Nachklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Fabbietti

Sommersemester 2014

25.September 2014

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig hand- oder computerbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Leiten Sie den Radius r_n der n-ten Bohrschen Bahn, sowie die zugehörige Bindungsenergie E_n in einem wasserstoffartigen Atom mit Kernladungszahl Z und der reduzierten Masse μ her. Benutzen Sie dafür die Quantisierungsbedingung für den Drehimpuls $\ell = n\hbar$.

Aufgabe 2 (8 Punkte)

Gegeben sei eine rechteckige Potenzialsenke der Breite $b > 0$ und der Tiefe $-V_0$ mit $V_0 > 0$

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \text{ (Bereich I)} \\ -V_0 & x \in [0, b] \text{ (Bereich II)} \\ 0 & x > b \text{ (Bereich III)} \end{cases}$$

Eine ebene Materiewelle der Energie $E > 0$ und Masse m treffe von links auf diese Senke. Der Betrag des Wellenvektors in den drei Bereichen sei mit k_{I}, k_{II} und k_{III} bezeichnet.

(a) Die Energie E des Teilchens sei fest vorgegeben. Berechnen Sie die Tiefe V_0 der Senke in Abhängigkeit der Energie E, sodass Folgendes gilt: $k_{\mathrm{II}} = 4 \cdot k_{\mathrm{I}}$.

(b) Die Senkentiefe erfülle nun die Bedingung aus der ersten Teilaufgabe (d.h. $k_{\mathrm{II}} = 4k_{\mathrm{I}}$). Geben Sie für alle drei Bereiche I,II und III die zugehörigen, resultierenden Ortswellenfunktionen $\phi_{\mathrm{I}}(x)$, $\phi_{\mathrm{II}}(x)$ und $\phi_{\mathrm{III}}(x)$ mit allgemeinen Amplitudenkoeffizienten an.

(c) Stellen Sie die Anschlussbedingungen auf, welche die Ermittlung der Amplitudenkoeffizienten aus der zweiten Teilaufgabe erlauben.

(d) Betrachten Sie zusätzlich den Spezialfall $\lambda_{\mathrm{I}} = \frac{1}{2}b$, wobei λ_{I} die Materiewellenlänge im Bereich I bezeichnet. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit T, mit der das Teilchen die Potentialsenke überwindet.

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Der Zeeman-Effekt beschreibt die Aufspaltung der – ohne Magnetfeld entarteten – magnetischen Unterzustände im Magnetfeld und die daraus resultierende Verschiebung der Emissionslinien beim Übergang zwischen zwei derartig verschobenen Niveaus.

(a) Geben Sie die für die Quantenzahlen J und m_j geltenden Auswahlregeln für die Emission elektrischer Dipolstrahlung an.

(b) Wieviele unterschiedliche Linien sind beim Übergang von einem $p_{1/2}$- bzw. einem $p_{3/2}$-Niveau ins $s_{1/2}$-Niveau eines Einelektronensystems im Magnetfeld zu beobachten? Skizzieren Sie die Niveau-Schemata und tragen Sie die Übergänge **und** deren Polarisation ein.

(c) Welcher Landé-Faktor ergibt sich für die beiden Ausgangs- und das Zielniveau? Um welche Energie sind damit die einzelnen Niveaus in einem Magnetfeld von $0,1\mathrm{T}$ verschoben? Verwenden Sie wo nötig die Näherung $g_s = 2$.

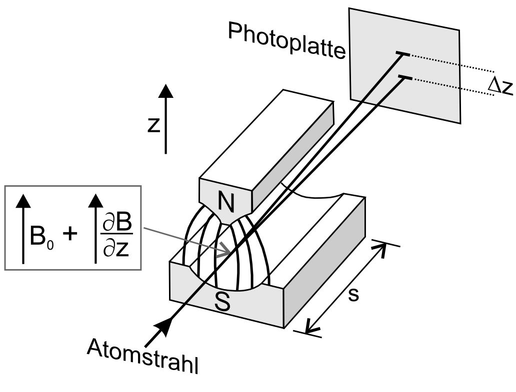
Aufgabe 4 (8 Punkte)

Beim Stern–Gerlach–Experiment wird ein kollimierter Atomstrahl durch ein inhomogenes Magnetfeld geschickt, welches aus einer Überlagerung von homogenem Feld B_0 und Feldgradient $\partial B/\partial z$ besteht. Sowohl homogener Feldanteil als auch Feldgradient weisen beide in z-Richtung, der Feldgradient habe überall entlang der z-Achse den gleichen Wert. Auf einer Photoplatte wird der Auftreff-Ort der Atome analysiert.

Hinweis: Verwenden Sie die z-Achse als Quantisierungsachse des Systems.

Betrachten Sie im Folgenden nur elektronische Zustände, d.h. vernachlässigen Sie eventuell vorhandene Kerndrehimpulse und deren Kopplung an die Elektronenhülle.

(a) Zunächst wird ein Strahl aus Wasserstoffatomen im elektronischen Grundzustand in die Apparatur eingeschossen. Es zeigen sich auf dem Schirm zwei getrennte Auftreff-Orte, die einen Abstand Δz voneinander besitzen (siehe Abbildung). Erklären Sie, warum es gerade zwei Auftreff-Orte gibt. Wie kommt die Kraft zustande, welche die Ablenkung der Teilstrahlen verursacht?



(b) Es werden nun Wasserstoffatome mit der gleichen Geschwindigkeit wie in der ersten Teilaufgabe eingeschossen, allerdings befinden sich diese Atome im angeregten $2p_{3/2}$-Zustand. Wie viele Auftreff-Orte erwarten Sie insgesamt, wenn wir (unrealistischerweise) davon ausgehen, dass die angeregten Zustände bis zum Schirm nicht zerfallen? Berechnen Sie die Abstände zwischen diesen Orten auf dem Schirm in Einheiten der in der ersten Teilaufgabe definierten Länge Δz und machen Sie anhand einer Skizze die Lage dieser Orte zueinander deutlich. Tragen Sie in die Skizze auch die Auftreff-Orte der Atome im Grundzustand ein.

Hinweis: Das Magnetfeld sei nicht so stark, dass die Spin-Bahn-Kopplung der Elektronenhülle zerstört wird.

(c) Nun wird die Stern-Gerlach-Apparatur für ein Gemisch aus Ortho- und Parahelium im jeweiligen elektronischen Grundzustand verwendet. In welche Teilstrahlen (Quantenzahlen) werden die beiden Helium-Komponenten jeweils aufgespalten? Inwieweit ist es möglich, diese beiden unterschiedlichen Helium-Zustände zu trennen? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Welche LS-Terme (Spektroskopische Notation) gehören zu den folgenden Konfigurationen (Grundzustände **und** angeregte Zustände)?

- $1s^2 2s2p$
- $1s^2 2s^2 2p^6 3p3d$

Beachten Sie das Pauliprinzip.

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Ein nicht dehnbarer, luftdichter Plastiksack mit einem Maximalvolumen $V_{\max} = 18\text{dm}^3$ ist in $h = 20\text{m}$ Tiefe ($p_1 = 3\text{bar}$) in einem Wasserreservoir festgemacht.

Der Plastiksack ist dort nicht prall, sondern nur bis zu einem Volumen $V_1 = 5.0\text{dm}^3$ mit Stickstoff gefüllt. Das Füllgas hat die Temperatur $T_1 = 4°\text{C}$ des umgebenden Wassers.

Die Verankerung wird gelöst und der Plastiksack steigt zu Oberfläche hoch. Dort herrscht der Luftdruck $p_0 = 1.0Bar$, die Wassertemperatur ist $T_2 = 24°°\text{C}$.

(a) Nach einiger Zeit hat das Füllgas im schwimmenden Plastiksack an der Wasseroberfläche die Wassertemperatur T_2 der Umgebung angenommen. Warum ist der Sack dann nicht prall gefüllt? (kurze Begründung)

(b) Welche Stoffmenge n des Stickstoffgases enthält der Plastiksack?

Betrachten Sie für den Wärmeaustausch des Füllgases mit der Umgebung zwei – idealisierte – Grenzfälle

(c) Das Gas im Pastiksack behält (1) beim Aufsteigen zunächst die Temperatur T_1 bei und erwärmt sich (2) erst an der Wasseroberfläche, bei dem dort herrschenden Druck, auf die Temperatur T_2.

Welche Wärme Q_{12} nimmt bei diesen Prozessen das Füllgas aus dem Wasser auf?

(d) Der Plastiksack steigt so rasch auf, dass dabei (1) das Füllgas keine Wärme aus dem Wasser aufnimmt und (2) erst nach einiger Zeit an der Oberfläche die Temperatur T_2 annimmt.

Welche Wärme Q_{12}^* wird bei diesen Prozessen insgesamt vom Füllgas aufgenommen?

Nehmen Sie Stickstoff als ideales zweiatomiges Gas an.

Konstanten

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}\mathrm{Js} \qquad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C} \qquad m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\mathrm{As/V/m} \qquad \alpha = 7.3 \cdot 10^{-3}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}\frac{\hbar^2}{m_e} = 5,3 \cdot 10^{-11}\mathrm{m} \qquad \mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24}\mathrm{JT}$$

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8c\epsilon_0^2 h^3} = 1,10 \cdot 10^7\mathrm{m}^{-1} \qquad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}\mathrm{J/K}$$

$$R_M = 8,31\mathrm{J/Mol/K} \qquad N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\mathrm{Mol}^{-1}$$

$$1bar = 1024\mathrm{hPa}$$