Nachklausur zur Experimentalphysik 1

Prof. Dr. M. Rief

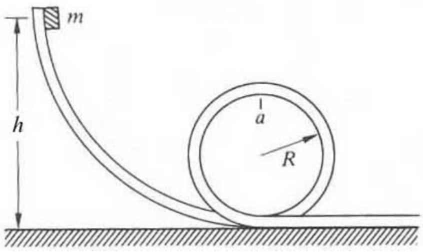
Wintersemester 2010/2011

20. April 2011

Musterlösung

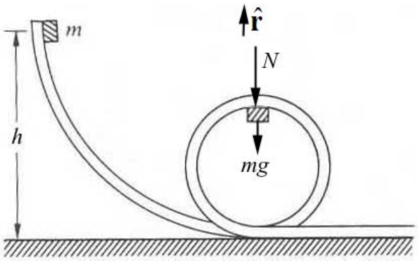
Aufgabe 1 (6 Punkte)

Ein umweltfreundlicher Achterbahnwagen mit Masse m rutscht aus der Ruhe in Höhe h los und durch einen Looping mit Radius R (siehe Abbildung). Die Bahn ist dabei reibungslos. Als sich der Wagen bei Punkt a am Höhepunkt des Loopings befindet, drückt er mit seiner dreifachen Gewichtskraft gegen die Bahn. Von welcher Höhe h ist der Wagen gestartet?



Lösung:

Am einfachsten lässt sich die Aufgabe lösen, indem man Polarkoordinaten wählt, die ihren Ursprung im Mittelpunkt des Loopings haben. Die potentielle Energie wird so bestimmt, dass $U = 0$ am Fuße des Loopings ist:



Der Anfangszustand herrscht in dem Moment, in dem der Wagen losfährt. Dann ist die kinetische Energie:

$$K_0 = 0 \tag{1}$$

und die potentielle Energie:

$$U_0 = mgh, \tag{2}$$

so dass für die Gesamtenergie gilt:

$$E_0 = K_0 + U_0 = mgh \tag{3}$$

[**1**]

Der Endzustand ist in dem Moment erreicht, in dem der Wagen den Höhepunkt des Loopings erreicht. Die kinetische Energie ist dort

$$K_f = \frac{1}{2} m v_f^2 \tag{4}$$

und die potentielle Energie natürlich

$$U_f = mg2R \tag{5}$$

Dann ist die Gesamtenergie zu diesem Zeitpunkt gegeben durch:

$$E_f = K_f + U_f = \frac{1}{2} m v_f^2 + mg2R \tag{6}$$

[**1**]

Da die Bahn reibungslos ist, wird die Energie erhalten, so dass gilt:

$$\Delta E = E_f - E_0 = 0, \tag{7}$$

d.h.

$$2mgR + \frac{1}{2} m v_f^2 = mgh \tag{8}$$

[**1**]

Dies ist eine Gleichung mit den zwei Unbekannten v_f und h. Um h zu berechnen braucht man zusaätzlich noch die Bedingung, dass der Wagen am Höhepunkt des Loopings mit seiner dreifachen Gewichtskraft gegen die Bahn drückt. Damit ergibt sich aus Newtons 2. Axiom für die Radialrichtung $\vec{r}$:

$$-mg + N = -m \frac{v_f^2}{R} \tag{9}$$

wobei die Normalkraft gegeben ist durch

$$\vec{N} = -3mg \frac{\vec{r}}{|r|} \tag{10}$$

[**1**]

Und so wird Gleichung (9) zu

$$4mg = m\frac{v_f^2}{R} \tag{11}$$

$$\rightarrow 2mgR = \frac{1}{2}mv_f^2 \tag{12}$$

[**1**]

Nun haben wir zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten:

$$2mgR + \frac{1}{2}mv_f^2 = mgh \tag{13}$$

$$2mgR = \frac{1}{2}mv_f^2 \tag{14}$$

Gleichung (14) kann nun in Gleichung (13) eingesetzt werden:

$$4mgR = mgh \tag{15}$$

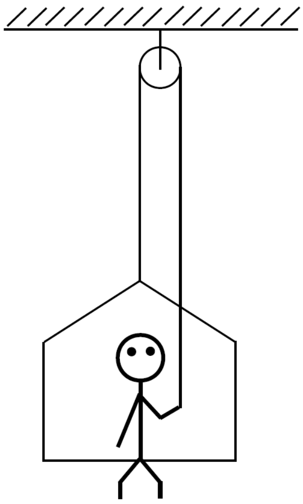
Dann beträgt die anfängliche Höhe:

$$h = 4R \tag{16}$$

[**1**]

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Ein Maler hat eine Fassade zu streichen und nutzt dabei u.a. eine mit Muskelkraft zu betreibende Arbeitsbühne. Die Massen des Malers und der Arbeitbühne betragen 72 bzw. 12kg. Der Maler zieht so am Seil, dass er mit einer Kraft von 400N gegen die Arbeitsbühne drückt (siehe Skizze).



a) Wie groß ist die Beschleunigung der Arbeitsbühne und des Malers?

Lösung:

m_M sei die Masse des Malers, m_A die Masse der Arbeitsbühne. Die Beschleunigungen des Malers und der Arbeitsbühne sind identisch, also

$$a_M = a_A \tag{17}$$

[**1**]

Der Maler drückt mit einer Kraft P gegen die Bühne und auf beiden Seiten des Seils herrscht eine Spannung T. Die Kraft, die auf den Maler wirkt, ist daher gegeben durch seine Gewichtskraft, die Normalkraft und die Seilspannung:

$$F_M = m_M a_M = -m_M g + P + T \tag{18}$$

[**1**]

Für die Arbeitsbühne hingegen ist die Summe der Kräfte:

$$F_A = m_A a_A = -m_A g - P + T \tag{19}$$

[**1**]

Nun kann man diese beiden Gleichungen gleichsetzen, damit T eliminieren und nach a auflösen:

$$m_A a = -m_A g - P + m_M a + m_M g - P \tag{20}$$

$$\rightarrow a = \frac{2P - (m_M - m_A)g}{(m_M - m_A)} = 3.52 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \tag{21}$$

[**2**]

b) Welche Kraft wirkt insgesamt auf die Arbeitsbühne?

Lösung:

Die Kraft auf die Arbeitsbühne ist natürlich gegeben durch:

$$N = 2T = (m_M + m_A)(a + g) = 1120\mathrm{N} \tag{22}$$

[**2**]

Aufgabe 3 (6 Punkte)

Ein großer Meteor (Masse m_1, Geschwindigkeit $\vec{v}_1$) stoße zentral und völlig inelastisch mit einem Planeten (Masse m_2, Geschwindigkeit $\vec{v}_2$) zusammen. Die Eigenrotation beider Himmelskörper ist vernachlässigbar klein.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v' des Planeten nach dem Stoß, wenn $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ parallel bzw. antiparallel gerichtet waren.

Lösung:

Da der Stoß völlig inelastisch erfolgt, gilt natürlich die Impulserhaltung:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}' \tag{23}$$

Daher gilt für den Fall, dass $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ parallel sind:

$$v' = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{24}$$

[**1**]

Und für den Fall, dass $\vec{v}_1$ und $\vec{v}_2$ antiparallel sind:

$$v' = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} \tag{25}$$

[**1**]

b) Der Stoß erfolge nun nicht zentral, so dass der Planet nach dem Stoß rotiert, d.h. Drehimpuls $\vec{L} \neq 0$. Hatte das System bereits vor dem Zusammenstoß den Drehimpuls $\vec{L}$? (Kurze Erklärung!)

Lösung:

Beide Körper drehen sich zwar nicht vor dem Stoß, aber das Gesamtsystem hat einen vom Koordinatensystem abhängigen Drehimpuls.

[**1**]

Dieser Drehimpuls bleibt erhalten.

[**1**]

c) Ändert sich die Geschwindigkeit v' bei b) verglichen mit a) gesetzt den Fall, dass auch bei b) der Zusammenstoß vollkommen inelastisch sei? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

Der Impulserhaltungssatz gilt unabhängig vom Drehimpuls.

[**1**]

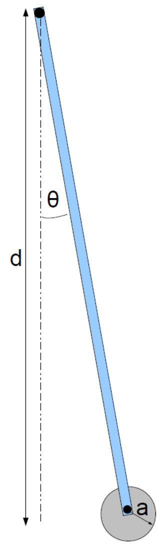
Daher bleibt v' gleich, auch wenn der Stoß nicht zentral erfolgt.

[**1**]

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Ein physikalisches Pendel besteht aus zwei Teilen: Einem dünnem Stab mit Länge d und Masse M, der sich um die in der Abbildung gezeigte Achse dreht, und einer Scheibe mit Radius a und Masse m, die am anderen Ende fest mit dem Stab verbunden ist. Das Pendel wird zum Zeitpunkt $t = 0$ um einen kleinen Winkel θ_0 ausgelenkt und dann losgelassen.

Hinweis: Es gilt die Kleinwinkelnäherung $\sin(\theta) \approx \theta$. Das Trägheitsmoment eines dünnen Stabes der um eine Querachse durch ein Ende rotiert, beträgt $I = \frac{1}{3}ml^2$, wobei m die Masse des Stabes und l seine Länge ist. Das Trägheitsmoment einer dünnen Scheibe mit Masse m und Radius r um seine Achse beträgt $I = \frac{1}{2}mr^2$.



$a)$ Zeichnen Sie die Kräfte ein, die auf das Pendel wirken, stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie so die Periode T des Pendels.

Lösung:

Das physikalische Pendel besteht aus zwei Teilen, dem Stab und der Scheibe. Daher ist das Gesamtträgheitsmoment um den Drehpunkt P die Summe der Trägheitsmomente des Stabes und der Scheibe:

$$I_P^{\text{Gesamt}} = I_P^{\text{Stab}} + I_P^{\text{Scheibe}} \tag{26}$$

Zu beachten ist, dass die Trägheitsmomente für Stab und Scheibe um den Drehpunkt P berechnet werden müssen. Daher ist das Trägheitsmoment des Stabes gegeben durch

$$I_P^{\text{Stab}} = \frac{1}{3}Md^2 \tag{27}$$

[1]

Für die Scheibe kann man den Satz von Steiner anwenden und erhält so:

$$I_P^{\text{Scheibe}} = \frac{1}{2}ma^2 + md2 \tag{28}$$

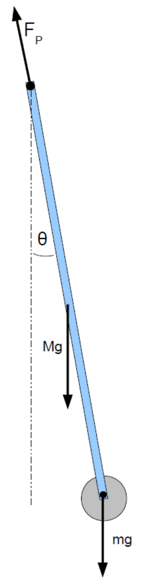
[**1**]

Daher ist das Gesamtträgheitsmoment:

$$I_P^{\text{Gesamt}} = \frac{1}{3}Md^2 + \frac{1}{2}ma^2 + md^2 \tag{29}$$

[**1**]

Die Kräfte auf das Pendel sind in der Abbildung einzeichnet:



[**1**]

Es gibt eine unbekannte Kraft F_P um den Drehpunkt P, die Gewichtskraft des Stabes, die am Massenschwerpunkt des Stabes angreift und die Gewichtskraft der Scheibe. Daraus lässt sich das Drehmoment um den Drehpunkt P bestimmen:

$$\tau_P = -\frac{d}{2}Mg\sin(\theta) - dmg\sin(\theta) = -\left(\frac{d}{2}M + dm\right) g\sin(\theta) \tag{30}$$

[**1**]

Außerdem ist das Drehmoment so definiert, dass

$$\tau_P = I_P^{\text{Gesamt}}\alpha, \tag{31}$$

mit

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{32}$$

[1]

Mit der Kleinwinkelnäherung $\sin(\theta) \approx \theta$ und dem oben berechneten Gesamtträgheitsmoment kann man nun die Bewegungsgleichung aufstellen:

$$-\left(\frac{d}{2}M + dm\right) g\theta \approx \left(\frac{1}{3}Md^2 + \frac{1}{2}ma^2 + md^2\right)\frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{33}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} \approx -\frac{\left(\frac{d}{2}M + dm\right) g}{\frac{1}{3}Md^2 + \frac{1}{2}ma^2 + md^2}\theta \tag{34}$$

[1]

Dies ist leicht als Gleichung für einen harmonischen Oszillator zu erkennen. Daher ist die Winkelgeschwindigkeit des Pendels annäherungsweise gegeben durch:

$$\omega \approx \sqrt{\frac{\left(\frac{d}{2}M + dm\right) g}{\frac{1}{3}Md^2 + \frac{1}{2}ma^2 + md^2}} \tag{35}$$

Daraus ergibt sich dann die gesuchte Schwingungsdauer T:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}Md^2 + \frac{1}{2}ma^2 + md^2}{\left(\frac{d}{2}M + dm\right) g}} \tag{36}$$

[1]

b) Nehmen Sie an, dass sich die Scheibe reibungslos in ihrer Befestigung am Stab drehen kann. Was ist jetzt die Periode des Pendels?

Lösung:

Wenn die Scheibe nicht fest am Stab befestigt ist, dann rotiert sie nicht mit den Schwingungen des Pendels. Daher trägt die Scheibe nicht zum Gesamtträgheitsmoment bei.

[1]

Das Pendel ist nun kein starrer Körper mehr und das Gesamtträgheitsmoment geht nur noch auf den Stab zurück:

$$I_P^{\text{Gesamt}} = \frac{1}{3}Md^2 \tag{37}$$

[1]

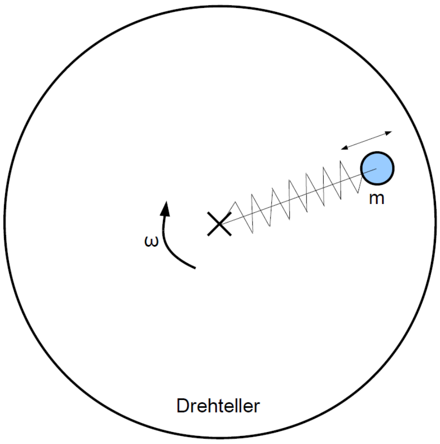
Daher ist die Periode T des Pendels dann

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \approx 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}Md^2}{\left(\frac{d}{2}M + dm\right)g}} \tag{38}$$

[**1**]

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Auf einem Drehteller sei im Zentrum das eine Ende einer Zugfeder (Federkonstante k_f) montiert. Die Feder hat die Ruhelänge L_0 und kann sich in radialer Richtung frei dehnen. Am anderen Federende ist eine punktförmige Masse m befestigt. Die Feder selbst sei masselos. Das Gesamtsystem drehe sich nun mit der Kreisfrequenz ω, d.h. alle Komponenten drehen sich mit gleicher Frequenz um die Mittelachse des Tellers.



a) Welche zwei Kräfte wirken auf die Masse m in radialer Richtung?

Lösung:

Zwei Kräfte wirken auf die Masse m in radialer Richtung: Die Hooksche Kraft

$$F_H = k_f(L - L_0) \tag{39}$$

[**1**]

und die Zentripetalkraft

$$F_Z = m\omega^2 L \tag{40}$$

[**1**]

b) Berechnen Sie die neue Ruhelage der Masse (Abstand L von der Drehachse) als Funktion von ω.

Lösung:

Die neue Ruhelage der Kraft ergibt sich für

$$F_H = F_Z \tag{41}$$

[**1**]

Also:

$$k_f(L - L_0) = m\omega^2 L \tag{42}$$

$$\rightarrow L = \frac{k_f L_0}{k_f - m\omega^2} \tag{43}$$

[**1**]

c) Welche Bedingung muss gelten, damit es überhaupt diese neue Ruhelage gibt?

Lösung:

Es muss gelten, dass

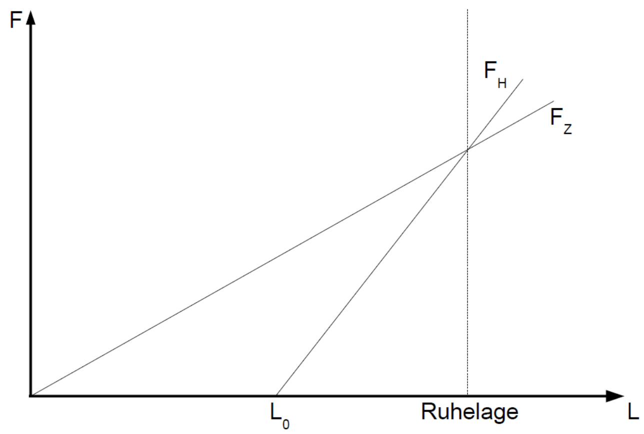
$$k_f > m\omega^2, \tag{44}$$

[**1**]

denn sonst kann es kein positives L geben. Ein negativer Abstand L von der Drehachse ist aber physikalisch unsinnig.

[**1**]

d) Fertigen Sie eine Skizze an, aus der der Verlauf beider Kräfte als Funktion des Abstands von der Drehachse und die neue Ruhelage sichtbar werden.



[**2**]

Aufgabe 6 (6 Punkte)

Eine Astronomin beobachtet, dass ein Protonenstrom (Teil des Sonnenwinds) die Erde zum Zeitpunkt t_1 passiert. Später entdeckt sie, dass Jupiter zum Zeitpunkt $t_2 = t_1 + \Delta t$ ($\Delta t = 900$s) einen Ausbruch hochfrequenten Rauschens emittiert. Eine zweite Astronomin S' reist in einem Raumschiff von der Erde zum Jupiter. Das Raumschiff hat die Geschwindigkeit $V = 0.5$c. Diese Astronomin beobachtet dieselben zwei Ereignisse. Nehmen Sie an, dass sich die Erde direkt zwischen der Sonne und Jupiter befindet und dass die Entfernung zwischen der Erde und dem Jupiter 6.3×10^8km beträgt.

a) Berechnen Sie das von Beobachterin S' im Raumschiff gemessene Zeitintervall $\Delta t'$ zwischen den zwei Ereignissen. Wäre es möglich, dass der Protonenstrom das Rauschen des Jupiters verursacht hat?

Lösung:

Ereignis E1 ist das Eintreffen des Protonenstroms bei der Erde zum Zeitpunkt t_1. Ereignis E2 ist der Ausbruch des hochfrequenten Rauschens: E2 ereignet sich bei Jupiter zum Zeitpunkt $t_2 = t_1 + \Delta t$. Der räumliche Abstand der beiden Ereignisse ist

$$\Delta x \equiv x_2 - x_1 \tag{45}$$

Um vom Zeitintervall Δt in S zum Zeitintervall $\Delta t'$ in S' zu kommen, verwendet man die Lorentz-Transformation

$$\Delta t' = \gamma \left(\Delta t - \beta \frac{\Delta x}{c} \right) \tag{46}$$

mit

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{1}{2} \quad , \quad \gamma = \frac{2}{\sqrt{3}} \tag{47}$$

[1]

Daraus ergibt sich

$$\Delta t' = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(900\text{s} - \frac{1}{2} \frac{6.3 \times 10^{11}\text{m}}{3 \times 10^8\text{m/s}} \right) = -173\text{s} \tag{48}$$

[1]

b) Mit welcher Geschwindigkeit (und in welche Richtung) müsste ein Raumschiff fliegen, damit die zwei Ereignisse für ein Besatzungsmitglied zeitgleich erschienen?

Lösung:

Die beiden Ereignisse sind zeitgleich für einen mit Geschwindigkeit v^* reisenden Beobachter, wenn

$$\Delta t^* = \gamma^* \left(\Delta t - \beta^* \frac{\Delta x}{c} \right) \tag{49}$$

[**1**]

Mit den gegebenen Zahlenwerten für Δx und Δt ergibt sich daraus

$$\frac{v^*}{c} = \frac{c\Delta t}{\Delta x} = \frac{3}{7} \tag{50}$$

Also sind die Ereignisse zeitgleich für einen Beobachter, der mit einer Geschwindigkeit $v^* = \frac{3}{7}c$ von der Erde zum Jupiter reist.

[**1**]

c) Angenommen, dass das Rauschen wirklich von dem Protonenstrom verursacht wird. Berechnen Sie die Begrenzung, die sich aus dieser Bedingung für Δt ergibt.

Lösung:

Damit der Protonenstrom das Rauschen des Jupiters verursachen könnte, darf das Zeitintervall zwischen den Ereignissen E1 und E2 nicht negativ sein. Aus Gleichung (46) wird deutlich, dass

$$\Delta t - \left(\beta \frac{\Delta x}{c} \right) \tag{51}$$

daher für alle $v < c$ eine positive Größe sein muss. Daher muss

$$\Delta \geq \frac{\Delta x}{c} \tag{52}$$

[**1**]

sein. Falls der Protonenstrom also das Rauschen verursachen soll, muss das Rauschen mindestens erst

$$\frac{6.3 \times 10^{11}\text{m}}{3 \times 10^{8}\text{m/s}} = 2.1 \times 10^{3}\text{s} \tag{53}$$

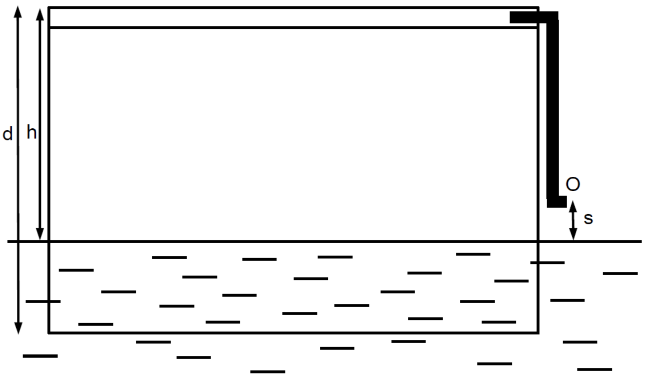
nachdem die Protonen die Erde passiert haben, emittiert werden. Daher ist

$$\Delta t \geq \Delta t_{min} = 2100\text{s} = 35.0\text{min} \tag{54}$$

[**1**]

Aufgabe 7 (12 Punkte)

Im Südpazifik treibt ein Riesen-Eisberg mit einer Länge $L = 240\text{km}$ und einer Breite $b = 40\text{km}$.



a) Angenommen, der Eisberg hat die Form eines Quaders und ragt $h = 60\text{m}$ aus dem Wasser. Wie groß ist die Gesamtdicke d des Eisbergs (siehe Skizze)? Die Dichte von Eis beträgt $\rho_E = 920\text{kg/m}^3$, die Dichte von Meerwasser $\rho_{MW} = 1020\text{kg/m}^3$.

Lösung:

Die Auftriebskraft F_A und die Gewichtskraft F_G sind hier im Gleichgewicht, so dass gilt:

$$F_A = F_G \tag{55}$$

[**1**]

Also

$$\rho_{MW} V g = m_E g \tag{56}$$

wobei V das Volument des verdrängten Meerwassers bezeichnet und m_E die Masse des Eisbergs. Also kann nach L aufgelöst werden:

$$\rho_{MW} Lb(d-h)g = \rho_E Lbdg \tag{57}$$

[**1**]

$$\rightarrow d = \frac{\rho_{MW} h}{\rho_{MW} - \rho_E} = 612\text{m} \tag{58}$$

[**1**]

Da der Berg die Schifffahrt verhindert, wird vorgeschlagen, das Schmelzwasser, das sich durch Sonneneinstrahlung an der Oberfläche bildet, zur Fortbewegung des Eisbergs zu nutzen. Dazu wird das Schmelzwasser gesammelt und an der Schmalseite des Eisbergs über ein vertikales Rohr ins Meer abgeleitet (siehe Skizze). Das Rohr liegt am unteren Ende horizontal und habe eine Öffnung O (Querschnitt $q = 100\mathrm{m}^2$), die sich $s = 5\mathrm{m}$ über dem Meer befindet.

b) Berechnen Sie den Schweredruck p_S an der Rohröffnung O und die Auslaufgeschwindigkeit des Schmelzwassers v_{SW}. Die Dichte des Schmelzwassers beträgt $\rho_{SW} = 1000\mathrm{kg/m}^3$. Reibungseinflüsse sollen vernachlässigt werden.

Lösung:

Der Schweredruck p_s ist gegeben durch

$$p_s = \rho_{SW} g(h - s) = 5.4 \times 10^5\mathrm{Pa} \quad (= 5.4\mathrm{bar}) \tag{59}$$

[**1**]

Es gilt die Bernoulli-Gleichung sowie die Annahme, dass der statische Druck innen und außen annähernd gleich sind:

$$p_0 + \frac{1}{2}\rho_{SW} v_{SW}^2 + \rho g s = p_0 + \rho_{SW} g h \tag{60}$$

[**1**]

$$\frac{1}{2}\rho_{SW} v_{SW}^2 = \rho g(h - s) = p_s \tag{61}$$

$$\rightarrow v_{SW} = \sqrt{\frac{2p_s}{\rho_{SW}}} = \sqrt{2g(h-s)} = 32.8\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{62}$$

[**1**]

c) Welche Wassermasse I_{SW} (in kg/s) strömt pro Sekunde aus der Öffnung?

Lösung:

Der Massenstrom I_{SW} ist gegeben durch

$$I_{SW} = \rho_{SW} v_{SW} q = 3.3 \times 10^6 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \tag{63}$$

[**2**]

d) Wie groß ist die Rückstosskraft F_R, die das waagrecht ausströmende Wasser auf den Eisberg ausübt?

Lösung:

Die Rückstoßkraft ist natürlich bestimmt durch die Impulsänderung:

$$F_R = \frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}(mv_{SW}) = v_{SW} I_{SW} = 1.09 \times 10^8 \mathrm{N} \tag{64}$$

[2]

e) Welche Geschwindigkeit v_E erreicht der Eisberg aufgrund des Rückstoßes nach 10 Tagen? (Das Abtauen und die Reibung des Eisbergs im Wasser sollen dabei vernachlässigt werden.)

Lösung:

Man verwendet hier das Ergebnis aus d):

$$v_E = at = \frac{F_R}{m} t = \frac{v_{SW} I_{SW} t}{lbd\rho_E} = 1.72 \times 10^{-2} \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \tag{65}$$

[2]