TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
PHYSIK DEPARTMENT E18
PROF. DR. S. PAUL

Studienbegleitende Klausur zu Experimentalphysik 3

Wintersemester 2004/2005
14. Februar 2005
09:30 - 11:00, HS MI 1

Aufgabe 1 : Maxwellgleichungen und Wellen

Betrachten Sie ein lineares, isotropes, homogenes und isolierendes Medium, das ungeladen ist ($\rho_{\text{ext}} = 0; \vec{\jmath}_{\text{ext}} = 0$).

a. Wie lauten die Maxwellgleichungen für die elektromagnetischen Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$? (SI-Einheiten) *(2 Punkte)*

b. Leiten Sie aus den Maxwellgleichungen die homogene Wellengleichung für $\vec{B}$ ab. Welche Ausbreitungsgeschwindigkeit ergibt sich? *(3 Punkte)*

c. Die magnetische Induktion $\vec{B}$ sei nun als ebene Welle vom Typ

$$\vec{B}(x,y,z,t) = B_0 \cos(k \cdot z - \omega \cdot t)\vec{e}_x + B_0 \sin(k \cdot z - \omega \cdot t)\vec{e}_y$$

vorgegeben. Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}(x,y,z,t)$ und geben Sie deren Polarisation an. *(3 Punkte)*

Aufgabe 2 : Dispersion

Im Modell harmonischer Oszillatoren für die von Elektronenschwingungen herrührende Dispersion elektromagnetischer Wellen in Materie lautet die Formel

$$\frac{\varepsilon(\omega)}{\varepsilon_0} = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m} \sum_j \frac{f_j}{\omega_j^2 - \omega^2 - i\omega\gamma_j} \tag{1}$$

a. Benennen Sie die einzelnen vorkommenden Größen. Skizzieren Sie Real- und Imaginärteil für zwei beitragende Resonanzen, deren Breiten klein gegen ihren Frequenzabstand sind. Was bedeutet der Imaginärteil? *(6 Punkte)*

b. Wie lautet der Beitrag zu $\varepsilon(\omega)$, der von der Bewegung freier Elektronen in einem Metall herrührt? *(2 Punkte)*

(**Hinweis:** Überlegen Sie, welche Rückstellkraft auf die Elektronen wirkt.)

c. Leiten Sie, ausgehend vom ohmschen Gesetz $\vec{\jmath} = \sigma\vec{E}$, für eine harmonische elektromagnetische Welle die Formel für die Leitfähigkeit $\sigma(\omega)$ ab. Gehen Sie dabei von der Zerlegung des dielektrischen Verschiebungsstroms $\frac{d}{dt}\vec{D} = \frac{d}{dt}\vec{D}_{\text{gebunden}} + \vec{\jmath}$ in einen von den gebundenen und einen von den freien Elektronen herrührenden Anteil aus. *(5 Punkte)*

Aufgabe 3 : Polarisation

a. Die Transmissionsachsen zweier idealer Polarisatoren sind um die Winkel θ gegeneinander verdreht. Wie hängt die durchgelassene Intensität nach dem zweiten Polarisator für einfallendes unpolarisiertes Licht der Intensität I_0 vom Winkel θ ab? Um welchen Winkel θ sind die Transmissionsachsen der beiden Polarisatoren gegeneinander verdreht, wenn die Intensität nach dem zweiten Polarisator $I_0/2$ bzw. $I_0/4$ beträgt? *(3 Punkte)*

b. Ein idealer Polarisator rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega_P \ll \omega_{\text{Licht}}$ zwischen zwei senkrecht zueinander orientierten Polarisatoren. Zeigen Sie, dass die Intensität I hinter der Apparatur für einfallendes unpolarisiertes Licht der Intensität I_0 mit der vierfachen Winkelgeschwindigkeit moduliert ist:

$$I = \frac{I_0}{16}(1 - \cos(4\omega t))$$

(Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei die Durchlassrichtung des rotierenden Polarisators parallel zum ersten Polarisator) *(3 Punkte)*

c. Zwischen zwei parallel ausgerichteten idealen Polarisatoren befindet sich ein $\lambda/2$-Plättchen, dessen optische Achse parallel zur Grenzfläche ist. Das Plättchen ist so angeordnet, dass die Apparatur für Licht einer bestimmten Wellenlänge undurchlässig ist. Wie muss die optische Achse des $\lambda/2$-Plättchens zur Polarisationsrichtung ausgerichtet sein, und wie groß ist dann die Phasenverschiebung zwischen ordentlichem und außerordentlichem Strahl? *(3 Punkte)*

Aufgabe 4 : Neutronenoptik

Ähnlich wie für Licht läßt sich auch für Neutronen ein effektiver Brechungsindex definieren, mit dessen Hilfe die Wechselwirkung von Neutronen mit Materie analog zu Reflexion und Brechung von Licht beschrieben werden kann. (Im Gegensatz zu Licht ist der Brechungsindex für Neutronen allerdings durch die starke Wechselwirkung bedingt.) Quarz hat für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2\,\text{nm}$ den Brechungsindex $n = 1 - a\lambda^2$ mit $a = 0.575 \cdot 10^{14}\,\text{m}^{-2}$. Beachten Sie, dass $n < 1$ ist! Der Brechungsindex von Neutronen in Luft wird mit 1 angenähert.

a. Ein Neutronenstrahl werde an einer ebenen Quarzoberfläche totalreflektiert. Zeigen Sie, dass der Grenzwinkel der Totalreflexion ε bei streifendem Einfall (siehe Abb. 1) in erster Näherung gegeben ist durch $\varepsilon = \sqrt{2(1-n)}$. (**Hinweis**: Entwickeln Sie hierfür $\cos\varepsilon$ in

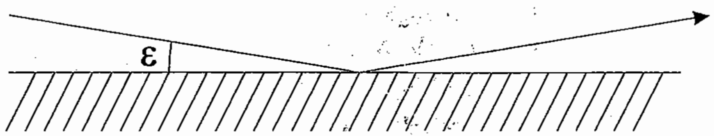

Abbildung 1: Grenzwinkel der Totalreflexion von Neutronen.

eine Taylorreihe bis zum 2. Glied.) Berechnen Sie den Grenzwinkel ε für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2\,\text{nm}$. Neutronen welcher Wellenlängen werden bei einem festen Einfallswinkel totalreflektiert? *(5 Punkte)*

b. Ein achsparallel einfallender Neutronenstrahl soll durch eine dünne Sammellinse aus Quarz fokussiert werden. Die Linse ist auf der Einfallseite plan, auf der Austrittsseite durch eine Kugelfläche mit Radius R begrenzt. Die Brennweite für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2\,\text{nm}$ sei $f = 10\,\text{m}$. Skizzieren Sie Linse und Strahlengang. Berechnen Sie R.

Nun fallen Neutronen von einem Quellpunkt auf der optischen Achse auf die Linse ein. Berechnen Sie den Bildabstand b' für Neutronen der Wellenlänge $\lambda' = 2.5\,\mathrm{nm}$, wenn der Bildabstand b für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2\,\mathrm{nm}$ $b = 20\,\mathrm{m}$ beträgt. Gehen Sie dabei davon aus, dass der Parameter α sich für $\lambda = 2.5\,\mathrm{nm}$ nicht von dem für $\lambda = 2\,\mathrm{nm}$ angegebenen Wert unterscheidet. *(5 Punkte)*

c. Ein Neutronenstrahl werde durch ein Quarzprisma mit Öffnungswinkel $\gamma = 120°$ abgelenkt. Skizzieren Sie den Strahlengang für den symmetrischen Durchgang. Zeigen Sie, dass bei symmetrischem Strahlengang im Fall $n \approx 1$ der Ablenkwinkel δ (Winkel zwischen Strahl vor und nach dem Prisma) in erster Näherung gegeben ist durch $\delta = 2(1-n)\tan(\gamma/2)$. (**Hinweis**: Entwickeln Sie hierfür $\sin(\delta/2)$ und $\cos(\delta/2)$ in eine Taylorreihe, die nach dem ersten Glied abbricht.) Berechnen Sie in dieser Näherung den Ablenkwinkel δ und die Dispersion $\mathrm{d}\delta/\mathrm{d}\lambda$ für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2\,\mathrm{nm}$. *(6 Punkte)*

Aufgabe 5 : Beugung

Das Beugungsbild eines Spaltgitters wird in Fraunhofer-Geometrie betrachtet.

a. Skizzieren Sie die Lage der ersten 4 Hauptmaxima auf dem Schirm für monochromatisches einfallendes Licht der Wellenlänge λ_1. *(2 Punkte)*

b. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die Lage der ersten 4 Hauptmaxima für monochromatisches Licht mit einer größeren Wellenlänge $\lambda_2 > \lambda_1$. *(2 Punkte)*

(**Hinweis:** Die Skizze soll die *relative* Lage der Hauptmaxima korrekt wiedergeben.)

c. Wie gross ist die Breite des zentralen Beugungsmaximums (Abstand der ersten Intensitätsminima) für ein Gitter mit Gitterkonstante $a = 2\,\mu\mathrm{m}$, Spaltbreite $d = 1\,\mu\mathrm{m}$ und ~~beleuchteter Gesamtbreite $b = 2\,\mathrm{cm}$, welches mit Licht der Wellenlänge $\lambda = 500\,\mathrm{nm}$ be-~~ leuchtet wird. Der Schirm sei im Abstand $\ell = 80\,\mathrm{cm}$ vom Gitter angebracht. *(2 Punkte)*

Aufgabe 6 : Interferenz

Eine Radarstation beobachtet den Venusaufgang. Die Station steht auf einer steilen Klippe am Ufer eines großen Sees und sendet zu diesem Zweck elektromagnetische Wellen mit einer Wellenlänge von $\lambda = 300$ m. Die Intensität der von der Venus reflektierten Radarsignale hat ein erstes Minimum, wenn die Venus einen Winkel von $\alpha = 30°$ über dem Horizont erreicht. Berechnen Sie die Höhe der Klippe. *(7 Punkte)*

(**Hinweis:** Betrachten Sie den See als plane, perfekt reflektierende Fläche. Vernachlässigen Sie Beugungseffekte, den Einfluß der Atmosphäre und die Erdkrümmung.)

Aufgabe 7 : Plancksches Strahlungsgesetz

Ausserhalb der Erdatmosphäre misst man das Maximum des Sonnenspektrums bei einer Wellenlänge von $\lambda = 465$ nm.

a. Betrachten Sie die Sonne näherungsweise als schwarzen Strahler und bestimmen Sie die Oberflächentemperatur T_S. *(1 Punkt)*

b. Die vom Merkur ausgesandte Schwarzkörperstrahlung entspricht einer Temperatur von $T_M = 442.5$ K. Bestimmen Sie den Abstand r des Merkurs von der Sonne unter der Annahme thermischen Gleichgewichts und eines kreisförmigen Orbits. Der Radius der Sonne beträgt $R_S = 6.96 \cdot 10^5$ km, der des Merkurs ist $R_M = 2439.7$ km. *(4 Punkte)*