Name, Vorname: ______________________

Matrikel, Studiengang: ______________________

Übungsgruppe: ______________________

Geburtsort und -datum: ______________________

Vordiplomsklausur zur Vorlesung

Theoretische Physik I: Mechanik

H.W. Grießhammer, T. Renk und P. Ring SS 03
15. September 2003 Zeit: 90 Minuten

Auf jedem Blatt muß der *eigene Name* und die *Matrikelnummer* stehen.

Lesbar schreiben freut die Korrektoren!

Die Klausur besteht aus 4 Aufgaben. Es sind insgesamt 50 Punkte erreichbar.

Hilfmittel: Keine.
Hinweise: Viele Teilaufgaben sind bearbeitbar, ohne daß die Ergebnisse aller vorhergehenden Teilaufgaben bekannt sind.
Dokumentieren Sie die Herleitung Ihrer Ergebnisse. Wenn Sie Überlegungen anstellen, die eine Rechnung vereinfachen oder ersparen, dann beschreiben Sie diese *in Stichworten.*
Bitte Streuen Sie zusammengehörende Aufgabenteile nicht über die ganze Klausur. Wir empfehlen ein Blatt pro Aufgabe.

Aufgabe	(max. Punkte)	Erreichte Punkte
1a	(3)	
1b	(3)	
1c	(3)	
1d	(3)	
2a	(3)	
2b	(2)	
2c	(3)	
2d	(3)	
2e	(3)	
2f	(3)	

Aufgabe	(max. Punkte)	Erreichte Punkte
3a	(3)	
3b	(2)	
3c	(2)	
3d	(4)	
4a	(2)	
4b	(4)	
4c	(4)	
$\sum$	(50)	

Note: ______________

Name, Vorname:________________________

Matrikel, Studiengang:________________________

---

1 Allgemeine Fragen (12P)

a) Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen Freiheitsgraden, Zwangsbedingungen und generalisierten Koordinaten. Was verstehen Sie unter einem eingefrorenen Freiheitsgrad? (**3P**)

b) Zeichnen Sie das Phasenraumportrait eines Wurfes senkrecht nach oben im homogenen Schwerefeld der Erde. (Betrachten Sie das Problem nur in einer Raumdimension.) (**3P**)

c) Was sind die Trägheitsmomente einer unendlich dünnen Nadel der Länge l und Masse m, die entlang der $z-$Achse ausgerichtet ist, für Drehungen um die x, y und z Achse (um den Schwerpunkt der Nadel)? Was gilt, wenn um einen anderen Punkt gedreht wird? (**3P**)

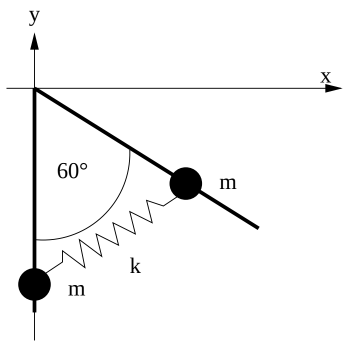
d) Welchen Bedingungen muß der Trägheitstensor eines starren Körpers genügen? Kann die Matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

proportional zum Trägheitstensor eines starren Körpers sein? Begründung! (**3P**)

2 Massen und Feder (17P)

Zwei punktförmige Körper gleicher Masse m bewegen sich im homogenen Schwerefeld der Erde reibungsfrei auf zwei Drähten, von denen einer vertikal verläuft und der andere um 60 Grad gegen die Vertikale geneigt ist (siehe Skizze). Eine ideale Feder der Federkonstante k verbindet die beiden Massen. Im entspannten Zustand habe die Feder die Länge $l = 0$. Es wirken keine weiteren Kräfte.



a) Stellen Sie die Lagrangefunktion des Systems in den vertikalen Auslenkungen y_1, y_2 der beiden Massen auf. (Hinweis: $\sin 30° = \frac{1}{2}$) (**3P**).

b) Leiten Sie die Bewegungsgleichungen ab. (**2P**)

c) Bestimmen Sie die Gleichgewichtslage. (**3P**)

d) Zur Vereinfachung der Bewegungsgleichungen ist es sinnvoll, Koordinaten ξ_i zu wählen, die die Auslenkung der Massen aus ihren Ruhelagen beschreiben. Zeigen Sie, daß die Lagrangefunktion in diesen Koordinaten die Gestalt

$$L = \frac{m}{2}(4\dot{\xi_1}^2 + \dot{\xi_2}^2) - \frac{k}{2}(4\xi_1^2 + \xi_2^2 - 2\xi_1\xi_2)$$

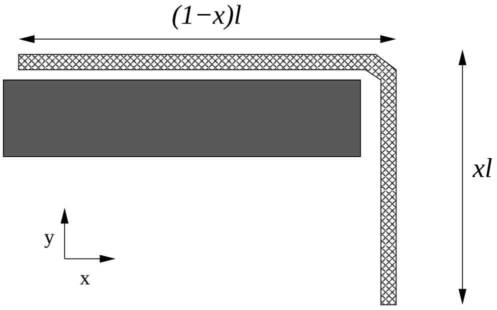
annimmt. (**3P**)

e) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen des Systems, indem Sie die Bewegungsgleichungen, die aus d) folgen in Matrixform bringen. (**3P**)

f) Wie lautet die allgemeine Lösung der Gleichungen? Interpretieren Sie die auftretenden Schwingungsmoden. (**3P**)

3 Das rutschende Seil (11P)

Ein unendlich dünnes Seil der Länge l hängt anfangs mit dem Bruchteil x seiner Länge über eine Tischkante. Im homogenen Schwerefeld der Erde setzt es sich dadurch in Bewegung und gleitet reibungsfrei über die Tischplatte, die sich in der Höhe $h_0 > 2l$ befindet. Es wirken keine weiteren Kräfte.



a) Bestimmen Sie die Lagrangefunktion des Systems in geeigneten Koordinaten. (**3P**)

Hinweis: Sie können zu jedem Zeitpunkt annehmen, daß das Seil aus zwei Teilen (einer auf der Tischplatte, einer hängend) besteht, deren Bewegung über eine Zwangsbedingung verknüpft ist.

b) Lösen Sie die Bewegungsgleichung für die Phase der Bewegung, in der das Seil vom Tisch gleitet mit der beschriebenen Anfangsbedingung. (**2P**)

c) Bestimmen Sie eine Lösung für den freien Fall des Seils, d.h. wenn es den Tisch komplett verlassen hat (ohne Luftreibung). Geben Sie auch die Anfangsgeschwindigkeit für diese Phase der Bewegung an! (**2P**)

d) Am Boden fällt das Seil auf eine Waage. Berechnen Sie den zeitlichen Verlauf des Gewichts, das die Waage anzeigt. (**4P**)

Hinweis: Neben der Gewichtskraft, die der schon auf der Waage liegende Teil des Seils ausübt gibt es noch eine weitere Kraft, die wirkt, so lange noch Seil fällt.

4 Sturz in die Sonne (10P)

Ein punktförmiger Komet der Masse m bewegt sich im Gravitationsfeld der Sonne (Masse M, Radius R). Die Energie der Relativbewegung zwischen Komet und Sonne sei E.

a) Geben Sie den Relativimpuls q zwischen Komet und Sonne für Abstand $r \to \infty$ an und drücken Sie den Bahndrehimpuls l durch q und den Stoßparameter b aus. (**2P**)

b) Welche Bedingung muß erfüllt sein, daß der Komet in die Sonne stürzt? (Hinweis: Die Sonne in dieser Aufgabe ist ein ausgedehntes Objekt). Bestimmen Sie den kritischen Stoßparameter b_0, bei dem dies eintritt. Wann kann ein punktförmiger Komet in eine punktförmige Sonne stürzen? (**4P**)

c) Zeigen Sie, daß der totale Wirkungsquerschnitt für den Sturz gegeben ist durch

$$\sigma_{tot} = \pi R^2 \left(1 - \frac{U(R)}{E}\right)$$

wobei $U(R)$ die potentielle Energie am Sonnenrand darstellt. Diskutieren Sie das Ergebnis! **(4P)**

Viel Erfolg!