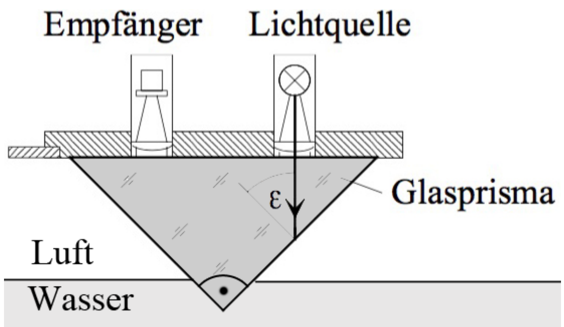
(d) Wir wissen die Brechungsindizes von Luft ($n_1 = 1$) und Glas ($n_2 = 1,5$). Dies setzen wir in die in Aufgabe (d) erhaltene Formel für den Einfallswinkel α ein:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{1,5}{1}\right) = 56,3° \tag{6}$$

[**0,5**]

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Ein Behälter mit veränderlichem Flüssigkeitsstand wird zwecks Füllstandskontrolle mit einem Prisma ausgerüstet, hinter dessen oberer Fläche eine kleine Lichtquelle und ein lichtelektrischer Empfänger angebracht sind.



(a) Wie groß sind jeweils Reflexions-, Brechungs- und Grenzwinkel der Totalreflexion, wenn das Glasprisma (Brechzahl: n_G = 1,519)

  i von Luft (n_L = 1) umgeben ist und

  ii in Wasser (n_W = 1,333) eintaucht?

(b) Skizzieren Sie in beiden Fällen den vollständigen Verlauf des Mittenstrahls und begründen Sie mit wenigen Worten die Funktionsweise des optischen Füllstandanzeigers!

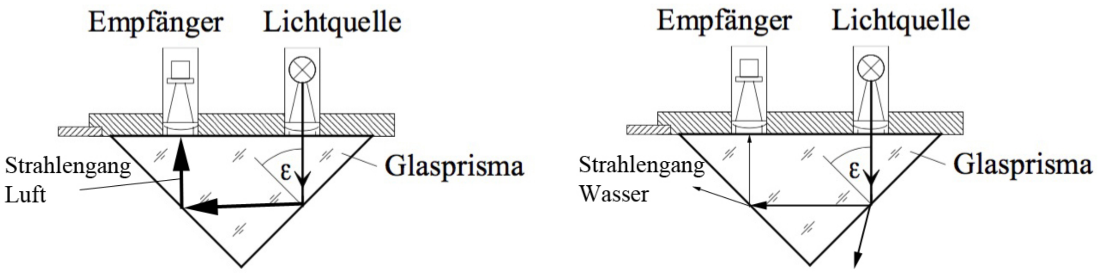
Lösung:

(a) i von Luft umgeben: Der Winkel der Reflexion beträgt hier $\epsilon_R = 45°$.
Da Totalreflexion ab einem Grenzwinkel von $\epsilon_{Gr} = 41,17°$ auftritt, gibt es hier keine Brechung.

ii von Wasser umgeben: Der Winkel der Reflexion beträgt hier $\epsilon_R = 45°$,
der Winkel der Brechung beträgt $\epsilon_{Br} = 53,68°$ und
der Grenzwinkel der Totalreflexion ist $\epsilon_{Gr} = 61,35°$

[2,5]

(b) Bei Wechsel von Luft auf Wasser nimmt die Lichtintensität, die den Empfänger erreicht, durch das Verschwinden der Totalreflexion drastisch ab!



[2,5]

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Ein Versuchsaufbau bestehe aus einer bikonkaven Linse. Ihr Brechungsindex betrage $n_\mathrm{L} = 1,3$ und ihr Krümmungsradius sei 6cm.

(a) Die Linse befinde sich in Luft. Gehen Sie davon aus, dass die Lichtstrahlen parallel zur optischen Achse von links auf die Linse fallen. Skizzieren Sie den Strahlengang durch die Linse, inklusive Brennpunkt und Krümmungsradius (groß und **lesbar**).

(b) Berechnen Sie die Brennweite f_L der Linse.

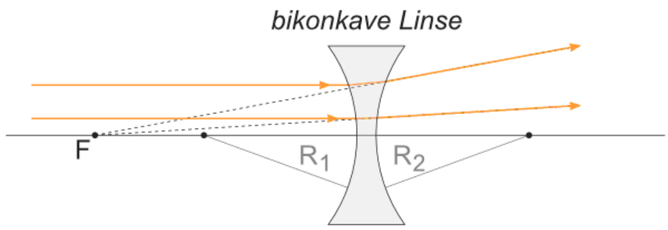
(c) Nun stelle man ein Objekt mit der Höhe $h_\mathrm{O} = 1,2$cm im Abstand von $s_\mathrm{O} = 110$cm von links an die Linse heran. Zeichnen Sie den Strahlengang inklusive Objekt und Bild und beschriften Sie. Berechnen Sie die Höhe h_B und den Abstand s_B des Objektbildes.

(d) Die Linse wird nun in Wasser positioniert, welches den Brechungsindex $n_\mathrm{W} = 1,33$ besitzt. Zeichnen Sie den Strahlengang wie in Teilaufgabe (a) und berechnen Sie die Brennweite f_W der Linse unter Wasser.

(e) Wie wird das Objekt aus Teilaufgabe (c) unter Wasser abgebildet? Zeichnen Sie den Strahlengang wie in Teilaufgabe (c) uns bestimmen Sie die Bildposition und Bildhöhe.

Lösung:

(a) Wie in Abbildung ((a)) zu sehen ist, verhält sich die Linse in Luft wie eine Zerstreuungslinse. Das Licht wird also beim Eintritt in die Linse zum Lot hin und beim Austritt vom Lot weg gebrochen.



[1]

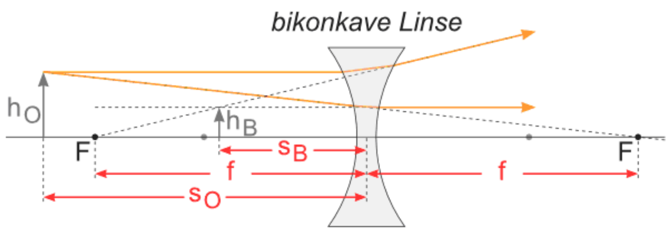
(b) Die Brennweite der Linse kann man wie folgt berechnen:

$$\frac{1}{f_\mathrm{L}} = \frac{n_\mathrm{L} - n_\mathrm{Luft}}{n_\mathrm{Luft}} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow f_\mathrm{L} = -10\mathrm{cm} \tag{7}$$

mit $R_1 = -6\mathrm{cm}$, $R_2 = 6\mathrm{cm}$ und $n_\mathrm{Luft} = 1$.

[1]

(c) Aufgrund dessen, dass die vom Objekt ausgehenden Strahlen nach dem Durchgang divergieren, sieht man ein aufrechtes, aber verkleinertes virtuelles Bild, wie in Abbildung ((c)) zu sehen ist.



[1,5]

Die Bildposition des s_B berechnet sich nach der Linsenformel:

$$\frac{1}{s_\mathrm{O}} + \frac{1}{s_\mathrm{B}} = \frac{1}{f_\mathrm{L}} \Rightarrow s_\mathrm{B} = \frac{s_\mathrm{O} f_\mathrm{L}}{s_\mathrm{O} - f_\mathrm{L}} \approx -9,2\mathrm{cm} \tag{8}$$

[1]

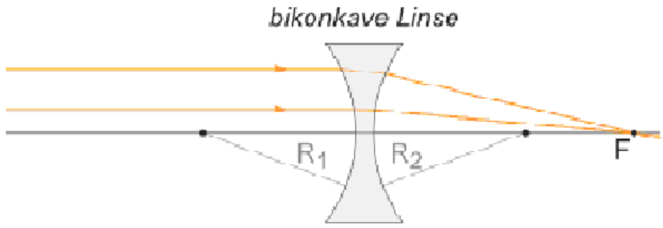
Die Bildhöhe berechnet sich mit

$$h_\mathrm{B} = m_\mathrm{T} \cdot h_\mathrm{O} = -\frac{s_\mathrm{B}}{s_\mathrm{O}} \cdot h_\mathrm{O} = 0,1\mathrm{cm} \tag{9}$$

[1]

mit dem transversalen Vergrößerungsfaktor $m_{\mathrm{T}} = \frac{1}{12}$.

(d) Wie in Abbildung ((d)) zu sehen, wir das Licht unter Wasser beim Eintritt in die Linse vom Lot weg und beim Austritt zum Lot hin gebrochen. Die Linse wird unter Wasser zur Sammellinse, da ihr Brechungsindex kleiner als der des Wassers ist.



[**1**]

Die neue Brennweite wird zu:

$$\frac{1}{f_{\mathrm{L}}} = \frac{n_{\mathrm{L}} - n_{\mathrm{Wasser}}}{n_{\mathrm{Wasser}}} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \Rightarrow f_{\mathrm{L}} = 133\mathrm{cm} \tag{10}$$

[**0,5**]

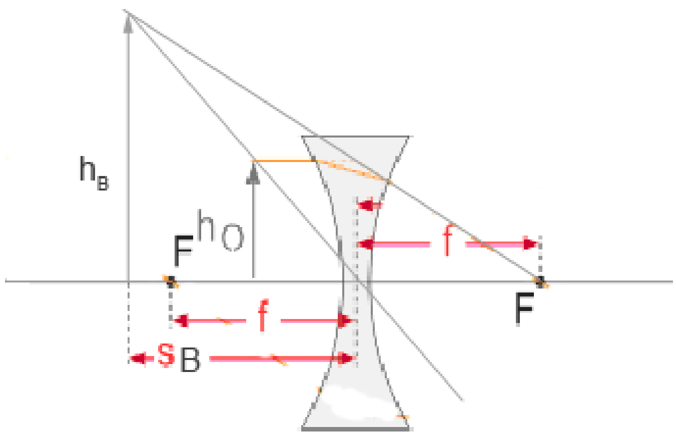
(e) Die neue Bildposition errechnet sich zu

$$s_{\mathrm{B}} = \frac{s_{\mathrm{O}} f_{\mathrm{L}}}{s_{\mathrm{O}} - f_L} = -636,09\mathrm{cm} \tag{11}$$

und die neue Bildhöhe zu

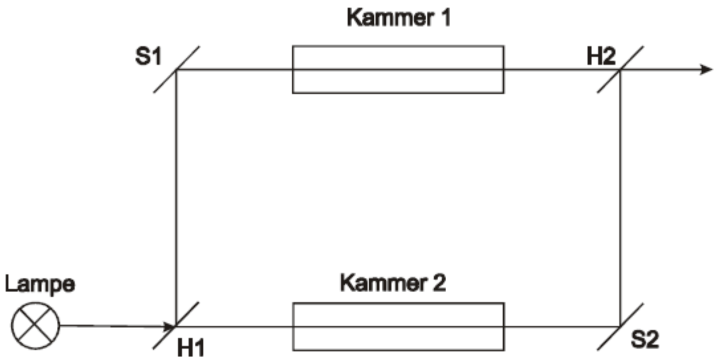
$$h_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{B}} \cdot h_{\mathrm{O}} = -\frac{s_{\mathrm{B}}}{s_{\mathrm{O}}} \cdot h_{\mathrm{O}} = 6,936\mathrm{cm} \tag{12}$$

[**1**]



[**2**]

Aufgabe 4 (4 Punkte)



Mit einem Mach-Zehnder-Interferometer kann die Brechzahl von Gasen bestimmt werden.

a) Beide Kammern der Länge $l = 23$cm sind mit Luft gefüllt. Die Brechzahl von Luft hängt vom Druck ab, und zwar ist $\frac{dn}{dp} = 2,8 \cdot 10^{-4}$ bar^{-1}. Jetzt wird Kammer 1 langsam abgepumpt. Wie groß ist die Druckdifferenz zwischen den beiden Kammern, wenn sich das Interferenzbild um ein Maximum verschoben hat? Wie viele Maxima-Durchgänge werden insgesamt beobachtet, bis eine der beiden Kammern komplett evakuiert wird? Das verwendete Licht hat die Wellenlänge von $\lambda_0 = 644$nm. Der Luftdruck in den beiden Kammern beträgt zu Beginn des Versuchs $p_0 = 1$ bar.

b) Wie viele Maxima-Durchgänge können tatsächlich beobachtet werden, wenn die Kohärenzzeit der Lampe $\Delta t_c = 1,1 \cdot 10^{-10}$s beträgt? Nehmen Sie an, dass zu Beginn des Experiments der Gangunterschied zwischen den beiden Teilstrahlen Null ist.

Lösung

a) Der optische Wegunterschied zwischen den beiden Strahlen ist gerade

$$\Delta s = l \Delta n \tag{13}$$

Damit sich das Muster gerade einmal wiederholt, muss

$$\Delta s = \lambda \tag{14}$$

gelten, also

$$\Delta n = \frac{\lambda}{l} \quad \Rightarrow \quad \Delta p = 0,01 \text{ bar} \tag{15}$$

$$k = \frac{l \Delta p \alpha}{\lambda} = \frac{p_0}{\Delta p} \tag{16}$$

wenn α der Umrechnungsfaktor ist. Man erhält $k = 100$.

[2,5]

b) Das Licht hat eine begrenzte Kohärenzlänge. Man kann sich also das Licht als einzelne Phasenzüge mit jeweils konstanter Phase vorstellen. Ein Stückchen hat gerade die Länge einer Koheränzlänge. Mit der Koheränzzeit Δt_c ergibt sich

$$l_c = c \cdot \Delta t_c = 51240 \cdot \lambda \tag{17}$$

Schiebt man jetzt die zwei Wellen zu weit auseinander (über die Kohärenzlänge), so kann ein Phasenzug nicht mehr mit sich selbst interferieren. Also geht ab 51240 Maxima nix mehr. Hier gibt es also kein Problem mit der Kohärenzzeit.

[1,5]

Aufgabe 5 (3 Punkte)

An einem Sommertag hat sich kurz nach Sonnenuntergang bei einer Umgebungstemperatur von 30°C in der Oberfläche einer Asphaltstraße eine Temperatur von 60°C eingestellt. Welche Leistung wird **effektiv** von jedem Quadratmeter der Straßendecke abgestrahlt?

Lösung:

Die Asphaltstraße kann als schwarzer Strahler betrachtet werden. Es wird von der Straße die Leistung P_2 an die Umgebung abgegeben, die Umgebung gibt gleichzeitig die Leistung P_1 an die Straßendecke zurück. Also gilt für die von der Straße effektiv abgegebene Leistung:

$$P = P_2 - P_1 \tag{18}$$

Mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz wird daraus:

$$P = \sigma \cdot A \cdot T_2^4 - \sigma \cdot A \cdot T_1^4 = \sigma \cdot A \cdot \left(T_2^4 - T_1^4\right) \tag{19}$$

[2]

Die gegebenen Temperaturen müssen noch in Kelvin umgerechnet werden: $T_1 = 303,15\text{K}$ und $T_2 = 333,15\text{K}$

Damit wird:

$$\frac{P}{A} = 220\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \tag{20}$$

[1]

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Bei einer Compton-Messung tritt unter dem Winkel $\delta = 90°$ Strahlung auf, deren Wellenlänge bei der Streuung verdoppelt wurde.

(a) Bestimmen Sie die Frequenz der einfallenden Strahlung.

(b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des gestoßenen Elektrons.

(c) Bestimmen Sie den Winkel ϵ, den die Flugrichtung des gestoßenen Elektrons mit der Richtung der Primärstrahlung einschließt.

Lösung

(a) Die Compton-Beziehung lautet:

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1-\cos\vartheta)$$

$$\Delta\lambda = \lambda_c(1-\cos 90^\circ) = \lambda_c$$

mit der Comptonwellenlänge[1] des Elektrons $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$. Die Wellenlänge der einfallenden Strahlung wird nach der Aufgabenstellung verdoppelt:

$$\begin{aligned} \lambda' &= \lambda + \Delta\lambda = 2\lambda \\ \Rightarrow \lambda &= \Delta\lambda = \lambda_c \\ \Rightarrow f &= \frac{c}{\lambda_c} = \frac{3\cdot 10^8}{2.42\cdot 10^{-12}}\,Hz = 1.2\cdot 10^{20}\text{Hz} \end{aligned}$$

[1,5]

(b) Es sei $\mathrm{m_0}$ im Folgenden immer die Ruhemasse des Elektrons. Das einfallende Photon hat die Energie E, die Streustrahlung die Energie E′:

$$E = \frac{hc}{\lambda_c}$$

$$E' = \frac{hc}{2\lambda_c}$$

Die kinetische Energie des Elektrons nach dem Stoß (vorher ruhend) ist:

$$W_{kin} = E - E' = \frac{1}{2}\frac{hc}{\lambda_c} = \frac{1}{2}m_0c^2 = \frac{1}{2}\cdot 511\text{keV} \qquad (21)$$

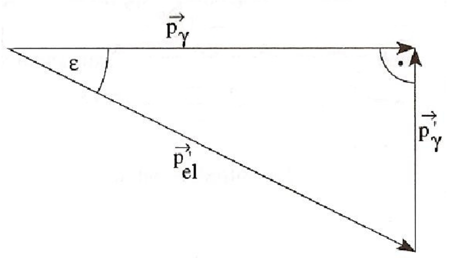
Die kinetische Energie des Elektrons ist also in der gleichen Größenordnung wie die Ruhemasse! Da wir es somit mit Energien zu tun haben, bei denen wir nicht mehr klassisch, also nicht-relativistisch ($p = \sqrt{2mE}$), rechnen dürfen, müssen wir die genaue relativistische Energiebeziehung verwenden und können aus der Gesamtenergie die Geschwindigkeit

[1] Die Comptonwellenlänge eines Teilchens entspricht der Wellenlänge, die ein Photon hat, wenn es als Energie die Ruheenergie des entsprechenden Teilchens trägt.

berechnen:

$$\begin{aligned} E - E_0 &= E_{kin} \\ mc^2 - m_0c^2 &\overset{(21)}{=} \frac{1}{2}m_0c^2 \\ \gamma m_0c^2 - m_0c^2 &= \frac{1}{2}m_oc^2 \\ \gamma &= \frac{3}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} &= \frac{3}{2} \\ \Rightarrow \beta &= \frac{\sqrt{5}}{3} \\ \Rightarrow v &= \frac{\sqrt{5}}{3}c = 2.2 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{aligned}$$

[3]



(c) Aus der Impulserhaltung folgt:

$$\begin{aligned} \vec{p}_\gamma &= \vec{p}_{\gamma'} + \vec{p}_{e'} \\ \Rightarrow \tan\epsilon &= \frac{p_{\gamma'}}{p_\gamma} = \frac{\frac{h}{\lambda'}}{\frac{h}{\lambda}} = \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\lambda}{2\lambda} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$\epsilon = 27^\circ$

[1,5]

Aufgabe 7 (4 Punkte)

(a) Wie groß ist die minimale Energieunschärfe eines Wasserstoffatoms, das sich in einem Zustand mit der Lebensdauer 10^{-8}s befindet? Wie groß ist die minimale Unschärfe in der Wellenlänge des emittierten Lichts beim Übergang in den Grundzustand, wenn die Energie des angeregten Zustands $3,39$eV beträgt?

(b) Das Z_0, das Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung, ist extrem kurzlebig. Im Experiment zeigt es eine Energieunschärfe von ca. $2,5$GeV. Wie groß ist seine Lebensdauer, wenn Sie davon ausgehen, dass das durch die Unschärferelation gegebene Limit erfüllt ist?

Lösung

(a) Es gilt die Unschärferelation zwischen Energie und Zeit:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi} \tag{22}$$

Einsetzen von $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$Js, $\Delta t = 10^{-8}$s ergibt

$$\Delta E \geq 0,527 \cdot 10^{-26}\mathrm{J} = 0,328 \cdot 10^{-7}\mathrm{eV} \tag{23}$$

Dies ist selbst in Elektronenvolt ein eher kleiner Wert. Das bedeutet, dass 10^{-8}s im atomaren Bereich eine recht große Lebensdauer darstellt.

[**1**]

Um aus der gegebenen Energieunschärfe die Wellenlängenunschärfe des emittierten Photons zu berechnen, benötigt man den Zusammenhang zwischen Energie und Wellenlänge für Photonen. Dieser ergibt sich aus

$$E = \hbar\omega$$
$$\omega = kc$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Also:

$$E = \frac{hc}{\lambda}$$

bzw.

$$\lambda = \frac{hc}{E}$$

Durch Ableiten findet man daraus die Relation zwischen den (kleinen) Unschärfen ΔE und $\Delta\lambda$:

$$\Delta\lambda = \frac{hc}{E^2}\Delta E$$

(Ein Minuszeichen wurde unterdrückt, da Unschärfen per Definition positiv sind, siehe Gaußsche Fehlerfortpflanzung.)

Einsetzen von $h, c, E = 3,39\mathrm{eV}, \Delta E = 0,328 \cdot 10^{-7}\mathrm{eV}$ ergibt:

$$\Delta\lambda = 3,52 \cdot 10^{-6}\mathrm{nm}$$

was wiederum eine sehr kleine Wellenlängenunschärfe ist.

[**2**]

(b) Es soll das Limit der Unschärferelation zwischen Energie und Zeit erfüllt sein, also:

$$\Delta E \Delta t = \frac{h}{4\pi}$$

also

$$\Delta t = \frac{h}{4\pi \Delta E}$$

Einsetzen von $h = 6,626 \cdot 10^{-34}\text{Js}, \Delta E = 4 \cdot 10^{-10}\text{J}$ ergibt

$$\Delta t = 1,31 \cdot 10^{-25}\text{s} \tag{24}$$

Dies ist auch in subatomaren Maßstäben eine eher kurze Lebensdauer – was mit der sehr großen Energieunschärfe zusammenhängt.

[**1**]

Konstanten

Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{CV}^{-1}\text{m}^{-1}$
Elementarladung:	$e = 1.60 \cdot 10^{-19}\text{C}$
Planck'sche Konstante:	$h = 6.63 \cdot 10^{-34}\text{Js}$
Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^{8}\text{ms}^{-1}$
Elektronenruhemasse:	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$
Stefan Boltzmann Konstante:	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$
Wiensche Verschiebungskonstante:	$b = 2,9 \cdot 10^{-3}\text{mK}$