
Probeklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. W. Henning, Prof. Dr. L. Fabbietti

Sommersemester 2012

11. Juni 2012

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

1. Definieren Sie den Begriff des 'stationären Zustandes' in der Quantenmechanik und erklären Sie daraus den Unterschied zwischen der zeitabhängigen und der zeitunabhängigen Schrödingergleichung.
2. Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist die Wellenfunktion eines Teilchens gegeben durch

$$\psi(x) = (u_1(x) + u_2(x)) / \sqrt{2} \quad (1)$$

Hier sind $u_1(x)$ und $u_2(x)$ zwei Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte des Teilchens zu einem späteren Zeitpunkt t .

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Der Zustand eines Teilchens lässt sich durch die folgende Wellenfunktion darstellen:

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -b \\ A & \text{für } -b \leq x \leq 3b \\ 0 & \text{für } x > 3b \end{cases} \quad (2)$$

1. Finden Sie A indem sie die Normalisierungsbedingung nutzen.

Hinweis: Die Phasenkonvention darf so gewählt werden, dass A real ist.

2. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall $[0, b]$ zu finden.
3. Berechnen Sie für diesen Zustand die Erwartungswerte $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$.
4. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte des Impulses.

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Die Übergänge des Wasserstoffatoms bei großen Quantenzahlen sollen klassisches Verhalten zeigen. Betrachten Sie die Bahn mit $n = 1000$. Welche Frequenz würde klassisch abgestrahlt? Setzen Sie dazu Zentripetal- und Coulombkraft gleich, um dann eine Quantenbedingung einzuführen. Was ergibt sich im Vergleich dazu quantenmechanisch für den Übergang von $n = 1000$ auf $n = 999$?

Aufgabe 4 (8 Punkte)

Im Spektrum des Wasserstoffs tritt eine Linie mit der Wellenlänge $\lambda = 1874\text{nm}$ auf.

1. Welchen Hauptquantenzahlen n_1 und n_2 entspricht dieser atomare Übergang?
2. Treten zusammen mit diesem Übergang weitere Übergänge auf? Wenn ja, warum und bei welchen Wellenlängen? Wenn nein, warum nicht? Wie heißen die entsprechenden Wellenlängenbereiche?
3. Das Trägheitsmoment T einer Schallplatte beträgt etwa $10^{-3}\text{kg}\cdot\text{m}^2$. Berechnen Sie den Drehimpuls $L = T\omega$ bei den bekannten 33,3U/min! Wie groß ist etwa die Drehimpulsquantenzahl l ? Interpretieren Sie diese Zahl!
4. Wie groß ist der Winkel θ zwischen L und der z -Achse (Richtung des Magnetfelds) bei $l = 1, 4$ und 50? Fertigen Sie eine Skizze an! Interpretieren Sie diese Quantenzahlen! Diskutieren Sie den Fall $\theta = 0$.

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Betrachten Sie ein Wasserstoffatom gemäß der Schrödinger-Theorie, dessen Elektron sich in einem $3d$ -Zustand befindet.

1. Geben Sie an, in welche Niveaus nl_j das $3d$ -Niveau aufspaltet, wenn man eine Spin-Bahn-Wechselwirkung der Form $H_L S = a\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ berücksichtigt. Berechnen Sie die Energieverschiebungen ΔE dieser Niveaus bezüglich des ungestörten $3d$ -Niveaus, und skizzieren Sie die neuen Niveaus relativ zur Lage des alten. Überzeugen Sie sich davon, dass die Summe der Dimensionen der neuen Niveaus mit der Dimension des ursprünglichen Niveaus übereinstimmt. (Hinweis: $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ lässt sich durch l, s, j ausdrücken.)
2. Nun werde ein Magnetfeld B eingeschaltet. Die Feinstruktur-niveaus aus dem ersten Teil der Aufgabe spalten dadurch in weitere Unterniveaus auf. Wie nennt man diesen Effekt? Berechnen Sie den Landé-Faktor für die Feinstruktur-niveaus aus dem ersten Teil der Aufgabe und verwenden Sie das Ergebnis, um deren Aufspaltung durch das B -Feld zu skizzieren. Geben Sie dabei für jedes Unterniveau die magnetische Quantenzahl und die Dimension an.

Aufgabe 6 (7 Punkte)

In dieser Aufgabe wird wasserstoffartiges Zirkonium (${}^{90}_{40}\text{Zn}^{39+}$) betrachtet.

1. Berechnen Sie nach dem Bohr'schen Atommodell den Bahnradius und die Gesamtenergie im Grundzustand für
 - (a) ein Elektron
 - (b) ein negatives Myon μ^-
 im Feld eines Zirkonium-Kerns.
2. Nehmen Sie nun an, ein Anti-Proton werde von einem Zirkonium-Kern eingefangen.
 - (a) Welche ist die tiefste Bohr'sche Bahn, auf der das Anti-Proton den Kern noch nicht berührt?
 - (b) Wie groß ist die Bindungsenergie für diese Bahn?

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Aus einer Wolfram-Anode treten Photonen mit einer Energie von 10keV aus und treffen auf ein Target.

1. Berechnen Sie die Kernladungszahl des Targetelements, bei dem ein Elektron aus der L -Schale das Atom gerade noch verlassen kann und berechnen Sie die Energie und Wellenlänge der L_α -Linie!
2. Berechnen Sie die Energie der K -Kante für Aluminium ($Z = 13$)!
3. Kupfer besitzt eine Kernladungszahl $Z = 29$ und befindet sich im Grundzustand. Berechnen Sie die Energie aller möglichen Spektrallinien 1. Ordnung (keine Folgetübergänge), wenn ein Elektron der K -Schale aus dem Cu-Atom entfernt wird!
4. Warum besitzt die K_α -Linie die größte Intensität?

Hilfen

Integrale

$$\int_0^R r^2 e^{\alpha r} dr = -e^{-\alpha R} \left(\frac{R^2}{\alpha} + \frac{2R}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} \right) + \frac{2}{\alpha^3} \quad (3)$$

$$\int_0^\infty r^2 e^{\alpha r} dr = \frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^3} \quad (4)$$

Konstanten

Physikalische Konstanten

Größe	Symbol, Gleichung	Wert
Vakuumlichtgeschwindigkeit	c	$2,9979 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Plancksche Konstante	h	$6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$
Red. Plancksche Konstante	$\hbar = h/2\pi$	$1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Elektr. Elementarladung	e	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Boltzmann-Konstante	k_B	$1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$
Elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	$8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$
Elektronruhemasse	m_e	$9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0,5110 \text{ MeV}/c^2$
(Anti-)Protonruhemasse	$m_{\bar{p},p}$	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938,2720 \text{ MeV}/c^2$
Neutronruhemasse	m_n	$1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 939,5653 \text{ MeV}/c^2$
Atomare Masseneinheit	amu	$1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Avogadro-Zahl	N_A	$= 6.023 \cdot 10^{23}$
Bohr'scher Radius	$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2 m_e}$	$5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
Bohr'sches Magneton	μ_B	$9,2741 \cdot 10^{-24} \text{ JT}^{-1} = 5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eVT}^{-1}$
Kernmagneton	μ_K	$= 5,0508 \cdot 10^{-27} \text{ J/T} = 3,152 \cdot 10^{-14} \text{ MeV/T}$
Magnetisches Moment des Protons:	μ_P	$2,79\mu_K$
Feinstrukturkonstante	$1/\alpha$	$137,036$
Rydbergsche Konstante	R_∞	$13,6057 \text{ eV}$