1. Klausur zur Vorlesung "Theoretische Physik 3BC" (Elektrodynamik) – WS 00/01

Ort: HS3 (Garching)
Zeit: 9.15 - 10.45 Uhr
Anmerkungen: Bitte tragen Sie auf dem Deckblatt sowie allen weiteren von Ihnen beschriebenen Blättern Ihren Namen, Ihr Geburtsdatum und Ihre Übungsgruppe ein. Fangen Sie bitte für jede der 4 Aufgaben eine neue Seite an.
Für die Klausur sind **keine Hilfmittel** (z.B. Formelsammlung, Vorlesungsnotizen, Taschenrechner, etc.) zugelassen. In den 4 Aufgaben können insgesamt 22 Punkte erreicht werden.
Bitte heften Sie bei Abgabe Ihrer Klausur alle Blätter + Deckblatt mittels eines Hefters zusammen.
Wir wünschen viel Erfolg !

1) a) Wie lauten die allgemeinen Maxwell-Gleichungen in der Gegenwart allgemeiner Ladungs- und Stromverteilungen für *statische* elektromagnetische Felder *im Vakuum* in *differentieller Form* ? Erklären Sie kurz die physikalische Bedeutung aller auftretenden Größen und Symbole. Geben Sie explizit an, welches Einheitensystem Sie gewählt haben. (2P)
   b) Leiten Sie mit Hilfe Ihnen bekannter Integralsätze die *integrale Form* der Maxwell-Gleichungen aus Teilaufgabe 1a für statische elektromagnetische Felder im Vakuum her. Geben Sie wiederum explizit an, welches Einheitensystem Sie gewählt haben.(2P)

2) Eine Ladung Q sei an dem Ort ($x = a, y = b, z = 0$) fixiert und befindet sich vor einer geerdeten Winkelplatte mit dem Winkel 90 Grad (siehe Skizze).
   a) Berechnen Sie das elektrostatische Potential im Bereich $x > 0, y > 0$. Erläutern Sie das von Ihnen verwendete Konstruktionsprinzip. (2P)
   b) Berechnen Sie die auf die Ladung Q wirkende Kraft. (2P)
   c) Berechnen Sie das Potential und die influenzierte Ladung auf der $x - z$ Ebene ($y = 0, x > 0$) der Winkelplatte. (2P)

3) Gegeben sei die folgende Entwicklung eines Potentials Φ, das von einer Ladungsdichte ρ generiert wird:

$$\Phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int d^3x' \frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x}-\vec{x}'|} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{A}{r} + \sum_k \frac{B^k x^k}{r^3} + \frac{3}{2}\sum_{i,j}\frac{C^{ij}x^i x^j}{r^5} + \dots\right)$$

mit $r = |\vec{x}|$ und $i, j, k = 1, \dots 3$.
a) Welche *physikalische Bedeutung* hat die Koordinate $\vec{x}'$, so daß sie von der Koordinate $\vec{x}$ unterschieden wird ? (0.5P)
b) Unter welcher Bedingung gilt obige Reihenentwicklung ? Wann ist es daher sinnvoll sie anzuwenden ? (0.5P)
c) Welche physikalische Bedeutung haben $A,\ B^k,\ C^{ij}$? Wie berechnet man $A,\ B^k$ aus einer gegebenen Ladungsdichte ρ ? (1P)
d) Für die Größe C^{ij} gelte

$$C^{ij} = \int d^3x' \left(x_i' x_j' - \frac{1}{3}\,\delta_{ij}|\vec{x}'|^2\right)\rho(\vec{x}')\,, \tag{1}$$

wobei δ_{ij} das Kronecker-Delta Symbol bezeichnet.
Welchen Symmetrieeigenschaften gehorcht der Tensor C^{ij} ? Berechnen Sie explizit die Spur des in Gl.(1) gegebenen Tensors C^{ij}. Wieviele linear unabhängige Komponenten besitzt C^{ij} somit im allgemeinen Fall ? (1P)
e) Gegeben seien 3 Ladungen, $q_1 = -q$ bei $\vec{x}_1 = (0, 0, a)$, $q_2 = +q$ bei $\vec{x}_2 = (0, -a, -a)$ und $q_3 = +q$ bei $\vec{x}_3 = (0, a, -a)$. Konstruieren Sie die resultierende Ladungsdichte ρ mit Hilfe von Dirac'schen Delta-Funktionen und berechnen Sie explizit $A,\ B^k,\ C^{ij}$ dieser Ladungsverteilung für $i, j, k = 1, \dots 3$ (4P).

4) 2 unendlich lange, dünne, leitende, koaxiale zylindrische Flächen mit Radien a, b werden durch kurzfristiges Anlegen einer äußeren Spannungsquelle mit der Ladung Q aufgeladen. Die äußere Spannungsquelle wird nun wieder entfernt, die Ladung Q bleibt jedoch im folgenden auf dem Zylinderkondensator erhalten.
Der Kondensator wird nun senkrecht in eine dielektrische Flüssigkeit mit konstanter elektrischer Suszeptibilität χ und konstanter Dichte ρ eingeführt. Berechnen Sie die Höhe, auf die Flüssigkeit zwischen den beiden Flächen steigt, wenn die elektrische Suzeptibilität der Luft vernachlässigt und das Reservoir der Flüssigkeit als sehr groß angesehen werden kann. Bitte leiten Sie alle verwendeten Zwischenergebnisse, z.B. die Feldstärke, das Potential, die Kapazität explizit aus den Maxwell-Gleichungen her. (5P)
Hinweis: Die gespeicherte Energie in einem Kondensator ist $E = \frac{1}{2}\,C\,U^2$ und kann als bekannt angenommen werden, wobei C der Kapazität und U der Spannung entspricht.