
Nachklausur in Experimentalphysik 4

Prof. Dr. S. Schönert

Sommersemester 2016

11.10.2016

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Zum Zeitpunkt $t = 0$ beschreibe folgende Wellenfunktion die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Teilchens in einer Dimension:

$$\Psi(x, 0) = \begin{cases} A \frac{x}{a} & 0 \leq x \leq a \\ A \frac{b-x}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad A \in \mathbb{C} \quad (1)$$

wobei A , a und b Konstanten sind.

- Skizzieren Sie $\Psi(x, 0)$ qualitativ als Funktion von x .
- Normieren Sie Ψ , d.h. finden Sie A in Abhängigkeit von a und b .
- Wo hält sich das Teilchen bei $t = 0$ mit der größten Wahrscheinlichkeit auf (Bestimmen Sie aus der Skizze)?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen links von a zu finden?
- Bestimmen Sie den Erwartungswert von x .

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Ein Teilchen der Masse m mit kinetischer Energie E nähert sich von links einer „Potentialklippe“ der Größe $V_0 < 0$ bei $x = 0$, d.h.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -V_0 & x \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Wie hoch ist die Reflexionswahrscheinlichkeit wenn $E = V_0/3$?

Aufgabe 3 (6 Punkte)

- (a) Stellen Sie die drei Eigenwertgleichungen des dreidimensionalen harmonischen Oszillators in kartesischen Koordinaten auf und geben Sie die Energieeigenwerte des Oszillators an.
- (b) Gehen Sie nun davon aus, dass es sich um einen spärlichen harmonischen Oszillator handelt, d.h. $\omega_x = \omega_y = \omega_z$. Wie lautet die Schrödingergleichung in Kugelkoordinaten?
- (c) Die Schrödingergleichung kann durch einen schon bekannten Separationsansatz gelöst werden.

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R_{n,l}(r) \cdot Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$$

Die radiale Wellenfunktion enthält ein Polynom vom Grad $2(n-1) + l$. Wie lauten die korrespondierenden Energien E_N mit $N = 2(n-1) + l$ der totalen Wellenfunktion?

- (d) Die Energien hängen also von den beiden Quantenzahlen l und n ab, und gleiche Energiewerte können für verschiedene Kombinationen (n, l) resultieren, d.h. sie sind entartet. Berechnen Sie E_N für $N = 0, 1, 2, 3, 4$ und geben Sie die dazu verwendeten Werte n und l an. Wie groß ist der jeweilige Entartungsgrad? Gehen Sie davon aus, dass Sie jedes Energieniveau mit Fermionen besetzen wollen und berücksichtigen Sie deshalb das Pauli-Prinzip.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

- (a) Was ist die physikalische Ursache für den Unterschied zwischen normalen und anomalen Zeemann Effekt? Geben Sie drei experimentelle Unterschiede zwischen den beiden Zeemann-Effekten an.
- (b) In wieviele Terme spaltet ein $l = 3$ Niveau beim normalen Zeemann Effekt auf? Wie groß ist der Energieunterschied zwischen den benachbarten Niveaus?
- (c) Wie viele verschiedene Linien sind beim Übergang $l = 3 \rightarrow l = 2$ beim normalen Zeemann-Effekt messbar?
- (d) Kann man den Spin des Photons mit Hilfe des normalen Zeemann Effekts bestimmen und wenn ja wie?

Aufgabe 5 (6 Punkte)

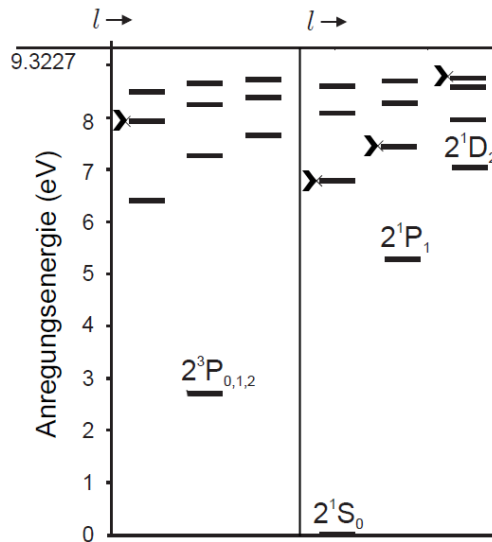
Die Atome des Kochsalzmoleküls NaCl sind in einem Gleichgewichtsabstand von $r_0 = 5,6 \text{ \AA}$ gebunden. Die relativen Atomgewichte sind $A_{\text{Na}} = 23$ und $A_{\text{Cl}} = 35$.

- (a) Wie groß ist das Trägheitsmoment des Moleküls?
- (b) Wie groß ist die Rotationsenergie in eV für die Drehimpulsquantenzahl $j = 1$? Hinweis: Betrachten Sie das Molekül als starren Rotor.
- (c) Die Konstante der Bindungskraft (Federkonstante) zwischen dem Na-Atom und dem Cl-Atom beträgt $C = 3,78 \cdot 10^3 \text{ kg/s}^2$. Welche Frequenzen kann das Molekül abstrahlen, wenn Sie folgende Übergänge zwischen gekoppelten Rotations- (j) und Schwingungszuständen (v) betrachten: $(v_2 = 1; j_2 = 0, 1) \rightarrow (v_1 = 0; j_1)$? Bestimmen Sie die möglichen Werte von j_1 und skizzieren Sie das Termschema der sich daraus ergebenden Übergänge. Hinweis: Schwingungs- und Rotationszustände sollen nicht miteinander wechselwirken.

Aufgabe 6 (7 Punkte)

Beryllium hat, wie Helium, eine $2s^2$ Konfiguration der Valenzelektronen. Dementsprechend verhält es sich in vielerlei Hinsicht zu He wie die Alkaliatome zu H.

- Was kennzeichnet Singulett- und Triplett- Zuständen (3 Unterschiede)? Welche Komponente der Wellenfunktion liegt als Singulett (Triplett) vor, wenn ein Zustand als Singulettzustand (Triplettzustand) bezeichnet wird?
- Die Abbildung zeigt einen Teil des Termschemas für Be (ohne Feinstruktur). Die Elektronenkonfiguration des Grundzustands ist $1s^2 2s^2$. In welchem der beiden Bereiche in der Abbildung sind die He-artigen Triplett- bzw. Singulettzweige gezeichnet? Begründen Sie. Geben Sie die spektroskopische Notation aller der mit Pfeil markierten Zustände an.
- Ist ein Übergang zwischen 2^1P_1 und 5^3S_1 möglich? Begründen Sie ihre Antwort.
- Im Termschema finden sich die Zustände 2^1D_2 und $2^3P_{0,1,2}$. Welche Quantenzahlen können Sie daraus ablesen? Zeichnen Sie die Elektronenkonfiguration in Pauling-Schreibweise?



Aufgabe 7 (3 Punkte)

- Ermitteln Sie die Entropie σ eines Satzes von N harmonischen Oszillatoren mit der Frequenz ω als Funktion der gesamten Quantenzahl n .

Verwenden Sie die Entartungsfunktion $g(N, n) = \frac{(N+n-1)!}{n!(N-1)!}$ für das System von Oszillatoren, sowie die Stirling Näherung $\ln N! \approx N \ln N - N$. Nähern Sie $N - 1$ durch N .

- U soll die Gesamtenergie $n\hbar\omega$ der Oszillatoren bezeichnen. Drücken Sie die Entropie als $\sigma(U, N)$ aus. Zeigen Sie, dass die Gesamtenergie bei der Temperatur τ durch folgenden Ausdruck gegeben ist:

$$U = \frac{N\hbar\omega}{\exp(\hbar\omega/k_B\tau) - 1}$$

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{Js}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{As/V/m}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \frac{\hbar^2}{m_e} = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{m}$$

$$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

$$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{kg}$$

$$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8c\epsilon_0^2 \hbar^3} = 1,10 \cdot 10^7 \text{m}^{-1}$$

$$\alpha = 7.3 \cdot 10^{-3}$$

$$\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{N/A}^2$$

$$A = 5,9 \cdot 10^{-6} \text{eV}$$