Klausur zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. L. Oberauer, Prof. Dr. L. Fabbietti
Wintersemester 2013/2014
17. Februar 2014

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Die Sonne strahlt eine Gesamtleistung von ungefähr $4 \cdot 10^{26}$W ab. Der Abstand Sonne-Erde beträgt ungefähr $150 \cdot 10^6$km, der Durchmesser der Erde ist ungefähr 12 500km.

(a) Wie groß ist die mittlere Bestrahlungsstärke auf die **Halbkugel** ($^1/_{2\pi r^2}$) der Erde.

(b) Wie groß ist der Strahlungsdruck auf die Erde, wenn Sie annehmen, dass die Strahlung vollständig absorbiert wird?

(c) Welche Kraft wirkt dadurch auf die Erde?

Lösung

(a) Die Sonne strahlt ihre Leistung $P = 4 \cdot 10^{26}$W in alle Raumrichtungen (Raumwinkel 4π) ab. Die Strahlungsflussdichte im Abstand der Erde $a = 150 \cdot 10^9$m ist also die Leistung dividiert durch die Kugelfläche in m^2, also

$$S = \frac{P}{4\pi a^2} = 1414,7\text{W/m}^2$$

Es ist nach der mittleren Bestrahlungsdichte gefragt. Wir können die Krümmung der Erdhalbkugel berücksichtigen, indem wir die auf eine Scheibe (mit Erdradius) eingestrahlte Leistung berechnen und diese dann durch die Fläche der Halbkugel dividieren. Wir sehen sofort, dass dies einen Faktor $^1/_2$ ergibt ($^{\pi r^2}/_{2\pi r^2}$) und erhalten so

$$E_e = 707,35\text{W/m}^2$$

als mittlere Bestrahlungsstärke auf der Erdoberfläche.

[**2**]

(b) Bei vollständiger Absorption ist der Strahlungsdruck

$$p_S = \frac{S}{c}.$$

Mit $c = 3 \cdot 10^8$m/s ergibt sich für die Scheibe

$$p_S = \frac{S}{c} = 4,716 \cdot 10^{-6}\text{N/m}^2$$

bzw. für die Halbkugel

$$p_S = \frac{E_e}{c} = 2,358 \cdot 10^{-6}\text{N/m}^2$$

[**1**]

Zur Vollständigkeit sei noch die Umwandlung der Einheiten gezeigt: $^S/_c$ steht in

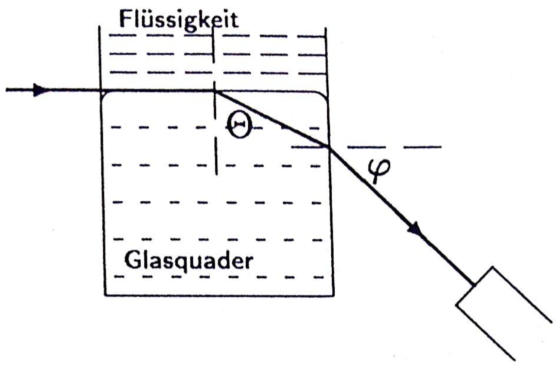
$$\text{Ws/m}^2\text{m} = \text{Ws/m}^3 = \text{J/m}^3 = \text{Nm/m}^3 = \text{N/m}^2$$

(c) Wir müssen jetzt wieder mit der Fläche multiplizieren. Damit verschwindet unser Korrekturfehler $0,5$ wieder und wir erhalten im Fall der Scheibe dieselbe Kraft K wie im Fall der Halbkugel

$$K = p_S \pi r^2 = 578,7 \cdot 10^6\text{N}$$

[**1**]

Aufgabe 2 (4 Punkte)



Refraktometer sind optische Instrumente zur Brechzahlmessung. Ein mit einer Planfläche versehener Prüfling wird mit einem Glaskörper (Brechungsindex n_G) in Kontakt gebracht. Die Abbildung zeigt ein *Pulfrich-Refraktometer*, das vor allem zur Brechzahlmessung von Flüssigkeiten benutzt wird. Unter dem Winkel φ wird mit einem Fernrohr eine scharfe Hell-Dunkel-Trennlinie beobachtet. Das Licht fällt leicht konvergent ein.

(a) Erklären Sie, warum eine scharfe Trennlinie entsteht.

(b) Leiten Sie einen Ausdruck für den Brechungsindex n der Flüssigkeit in Abhängigkeit von φ her.

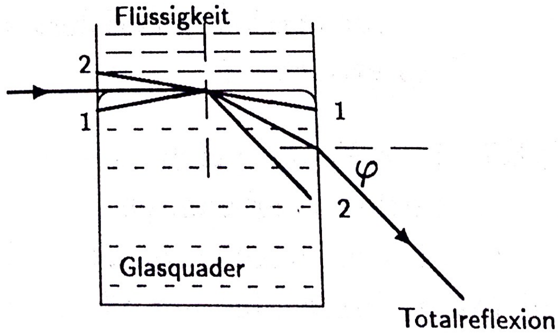


Abbildung 1: Beim Pulfrich-Refraktometer wird die Totalreflexion zur Bestimmung des Brechungsindex ausgenutzt.

Lösung

(a) Der in Abbildung 1 eingezeichnete Strahlengang entspricht der Totalreflexion. Da das Licht nur schwach konvergent ist, wird Licht von schräg unten (Lichtstrahl 1) sehr nah an der Grenzfläche totalreflektiert, während Licht von schräg oben (Lichtstrahl 2) unter einem Winkel kleiner Θ_T (dem Grenzwinkel für Totalreflexion) gebrochen wird. Dadurch entsteht für Winkel größer als Θ_T eine dunkle Zone, wenn man ein Fernrohr zur Beobachtung benutzt, da die Stahlen parallel vom Glaskörper kommen und deshalb eine scharfe Linie in der Brennebene ergeben.

[1,5]

(b) Für den Winkel Θ_T gilt $n/n_G = \sin\Theta_T$. Jetzt müssen wir noch die Brechung am Strahlaustritt berücksichtigen. Der Winkel, mit dem das Licht am Glasquader auf die Austrittsfläche auftrifft, ist offensichtlich $90° - \Theta_T$. Also gilt, wenn wir $n_{\text{Luft}} \approx 1$ setzen

$$\frac{\sin\varphi}{n_G} = \sin(90° - \Theta_T) = \cos\Theta_T$$

[1,5]

Wenn wir beide Gleichungen quadrieren und addieren, so können wir den trigonometrischen Pythagoras anwenden und erhalten, dass

$$n^2 + \sin^2\varphi = n_G^2$$

bzw.

$$n = \sqrt{n_G^2 - \sin^2\varphi}.$$

[1]

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Das Bild eines Gegenstands, der sich 6cm vor einer dünnen bikonvexen Linse befindet, ist dreimal so weit von der Linse entfernt wie das Bild eines Gegenstands „im Unendlichen“.

(a) Welche Brennweite hat die Linse?

(b) Konstruieren Sie (Zeichnung) das Bild eines Gegenstands, der sich 1cm links vor der Linse befindet und senkrecht zur optischen Achse steht.

(c) Berechnen Sie die laterale (Transversale) Vergrößerung V_T (Bildhöhe/Gegenstandshöhe) der Abbildung des letztgenannten Gegenstands.

Lösung

(a) Ein Gegenstand „im Unendlichen“ wird in die Brennebene abgebildet.

Daraus folgt, dass sich für eine Gegenstandsweite $g_6 = 6\text{cm}$ eine Bildweite $b_6 = 3f$ ergibt. Damit können wir die Gausssche Linsengleichung folgendermaßen beschreiben:

$$-\frac{1}{g_6} + \frac{1}{f} = \frac{1}{3f}$$

was gleichbedeutend ist zu

$$-\frac{1}{g_6} = -\frac{2}{3f}$$

Einsetzen ergibt $f = 4\text{cm}$.

[1,5]

(b) Für die Konstruktion verwenden wir den Strahl durch den bildseitigen Brennpunkt und den Zentrumsstrahl. Es ergibt sich ein virtuelles Bild.

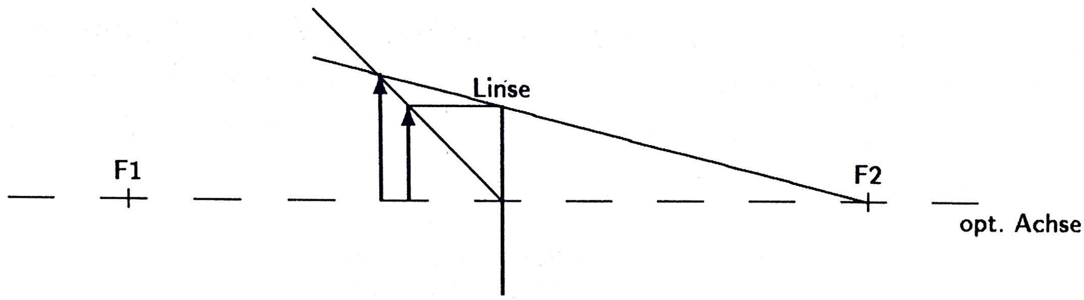


Abbildung 2: Abbildung durch eine dünne Linse. Es entsteht in diesem Fall ein virtuelles Bild.

[1,5]

(c) Die laterale (Transversale) Vergrößerung V_T ist gegeben durch $V_T = {}^{b}/_{g}$. Aus der Gaussschen Gleichung erhalten wir b:

$$\frac{1}{b} = -\frac{1}{g} + \frac{1}{f} = -0,75/\text{cm} \Rightarrow b = -1,33\text{cm}$$

Wir setzen die Werte ein und erhalten

$$V_T = \frac{-1,33\text{cm}}{-1\text{cm}} = 1,33$$

Die laterale Vergrößerung ist positiv, das heißt, das Bild steht aufrecht.

[2]

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Ein System aus getrennten Linsen, die aus demselben Glas hergestellt sind, kann achromatische Eigenschaften haben. Für welchen Abstand D zweier dünner Linsen mit $f_2 = 2f_1$ verschwindet die Ableitung ${}^{\mathrm{d}f}/_{\mathrm{d}\lambda}$?

Lösung

Die Brennweite des Linsensystems ist gegeben durch

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{D}{f_1 f_2}$$

Da $f_1 = f_2$ ist, folgt daraus

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{2f_1} - \frac{D}{2f_1^2}$$

[1,5]

f und f_1 hängen über den Brechungsindex n von der Wellenlänge λ ab, aber nur für f soll gelten, dass ${}^{\mathrm{d}f}/_{\mathrm{d}\lambda} = 0$. Wir berechnen also die erste Ableitung nach der Wellenlänge λ

$$-\frac{1}{f^2}\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}\lambda} = -\frac{1}{f_1^2}\frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}\lambda} - \frac{1}{2f_1^2}\frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}\lambda} + \frac{2D}{2f_1^3}\frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}\lambda}$$

und setzen diese gleich Null, woraus

$$-\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{2f_1^2} + \frac{D}{f_1^3} = 0$$

[1,5]

folgt. Daraus erhalten wir das gesuchte D:

$$\begin{aligned} \frac{-2f_1 - f_1 + 2D}{2f_1^3} &= 0 \\ -3f_1 + 2D &= 0 \\ D &= \frac{3}{2}f_1 \end{aligned}$$

[1]

Die Brennweite des Linsensystems ist dann $f = {}^4/_3 f$.

Es ist also tatsächlich möglich, zwei Linsen aus gleichen Glas zu einem achromatischen System zu kombinieren. Es müssen dabei auch keine zusätzlichen Anforderungen an die Form der Grenzfläche gestellt werden, so dass noch Spielraum zur Korrektur anderer Fehler bleibt.

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Partiell elliptisch polarisiertes Licht mit Strahlrichtung z läuft durch ein Analysegerät für perfekt lineare Polarisation. Wenn die Transmissionsachse des Analysegeräts in x-Richtung zeigt, ist die transmittierte Intensität maximal und hat den Wert $1,5I_0$. Wenn die Transmissionsachse in y-Richtung ist, so ist die transmittierte Intensität minimal und hat den Wert I_0.

(a) Was ist die transmittierte Intensität, wenn die Transmissionsachse den Winkel θ zur x-Achse hat? Hängt die Antwort davon ab, welcher Anteil des Lichts unpolarisiert ist?

(b) Der ursprüngliche Strahl wird nun zuerst durch ein $\lambda/4$-Plättchen geschickt und dann durch das Analysegerät. Die Achsen des $\lambda/4$-Plättchens sind in Richtung der x- und y-Achse. Nun wird beobachtet, dass die maximale Intensität durch die beiden Geräte geschickt wird, wenn die Transmissionsachse des Analysegeräts in einem Winkel von 30° zur x-Achse steht.

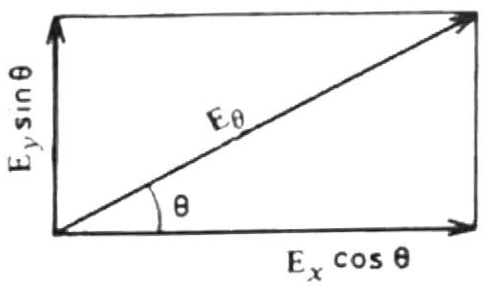
Bestimmen Sie, welchen Wert die maximale Intensität hat und welchen Anteil der einfallenden Intensität von unpolarisiertem Licht herrührt.

Lösung

(a) Sei I_u die Intensität des unpolarisierten Lichts nach dem Analysegerät. Dieser Wert ist unabhängig vom Winkel, den die Transmissionsachse mit der x-Achse hat. Seien die Intensitäten der x- und y-Komponenten des elliptisch polarisierten Lichts I_{ex} bzw. I_{ey}. Dann gilt

$$I_x = 1,5I_0 = I_u + I_{ex} \tag{1}$$
$$I_y = I_0 = I_u + I_{ey} \tag{2}$$

Eine elliptische Schwingung kann als aus zwei senkrecht aufeinanderstehende mit einer Phasenverschiebung von 90° zusammengesetzt aufgefasst werden (siehe Abbildung (a)) Das zugehörige elektrische Feld kann als



$$\mathbf{E}_\theta = \mathbf{E}_x \cos\theta + \mathbf{E}_y \sin\theta$$

Die Intensität der polarisierten Komponente I_e des Lichts ist dann $I_e \approx |\mathbf{E}_0|^2$, oder

$$I_e = I_{ex} \cos^2\theta + I_{ey} \sin^2\theta$$

Damit erhält man mit der Darstellung $I_u = I_u \cos^2\theta + I_u \sin^2\theta$

$$\begin{aligned} I(\theta) &= I_e + I_u = (I_{ex} + I_u)\cos^2\theta + (I_{ey} + I_u)\sin^2\theta \\ &= 1,5 I_0 \cos^2\theta + I_0 \sin^2\theta. \end{aligned}$$

Folglich hängt $I(\theta)$ nicht davon ab, welcher Anteil des Lichts unpolarisiert ist.

[**2**]

(b) Eine $\lambda/4$-Platte führt zu einer 90°-Phasenverschiebung zwischen den beiden senkrecht aufeinander stehenden Komponenten und macht elliptisch polarisiertes Licht linear polarisiert. Wegen

$$\frac{\sqrt{I_{ey}}}{\sqrt{I_{ex}}} = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

gilt

$$I_{ey} = \frac{I_{ex}}{3}.$$

[**1**]

Zusammen mit (1) und (2) erhält man $I_{ex} = 0,75 I_0$, $I_{ey} = 0,25 I_0$ und $I_u = 0,75 I_0$.

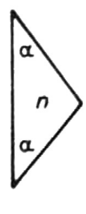
Daher ist die maximale Intensität $I_{ex} + I_{ey} + I_u = 1,75 I_0$, wenn $\theta = 30^\circ$. Der Anteil der Intensität des unpolarisierten Lichts am gesamten einfallenden Licht ist

$$\frac{2I_u}{1,5I_0 + I_0} = 0,6$$

[**2**]

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Es sei ein Fresnel-Biprisma mit Brechungsindex n und zwei sich entsprechenden kleinen Basiswinkeln α gegeben (siehe Abbildung).



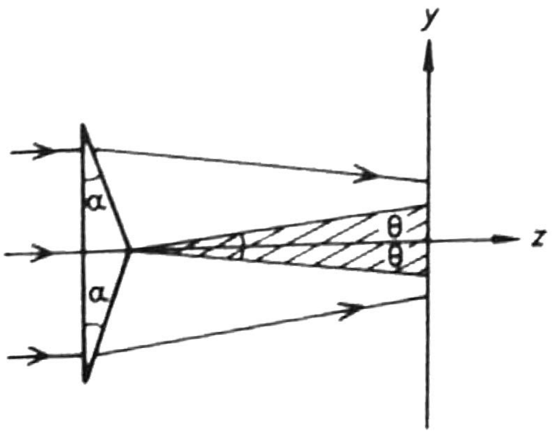
(a) Ein Lichtsstrahl, der von links senkrecht zur Basis des Prismas in dieses eintrete kann entweder in die obere oder in die untere Hälfte des Prismas eintreten. Berechnen Sie den Brechungswinkel θ in den beiden Fällen. Nehmen Sie dabei an, α sei klein und zeichnen Sie dazu eine Skizze.

(b) Eine flache Welle strahle senkrecht zur Basis des Prismas ein und erleuchte das gesamte Prisma. Ein Schirm ist parallel zur Basis des Prismas angebracht. Auf diesem werden dunkle und hellere Stellen beobachtet. Woher kommen die Unterschiede in der Helligkeit? Berechnen Sie einen Ausdruck für den Abstand der dunklen Stellen in Abhängigkeit vom Brechungswinkel θ einstrahlenden Lichts. Zeichnen und beschriften Sie eine Skizze.

(c) Mit einem Glas-Biprisma und gelbem Licht wird ein Abstand der Intensitätsmaxima von 100μm beobachtet. Geben Sie eine Näherung für den Basiswinkel α des Prismas in Grad an. Begründen Sie Ihre Wahl des Brechungsindex und der Wellenlänge gelben Lichts.

Lösung

(a) Ein Lichtstrahl, der senkrecht zur Basis des Prismas einstrahlt, wird an den Seitenflächen gebrochen. Ein Lichtstrahl, der in die obere Hälfte des Prismas eintritt, wird nach unten gebrochen, wegen Symmetrie einer, der in der unteren Hälfte ist nach oben (siehe Abbildung (a)). Die Größenordnungen der Brechungswinkel sind in beiden Fällen identisch und für



kleines α gegeben durch $\theta = (n-1)\alpha$.

[2]

(b) Die beiden parallelen Lichtstrahlen, die in die obere bzw. untere Hälfte des Prismas eintreten, treffen sich, was zu Inteferenzerscheinungen in x-Richtung auf dem Schirm führt. Der Abstand der Intensitätsmaxima ist gegeben durch

$$\Delta y = \frac{\lambda}{2\sin\theta} \approx \frac{\lambda}{2\theta} = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha}$$

[1]

(c) Für gelbes Licht mit Wellenlänge $\lambda = 6000$Å und einem Biprisma mit einem Brechungsindex von $n = 1,5$ ergibt sich für $\Delta y = 100\mu$m ein Winkel $\alpha = 6 \cdot 10^{-3}$rad $= 21'$.

[1]

Aufgabe 7 (2 Punkte)

Tabelle 1 zeigt, bei welcher Lichtfrequenz die Photoemission bei einigen ausgewählten Metallen einsetzt. Berechnen Sie die Austrittsarbeit für diese Metalle.

Gold	Kupfer	Silber	Natrium
$12,5 \cdot 10^{14}$Hz	$11 \cdot 10^{14}$Hz	$10,3 \cdot 10^{14}$Hz	$5,5 \cdot 10^{14}$Hz

Tabelle 1: Einsetzen der Photoemission bei einigen Metallen

Metall	Frequenz [Hz]	Wellenlänge [nm]	Austrittsarbeit [eV]
Gold	$12,5 \cdot 10^{14}$	240	5,175
Kupfer	$11 \cdot 10^{14}$	273	4,554
Silber	$10,3 \cdot 10^{14}$	291	4,264
Natrium	$5,5 \cdot 10^{14}$	545	2,277

Tabelle 2: Austrittsarbeiten einiger Metalle

Lösung

Die Schwelle für den Beginn des Photoeffekts ist gegeben durch $E_\gamma = h\nu = A$, wobei A die Austrittsarbeit des Metalls ist. Für die Plancksche Konstante benutzen wir die Näherung $h \approx 4,14 \cdot 10^{-15}$eVs. Daraus ergeben sich die in Tabelle 2 dargestellten Austrittsarbeiten.

[**2**]

Aufgabe 8 (6 Punkte)

Durch Streuung von Photonen an hochenergetischen Elektronen lässt sich kurzwellige Gammastrahlung erzeugen. Dazu werden Photonen der Energie 300 keV an monoenergetischen Elektronen der Gesamtenergie 5 MeV gestreut. Nach der Streuung ruht das Elektron im System des Beobachters.

(a) Wie groß ist die Wellenlänge des γ-Quants nach der Streuung?

(b) Um welchen Winkel wird das Photon aus seiner ursprünglichen Flugrichtung herausgestreut?

(c) Welchen Winkel haben die Trajektorien von Elektron und Photon vor der Streuung eingeschlossen?

Lösung

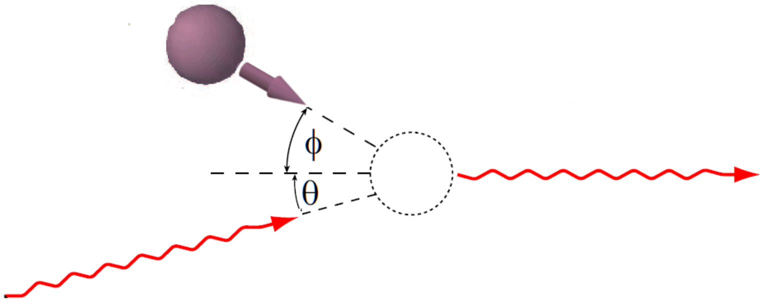
(a) Der Prozess ist identisch mit einer zeitgespiegelten Compton-Streuung.

Energieerhaltung beim Streuprozess:

$$E_{\tilde{\gamma}} = E_\gamma + E_e^{kin} = E_\gamma + \left(E_e^{Ges} - m_e c^2\right) = 300\text{keV} + (5\text{MeV} - 511\text{keV}) = 4,789\text{MeV}$$

$$\lambda_{\tilde{\gamma}} = \frac{h \cdot c}{E_{\tilde{\gamma}}} = \frac{4,14 \cdot 10^{-15}\text{eVs} \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{4,789\text{MeV}} = 2,59 \cdot 10^{-13}\text{m}$$

[**2**]



(b) Compton-Streuformel

$$E_\gamma = \frac{E_{\tilde{\gamma}} \cdot m_e c^2}{m_e c^2 + E_{\tilde{\gamma}}(1 - cos\theta)}$$

$$\Leftrightarrow 1 - cos\theta = \frac{m_e c^2}{E_{\tilde{\gamma}}} \left(\frac{E_{\tilde{\gamma}}}{E_\gamma} - 1 \right)$$

$$\Leftrightarrow cos\theta = 1 - \frac{511\text{keV}}{4,789\text{MeV}} \left(\frac{4,789\text{MeV}}{300\text{keV}} - 1 \right) = -0,597$$

$$\Rightarrow \theta = 126,6^\circ$$

[2]

(c) Berechnung von ϕ aus Erhaltung des Transversalimpulses:

$$\left| p_\gamma^{trans} \right| = \left| p_e^{trans} \right|$$

$$\Rightarrow p_\gamma \cdot |sin\theta| = p_e \cdot |sin\phi|$$

$$\frac{E_\gamma}{c} sin\theta = \frac{\sqrt{(E_e^{Ges})^2 - m_e^2 c^4}}{c} sin\phi$$

mit

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$sin\phi = \frac{E_\gamma sin\theta}{\sqrt{(E_e^{Ges})^2 - m_e^2 c^4}} = \frac{300\text{keV} \cdot sin 126,6^\circ}{\sqrt{(5\text{MeV})^2 - (511\text{keV})^2}} = 0,048$$

$$\Rightarrow \phi = arcsin(0,048) = 2,8^\circ \Rightarrow \theta + \phi = 126,6^\circ + 2,8^\circ = 129,4^\circ$$

[2]