Technische Universität München
Physik Department
Theoretische Physik T30a
Prof. Dr. Harald Friedrich

Elektrodynamik
Sommersemester 2009
Diplomvorprüfung DVP 2
18. September 2009

Diplomvorprüfung DVP 2 zur Theoretischen Physik II – Elektrodynamik

Aufgabe 1 – **Multiple Choice**

Geben Sie zu jeder Frage *eine* Antwort an. Richtige Antworten werden mit plus einem, falsche mit minus einem Punkt bewertet. **8P.**

1. Wie lautet die SI-Einheit der Dielektrizitätskonstanten des Vakuums ϵ_0?

   (a) V s/(A m) (b) A/(V m) (c) A s/(V m)

2. Kann ein statisches elektrisches Feld im Vakuum ein lokales Extremum besitzen (Earnshaw-Theorem)?

   (a) prinzipiell ja (b) prinzipiell nein (c) nur bei passender Wahl des Feldes

3. Ist die Coulomb-Kraft konservativ?

   (a) ja (b) nein

4. Wie verlaufen die elektrischen Feldlinien relativ zu den Äquipotentialflächen?

   (a) parallel (b) gemäß dem Snelliusschen Brechungsgesetz (c) senkrecht

5. Wie verläuft das elektrische Feld in einem Zylinderkondensator aus zwei koaxialen Zylindern (Zylinderkoordinaten mit (ρ, ϕ, z))?

   (a) $\propto 1/\rho$ (b) $\propto \ln(\rho)$ (c) $\propto \rho^2$

6. Was besagt die Lenzsche Regel?

   (a) Das ursprüngliche elektrische Feld ist so gerichtet, dass die Ursache seiner Entstehung abgeschwächt wird.
   (b) Das induzierte elektrische Feld ist so gerichtet, dass die Ursache seiner Entstehung abgeschwächt wird.
   (c) Das induzierte elektrische Feld ist so gerichtet, dass die Ursache seiner Entstehung erhalten bleibt.

7. Wann nennt man ein Medium dispersiv?

   (a) Wenn die Lichtgeschwindigkeit im Medium der Vakuum-Lichtgeschwindigkeit entspricht.
   (b) Wenn die Lichtgeschwindigkeit im Medium von der Frequenz abhängt.
   (c) Wenn die Lichtgeschwindigkeit im Medium nicht von der Frequenz abhängt.

8. Ist das elektrische Feld einer gleichförmig bewegten Punktladung q im Bezugssystem eines ruhenden Beobachters radial und isotrop bzgl. der Position der Punktladung?

   (a) Es ist radial und isotrop. (b) Es ist radial, aber nicht isotrop. (c) Es ist weder radial noch isotrop.

Aufgabe 2 – **Elektrostatik: Geladener Stab**

Die z-Achse trage zwischen $z = -a$ und $z = +a$ die konstante Ladung λ pro Längeneinheit.

a) Zeigen Sie, dass das elektrostatische Potential $\Phi(\vec{r})$ durch:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \ln \left[\frac{z + a + \sqrt{\rho^2 + (z+a)^2}}{z - a + \sqrt{\rho^2 + (z-a)^2}} \right]$$

gegeben ist (Zylinderkoordinaten). **4P.**

b) Leiten Sie hieraus das Potential in den Grenzfällen $a \gg |\vec{r}|$ und $a \ll |\vec{r}|$ her. **6P.**

– bitte wenden –

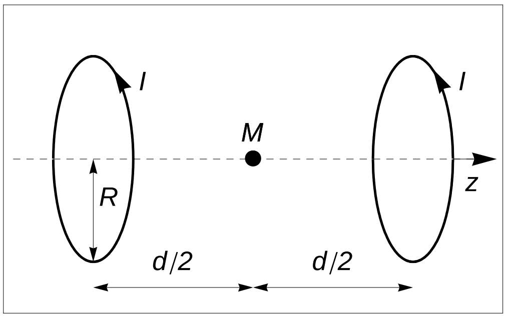
Aufgabe 3 – **Elektrostatik: Kapazität eines Kugelkondensators**

Bestimmen Sie die Kapazität eines Kugelkondensators. Ein Kugelkondensator besteht aus zwei konzentrisch angeordneten kugelförmigen Metallschalen (Radien R_1 und R_2 mit $R_2 > R_1$), welche die Ladungen $+Q$ und $-Q$ tragen. Der Zwischenraum sei Vakuum. **3P.**

Aufgabe 4 – **Magnetostatik: Helmholtz-Spulen**

Zwei koaxiale, gleich große, parallele Kreisringe vom Radius R im Abstand d werden gleichsinnig von einem Gleichstrom I durchflossen.

a) Berechnen Sie das Magnetfeld $\vec{B}$ auf der z-Achse (die z-Achse sei die Symmetrieachse). **4P.**



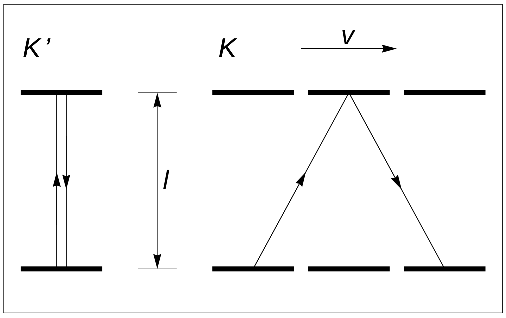
b) Wie groß muss der Abstand d der Kreisringe gewählt werden, damit das Magnetfeld in der Mitte M zwischen den beiden Ringen möglichst schwach von z abhängt? D.h. die erste und die zweite Ableitung des magnetischen Feldes entlang der Symmetrieachse mögen in der Mitte M zwischen den Ringen verschwinden. [Diese Anordnung nennt man "Helmholtz-Spulen"]. **3P.**

Aufgabe 5 – **Relativistik: Lichtuhr**

Ein Lichtstrahl wird zwischen zwei parallelen Spiegeln (Abstand l) hin und her reflektiert. Das Ruhesystem der Spiegel sei K' und die Zeitperiode ist in diesem Bezugssystem durch:

$$T' = \frac{2l}{c_0} \tag{1}$$

gegeben. Das System K' bewegt sich bezüglich des Systems K mit der konstanten Geschwindigkeit v. Die Bewegung erfolgt parallel zu den Spiegeln und die Anlage existiere in Vakuum.



a) Bestimmen Sie die Periode T, die ein Beobachter im System K misst. Verwenden Sie hierzu die konkreten Vierervektoren der Ereignisse des Sendens und Empfangens des Lichtstrahls, und führen eine Lorentz-Transformation durch. **3P.**

b) Benennen Sie den Effekt. **1P.**

c) Bestätigen Sie das Ergebnis aus a) anhand geometrischer Überlegungen am Verlauf des Lichtstrahls. **2P.**

– Viel Erfolg! –

Schreiben Sie bitte leserlich auf jedes Blatt bzw. jeden Bogen Ihren Namen und Matrikelnummer.

Zusatz – **Hilfreiche Formeln**

Maxwell-Gleichungen:

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{D}=\rho_{\text{frei}},\quad \vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0,\quad \vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\quad\text{und}\quad \vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{j}_{\text{frei}}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t}.$$

Felder:

$$\vec{D}=\epsilon_0\vec{E}+\vec{P}=\epsilon\epsilon_0\vec{E}\quad\text{und}\quad \vec{H}=\frac{1}{\mu_0}\vec{B}-\vec{M}=\frac{1}{\mu\mu_0}\vec{B}.$$

Darstellung durch Potential und Vektorpotential:

$$\vec{B}=\vec{\nabla}\times\vec{A}\quad\text{und}\quad \vec{E}=-\vec{\nabla}\Phi-\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}.$$

Für ein Vektorfeld $\vec{A}(\vec{r})$, das im Unendlichen verschwindet, gilt: aus $\vec{\nabla}\cdot\vec{A}=0$ und $\vec{\nabla}\times\vec{A}=\vec{0}$ folgt: $\vec{A}=\vec{0}$.

Lichtgeschwindigkeit:

$$c_0^2=\frac{1}{\epsilon_0\mu_0}.$$

Kräfte auf Ladungsverteilungen und Ströme durch elektrische und magnetische Felder:

$$\mathrm{d}\vec{F}_{\text{elekt}}=\rho\,\mathrm{d}V\,\vec{E}(\vec{r})\quad\text{und}\quad \mathrm{d}\vec{F}_{\text{magn}}=I\,\mathrm{d}\vec{r}\times\vec{B}(\vec{r}).$$

Elektrostatisches Potential bzw. magnetostatisches Feld aus statischen Ladungs- bzw. Stromverteilungen:

$$\Phi(\vec{r})=\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{\rho(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\mathrm{d}^3\vec{r}'\quad\text{und}\quad \vec{B}(\vec{r})=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\vec{j}(\vec{r}')\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}\mathrm{d}^3\vec{r}'.$$

Magnetisches Moment:

$$\vec{m}=\frac{1}{2}\int\mathrm{d}V\,\vec{r}\times\vec{j}\quad\text{mit}\quad \vec{j}=\rho\vec{v}.$$

Definitionen von Spannung und Kapazität:

$$U=\int_{\mathcal{L}_1}^{\mathcal{L}_2}\vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{r}\quad\text{(positive Ladung am Leiter }\mathcal{L}_1\text{)}\quad\text{und}\quad C=\frac{Q}{U}.$$

Elektromagnetische Energiedichte:

$$w_{\text{em}}=\frac{1}{2}(\vec{E}\cdot\vec{D}+\vec{H}\cdot\vec{B}).$$

Poynting-Vektor:

$$\vec{S}=\vec{E}\times\vec{H}.$$

Laplace-Operator in Zylinderkoordinaten:

$$\Delta g(\vec{r})=\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left(\rho\frac{\partial g}{\partial\rho}\right)+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 g}{\partial\phi^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial z^2}.$$

Laplace-Operator in Kugelkoordinaten:

$$\Delta g(\vec{r})=\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial g}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin(\theta)}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin(\theta)\frac{\partial g}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2(\theta)}\frac{\partial^2 g}{\partial\phi^2}.$$

Nützliche Integrale:

$$\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2+x^2}}=\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)\quad\text{und}\quad \int\frac{\mathrm{d}x}{(a^2+x^2)^{3/2}}=\frac{x}{a^2\sqrt{a^2+x^2}}.$$

Transformationsformeln für elektrische und magnetische Felder:

$$\vec{E}'=\gamma(\vec{E}+c\vec{\beta}\times\vec{B})-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\,(\vec{\beta}\cdot\vec{E})\quad\text{und}\quad \vec{B}'=\gamma\left(\vec{B}-\frac{1}{c}\vec{\beta}\times\vec{E}\right)-\frac{\gamma^2}{\gamma+1}\vec{\beta}\,(\vec{\beta}\cdot\vec{B}).$$

Matrix zur Lorentz-Transformation bei einem Boost mit Geschwindigkeit v in x-Richtung:

$$\Lambda^{\mu}{}_{\nu}=\begin{pmatrix}\gamma & -\gamma\beta & 0 & 0\\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix},\quad \gamma=\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\quad\text{mit}\quad \beta=\frac{v}{c_0}.$$