# Probeklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Fabbietti, Dr. B. Ketzer Sommersemester 2013 25.Juni 2013

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig hand- oder computerbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

# Aufgabe 1 (3 Punkte)

 $Nx \exp(-x^2/2\sigma^2)$  sei die Wellenfunktion eines Teilchens.

(a) Normieren Sie diese Wellenfunktion mithilfe

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} \, \mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}, a > 0 \tag{1}$$

(b) An welchen Ort befindet sich das Teilchen am wahrscheinlichsten? Wo liegt der Erwartungswert des Teilchenorts?

#### Lösung

(a) Unter Verwendung von 1 erhält man für die Normierung

$$N^2 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right) dx = \frac{1}{2} N^2 \sqrt{\pi} \sigma^3 = 1 \Rightarrow N = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{1/4} \sigma^{\frac{3}{2}}}$$

(b) Die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Ort x beträgt

$$|\phi(x)|^2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}\sigma^3} x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)$$

Die Extremwerte liegen bei  $\frac{\mathrm{d}|\phi(x)|}{\mathrm{d}x}=0$ . Dies liefert ein Minimum bei x=0 und Maxima bei  $x=\pm\sigma$ . Der Mittelwert des Teilchenorts ist

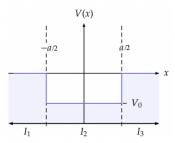
$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\phi(x)|^2 dx = \frac{2}{\sqrt{\pi}\sigma^3} \int_{-\infty}^{\infty} x^3 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right) dx = 0$$

Denn es wird eine ungerade Funktion über einen symmetrischen Integrationsbereich integriert.

[1]

### Aufgabe 2 (6 Punkte)

Wir wollen das eindimensionale Kastenpotenzial der Breite a und Tiefe  $V_0$  etwas genauer analysieren.



(a) Wir machen den Ansatz

$$\psi(x) = \begin{cases} Ae^{\alpha x} & \text{in Zone } I_1 \\ B\sin(kx) + C\cos(kx) & \text{in Zone } I_2 \\ De^{-\alpha x} & \text{in Zone } I_3 \end{cases}$$

Zeigen Sie, dass aus der Stetigkeitsbedingung von  $\psi$  bei  $\pm a/2$  schon folgt, dass  $A = \pm D$  und entweder B = 0 oder C = 0 folgt. Es kann also nur exakt symmetrische oder exakt antisymmetrische Lösungen für  $\psi(x)$  geben.

(b) Wir wollen nun versuchen, den endlichen Potenzialtopf als Modell für das Wasserstoffatom zu interpretieren. Als Abschätzung für a haben wir den gemessenen Atomdurchmesser d=0, 1nm und für die Bindungsenergie E die gemessene Ionisierungsenergie von -13, 6eV zur Verfügung. Mit der Schrödingergleichung können wir nun  $\alpha$  bestimmen. Wie groß ist in dieser Abschätzung die Wahrscheinlichkeit, das Elektron des Wasserstoffatoms in einem Abstand von 10nm (100 Atomdurchmessern) zum Kern vorzufinden im Vergleich zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit bei a/2?

#### Lösung

(a) Durch Einsetzen der geforderten Stetigkeit von  $\psi$  und  $\partial_x \psi$  bei  $x = \pm a/2$  ergibt folgendes Gleichungssystem

$$A \exp(-a\alpha/2) = C \cos(ak/2) - B \sin(ak/2)$$

$$A\alpha \exp(-a\alpha/2) = Bk \cos(ak/2) + Ck \sin(ak/2)$$

$$D \exp(-a\alpha/2) = C \cos(ak/2) + B \sin(ak/2)$$

$$-D\alpha \exp(-a\alpha/2) = Bk \cos(ak/2) - Ck \sin(ak/2)$$

[1]

A und D können eliminiert werden

$$Bk\cos(ak/2) + Ck\sin(ak/2) = C\alpha\cos(ak/2) - B\alpha\sin(ak/2)$$
  

$$Bk\cos(ak/2) - Ck\sin(ak/2) = -C\alpha\cos(ak/2) - B\alpha\sin(ak/2)$$

Man erhält nun

$$2Bk\cos(ak/2) = -2B\alpha\sin(ak/2) \Rightarrow \frac{k}{\alpha} = -\tan(ak/2), B \neq 0$$
 (2)

$$2Ck\sin(ak/2) = -2C\alpha\cos(ak/2) \Rightarrow \frac{k}{\alpha} = \cot(ak/2), C \neq 0$$
(3)

[1]

Nun ist allgemein  $\tan(x) \neq -\cot(x)$ , wie man sich leicht überzeugen kann. Wenn also die erste Gleichung erfüllt ist und  $B \neq 0$ , dann kann die zweite nur gelten, wenn C = 0 und umgekehrt. Es gibt also nur sinusförmige oder rein cosinusförmige Lösungen. Linearkombinationen sind nicht möglich. Aus den Anschlussbedingungen folgt entsprechend A = -D (sinusförmig, antisymmetrisch, C = 0) oder A = D (cosinusförmig, symmetrisch, B = 0).

[1]

(b) Es gilt E = -13,6 eV und

$$-\frac{\hbar^2}{2m_*}\partial_x^2\psi(x) = E\psi(x)$$

sowie  $\psi(x) = A \exp(-kx)$ , womit folgt

$$-\frac{\hbar^2}{2m_e}k^2 = E$$

[1]

und

$$k = \frac{1}{\hbar} \sqrt{-2m_e E} = \frac{1}{1.05 \cdot 10^{-34}} \sqrt{2 \cdot 9, 1 \cdot 10^{-31} \text{kg} \cdot 13, 6 \cdot 1, 602 \cdot 10^{-19} \text{J}}$$
(4)

$$=1,9\cdot10^{10}\sqrt{\frac{Js^2\cdot J}{m^2J^2s^2}}=1,9\cdot10^{10}m^{-1}$$
(5)

[1]

Die Wahrscheinlichkeiten ergeben sich also zu

$$|\psi(10\text{nm})|^2 = A^2 \exp(-2k10\text{nm}) = A^2 \exp(-380) \approx A^2 10^{-165}$$
 (6)

$$|\psi(a/2)|^2 = A^2 \exp(-ak) = A^2 \exp(-0.95) \approx 0.39A^2$$
(7)

[1]

## Aufgabe 3 (6 Punkte)

Betrachten Sie das H-Atom in nichtrelativistischer Näherung.

(a) Berechnen Sie den Erwartungswert  $\langle r \rangle$  für den 1s Zustand vergleichen Sie diesen mit  $r_{\text{max}}$ .  $r_{\text{max}}$  sei dabei der Radius für die radiale Wahrscheinlichkeitsdichte  $P_{n,l}(r) dr = |R_{n,l}|^2 r^2 dr$  am größten ist. Diskutieren Sie die Ergebnisse für l = n - 1.

Hinweis: Jeder Zustand wird ohne Beachtung des Spin durch die drei Quantenzahlen (n, l, m) charakterisiert, und entspricht der Eigenfunktion

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = R_{n,l}(r) Y_{l,m}(\vartheta, \varphi)$$

wobei

$$R_{n,l}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na_0}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n((n+1)!)}} \exp\left(-\frac{r}{na_0}\right) \cdot \left(\frac{2r}{na_0}\right)^l \cdot L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na_0}\right), a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_ee^2}$$

und  $Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$  jeweils die zugeordneten Laguerre-Polynome und die Kugelflächenfunktionen sind. Speziell ist

$$\psi_{10\mathrm{m}}(r,\vartheta,\varphi) = \underbrace{\frac{2}{\sqrt{a_0^3}} \cdot e^{-\frac{r}{a_0}}}_{R_{10}(r)} \cdot Y_{0m}(\vartheta,\varphi)$$

(b) Zeigen Sie, dass die 1s-Wellenfunktion  $(n=1,\ l=m=0)$  und die 2s-Wellenfunktion  $(n=2,\ l=m=0)$  des Wasserstoffatoms orthogonal zueinander sind.

## Lösung

(a)

$$\langle \psi_{10m}, r\psi_{10m} \rangle = \int_{\mathbb{R}^3} r |\psi_{10m}(x)|^2 dx$$
 (8)

$$= \underbrace{\int_{S_2} |Y_{10}(\vartheta, \varphi)|^2 d\vartheta d\varphi}_{=1} \cdot \int_0^\infty r |R_{10}(r)|^2 \cdot r^2 dr$$
(9)

$$= \frac{4}{a_0^3} \int_0^\infty e^{-2\frac{r}{a_0}} r^3 \, \mathrm{d}r = \frac{3}{2} a_0 \tag{10}$$

[2]

Andererseits ergibt sich  $r_{nl}^{\max}$  durch die Forderung  $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}r^2|R_{nl}|^2(r_{nl}^{\max})=0$ . Durch Ableiten erhält man für  $\psi_{10m}$   $r_{10m}^{\max}=a_0$ .

Man bemerkt, dass die Wahrscheinlichkeitsmaxima und Erwartungswerte i.A. nicht übereinstimmen. Im Fall l=n-1 entsprechen die  $r_{nl}^{\max}$  genau den Bahnradien des Bohrschen Atommodells.

[2]

(b) Es ergibt sich

$$\langle \psi_{100}, \psi_{200} \rangle = \int_{\mathbb{R}^3} \psi_{100}^*(x) \psi_{200}(x) \, \mathrm{d}x$$
 (11)

$$= \int_0^\infty R_{10}^*(r) R_{20}(r) r^2 \, dr \cdot \int_{S_2} Y_{00}^*(\vartheta, \varphi) Y_{0,0}(\varphi, \varphi) \, d\vartheta \, d\varphi$$
 (12)

$$\sim \int_0^\infty e^{-\frac{3r}{2a_0}} \left(-\frac{r}{a_0} + 2\right) r^2 dr$$
 (13)

$$= \left[ \frac{2}{3} e^{-\frac{3r}{2a_0}} r^3 \right]_0^{\infty} = 0 \Rightarrow \psi_{100} \perp \psi_{200}$$
 (14)

[2]

## Aufgabe 4 (3 Punkte)

Zeichnen Sie qualitativ von n=1 bis n=3 das Termschema von Wasserstoff(<sub>1</sub>H) ohne und mit Feinstruktur, letzteres also unter Berücksichtigung von Spin-Bahn-Kopplung und anderen relativistischen Korrekturen. Benennen Sie die Niveaus.

#### Lösung

Die Energieniveaus des Wasserstoffatoms ohne Feinstrukturaufspaltung sind gegeben durch

$$E_n^{\rm H} = \frac{E_1^{\rm H}}{n^2}$$

mit  $E_1^{\rm H}\approx 13,59{\rm eV}.$  Mit Feinstruktur ergibt sich für den Zustand (n,j) die Energie

$$E_n^{\rm H, FS} = E_n^{\rm H} + E_n^{\rm H} \cdot \frac{\alpha^2}{n^2} \left( \frac{n}{j + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}} \right)$$

mit der Feinstrukturkonstante  $\alpha$ .

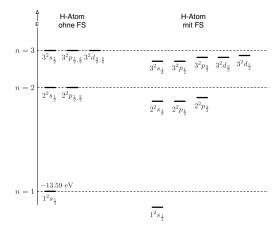


Abbildung 1: Termschema des Wasserstoffatoms ohne und mit Feinstruktur

[3]

# Aufgabe 5 (7 Punkte)

Die Natrium-D-Linien emittieren Licht der Wellenlänge 589, 5932nm (D1) und 588, 9965nm (D2). Diese charakteristischen Spektrallinien entstehen beim Übergang des Elektrons von  $3^2P_{1/2}$ (D1) bzw.  $3^2P_{3/2}$ (D2) auf  $3^2S_{1/2}$ .

(a) Skizzieren Sie die Aufspaltung der Energieniveaus in einem schwachen Magnetfeld und geben Sie diese in Einheiten von  $\mu_B B$ , wobei  $\mu_B = 9,27\cdot 10^{-24} {\rm Am}^2$  ist, an. Zeichnen Sie alle erlaubten Übergänge unter Berücksichtigung der Auswahlregeln  $\Delta l = \pm 1, \Delta j = 0, \pm 1, \Delta m_j = 0, \pm 1$  ein.

(b) Wie stark muss das Magnetfeld sein, damit der energetische Abstand des niedrigsten Zustands des  $3^2P_{3/2}$  und des höchsten Zustands von  $3^2P_{1/2}$  90% der Feinstrukturaufspaltung ( $\Delta E_{\rm FS}=3\cdot 10^{-22}{\rm J}$ ) beträgt?

#### Lösung

(a) Bei genügend schwachem Magnetfeldfeld B ist die entsprechende Aufspaltung viel geringer als die Feinstrukturaufspaltung, und gegeben durch die Korrektur

$$\Delta E^{\rm Zeeman} = g_j \mu_B m_j B$$

mit dem Landé-Faktor

$$g_j = \frac{3J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

Für die Niveaus  $3^2S_{1/2},\,3^2P_{1/2}$  und  $3^2P_{3/2}$  ist jeweils  $g_{S_{1/2}}=2,\,g_{P_{1/2}}=2/3,\,g_{P_{3/2}}=4/3.$ 

[1]

Die Dipolübergangs-Auswahlregeln lauten

$$\Delta l = \pm 1, \Delta j = 0, \pm 1, \Delta m_j = 0, \pm 1$$

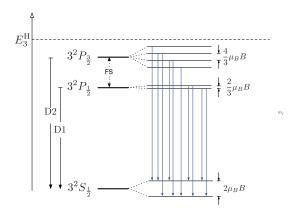


Abbildung 2: Aufspaltung der Energieniveaus von Na beim Zeeman-Effekt mit erlaubten Dipol-Übergängen.

[4]

(b) Der energetische Abstand der beiden Zustände  $3^2P_{3/2}, m_j=-3/2$  und  $3^2P_{1/2}, m_j=1/2$  ist gegeben durch

$$\Delta E = \Delta E_{\rm FS} - \frac{1}{2} g_{P_{1/2}} \mu_B B - \frac{3}{2} g_{P_{3/2}} \mu_B B = \Delta E_{\rm FS} - \frac{7}{3} \mu_B B$$

Aus der Forderung  $\Delta E = \frac{9}{10} \Delta E_{\rm FS}$  ergibt sich eine Magnetfeldstärke

$$B = \frac{3}{70} \frac{\Delta E_{\rm FS}}{\mu_B} \approx 1,38 {\rm T}$$

## Aufgabe 6 (5 Punkte)

Die quantenmechanische Untersuchung des Wasserstoffatoms ist sehr allgemein und hat eigentlich nie eine Einschränkung auf Elektron-Proton-Paare gemacht. Die Ergebnisse sollten sich also ohne Weiteres auf andere gebundene Teilchenpaare übertragen lassen.

- (a) Untersuchen Sie, was passiert, wenn das Elektron durch ein  $\pi^-$ -Meson ersetzt wird, das eine 273 mal größere Masse als ein Elektron hat. Wie groß ist die sich ergebende Energie des Grundzustandes? Spielt die Korrektur bezüglich der effektiven Masse in diesem System eine größere oder eine kleinere Rolle als im Wasserstoffatom?
- (b) Gebundene Zustände können auch bei einem Elektron-Positron-Paar erhalten werden. Das Positron ist das Antiteilchen zum Elektron und hat genau die entgegengesetzte Ladung. Berechnen Sie auch hier die Grundzustandsenergie.
- (c) Mesonen und Positronen sind instabil; daher können die atomartigen Gebilde aus den ersten beiden Teilaufgaben sehr leicht zerfallen. Es ist daher auch nicht möglich, makroskopische Mengen dieser Substanzen herzustellen. Wie kann überhaupt nachgewiesen werden, dass sich solche gebundenen Zustände bilden?

#### Lösung

Im Wasserstoffatom gilt für die stationären Zustände

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2}$$

Es ist korrekter, die Bewegung des Kerns zu berücksichtigen und statt  $m_e$   $\frac{m_e}{1+m_e/M}$  zu schreiben. Man erhält unter Berücksichtigung dieser Korrektur

$$E_n = -\frac{m_e e^4 M}{8\varepsilon_0^2 h^2 (M + m_e) n^2}$$

[1]

Da Elektronenmasse und Protonenmasse im Verhältnis 1:1840 stehen, ist in diesem Fall die entsprechende Korrektur  $5,5\cdot 10^{-4}$ .

(a) Im Fall des mesonischen Atoms gilt dann  $m_{\rm Meson}$ :M=273:1840=0,15. In diesem Fall ergibt sich also eine signifikante Korrektur. Man errechnet die Grundzustandsenergie zu

$$E_0(\text{Meson}) = -\frac{m_{\text{Meson}}e^4M}{8\varepsilon_0^2h^2(M + m_{\text{Meson}})} = E_0(H)\frac{m_{\text{Meson}}}{m_e}\frac{M}{M + m_{\text{Meson}}}$$
(15)

$$= -13, 6eV \cdot 273 \cdot 0, 87 = -3, 23keV \tag{16}$$

[1,5]

(b) Hier gilt  $m_{\text{Positron}}$ :  $m_e = 1: 1 = 1$ . In diesem Fall ergibt sich also eine noch viel stärkere Korrektur.

$$E_0(\text{Positronium}) = \frac{m_e e^4 m_e}{8\varepsilon_0^2 h^2 2m_e} = 0,5E_0(\text{H}) = -6,8\text{eV}$$

(c) Kennt man die Massen der beteiligten Teilchen, so kann wie in den ersten beiden Teilaufgaben eine sehr genaue Vorhersage der gebundenen Zustände und der dazwischen erlaubten Übergänge gemacht werden. Um zu bestätigen, Teilchen wie aus den ersten beiden Teilaufgaben gefunden zu haben, so muss die entsprechende Lyman-, Balmer- etc. -Serie gefunden werden. Es wird erwartet, dasselbe Spektrum wie beim Wasserstoffatom, aber mit der 238-fachen bzw. halben Photonenenergie zu beobachten. Dieses kann durch spektroskopische Analyse nachweisen.

[1,5]

### Aufgabe 7 (8 Punkte)

Beim Stern-Gerlach-Versuch durchfliegt ein Strahl von Wasserstoffatomen im Grundzustand eine Anordnung mit zwei Pollschuhen eines Elektromagneten. Die Polschuhe des Elektromagneten sind so geformt, dass ein möglichst inhomogenes Magnetfeld entsteht.

- (a) Warum benötigt man ein inhomogenes Magnetfeld? Zeigen Sie, dass ein homogenes Feld keine Kraft auf einen magnetischen Dipol ausübt.
- (b) Der Magnetfeldgradient führt zu einer Kraft  $F = \mu \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}$  auf die Atome.  $\mu$  ist dabei das magnetische Moment, welches dem eines Elektronenspins entspricht. Berechnen Sie die seitliche Ablenkung der Atome über eine Strecke von 10cm, wenn die Geschwindigkeit des Atomstrahl 1000m/s und der Magnetfeldgradient 100T/m beträgt.
- (c) Man stellt nun im Falle wasserstoffartiger Atome fest, dass es aufgrund des Magnetfelds zu einer Aufspaltung in zwei Teilstrahlen kommt. Es ist sicherlich klar, dass man dieses klassisch nicht erklären kann und dass es offenbar auf eine Quantisierung des Drehimpulses hindeutet. Weshalb aber kann man aus dem Stern-Gerlach-Versuch auf die Existenz des Spins schließen? Warum kann man die Beobachtung nicht einfach mit dem Bahndrehimpuls erklären?
- (d) Gibt es immer eine Aufspaltung in genau zwei Teilstrahlen, unabhängig vom Atom und Anregungszustand? Begründen Sie.
- (e) Was passiert mit Atomen, die sich in einem Überlagerungszustand aus spin-up und spindown befinden? In welchen Zustand sind sie nach der Stern-Gerlach-Apparatur?

#### Lösung

(a) Die Kraft ist der Gradient des zugehörigen Potenzials  $F = -\nabla V(x)$ . Die Energie von magnetischen Dipolen mit magnetischem Moment M in einem Magnetfeld B ist definiert als V = MB. Ist B nun konstant, so ist die räumliche Ableitung gleich Null. Eine Kraft auf den magnetischen Dipol entsteht daher nur in einem inhomogenen Magnetfeld (bei genauerer Betrachtung bemerkt man, dass auf den Dipol Kraft ausgeübt wird, jedoch entgegengesetzt auf Nord- und Südpol, womit sich keine resultierende Kraft ergibt).

[1]

(b) Es gilt  $F=\mu \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}z}$ . Das Magnetische Moment eines Elektrons mit Spinquantenzahl  $m_S$  beträgt  $\mu=-\frac{e\hbar}{m_e}m_S=-\mu_Bm_S$ . Die Beschleunigung im Stern-Gerlach-Apparat ist also

$$a = \frac{F}{m_{\text{Atom}}} = \pm \frac{\mu}{m_{\text{Atom}}} \frac{dB}{dz} = \pm \frac{1}{m_{\text{Atom}}} \frac{dB}{dz} \mu_B m_S$$

$$= \pm \frac{1}{1,67 \cdot 10^{-27}} 100 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24} \cdot \frac{1}{2} \text{JT/Tmkg} = \pm 2,78 \cdot 10^5 \text{m/s}^2$$
(18)

$$= \pm \frac{1}{1,67 \cdot 10^{-27}} 100 \cdot 9,27 \cdot 10^{-24} \cdot \frac{1}{2} \text{JT/Tmkg} = \pm 2,78 \cdot 10^5 \text{m/s}^2$$
 (18)

Die Flugzeit durch das Magnetfeld beträgt  $T=L/v=10^{-4}\mathrm{s}$ . Das führt zu einer Aufspaltung  $s = \pm 1/2aT^2 = \pm 0, 5 \cdot 2, 78 \cdot 10^5 \text{m/s}^2 \cdot 10^{-8} \text{s}^2 = \pm 1,39 \text{mm}$ . Je nach Zustand werden die Teilchen also um etwa 1,4mm nach oben abgelenkt. Die Gesamtaufspaltung beträgt also etwa 2,8mm.

[2]

(c) Im Grundzustand des Wasserstoffatoms n=1 muss der Bahndrehimpuls l=0 sein. In diesem Fall muss automatisch auch  $m_l = 0$  sein. In einem solchen Fall erwartet man also aufgrund des Bahndrehimpulses keine Aufspaltung im Stern-Gerlach-Experiment. Einen solchen Fall beobachtet man jedoch nicht; es tritt immer eine Aufspaltung in wenigstens 2 Linien auf (Aufspaltungen in mehr als 2 Linien für l > 0 können auftreten). In keinem Fall könnte man eine Aufspaltung in zwei Linien bei nur einem vorhandenen Elektron erklären: Bei l=1 wären  $m_l=-1,0,+1$  möglich, was zu einer Aufspaltung in drei Linien führen würde etc.

[2]

(d) Nein. Das passiert nur für l=0. Entscheidend ist der Gesamtdrehimpuls J und die zugehörige Quantenzahl  $m_J$ . Im Falle des Wasserstoffs ist S=J, was einem minimalen Wert des Gesamtdrehimulses entspricht. In anderen Fällen kann es Aufspaltungen in beliebig viele Linien geben, abhängig von L und S.

[1,5]

(e) Für jedes einzelne Atom stellt der Stern-Gerlach-Versuch einen Spin-Messprozess dar. Das Verhalten ist gemäß dem 3. Prinzip der Quantenmechanik immer ein Eigenzustand des Spin-Messoperators, also entweder spin-up oder spin-down. Zwischenszustände kann es hierbei nicht geben. Die Atome befinden sich nach Durchlauf durch die Apparatur in einem dieser Spin-Eigenzustände, auch wenn sie sich vorher in einem gemischten Zustand befunden haben. Alle Atome im oberen Teilstrahl der Apparatur haben also z.B. spin-up, alle im unteren Teilstrahl der Apparatur haben spin-down.

[1,5]