Probeklausur in Experimentalphysik 2

Prof. Dr. C. Pfleiderer
Sommersemester 2015
13. Mai 2015

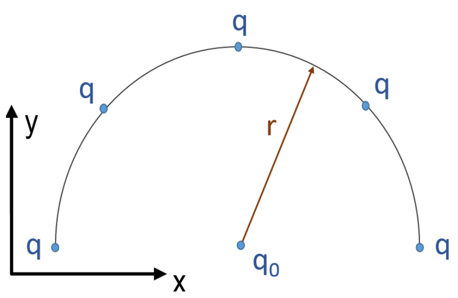
Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Einseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Fünf gleiche Ladungen q seien auf einem Halbkreis vom Radius r gleichmäßig verteilt. Berechnen Sie die Kraft, die auf eine Ladung q_0 im Mittelpunkt des Halbkreises wirkt.



Lösung

Aus Symmetriegründen ist die x-Komponente der resultierenden Kraft auf die Ladung q_0 null. Wir müssen also nur die y-Komponente der Kräfte zwischen der Ladung q_0 und den beiden Ladungen bei 45° ($\vec{F}_{45°}$)sowie der Kraft zwischen der Ladung q_0 und der Ladung q auf der Verlängerung der x-Achse betrachten ($\vec{F}_{0°}$). Damit gilt für die Kraft auf q_0:

[**1**]

$$\vec{F}_{q_0} = \vec{F}_{0°} + 2 \cdot \vec{F}_{45°} \tag{1}$$

Für die erste Kraft gilt:

$$\vec{F}_{0°} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_0 q}{r^2}\,\hat{e}_y \tag{2}$$

[**1**]

und für die y-Komponenten der andere Kraft gilt:

$$2 \cdot \vec{F}_{45^\circ} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_0 q}{r^2}\cos(45^\circ)\ \hat{e}_y = -\frac{2}{\sqrt{2}}\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_0 q}{r^2}\ \hat{e}_y \tag{3}$$

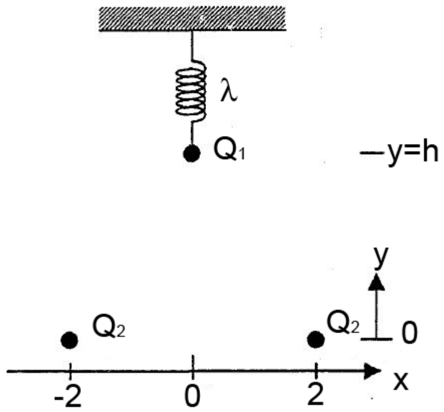
es folgt für die Gesamtkraft:

$$\vec{F}_{q_0} = F_{q_0}\ \hat{e}_y = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_0 q}{r^2}(1+\sqrt{2})\ \hat{e}_y \tag{4}$$

[**1**]

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben sei die folgende Anordnung von drei positiv geladenen Punktladungen (siehe Abbildung). Die Ladung Q_1 ist an der Decke mit einer Feder der Federkonstanten λ befestigt und wird durch die von den beiden Ladungen Q_2 auf sie ausgeübte Kraft aus ihrer Ruhelage $y = h$ ausgelenkt.



(a) Bestimmen Sie die resultierende Kraft auf die Ladung Q_1 in Abhängigkeit von y.

(b) Der Abstand der beiden Ladungen Q_2 sei nun Null ($a = 0$). Bestimmen Sie die Ladung Q_2 als Funktion von y so, dass die resultierende Kraft auf die Ladung Q_1 Null wird.

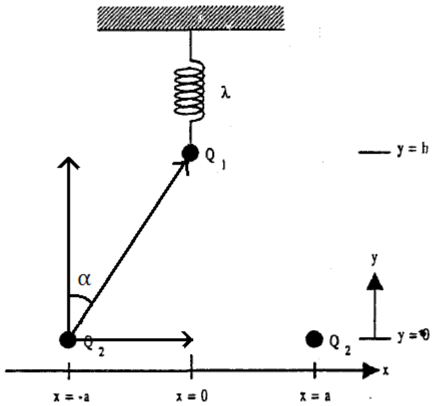
Lösung

(a) Q_1 wird in positive y-Richtung ausgelenkt. Es folgt für die Federkraft:

$$\vec{F}_f = -\lambda\,(y-h)\,\vec{e}_y = \lambda\,(h-y)\,\vec{e}_y \tag{5}$$

Mithilfe des Coulomb'schen Gesetzes können die Kräfte der Ladungen Q_2 auf die Ladung Q_1 wie folgt bestimmt werden:

$$\vec{F}_{el} = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\,(y^2+a^2)}\begin{pmatrix}\sin\alpha\\ \cos\alpha\end{pmatrix} + \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0\,(y^2+a^2)}\begin{pmatrix}-\sin\alpha\\ \cos\alpha\end{pmatrix} \tag{6}$$



$$\Rightarrow \vec{F}_{el} = \frac{2Q_1Q_2}{4\pi\epsilon_0\left(y^2+a^2\right)}\cos\alpha\cdot\vec{e}_y = \frac{2Q_1Q_2y}{4\pi\epsilon_0\sqrt{y^2+a^2}^3}\cdot\vec{e}_y \tag{7}$$

Die resultierende Kraft auf Q_1 in Abhängigkeit von y ist somit

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_f + \vec{F}_{el} = \left(\lambda\left(h-y\right) + \frac{2Q_1Q_2y}{4\pi\epsilon_0\sqrt{y^2+a^2}^3}\right)\vec{e}_y \tag{8}$$

[2,5]

(b) Mit $a = 0$ folgt für die resultierende Kraft auf Q_1:

$$\vec{F}_{res} = \left(\lambda\left(h-y\right) + \frac{2Q_1Q_2}{4\pi\epsilon_0y^2}\right)\vec{e}_y \tag{9}$$

Damit alle Kräfte auf Q_1 verschwinden, muss für Q_2 gelten:

$$0 = \left(\lambda\left(h-y\right) + \frac{2Q_1Q_2}{4\pi\epsilon_0y^2}\right)\vec{e}_y \tag{10}$$

$$\Rightarrow Q_2 = -\frac{\lambda\left(h-y\right)2\pi\epsilon_0y^2}{Q_1} \tag{11}$$

[1,5]

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Zwei kleine Goldkügelchen mit den Ladungen $q_{1,2} = \pm 0,5\cdot 10^{-4}$ C befinden sich im Abstand $2d = 1$ m auf der x-Achse.

(a) Welche Kraft wirkt auf die beiden Kugeln? Ist diese anziehend oder abstoßend?

(b) Wie groß ist das elektrische Feld dieser Ladungsverteilung, der durch die beiden Kugeln gebildet wird, auf der x-Achse? In welche Richtung zeigt das Feld?

Lösung

(a) Das Elektrische Feld der Kugel 1 ist:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\vec{e}_r \tag{12}$$

daher spürt die Kugel 2 die Kraft

$$F = E_1 q_2 = -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{(2d)^2} = -22,5\text{N (anziehend)} \tag{13}$$

[**1**]

(b) Wir setzen den Ursprung in die Mitte der beiden Kugeln. Wir erhalten die resultierenden Felder:

Für d < x:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x+d)^2} \qquad E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-q}{(x-d)^2} \tag{14}$$

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{(x+d)^2} - \frac{q}{(x-d)^2}\right) \tag{15}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-4xd}{(x^2-d^2)^2}\right) \tag{16}$$

[**2**]

Für x < -d:

$$E_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x+d)^2} \qquad E_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-q}{(x-d)^2} \tag{17}$$

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{-q}{(x+d)^2} + \frac{q}{(x-d)^2}\right) \tag{18}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{4xd}{(x^2-d^2)^2}\right) \tag{19}$$

[**1**]

Für -d < x < d:

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{(x+d)^2} \qquad E_2 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{-q}{(x-d)^2} \tag{20}$$

$$E_{\text{ges}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q}{(x+d)^2} + \frac{q}{(x-d)^2}\right) \tag{21}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{x^2+d^2}{(x^2-d^2)^2}\right) \tag{22}$$

[**1**]

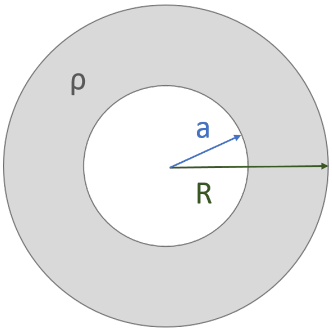
Aufgabe 4 (9 Punkte)

Betrachten Sie die abgebildete Kugelschale mit äußerem Radius R und innerem Radius a. Die Schale sei (im Bereich zwischen a und R) mit einer gleichmäßigen Volumenladungsdichte ρ_0 geladen.

(a) Leiten Sie mithilfe des Satzes von Gauß die elektrische Feldstärke $E(r)$ als Funktion des Abstandes r vom Kugelmittelpunkt her. Unterscheiden Sie dabei die Bereiche innerhalb der Kugel, innerhalb des Mantels und außerhalb der Kugel.

(b) Skizzieren Sie den Verlauf von $E(r)$.

(c) Berechnen Sie das Potential $\varphi(r)$ in den drei Bereichen, wobei sie als Referenzpunkt $\varphi(\infty) = 0$ wählen.



Lösung

(a) Zur Berechnung der elektrischen Feldstärke wird der Gaussche Satz verwendet:

$$\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_V \mathrm{div}\vec{E}\ dV = \int_V \frac{\rho}{\epsilon_0}\ dV, \text{ mit Volumenladungsdichte } \rho.$$

Es handelt sich um ein kugelsymmetrisches Problem, bei dem die $\vec{E}$-Feld-Linien radial nach außen zeigen. Als Integrationsgebiet V wird deshalb eine Kugel mit Radius r gewählt, deren Mittelpunkt auf dem Mittelpunkt der Metallkugel liegt, und es gilt:

$$\oint_{\partial V} \vec{E} \cdot d\vec{A} \overset{\vec{E}||\vec{A}}{=} \oint_{\partial V} E\ dA = E \oint_{\partial V} dA = E \cdot 4\pi r^2$$

$$\int_V \frac{\rho}{\epsilon_0}\ dV = \frac{Q_{innerhalb}}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q_{innerhalb}}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

[2]

- Für $r < a$ gilt:

$$Q_{innerhalb} = 0 \text{ (keine Ladung innerhalb der Kugelschale)},$$
$$\Rightarrow E_i(r) = 0$$

[0,5]

- Für $a < r < R$ gilt:

$$\begin{aligned} Q_{innerhalb} &= \rho_0 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right) \\ &= \rho_0 \frac{4}{3}\pi \cdot \left(r^3 - a^3\right) \\ \Rightarrow E_m(r) &= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\left(r - \frac{a^3}{r^2}\right) \end{aligned}$$

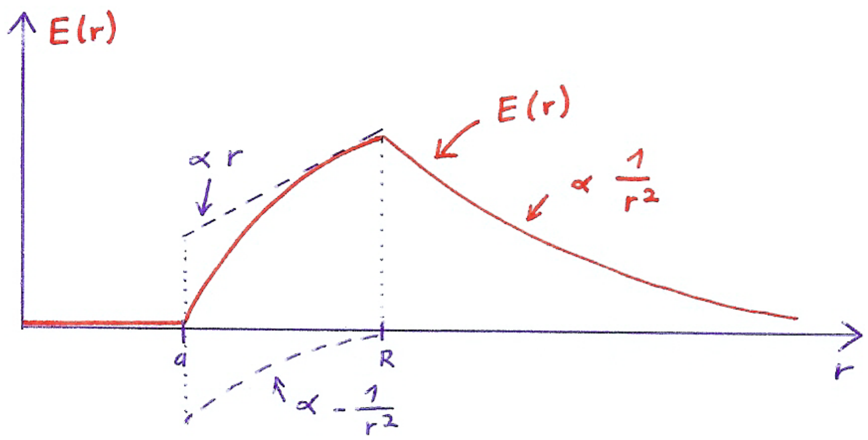
[1]

- Für $R < r$ gilt:

$$\begin{aligned} Q_{innerhalb} &= \rho_0 \cdot \left(\frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right) \\ &= \rho_0 \frac{4}{3}\pi \cdot \left(R^3 - a^3\right) \\ \Rightarrow E_m(r) &= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\frac{R^3 - a^3}{r^2} \end{aligned}$$

[1]

(b)



[1,5]

(c) Mit dem Referenzpunkt $\varphi(\infty) = 0$ ergibt sich das Potential als:

$$\varphi(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r')\, dr'$$

- Für $R < r$ gilt:

$$\varphi_a(r) = -\int_{\infty}^{r} E_a(r')\,dr' = -\int_{\infty}^{r} \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\frac{R^3 - a^3}{r'^2}\,dr'$$
$$= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\left(R^3 - a^3\right)\left[\frac{1}{r'}\right]_{r'=\infty}^{r'=r} = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\frac{R^3 - a^3}{r}$$

[**1**]

- Für $a < r < R$ gilt:

$$\varphi_m(r) = -\int_{\infty}^{R} E_a(r')\,dr' - \int_{R}^{r} E_m(r')\,dr$$
$$= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\frac{R^3 - a^3}{r} - \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\left[\frac{1}{2}r'^2 + \frac{a^3}{r'}\right]_{r'=R}^{r'=r}$$
$$= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\left(\frac{R^3 - a^3}{R} - \frac{1}{2}r^2 + \frac{1}{2}R^2 - \frac{a^3}{r} + \frac{a^3}{R}\right)$$
$$= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\left(\frac{3}{2}R^2 - \frac{1}{2}r^2 - \frac{a^3}{r}\right)$$

[**1**]

- Für $r < a$ gilt:

$$\varphi_i(r) = -\int_{\infty}^{R} E_a(r')\,dr' - \int_{R}^{a} E_m(r')\,dr - \int_{a}^{r} E_i(r')\,dr'$$
$$= \varphi_m(a) - \int_{a}^{r} 0\,dr'$$
$$= \frac{\rho_0}{3\epsilon_0}\left(\frac{3}{2}R^2 - \frac{1}{2}a^2 - \frac{a^3}{a}\right) = \frac{\rho_0}{2\epsilon_0}\left(R^2 - a^2\right)$$

[**1**]

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Ein Plattenkondensator bestehe aus zwei quadratischen Platten der Seitenlänge $L = 10$ cm mit dem Abstand $d = 1$ cm, an die eine variable Spannung U angelegt werden kann.

(a) Wie groß ist die Kapazität des Plattenkondensators?

(b) Es wird nun eine Spannung $U = 2200$ V angelegt. Wie groß ist dann die Ladung auf einer Platte? Wie groß ist die Flächenladungsdichte?

(c) Wie groß ist die elektrische Feldstärke zwischen den Platten bei $U = 2200$ V? Welche Spannung U darf maximal angelgt werden? (Durchbruchfeldstärke in Luft $\approxeq 10^6$ V/m)

(d) Nun werden Öltröpfchen in den Plattenkondensator eingesprüht (Milikan-Versuch). Bei einem Tröpfchen, das bei der angelegten Spannung von $U = 2200$ V ruht, bestimmt man einen Radius von $r = 1,88\ \mu$m. Die Dichte des Verwendeten Öls beträgt $\rho_{\text{Öl}} = 0,9$ g cm^{-3}. Mit wie vielen Elementarladungen ist das Öltröpfchen geladen?

Hinweis: Ruhendes Tröpfchen bedeutet, dass die Summe der Kräfte auf das Tröpfchen verschwindet.

(e) Bei welchen allgemeinen Spannungen U lassen sich noch ruhende Tröpfchen beobachten, die den gleichen Radius haben?

Lösung

(a) Kapazität eines Plattenkondensators:

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon_0 \frac{L^2}{d} = 8,85 \text{ pF} \tag{23}$$

[1]

(b)

$$Q = CU = 19,5 \text{ nC} = 1,22 \cdot 10^{11}\ e \tag{24}$$

Auf einer Platte ist +Q, auf der anderen –Q:

$$\sigma = \frac{Q}{A} = 1,95\ \frac{\mu\text{C}}{\text{m}^2} \tag{25}$$

[1,5]

(c)

$$E = \frac{U}{d} = 2,2 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \tag{26}$$

$$E_{\text{durch}} = \frac{U_{\text{max}}}{d} \qquad \Rightarrow \qquad U_{\text{max}} = E_{\text{durch}} d = 10^4 \text{ V} \tag{27}$$

[1]

(d) Milikan-Versuch: Die Größe der Tröpfchen bestimmt man z.B über die Sinkgeschwindigkeit ohne Feld (laminare Strömung). Ein Tröpfchen ruht bei

$$F_G = F_E \tag{28}$$

$$mg = qE = neE \tag{29}$$

$$\Rightarrow n = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3 g}{eE} = 6,97 \approx 7 \tag{30}$$

[1,5]

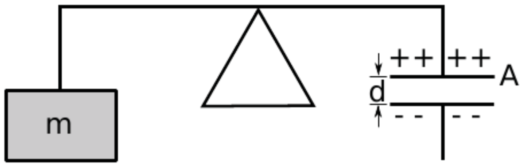
(e)

$$n \ \propto\ 1/E \ \propto\ 1/U \Rightarrow U_n = U_1 \frac{1}{n} \tag{31}$$

[1]

Aufgabe 6 (4 Punkte)

In der Abbildung ist eine kapazitive Waage gezeigt. Auf der linken Seite der Waage ist ein Gewicht mit Masse m angebracht, während auf der anderen Seite ein Kondensator mit veränderlichem Plattenabstand d befestigt ist. Wenn der Plattenkondensator mit einer Spannung U geladen ist, so ist die Anziehungskraft zwischen den Platten mit der Gewichtskraft der angehängten Masse im Gleichgewicht.



(a) Berechnen sie die Spannung U^*, die bei einer Masse m für ein Gleichgewicht erforderlich ist, wenn die Platten den Abstand d^* und den Flächeninhalt A haben. Randeffekte beim Kondensator sind zu vernachlässigen.

(b) Ist die Waage stabil? Betrachten Sie dazu den Fall, dass die Waage zunächst im Gleichgewicht ist und anschließend die Platten etwas zusammengedrückt werden. Stabil ist die Waage dann, wenn die Platten nicht zusammenklappen sondern ins Gleichgewicht zurückkehren.

Lösung

(a) Wir bezeichenen den Abstand der Platten von einander mit d. Die Kraft F auf die obere Platte hängt mit der beim Laden des Kondensators verrichteten mechanischen Arbeit dW zusammen über

$$dW = dE_{\text{mech}} = -F d\mathrm{d} \tag{32}$$

Auflösen nach der Kraft ergibt

$$F = -\frac{dE_{\text{mech}}}{d\mathrm{d}}. \tag{33}$$

[**1**]

Die im Kondensator gespeicherte elektrische Energie ist

$$E_{\text{el}} = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{d}U^2 \tag{34}$$

Mit $E_{\text{el}} = -E_{\text{mech}}$ folgt

$$F = \frac{dE_{\text{el}}}{d\mathrm{d}} = -\frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 A}{d^2}U^2. \tag{35}$$

[**1**]

Anwenden des zweiten Newton'schen Axioms $\sum F = 0$ auf den Körper mit der Masse m ergibt

$$mg - \frac{\epsilon_0 A}{2d^2}U^2 = 0 \tag{36}$$

Daher gilt für die gesuchte Spannung

$$U = d\sqrt{\frac{2mg}{\epsilon_0 A}}. \tag{37}$$

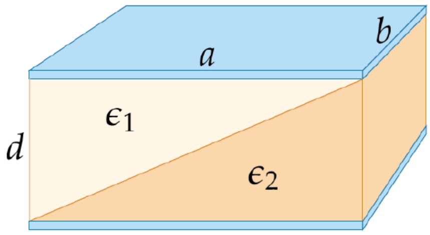
[**1**]

(b) Da die Kraft F mit abnehmendem Abstand d zunimmt, liegt kein Gleichgewicht vor. Die Waage ist also instabil.

[**1**]

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Berechnen Sie die Kapazität des abgebildeten Kondensators, der mit zwei verschiedenen Dielektrika mit Dielektrizitätszahlen ϵ_1 und ϵ_2 gefüllt ist. Setzen Sie dann $\epsilon_1 = \epsilon_2$ und überprüfen Sie, ob Sie die Formel für den mit einem einzelnen Dielektrikum gefüllten Kondensator erhalten, ob Ihr Ergebnis also richtig ist.



Lösung

Seien $d_1(x)$ und $d_2(x)$ die verschiedenen Dicken der Dielektrika ε_1 und ε_2 in Abhängigkeit von x (mit $x \in [0, a]$). Aus der Zeichnung lassen sich dafür die folgenden linearen Beziehungen bestimmen.

$$d_1(x) = d\left(1 - \frac{x}{a}\right) \qquad\qquad d_2(x) = \frac{d}{a}x \tag{38}$$

[**1**]

Für die Berechnung der Kapazität betrachten wir einen infinitesimal kleinen Abschnitt des Kondensators der Breite dx. Für eine solchen kleinen Teil ist die Dicke der beiden Dielektrika konstant und man kann also die übliche Formel für die Reihenschaltung zweier Kondensatoren benutzen.

$$C_{tot} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)^{-1} \tag{39}$$

Für den infinitesimal kleinen Abschnitt des Kondensators haben wir also unter Verwendung der üblichen Formel zur Berechnung der Kapazität eines Kondensators ($C = \varepsilon\varepsilon_0 A/d$)

$$\mathrm{d}C = \left(\frac{d_1(x)}{\varepsilon_0\varepsilon_1 b\mathrm{d}x} + \frac{d_2(x)}{\varepsilon_0\varepsilon_2 b\mathrm{d}x}\right)^{-1} \tag{40}$$

[**1**]

mit $A = b\mathrm{d}x$ für den infinitesimal breiten Abschnitt. Setzt man die oben erhaltenen Ausdrücke für $d_1(x)$ und $d_2(x)$ ein, so erhält man

$$\mathrm{d}C = \varepsilon_0 b \left(\frac{d\left(1 - \frac{x}{a}\right)}{\varepsilon_1} + \frac{\frac{d}{a}x}{\varepsilon_2} \right)^{-1} \mathrm{d}x \tag{41}$$

$$= \varepsilon_0 ab \left(\frac{\varepsilon_2 d\,(a - x) + \varepsilon_1 x d}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \right)^{-1} \mathrm{d}x \tag{42}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 ab}{d} \frac{1}{\varepsilon_2 a + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)x} \mathrm{d}x \tag{43}$$

[**1**]

Integriert man abschließend über die ganze Länge der Kante, erhält man die Gesamtkapazität

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 ab}{d} \int_0^a \frac{1}{\varepsilon_2 a + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)x} \mathrm{d}x \tag{44}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 b}{d} \int_0^a \frac{1}{1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 a} x} \mathrm{d}x \tag{45}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 b}{d} \frac{\varepsilon_2 a}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \left[\ln\left(1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2 a} x\right) \right]_0^a \tag{46}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 ab}{d(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \ln\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) \tag{47}$$

$$\tag{48}$$

[**1**]

Für die Auswertung des Falls $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ lassen wir im Grenzfall ε_1 gegen ε_2 laufen; einfaches Einsetzen würde zum singulären Ausdruck 0/0 führen.

$$\lim_{\varepsilon_1 \to \varepsilon_2} C = \lim_{\varepsilon_1 \to \varepsilon_2} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 ab}{d(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \ln\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) \tag{49}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2^2 ab}{d} \lim_{\varepsilon_1 \to \varepsilon_2} \frac{\ln\left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \tag{50}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2^2 ab}{d} \lim_{\varepsilon_1 \to \varepsilon_2} \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{1}{\varepsilon_2} \tag{51}$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 ab}{d} \tag{52}$$

Für das Auswerten des Limes wurde die Regel von L'Hospital angewendet.

[**1**]

Konstanten

Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \mathrm{C V^{-1} m^{-1}}$
Elementarladung:	$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \mathrm{C}$