Hilfreiche Formeln für die DVP-Klausur, Elektrodynamik, Freitag 19.09.2008

Maxwell-Gleichungen:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho_{\mathrm{frei}}\,,\quad \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\,,\quad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\,,\quad \vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{j}_{\mathrm{frei}}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

Felder: $\vec{D}=\epsilon\epsilon_0\vec{E}$, $\vec{B}=\mu\mu_0\vec{H}$. Lichtgeschwindigkeit: $c_0^2=1/(\epsilon_0\mu_0)$.

Darstellung durch Potenziale: $\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}$, $\vec{E}=-\vec{\nabla}\Phi-\dfrac{\partial\vec{A}}{\partial t}$

Felder aus statischen Ladungs- und Stromverteilungen:

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\rho(\vec{r}\,')(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,\mathrm{d}^3\vec{r}\,'\,,\quad \vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{j}(\vec{r}\,')\times(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}\,\mathrm{d}^3\vec{r}\,'$$

Lorentz-Transformation für den Spezialfall, dass K' sich mit Geschwindigkeit v in x-Richtung relativ zu K bewegt:

$$\begin{pmatrix}c_0t'\\x'\\y'\\z'\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\gamma(c_0t-\beta x)\\\gamma(x-\beta c_0t)\\y\\z\end{pmatrix}\,,\quad \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c_0^2}}\,,\quad \beta=\frac{v}{c_0}$$

Transformation der Felder in diesem Spezialfall:

$$\begin{aligned}E'_x&=E_x & B'_x&=B_x\\ E'_y&=\gamma\left(E_y-vB_z\right) & B'_y&=\gamma\left(B_y+E_zv/c_0^2\right)\\ E'_z&=\gamma\left(E_z+vB_y\right) & B'_z&=\gamma\left(B_z-E_yv/c_0^2\right)\end{aligned}$$

Dispersionsrelation: $\displaystyle\sum_{\mu=0}^{3}k_\mu k^\mu=0$ bzw. $\displaystyle\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2-\vec{k}\cdot\vec{k}=0$

Vektorrechnung: $\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})=(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$, $\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c})=(\vec{a}\cdot\vec{c})\,\vec{b}-(\vec{a}\cdot\vec{b})\,\vec{c}$

Laplace-Operator in Kugelkoordinaten:

$$\Delta f(\vec{r})=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\phi^2}$$

Integrale: $\displaystyle\int_0^\infty \mathrm{e}^{-\alpha x}\mathrm{d}x=\frac{1}{\alpha}$, $\displaystyle\int_0^\infty x\mathrm{e}^{-\alpha x}\mathrm{d}x=\frac{1}{\alpha^2}$, $\displaystyle\int_0^\infty x^2\mathrm{e}^{-\alpha x}\mathrm{d}x=\frac{2}{\alpha^3}$,

$$\int_0^R\frac{s^2}{(s^2+z^2)^{3/2}}\,\mathrm{d}s=\frac{|z|}{z}\mathrm{arcsinh}\left(\frac{R}{z}\right)-\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}\,,\quad \int_0^R\frac{s^3}{(s^2+z^2)^{3/2}}\,\mathrm{d}s=\frac{2z^2+R^2}{\sqrt{z^2+R^2}}-2|z|$$