Klausur zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. S. Schönert Wintersemester 2014/2015 9. Februar 2015

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe A (8 Punkte)

- (a) Was besagt das Fermatsche Prinzip?
- (b) Wann tritt bei Reflexion an einer Grenzfläche ein Phasensprung auf?
- (c) Wie groß ist die Comptonwellenlänge eines Elektrons?
- (d) In welcher Art von Kristallen tritt Doppelbrechung auf?
- (e) Nennen sie 2 Beugungsphänomene aus dem Alltag.
- (f) Was ist die Fouriertransformierte der Spaltfunktion (Rechteckfunktion)
- (g) Was versteht man unter dem Begriff 'optischer Weg'?
- (h) Wie können sie die Welleneigenschaften von Teilchen demonstrieren?
- (i) Wie verändert sich das Beugungsmuster, wenn Sie die Spaltbreite verringern?
- (j) Wie kann man die Entfernung zum Mond präzise messen?
- (k) Was versteht man unter 'Dispersion'?
- (1) Wie gehören die vier physikalischen Größen paarweise in der Heisenbergschen Unschärferelation zusammen?
- (m) Mit welcher Beobachtung kann man die chemische Zusammensetzung der Sonnenatmosphäre bestimmen?

Lösung

(a) Das Fermatsche Prinzip sagt, dass Licht zwischen zwei Punkten den optischen Wege nimmt, auf dem seine Laufzeit bei kleinen Variationen des Weges stationär ist und deshalb der Weg extremal wird.

[1]

(b) Bei der Reflextion an einem optisch dichteren Medium.

[0,5]

(c) Die Comptonwellenlänge beträgt: $\lambda_C = \frac{h}{m_e c} = 2,43 \cdot 10^{-12} \mathrm{m}.$

[0,5]

(d) Anisotrope Kristalle. Kristalle mit unterschiedlichen Brechungsindizes entlang verschiedener Kristallachsen.

 $[0,\!5]$

(e) CD, Hologramm (Geldschein), Stoffe (Gardinen), fein gearbeite Metalloberflächen, Spinnennetz, Wasserdampf, Wasserwellen (Kaimauern, etc.), Schall (um die Ecke hören)

[1]

(f)

$$F(x) = \frac{\sin x}{x}$$

[0,5]

(g) Der optische Weg ist die Streckenlänge, für die Licht im Vakuum die gleiche Zeit benötigt wie für einen gegebenen Weg im einem Medium mit Brechungsindex.

 $[0,\!5]$

(h) Doppelspalt Experiment, Beugung

[0,5]

(i) Das Muster wird breiter und die Maxima/Minima wandern nach außen.

[0,5]

(j) Mit Hilfe der Lichtgeschwindigkeit, einem gepulsten Laserstrahl und einem Winkel-Reflektor auf Mond

 $[0,\!5]$

(k) Der Brechungsindex ist abhängig von Wellenlänge; oder auch die Lichtgeschwindigkeit im ist Medium abhängig von der Frequenz.

[0,5]

(1) x zusammen mit p und E zusammen mit t

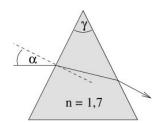
[1]

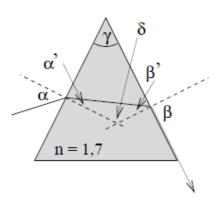
(m) Charakteristische Absorptionslinien (Fraunhofer)

 $[0,\!5]$

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Auf ein gleichseitiges Prisma mit dem Öffnungswinkel $\gamma = 60^{\circ}$ aus Flintglas $(n_{\rm Flintglas} = 1,7)$ fällt von der linken Seite ein paralleles Lichtbündel ein. Welche Werte darf der Einfallswinkel α einnehmen, damit das Licht auf der rechten Prismenseite wieder austritt? Fertigen Sie eine Skizze mit den relevanten Winkeln an.





Damit das Licht auf der rechten Seite wieder Austritt, muß das Lichtbündel mit einem Winkel β' kleiner als der Totalreflexionsgrenzwinkel auf die Austrittsfläche treffen. Nach dem Brechungsgesetz gilt die Beziehung

$$\frac{\sin \beta'}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{Vac}}}{n_{\text{Flintglas}}} = \frac{1}{1,7}.$$

Im Totalreflexions-Grenzfall ist $\sin\beta=1$ und man erhält als Grenzwinkel $\beta_{\rm g}'=36^{\circ}.$

[1]

[1]

Aus Geometrieüberlegungen erhält man für den Winkel

$$\delta = 180^{\circ} - \gamma = 120^{\circ}.$$

Daraus ergibt sich für den Winkel an der Eintrittsgrenzfläche

$$\alpha' = 60^{\circ} - \beta'$$

[1]

im Totalreflexionsgrenzfall also $\alpha_{\rm g}'=24^\circ$

Wendet man das Brechungsgesetz an der Eintrittsgrenzfläche an, so erhält man

$$\frac{\sin \beta'}{\sin \beta} = \frac{n_{\text{Vac}}}{n_{\text{Flintglas}}}$$

und im Grenzfall

$$\sin \alpha = n_{\text{Flintglas}} \cdot \sin \alpha'_{\text{g}} = 1, 7 \cdot \sin 24^{\circ} = 0, 69$$

und damit als Winkel $\alpha = 43,8^{\circ}$.

Da $\beta' < 36^{\circ}$ gelten muß, gilt wegen $\alpha' = 60^{\circ} - \beta'$

$$\alpha' > 24^{\circ}$$

und über das Brechungsgesetz entsprechend

$$\alpha > 43, 8^{\circ}$$
.

[1]

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Es werden in einen Glasblock zeitgleich zwei ebene Wellen eingekoppelt, eine Welle $\lambda_1=680\mathrm{nm}$ $(n_1 = 1,638)$ und eine Welle $\lambda_2 = 430 \,\mathrm{nm}$ $(n_2 = 1,657)$. In welchem zeitlichen Anstand verlassen die Wellenfronten beider Wellen das Glas, nachdem sie es 1cm durchlaufen haben?

Lösung

Die Phasengeschwindigkeit v einer ebenen Welle in einem Medium mit wellenlängenabhängigen Brechungsindex $n(\lambda)$ beträgt

$$v(\lambda) = \frac{c_0}{n(\lambda)}.$$

Die Laufzeit t durch ein solches Medium der Dicke D beträgt also

$$t(\lambda) = \frac{D}{v(\lambda)} = \frac{Dn(\lambda)}{c_0}.$$

[1]

Die Laufzeitdifferenz beträgt also

$$\Delta t = \left| \frac{D}{c_0} \left(n(\lambda_F) - n(\lambda_C) \right) \right|.$$

$$n_F - n_C = 0,019$$

Mit D = 1cm ergibt sich

$$\Delta t = 637 \mathrm{fs}$$

[1]

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Ein linear polarisierter Lichtstrahl falle senkrecht auf eine Wasseroberfläche $(n_{\rm W}=\frac{4}{3})$. Vernachlässigen Sie Absorption.

- (a) Wie groß sind die Verhältnisse der Amplituden E_r/E_e und E_d/E_e der reflektierten und durchgelassenen elektrischen Feldstärke zur einfallenden Feldstärke?
- (b) Wie groß sind die Verhältnisse I_r/I_e und I_d/I_e der reflektierten und durchgelassenen Intensitäten zur einfallenden Intensität?

Zunächst gilt

$$\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm e}} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \qquad R = \frac{I_{\rm r}}{I_{\rm e}} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2$$

Für die durchgelassene Intensität gilt

$$1 - R = D = \frac{I_{\rm d}}{I_{\rm e}} = \frac{c_2 \epsilon_2}{c_1 \epsilon_1} \left(\frac{E_{\rm d}}{E_{\rm e}}\right)^2 = \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{E_{\rm d}}{E_{\rm e}}\right)^2$$

Daraus folgt

$$\left(\frac{E_{\rm d}}{E_{\rm e}}\right)^2 = \frac{n_1}{n_2} \left(1 - \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2\right) = \frac{4n_1^2}{(n_1 + n_2)^2}$$

Daher

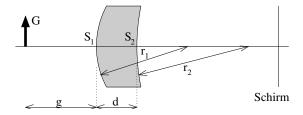
$$\frac{E_{\rm d}}{E_{\rm e}} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

[2]

Zahlenwerte sind

$$\frac{E_{\rm r}}{E_{\rm e}} = -0,143$$
 $\frac{E_{\rm d}}{E_{\rm e}} = 0,857$ $\frac{I_{\rm r}}{I_{\rm e}} = 0,020$ $\frac{I_{\rm d}}{I_{\rm e}} = 0,980$ [2]

Aufgabe 4 (5 Punkte)



Betrachten Sie die gezeigte dicke Linse mit den Krümmungsradien $r_1 = 200$ mm und $r_2 = 300$ mm und der Dicke d = 20mm. Die Linse sei aus einem Glas mit dem Brechungsindex n = 1, 5.

- (a) Berechnen Sie die Brennweite der Linse und die Lage der Hauptebenen bezüglich des vorderen Scheitelpunktes S_1 .
- (b) Ein Gegenstand G, der sich im Abstand g = 10m vor der Linse befindet, soll auf einem Schirm scharf abgebildet werden. Wo muss man den Schirm aufstellen?

(a) Es gilt

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n-1)d}{nr_1r_2}\right).$$

Werte sind

$$n = 1, 5$$
 $r_1 = 200 \text{mm}$

$$r_2 = 300 \mathrm{mm}$$

 $d=20\mathrm{mm}$

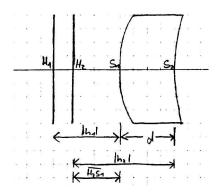
Daher ist f = 1125mm. Weiterhin gilt

[1]

$$h_1 = -\frac{(n-1)fd}{nr_2}$$
 $h_2 = -\frac{(n-1)fd}{nr_1}$

Daher $h_1 = -25$ mm und $h_2 = -37, 5$ mm.

[1,5]



(b) Die Linsengleichung besagt

$$\frac{1}{g'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f}$$

Wobei g' die Länge von $\overline{\mathrm{GH}_1}$ ist, also

$$g' = 10m - 25mm = 9,975m$$

[1]

Mit $\frac{1}{b'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{g'}$ erhält man

$$b' = 1268$$
mm

was der Abstand des Bildes von ${\rm H_2}$ ist. Für berhält man die Werte 1250,5mm bzw. 1230,5mm als Abstand von ${\rm S_1}$ bzw. ${\rm S_2}.$

[1,5]

Aufgabe 5 (6 Punkte)

Auf einer Wasseroberfläche ($n_{\text{Wasser}} = 1,3$) schwimmt ein dünner Ölfilm ($n_{\text{Ol}} = 1,6$). Das an diesem Ölfilm reflektierte Sonnenlicht erscheint bei Betrachtung unter einem Winkel $\alpha = 45^{\circ}$ grünlich ($\lambda = 500$ nm).

- (a) Wie dick ist der Ölfilm?
- (b) Welche Wellenlänge wird bei senkrechter Beobachtung ($\alpha = 0^{\circ}$) bevorzugt reflektiert?
- (c) Gibt es noch andere Winkel, unter denen das grüne Licht auch verstärkt reflektiert wird?

Lösung

(a) Die Phasendifferenz der beiden Teilwellen die an der Luft-Öl- bzw. Öl-Wasser-Grenzschicht reflektiert werden, ist wegen des Phasensprungs bei der Reflexion an der Öl-Wasser-Grenzfläche gegeben durch

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta s - \pi \tag{1}$$

wobei Δs der optische Weg beim Durchgang durch die Ölschicht ist. Die Bedingung für konstruktive Interferenz (maximale Reflexion) lautet

$$\Delta \varphi = 2m\pi, \quad m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$
 (2)

[1]

Gleichsetzen von (1) und (2) ergibt

$$\frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta s - \pi = 2m\pi \Rightarrow \Delta s = \frac{2m+1}{2} \lambda_0$$

Der optische Weg durch die Ölschicht ist

$$\Delta s = 2dn\cos\beta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}$$

[1]

wobei $\cos \beta = \sqrt{1-\sin^2 \beta} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2-\sin^2 \alpha}$ benutzt wurde. Daher

$$\frac{2m+1}{2}\lambda_0 = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \Rightarrow d = \frac{(2m+1)\lambda_0}{4n^2} \frac{1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}$$

Einsetzen von $m=0,\,\lambda_0=500\mathrm{nm},\,n=1,6$ und $\alpha=45^\circ$ liefert

$$d=87,04\mathrm{nm}$$

[1]

(b) Im Fall senkrechten Einfalls muss gelten $\cos \alpha = \cos \beta = 1$. Daher

$$\Delta s = 2dn = \frac{2m+1}{2}\lambda_0 \Leftrightarrow \lambda_0 = \frac{4dn}{2m+1}$$

Was für m=0 den Wert 557,0nm und für m=1 den Wert 185,7nm annimmt.

(c) Hier gilt

$$\frac{2m+1}{2}\lambda_0 = 2d\sqrt{n^2-\sin^2\alpha} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{4d^2n^2-\left(\frac{(2m+1)\lambda_0}{2}\right)^2}.$$

Für m=0 folgt $\sin\alpha=0,707\Rightarrow\alpha=45^\circ$. Für m=1 wird die Wurzel negativ. Es gibt also für grünes Licht keine höheren keine höheren Ordnungen.

[1,5]

Aufgabe 6 (3 Punkte)

Die Decke eines Saals ist mit schalldämmenden Platten versehen, in denen sich kleine Löcher befinden. Der Abstand der Löcher beträgt 6mm.

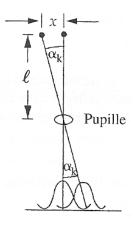
- (a) Aus welcher Entfernung kann man bei einer Lichtwellenlänge von 500nm die Löcher gerade noch einzeln erkennen? Setzen Sie den Pupillendurchmesser zu 5mm an.
- (b) Kann man die Löcher bei rotem oder violettem Licht aus größerer Entfernung besser unterscheiden?

Lösung

(a) Wir bezeichnen die Entfernung zwischen Auge und Saaldecke mit ℓ und den Abstand der Punkte voneinander mit x. Aus den geometrischen Zusammenhängen ergibt sich für kleine Winkel

$$\alpha_{\rm K} \approx \frac{x}{\ell}$$
.

Gemäß dem Rayleighschen Kriterium der Auflösung gilt für kreisförmige öffnungen, die



den Durchmesser D haben

$$\alpha_{\rm K} = \frac{1,22\lambda}{D}.$$

Gleichsetzen beider Ausdrücke liefert

$$\frac{x}{\ell} \approx 1,22\frac{\lambda}{D}$$

also

$$\ell \approx \frac{xD}{1,22\lambda} = \frac{6\text{mm} \cdot 5\text{mm}}{1,22 \cdot 500\text{nm}} = 49,2\text{m}$$

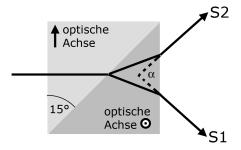
[2]

(b) Weil ℓ umgekehrt proportional zu λ ist, sind die Löcher bei kleinerer Wellenlänge, also bei violettem Licht, aus größerer Entfernung zu erkennen.

[1]

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Zwei Prismen aus Kalkspat, die so geschnitten sind, dass die optische Achse einmal in der Zeichenebene, zum Anderen senkrecht zur Zeichenebene verläuft, werden zusammengeklebt. Die

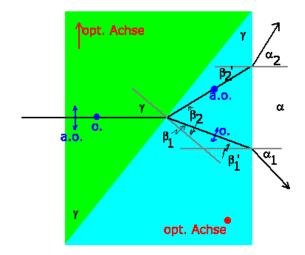


Hauptbrechungsindizes für Kalkspat sind $n_{\rm o}=1,6584$ und $n_{\rm ao}=1,4864$. Der Winkel zwischen beiden Prismen beträgt $\gamma=15^{\circ}$.

Ein unpolarisierter Lichtstrahl, trifft senkrecht zur optischen Achse auf das erste Prismas. Er spaltet beim Durchgang in zwei Lichtstrahlen S_1 und S_2 auf. Wie groß ist der Winkel α zwischen den beiden austretenden Lichtstrahlen und wie sind diese Strahlen polarisiert?

Lösung

Wir zerlegen die einfallende Welle in den ordentlichen und den außerordentlichen Strahl. Der ordentliche Strahl ist senkrecht zur optischen Achse polarisiert, der außerordentliche Strahl parallel zur optischen Achse. Beide Strahlen haben gleiche Richtung, sind jedoch phasenverschoben. Beim Eintritt in das zweite Prisma, dessen optische Achse nach Aufgabenstellung senkrecht zur optischen Achse des ersten Prismas gerichtet sein sollte, wird der ordentliche Strahl zum außerordentlichen Strahl und umgekehrt der außerordentliche Strahl zum ordentlichen Strahl. Der Einfallswinkel bei der Brechung an der Grenzfläche der beiden Prismen ist identisch mit dem Keilwinkel γ der Prismen. Wir bezeichnen mit dem Index 1 den im zweiten Prisma als ordentlichen Strahl erscheinenden Lichtstrahl, umgekehrt mit dem Index 2 den im zweiten Prisma als



außerordentlichen Strahl erscheinenden Lichtstrahl. Die weitere Bezeichnung der Winkel ist in der Zeichnung angegeben. Die Brechungsgesetze an der Grenzfläche der beiden Prismen lauten

$$n_{\rm o} \sin \gamma = n_{\rm ao} \sin \beta_2$$

 $n_{\rm ao} \sin \gamma = n_{\rm o} \sin \beta_1$

[1]

Numerisch folgt daraus, dass $\beta_1=13,41^\circ$ und $\beta_2=16,79^\circ$. Der Einfallswinkel auf die Begrenzungsfläche des zweiten Prismas mit der Luft ist

[1]

$$\beta_1' = \gamma - \beta_1 = 1,59^{\circ}$$
 $\beta_2' = \beta_2 - \gamma = 1,79^{\circ}$

[1]

Nochmalige Anwendung des Brechungsgesetzes liefert

$$n_{\text{ao}} \sin \beta_2' = \sin \alpha_2 = 0,0464$$

 $n_{\text{o}} \sin \beta_1' = \sin \alpha_1 = 0,0460.$

[1]

Der Winkel zwischen den beiden Lichtstrahlen S_1 und S_2 ist damit

$$\begin{split} \alpha &= (\beta_2 - \beta_1) + (\alpha_1 - \beta_1') + (\alpha_2 - \beta_2') \\ &= (\alpha_1 + \alpha_2) + (\beta_2 - \beta_2') - (\beta_1 + \beta_1') = \alpha_1 + \alpha_2 = 5, 3^{\circ} \end{split}$$

[1]

Die Strahlen sind dabei wie in der Zeichnung polarisiert.

[1]

Aufgabe 8 (4 Punkte)

Die Bestrahlungsstärke B (eingestrahlte Leistung pro Flächeneinheit senkrecht zur Einstrahlrichtung) von der Sonne beträgt am Ort der Erde im Mittel $B=1,35 {\rm kW/m^2}$. Das Maximum der spektralen Intensitätsverteilung S_{λ} liegt bei der Wellenlänge $\lambda_{\rm max}=500 {\rm nm}$, der Abstand Sonne-Erde beträgt $d=1,5\cdot 10^8 {\rm km}$. Berechnen Sie den Sonnenradius, wenn Sie die Sonne als isotrop emittierenden schwarzen Strahler betrachten .

Lösung

Nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz ist die von der Sonne emittierte Strahlungsleistung

$$P_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma_{\text{S-B}} T_{\odot}^4 \tag{3}$$

Die Oberflächentemperatur der Sonne ist nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz

$$T_{\odot} = \frac{A_{\rm W}}{\lambda_{\rm max}} = \frac{2,9 \cdot 10^{-3} \text{km}}{5 \cdot 10^{-7} \text{m}} = 5,8 \cdot 10^{3} \text{K}$$
 (4)

Da die Emission als isotrop angenommen wird, erhält man

$$B = \frac{P_{\odot}}{4\pi d_{S-E}^2} \Leftrightarrow P_{\odot} = 4\pi d_{S-E}^2 B = 3,8 \cdot 10^{26} W$$
 (5)

[2,5]

Einsetzen von (4) und (5) in (3) ergibt

$$4\pi d_{\text{S-E}}^2 B = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma_{\text{S-B}} \frac{A_{\text{W}}^4}{\lambda_{\text{max}}^4}$$

Was äquivalent ist zu

$$\begin{split} R_{\odot} &= \frac{\lambda_{\rm max}^2 d_{\rm S-E}}{A_{\rm W}^2} \sqrt{\frac{B}{\sigma_{\rm S-B}}} \\ &= \frac{(5 \cdot 10^{-7} \rm m)^2 \cdot 1, 5 \cdot 10^{11} \rm m}{(2, 9 \cdot 10^{-3} \rm K)^2} \sqrt{\frac{1, 35 \cdot 10^3 \rm W/m^2}{5, 67 \cdot 10^{-8} \rm W/m^2 K^4}} \\ &= 6, 9 \cdot 10^8 \rm m \end{split}$$

[1,5]

Aufgabe 9 (4 Punkte)

Eine dünne Aluminiumfolie wird mit Photonen der Energie 62keV bestrahlt. Dabei tritt sowohl **Compton-** als auch **Photoeffekt** auf. Rechnen Sie wenn nötig relativistisch.

- (a) Welche de-Broglie-Wellenlänge haben die Elektronen beim Photoeffekt (Austrittsarbeit: 2keV)?
- (b) Welche de-Broglie-Wellenlänge haben die Elektronen mit maximaler Energie, wenn der Compton-Effekt auftritt?

(a) Die kinetische Energie der Elektronen ist $E_{\rm e}=62{\rm keV}-2{\rm keV}=60{\rm keV}$. Dieses ist 12% der Ruhemasse des Elektrons, daher rechnen wir relativistisch. Die de-Broglie-Wellenlänge der Elektronen ist dann:

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{E_{\rm e}(E_{\rm e} + 2m_{\rm e}c^2)}} = 4,86 \cdot 10^{-3} \text{nm}.$$

[1,5]

(b) Elektronen mit der kleinsten de-Broglie-Wellenlänge entstehen bei der Rückwärtsstreuung der Photonen. Die Energie ist $E_{\rm e}=E_{\gamma}-E_{\gamma}'$. Mit $E_{\gamma}'=\frac{hc}{\lambda'}$ und $\lambda'=\lambda+2\lambda_{\rm C}=\frac{hc}{E_{\gamma}}+2\lambda_{\rm C}$ folgt:

$$E_{\rm e} = E_{\gamma} \frac{\frac{2E_{\gamma}}{m_{\rm e}c^2}}{1 + \frac{2E_{\gamma}}{m_{\rm e}c^2}}$$

Beim Compton-Effekt ist dies die maximale Elektronenenergie, also $E_{\rm e}=0,24E_{\gamma}\approx 12{\rm keV}.$ Die ist nur noch 2,5% der Ruhemasse, daher darf nichtrelativistisch gerechnet werden:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E_e}} = 11, 2 \cdot 10^{-3} \text{nm}$$

[2,5]

Konstanten

 $\begin{array}{ll} \mbox{Elementar ladung:} & e = 1.60 \cdot 10^{-19} \mbox{C} \\ \mbox{Planck's che Konstante:} & h = 6.63 \cdot 10^{-34} \mbox{Js} \\ \mbox{Lichtgeschwindigkeit:} & c = 3 \cdot 10^8 \mbox{ms}^{-1} \\ \mbox{Elektronen ruhemasse:} & m_e = 9, 1 \cdot 10^{-31} \mbox{kg} \\ \mbox{Stefan Boltzmann Konstante:} & \sigma = 5, 67 \cdot 10^{-8} \mbox{$\frac{\rm W}{\rm m^2 K^4}$} \\ \mbox{Wiensche Verschiebungskonstante:} & b = 2, 9 \cdot 10^{-3} \mbox{mK} \\ \end{array}$