Probeklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Fabbietti

Sommersemester 2014

12.Juni 2014

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig hand- oder computerbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Betrachten Sie die zeitabhängige Schrödingergleichung eines freien Teilchens:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\cdot\Psi(x,t) = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t)$$

Gehen Sie von der folgenden stationären Lösung der DGl. aus:

$$\Psi(x,t) = \Phi(x)\cdot\Theta(t) = \Phi(x)\cdot e^{i(\omega+i\Gamma/(2\hbar))t}$$

Wie hängt das Betragsquadrat der Wellenfunktion von der Zeit und dem Ort ab? Was ist die physikalische Bedeutung dieser Zeitabhängigkeit?

Aufgabe 2 (11 Punkte)

Das Deuteron besteht aus einem Proton und einem Neutron und ist das einfachste gebundene System von Nukleonen. Das Potential zwischen Proton und Neutron kann durch einen Potentialtopf der Tiefe $-V_0$ und der Breite r_0 (Zentralpotential) beschrieben werden. Für ein Zentralpotential ist die Wellenfunktion seperabel:

$$\psi(r,\vartheta,\varphi) = R(r)\cdot Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$$

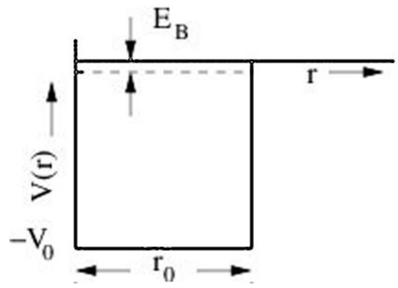
Dieser Ansatz kann aber auf die Lösung des Radialteils reduziert werden:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{d^2u}{dr^2} + (V(r)-E)u = 0 \tag{1}$$

mit

$$\begin{aligned} \mu &= \frac{m_n\cdot m_p}{m_n+m_p} \approx \frac{m_p}{2} \equiv \frac{m}{2} \\ u(r) &= r\cdot R(r) \end{aligned}$$

Hinweis: Schauen Sie sich auch die Aufgabenteile e) und f) an.



(a) Wie lautet die zeitunabhängige Schrödingergleichung für $r < r_0$ bzw. $r > r_0$ mit der Bindungsenergie E_B des Deuterons?

(b) Machen Sie einen Lösungsansatz u_i für $r < r_0$ und u_a für $r > r_0$ mit den entsprechenden Randbedingungen.

(c) Schätzen Sie die Tiefe $-V_0$ des Potentials mit Hilfe der Stetigkeitsbedingungen für $r = r_0$ ab. Die Bindungsenergie des Deuterons ist $E_B = 2.225\text{MeV}$ und die Breite des Potentials $r_0 \approx 1.4\,\text{fm}$. *Hinweis:* Nähern Sie die Endgleichung. $\cot\left(\frac{\pi}{2}\right) << 1$.

(d) In welchem Abstand $r = R_0$ ist $u(r)$ auf $\frac{1}{e}$ abgefallen?

(e) Der Grundzustand des Deuteriums ist in zwei Hyperfein-Niveaus mit $F = \frac{1}{2}$ und $F = \frac{3}{2}$ aufgespalten. Welchen Wert muss entsprechend die dem Deuteron zugeordnete Kernspinquantenzahl I haben?

(f) In welche Hyperfeinzustände spaltet dann das $p_{3/2}$-Niveau des Deuteriums auf?

Aufgabe 3 (4 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie den eindimensionalen harmonischen Oszillator kennengelernt. Nun soll der dreidimensionale harmonische Oszillator betrachtet werden.

(a) Stellen Sie die drei Eigenwertgleichungen des dreidimensionalen harmonischen Oszillator in kartesischen Koordinaten auf, geben Sie die dazugehörigen Energieeigenwerte an und bestimmen Sie die Gesamtenergie. Gehen Sie aus, dass es sich um einen spärischen harmonischen Oszillator handelt, d.h. $\omega_x = \omega_y = \omega_z$.

(b) Wie lautet die Schrödingergleichung des sphärischen Oszillators in Kugelkoordinaten?

Aufgabe 4 (5 Punkte)

(a) Wie lauten die drei Bohrschen Postulate?

(b) Von welchen Quantenzahlen hängen im Bohrschen Atommodell die Energien der stationären Zustände ab? Wieviele Energieniveaus sind für Hauptquantenzahl n=4 möglich?

(c) An einem nackten Bleikern $^{208}_{82}\mathrm{Pb}$ wird ein negatives Pion gebunden ($\mathrm{m}_\pi = 140\,\mathrm{MeV/c^2}$). Berechnen Sie den Bohrschen Radius dieses Systems und vergleichen Sie ihn mit dem Radius des Bleikerns ($\mathrm{r_A} = 1.3 \cdot \sqrt[3]{\mathrm{A}}\,\mathrm{fm}$)

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Sie beobachten das Linienspektrum eines Ein-Elektron-Systems. Sie messen die drei grössten und die kleinste Wellenlänge einer Serie.

Serie [nm]
468.135
320.012
273.072
204.854

(a) Um welches System handelt es sich?

(b) Welche Übergänge werden beobachtet?

Aufgabe 6 (10 Punkte)

(a) Erläutern Sie den Zeeman-Effekt.

(b) Wie kann dieser Effekt semiklassisch erklärt werden? Und durch welche Formel wird der Öffnungswinkel beschrieben?

(c) Wie gross ist die Aufspaltung der Unterzustände?

(d) Skizierren Sie ein Aufspaltungsbild der Na-D-Linien (Übergang von $3^2P_{1/2}$ und $3^2P_{3/2}$ auf $3^2S_{1/2}$) für ein schwaches Magnetfeld. Bestimmen Sie das Magnetfeld, bei der das unterste Zeeman-Niveau des Terms $3^2P_{3/2}$ mit dem obersten Niveau des Terms $3^2P_{1/2}$ zusammenfallen würde, wenn die Bedingungen für den Zeemaneffekt noch erfüllt wären.

(e) Wie groß ist die Frequenzdifferenz zwischen jeweils den beiden äußeren Zeemankomponenten der D_1 und D_2 Linie in einem Magnetfeld der Stärke 1T?

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung spaltet im Cäsium der Zustand mit den Quantenzahlen $n = 6$, $L = 1$ in zwei Niveaus mit paralleler bzw. antiparalleler Kopplung von Bahndrehimpuls und Spin auf: $J = L\pm\frac{1}{2} \rightarrow J = \frac{1}{2}$ und $J = \frac{3}{2}$. Die Differenz der beiden Wellenlängen ist $\Delta\lambda = 42.2$ nm, die kurzwellige Linie hat $\lambda = 852.1$ nm. Berechnen Sie daraus α (Spin-Bahn-Kopplungskonstante).

Konstanten

$$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}\text{Js} \qquad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$$

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{C} \qquad m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{As/Vm} \qquad \alpha = 7.3 \cdot 10^{-3}$$

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0}{e^2}\frac{\hbar^2}{m_e} = 5,3 \cdot 10^{-11}\text{m} \qquad \mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24}\text{JT}$$