....
Note

Name	Vorname

Matrikelnummer	Studiengang (Hauptfach)	Fachrichtung (Nebenfach)

Unterschrift der Kandidatin/des Kandidaten

TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Fakultät für Mathematik

Wiederholungsklausur
Mathematik für Physiker 4
(Analysis 3)

Prof. Dr. H. Spohn

5. April 2012, 11:30 – 13:00 Uhr

Hörsaal: .... Reihe: .... Platz: ....

Hinweise:

Überprüfen Sie die Vollständigkeit der Angabe: **7** Aufgaben

Bearbeitungszeit: **90** min

Erlaubte Hilfsmittel: **zwei** selbsterstellte DIN A4 Blätter

Bei Multiple-Choice-Aufgaben sind **genau** die zutreffenden Aussagen anzukreuzen.
Bei Aufgaben mit Kästchen werden nur die Resultate **in diesen Kästchen** berücksichtigt.

	I	II
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
Σ		

I ....
Erstkorrektur

II ....
Zweitkorrektur

Nur von der Aufsicht auszufüllen:

Hörsaal verlassen von .... bis ....

Vorzeitig abgegeben um ....

Besondere Bemerkungen:

1. **Flächeninhalt** **[8 Punkte]**

Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche $F := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = xy,\ x^2 + y^2 \leq 1\}$.

2. **Oberflächenintegrale I** **[11 Punkte]**

Gegeben ist das Flächenstück $G = G_f$ als Graph einer stetig differenzierbaren Funktion $f : [0,1]^2 \to \mathbb{R}$ und das Vektorfeld $v(x,y,z) = (-\frac{1}{2}x, -\frac{1}{2}y, z)$. Bestimmen Sie den Fluss F von v durch die nach oben orientierte Fläche G. Vereinfachen Sie möglichst weit durch partielles Integrieren.

3. **Oberflächenintegrale II** **[11 Punkte]**

Sei $M := \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \,|\, (x-1)^2 + y^2 + z^2 \leq 4,\ z \geq 0\}$ und $v(x, y, z) = \begin{pmatrix} x + \sin z \\ y - \sinh x \\ -x^2 - y^2 - z^2 \end{pmatrix}$ ein Vektorfeld.

(a) Was besagt allgemein der Satz von Gauß für den Fluss von v durch den Rand ∂M von M?

(b) Berechnen Sie den Gesamtfluss F von v durch ∂M.

4. **Residuen** **[10 Punkte]**

Geben Sie die folgenden Residuen an, wobei $n \in \mathbb{N}$.

(a) $\mathrm{Res}_1(\frac{1}{z^2-1}) =$

(b) $\mathrm{Res}_1(\frac{z^3-1}{z-1}) =$

(c) $\mathrm{Res}_0(e^{-\frac{1}{z}}) =$

(d) $\mathrm{Res}_0(\tan z) =$

(e) $\mathrm{Res}_{-1}(\frac{1}{(z+1)^2}) =$

(f) $\mathrm{Res}_1(\frac{z^n}{(z-1)^n}) =$

5. **Residuenkalkül** **[14 Punkte]**

Berechnen Sie $C := \int\limits_0^\infty \frac{1}{x^3+1} dx$.

HINWEIS: Integrieren Sie entlang des Randes von $G := \{z \in \mathbb{C} \mid \arg z \in [0, \frac{2\pi}{3}], |z| \leq R\}$ und betrachten Sie den Limes $R \to \infty$.

6. **Fourierreihen** **[10 Punkte]**

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine 2π-periodische, stetige Funktion.

(a) Beweisen Sie: Ist f sogar π-periodisch, d.h. $f(x + \pi) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, so gilt $\widehat{f}_k = 0$ für alle ungeraden $k \in \mathbb{Z}$.

(b) Berechnen Sie die Fourierkoeffizienten der Funktion $f(x) = |\sin x|$.

7. **Fouriertransformation** **[6 Punkte]**

Sei $f(x) = e^{-\alpha|x-1|}$, $\alpha > 0$.

(a) Begründen Sie, warum die Fouriertransformierte $\widehat{f}(k)$ quadratintegrabel ist.

(b) Berechnen Sie $\widehat{f}(k)$.