Probeklausur in Experimentalphysik 3 - Lösung

Prof. Dr. S. Schönert

Wintersemester 2016/17

12. Dezember 2016

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Welche der folgenden Funktionen beschreibt eine **fortschreitende** Welle? A, B und C sind Konstanten. Begründen Sie Ihre Antworten rechnerisch.

(a) $\psi(z,t) = Ae^{(2z+3t)^2}$

(b) $\psi(z,t) = A(z+t+B)$

(c) $\psi(z,t) = A\sin(Bz^2 - Ct^2)$

Lösung

Eine dispersionsfreie Welle in einer Dimension muss die Wellengleichung erfüllen:

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \tag{1}$$

Das heißt, sie muss mindestens zweimal nach Ort und Zeit ableitbar sein, ohne identisch zu verschwinden.

[**1**]

(a) Die Ableitungen werden explizit berechnet:

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} = 4(2z+3t)A\exp(2z+3t)^2 \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} = 8A\exp(2z+3t)^2 + 16(2z+3t)^2 A\exp(2z+3t)^2 \tag{3}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t} = 6(2z+3t)A\exp(2z+3t)^2 \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 18A\exp(2z+3t)^2 + 36(2z+3t)^2 A\exp(2z+3t)^2 \tag{5}$$

Setzt man dies in die Wellengleichung ein, so erhält man:

$$4(2 + 4(2z + 3t)^2) = \frac{1}{v^2} 9(2 + 4(2z + 3t)^2) \tag{6}$$

$$\Rightarrow v = \frac{3}{2} \tag{7}$$

Es handelt sich also um eine fortschreitende Welle mit Geschwindigkeit $v = \frac{3}{2}$

[**3**]

(b)

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = A \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \tag{9}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = A \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0 \tag{11}$$

Die Gleichung verschwindet identisch in der zweiten Ableitung, es handelt sich also nicht um eine fortschreitende Welle.

[**2**]

(c)

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = 2ABz \cos(Bz^2 - Ct^2) \tag{12}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 2AB \cos(Bz^2 - Ct^2) - A(2Bz)^2 \sin(Bz^2 - Ct^2) \tag{13}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = -2ACt \cos(Bz^2 - Ct^2) \tag{14}$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -2AC \cos(Bz^2 - Ct^2) + A(2Ct)^2 \sin(Bz^2 - Ct^2) \tag{15}$$

Setzt man dies in die Wellengleichung ein, wird schnell klar, dass es sich hier nicht um eine fortschreitende Welle handelt.

[**2**]

Aufgabe 2 (8 Punkte)

(a) Welcher Anteil der auftretenden Amplitude r bzw. Intensität der Lichtes R wird vom Glas bei senkrechtem Einfall reflektiert ($n = 1,6$) bzw. transmittiert (t, T)?

Zur Reflexionsminderung bringt man auf das Glas eine dünne Schicht eines Materials mit geringerem Brechungsindex auf. Die Schichtdicke wird dabei so bemessen, dass die an der Vorder- und Rückseite der Vergütungsschicht reflektierten Strahlen destruktiv interferieren - am besten bei gleicher Amplitude. Gehen Sie von senkrechtem Einfall aus.

(b) Welchen Brechungsindex n_v muss eine dünne Vergütungsschicht haben, damit die Bedingung gleicher Amplituden erfüllt ist? Vernachlässigen Sie Vielstrahlinterferenz und die Abschwächung des eindringenden Strahls.

Lösung

(a)

$$r = \frac{n_L - n_G}{n_L + n_G} \approx -0,23 \qquad R = r^2 = \approx 0,05$$

$$t = \frac{2n_L}{n_L + n_G} = \approx 0,77 \qquad T = \frac{n_G}{n_L} t^2 \approx 0,95$$

[6]

(b) Die Amplitude des in die Vergütungsschicht eindringenden Strahles wird nur leicht abgeschwächt und kann in Näherung mit 1 angenommen werden. Damit die Amplituden des an der Vergütungsschicht reflektierten und am Glas reflektieren Lichtes gleich sind, muss gelten

$$\frac{n_L - n_V}{n_L + n_V} = \frac{n_V - n_G}{n_V + n_G} \qquad n_V = \pm\sqrt{n_L n_G} \approx \pm 1,26$$

[2]

Aufgabe 3 (16 Punkte)

Aus dem Oszillatormodell der Dispersion erhält man für verdünnte Gase die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten:

$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} .$$

N, ω_0 und γ sind die Teilchendichte, Resonanzfrequenz und Dämpfungskonstante des Mediums.

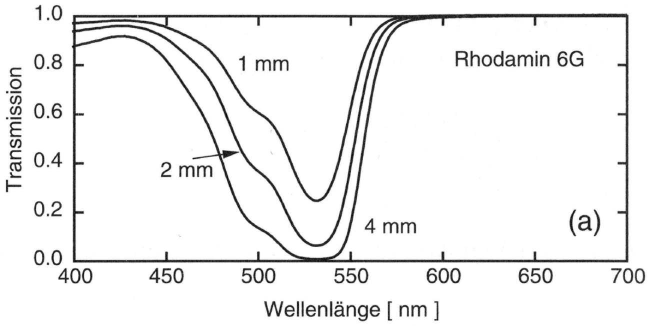
(a) Wie lautet der Beitrag zu $\varepsilon(\omega)$, der von der Bewegung freier Elektronen in einem Metall herrührt?

(**Hinweis:** Überlegen Sie, welche Rückstellkraft auf die Elektronen wirkt.)

(b) Leiten Sie aus der Formel den Realteil $\Re(n)$ und den Imaginärteil $\Im(n)$ des Brechungsindex n her, und skizzieren Sie anschließend $\Re(n)$ und $\Im(n)$ um ω_0. Verwenden Sie hierzu $\epsilon = 1+\delta$ mit $|\delta| \ll 1$ sowie die Reihenentwicklung $(1+\delta)^n \approx 1 + n\delta \quad (\text{mit } n \in \mathrm{Q})$.

(c) Betrachten Sie nun eine ebene Welle $E(t,z)$, die sich in z-Richtung in einem verdünnten Gas mit Brechungsindex $n = \Re(n) + i\Im(n)$ ausbreitet: $E(z,t) = E_0 \cdot \exp(i\omega t - ikz)$. Ersetzen Sie k mit Hilfe der Dispersionsrelation von Photonen (bzw. Licht) durch n und ω, und bestimmen Sie die Intensität der Welle als Funktion von z in folgender Form: $I(z) = I_0 \cdot \exp(-az)$. (Die genaue Form von I_0 ist hierbei nicht von Interesse). Wie lautet der sogenannte Extinktionskoeffizient a?

(d) In der praktischen Anwendung wird im Zusammenhang mit der Absorption von Licht oft die Transmission T verwendet: $T = I(z)/I_0 = \exp(-az)$. Die Abbildung unten zeigt das Transmissionsspektrum einer Farbstofflösung (Rhodamin 6G) für verschiedene Schichtdicken z. Ermitteln Sie hieraus ungefähr den Extinktionskoeffizient a für die Wellenlänge mit maximaler Absorption.



Lösung:

(a) Die Rückstellkraft ist 0, d.h. $\omega_0 = 0$ für den Beitrag der freien Elektronen:

$$\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}\frac{f_0}{(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega\gamma)} = -\frac{Ne^2}{m\epsilon_0}\frac{f_0}{\omega(\omega - i\gamma)}$$

[2]

(b)

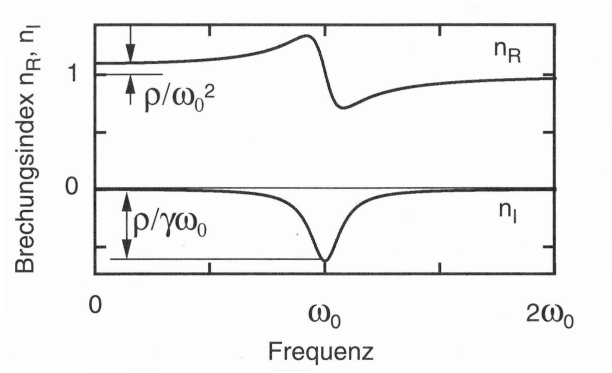
$$\epsilon(\omega) = 1 + \frac{e^2N}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega} = 1 + \frac{e^2N}{\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \tag{16}$$

$$n(\omega) = \sqrt{\epsilon(\omega)} \approx 1 + \frac{e^2N}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \tag{17}$$

$$\Rightarrow \Re(n) \approx 1 + \frac{e^2N}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \tag{18}$$

$$\text{und } \Im(n) \approx \frac{e^2N}{2\epsilon_0 m} \cdot \frac{-\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \tag{19}$$

[5]



mit $\rho = \frac{e^2 N}{2\epsilon_0 m}$

[3]

(c) (a) Dispersionsrelation von Photonen: $k = \frac{n(\omega)}{c} \cdot \omega$

[1]

(b) $I(z) \sim |E(z,t)|^2$

[1]

(c)

$$\begin{aligned}
E(z,t) &= E_0 \cdot \exp\left(i\left(\omega t - kz\right)\right) \\
&= E_0 \cdot \exp\left(i\left(\omega t - \omega\frac{\Re(n)}{c}z - i\omega\frac{\Im(n)}{c}z\right)\right) \\
&= E_0 \cdot \exp\left(\omega\frac{\Im(n)}{c}z\right) \cdot \exp\left(i\left(\omega t - \omega\frac{\Re(n)}{c}z\right)\right) \\
&\Rightarrow I(z) = I_0 \cdot \exp\left(\omega\frac{2\Im(n)}{c}z\right) = I_0 \cdot \exp(az) \\
&\text{mit } a = -\frac{e^2 N}{\epsilon_0 mc} \cdot \frac{\gamma\omega^2}{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2}
\end{aligned}$$

[2]

(d)

$$\lambda_{max} = 530\text{nm}$$

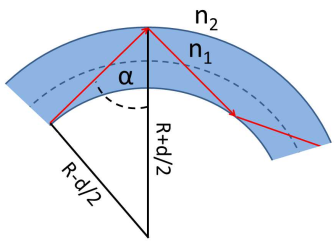
$$a = -\frac{\ln T(z)}{z} = -\frac{\ln 0,25}{1\text{mm}} = 1,4 \cdot 10^3\text{m}^{-1}$$

[2]

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Eine Lichtleitfaser hat einen Kerndurchmesser von $d = 10\ \mu$m. Der Brechungsindex des Inneren der Faser sei $n_1 = 1,60$, der des Mantels $n_2 = 1,59$. Wie groß ist der minimale Krümmungsradius der Glasfaser, bei der die Totalreflexion für senkrecht einfallende Strahlen noch erhalten bleibt?

Lösung



Die Abbildung zeigt den Verlauf eines Laserstrahls in einer gekrümmten Lichtleitfaser mit Durchmesser d und Brechungsindex n_1.
Bei einem Krümmungsradius R ist der kleinste Reflexionswinkel α gegeben durch:

$$\sin(\alpha) = \frac{R - d/2}{R + d/2}$$

[**2**]

Der Winkel α darf den Grenzwinkel der Totalreflexion α_G gegeben durch $\sin(\alpha_G) = n_2/n_1$ nicht unterschreiten. Da für den Bereich $0 < x < \pi/2$ die Funktion $\sin(x)$ eine monoton steigende ist, erhält man aus der Bedingung $\alpha \geq \alpha_G$

$$\begin{aligned}
\sin(\alpha) = \frac{R - d/2}{R + d/2} &\geq \frac{n_2}{n_1} \\
\Rightarrow R - \frac{d}{2} &\geq \frac{n_2}{n_1}\left(R + \frac{d}{2}\right) \\
\Rightarrow R &\geq \frac{d}{2}\,\frac{1 + n_2/n_1}{1 - n_2/n_1} = \frac{d}{2}\,\frac{n_1 + n_2}{n_1 - n_2}
\end{aligned}$$

[**2**]

Für $d = 10\ \mu\text{m}, n_1 = 1,6$ und $n_2 = 1,59$ folgt:

$$R \geq 5 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{3,2}{0,01}\text{m} = 1,6\text{mm}$$

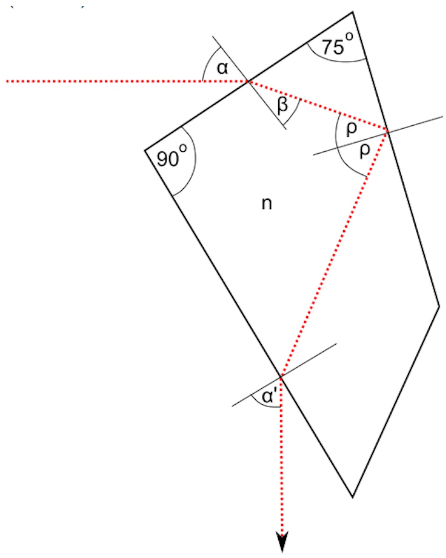
[**2**]

Aufgabe 5 (9 Punkte)

Ein Prisma (Pellin - Broca - Prisma) soll verwendet werden um linear polarisiertes Licht verlustfrei umzulenken.

(a) Zeigen Sie rechnerisch, dass sich bei gleichen Einfalls- und Ausfallswinkel ($\alpha = \alpha'$) ein Umlenkwinkel von 90° ergibt.

(b) Um die Reflexionsverluste möglichst klein zu halten, soll der einfallende Lichtstrahl das Prisma unter dem Brewsterwinkel treffen. Welchen Brechungsindex muss das Glas haben, um auch in diesem Fall einen Umlenkwinkel von 90° zu erreichen?



(c) Wie ändert sich der Austrittswinkel α' qualitativ, wenn man die Wellenlänge des einfallenden Lichts zu kürzeren Wellenlängen verschiebt? Nehmen sie normale Dispersion an. Begründen Sie schrittweise.

Lösung:

(a) Da der Winkel oben links $90°$ beträgt, kann geschlossen werden, dass $\alpha = \alpha'$ sein muss, um einen Umlenkwinkel von $90°$ zu erhalten.

Der Umlenkwinkel ϵ ergibt sich aus der Rechnung:

$$\epsilon = 180° - (\alpha - \beta) - 2\rho - (\beta' - \alpha') = 180° - 2\rho \tag{20}$$

Mit der Annahme $\epsilon = 90°$ ergibt sich die Bedingung, dass $\rho = 45°$

$$\epsilon = 90° = 180° - 2\rho \tag{21}$$

[2]

Um zu sehen, dass die Bedingung $\rho = 45°$ für den Fall $\alpha = \alpha'$ erfüllt ist betrachten wir das Viereck das von zwei schwarzen Linien links und zwei roten rechts gebildet wird:

$$360° = 90° + (90° + \beta) + (90° - \beta') + 2\rho \tag{22}$$
$$\Rightarrow 90° = 2\rho \tag{23}$$
$$\Rightarrow 45° = \rho \tag{24}$$

[2]

(b) Es wird verlangt, dass α gleich dem Brewsterwinkel $\arctan(n)$ wird. Um n zu bestimmen wird noch eine Bedingung an α gebraucht. Dazu betrachten wird die Innenwinkelsumme des Dreiecks oben mit einer roten Linie unten.

$$180^\circ = 75^\circ + 45^\circ + (90^\circ - \beta) \tag{25}$$
$$\Rightarrow \beta = 30^\circ \tag{26}$$

Wegen dem Brewsterwinkel gilt:

$$\alpha + \beta = 90^\circ \tag{27}$$

[**2**]

Daraus folgt:

$$\alpha = 60^\circ \tag{28}$$
$$\Rightarrow n = \tan(60^\circ) = 1,73 \tag{29}$$

[**1**]

(c) Man geht von normaler Dispersion im sichtbaren Bereich aus.
Im Folgenden meint $\uparrow$ der Wert steigt und $\downarrow$ der Wert sinkt.

$$\lambda \downarrow \rightarrow n \uparrow \rightarrow \beta \downarrow \rightarrow \rho \uparrow \rightarrow \beta' \uparrow \rightarrow \alpha' \uparrow$$

Also steigt α'

[**2**]

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Im Quarz ($n = 1,55$) tritt für linear polarisiertes Licht, das parallel zur optischen Achse läuft, eine Drehung der Polarisationsebene auf. Sie beträgt für Na- Licht ($\lambda = 0.589$ μm) $21,7^o$ pro cm. Man kann diese Drehung durch den Unterschied der Geschwindigkeiten von links- und rechtszirkular polarisierten Wellen ($n \pm \Delta n$) erklären.

(a) Wie groß ist der Unterschied der Brechungsindizes für links- und rechtszirkular polarisiertes Licht ?

(b) Wie groß ist der Unterschied der Phasengeschwindigkeit für links- und rechtszirkular polarisiertes Licht ?

Lösung:

(a) Linear polarisiertes Licht läßt sich auffassen als Superposition einer links- und rechtszirkular polarisierten Welle. Die Zahl der Umläufe der rechtspolarisierten Welle m_r und linkspolarisierten Welle m_l auf der Strecke d ist

$$m_r = \frac{d}{\lambda_r} = \frac{n_r d}{\lambda} \qquad m_l = \frac{d}{\lambda_l} = \frac{n_l d}{\lambda}$$

Die Differenz der Drehwinkel der entsprechenden Felder beträgt

$$\theta_r - \theta_l = 2\pi(m_r - m_l) = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_r - n_l)$$

[**2**]

Der resultierende Vektor liegt in der Winkelhalbierenden, hat also die Drehung

$$\theta = \frac{1}{2}(\theta_r - \theta_l) = \frac{\pi d}{\lambda}(n_r - n_l)$$

erfahren. Daraus folgt:

$$n_r - n_l = \frac{\theta\lambda}{d\pi}$$

[**2**]

Nach Aufgabenstellung ist $\theta/d = 21,7^o \cdot \mathrm{cm}^{-1}$ oder, nach Umrechnung in Radian, $\theta/d = 37,9\, rad \cdot \mathrm{m}^{-1}$. Die Differenz der Brechungsindizes ist also

$$n_r - n_l = \underline{7,11 \cdot 10^{-6}}$$

[**1**]

(b) Die Differenz der Phasengeschwindigkeiten ist:

$$c_l - c_r = c_0(\frac{1}{n_l} - \frac{1}{n_r}) = c_0\frac{n_r - n_l}{n_r n_l}$$

[**2**]

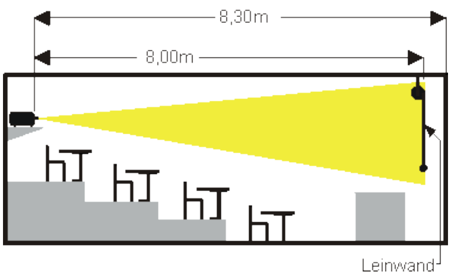
Bei Quarz ist der Unterschied der Brechungsindizes klein, sodaß wir im Nenner einfach $n_r n_l \approx n^2 = (1,55)^2 = 2,4$ schreiben können (siehe Aufgabe 2). Dann ist

$$c_l - c_r = 0,42(n_r - n_l)c_0 \approx 0,97\mathrm{kms}^{-1}$$

[**1**]

Aufgabe 7 (8 Punkte)

In einem Hörsaal wurde ein Diaprojektor mit einer Objektivbrennweite von 120mm verwendet, um Kleinbilddais (36 x 24 mm) auf eine 2 x 2 m große Leinwand in 8 m Entfernung zu werfen.



(a) Finden sie eine Abschätzung, die zeigt, dass die Leinwand zu klein ist. Tipp: Die Entfernung zur Wand ist viel größer als die Brennweite, also praktisch unendlich.

(b) Um das Dia richtig darzustellen wird die Leinwand eingerollt und das Bild auf die 30cm dahinter liegende weiße Wand geworfen. Muss der Abstand zwischen Dia und Linse dazu vergrößert oder verkleinert werden? Berechnen sie nun den Abstand.

(c) Der Diaprojektor soll nun gegen einen Beamer ausgetauscht werden (nehmen sie an das der Beamer genauso funktioniert wie der Diaprojektor, gleiche Gegenstandsgröße) der wegen der günstigeren Verkabelung in 3m Entfernung zur Leinwand an der Decke angebracht werden sollte. Der Hersteller bietet dazu 3 Objektive an: 45mm, 60mm und 90mm. Welches der Objektive sollte angeschafft werden?

Lösung:

(a) Wir setzen für unsere Abschätzung die Gegenstandsweite gleich der Brennweite. Als Gegenstandsgröße verwenden wir die Breite des Dias (36mm).

$$\begin{aligned} \frac{B}{G} &= \frac{b}{g} \approx \frac{b}{f} \\ B &\approx 0,036\text{m}\frac{8\text{m}}{0,12\text{m}} = 2,4\text{m} \end{aligned}$$

[**2**]

Das Bild ist deutlich breiter als die Projektionsfläche. Die Bildgröße lässt sich auch exakt bestimmen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \Rightarrow \frac{1}{g} = \frac{b-f}{fb} \Rightarrow g = \frac{bf}{b-f} = 0.12183\text{m} \\ B &= G\frac{b}{g} = 2,36\text{m} \end{aligned}$$

(b) Der Abstand (Gegenstandsweite) muss verkleinert werden. (kleinere Gegenstandsweite bedeutet größere Bildweite). Zur Berechnung der Gegenstandsweite nehmen wir die exakte Formel aus Teilaufgabe a):

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \\ g &= \frac{bf}{b-f} = \frac{8,3\text{m} \cdot 0,12\text{m}}{8,3\text{m} - 0,12\text{m}} = 0.12176\text{m} \end{aligned}$$

[**2**]

(c) Wir rechnen die Bildgrößen aus und setzten dazu die verschieden Brennweiten ein.

$$\begin{aligned} B &= G\frac{b}{g}; g = \frac{bf}{b-f} \\ B &= G\frac{b-f}{f}; \\ B_{45} &= 2,36\text{m}; B_{60} = 1,76\text{m}; B_{90} = 1,16\text{m}; \end{aligned}$$

Das größte Bild das noch auf die 2 x 2m Leinwand geworfen werden kann wird mit dem 60mm Objektiv erreicht.

[**4**]

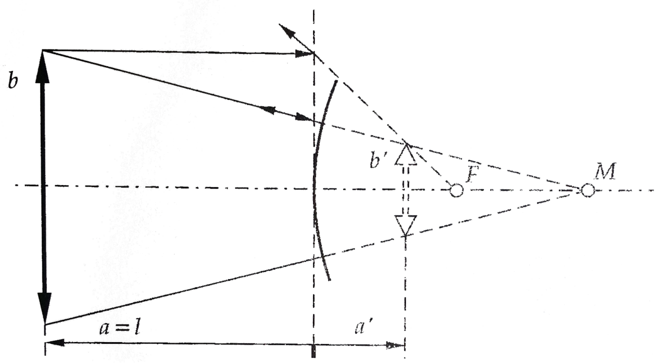
Aufgabe 8 (13 Punkte)

Welche Breite b_0 muss ein nach außen gewölbter Spiegel in einem Kraftfahrzeug haben, damit der Fahrer eine Straße der Breite $b = 6,0\text{m}$ am Wagenheck überblicken kann?

Der Spiegel, der sich in den Abständen $b = 50,0\text{cm}$ vor dem Auge und $l = 4,0\text{m}$ vor dem Wagenheck befindet, hat den Krümmungsradius $r = 50,0\text{cm}$. Fertigen Sie eine Skizze an.

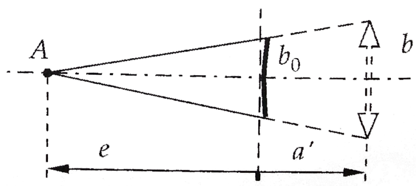
Hinweis: Auge des Fahrers und Straßenmitte sollen zur Vereinfachung auf der optischen Achse des Spiegels liegen.

Lösung



Der Panoramaspiegel ist ein Wölbspiegel. Er entwirft von der Straße ein virtuelles, verkleinertes Bild. Der Straßenabschnitt, der hier überschaut werden soll, hat die Gegenstandsweite $a = l$ und die Gegenstandshöhe b. In der Abbildung wird die Bildkonstruktion mit Hilfe eines Parallelstrahles und eines Mittelpunktstrahles gezeigt.

Das Auge A des Fahrers sieht das Bild b' der Straße in einem Sehwinkel, der höchstens so groß sein kann wie der Gesichtsfeldwinkel, der durch den Spiegelrand begrenzt wird. Der Zusammenhang zwischen Spiegelbreite b_0 und der Bildgröße b' lässt sich mit Hilfe des Strahlensatzes der folgenden Skizze entnehmen:



$$\frac{b_0}{b'} = \frac{e}{e + (-a')} \tag{30}$$

$$b_0 = b' \cdot \frac{e}{e - a'} \tag{31}$$

[6]

Im Ansatz wurde berücksichtigt, dass a' im vorliegenden Fall negativ ist. Die Größen a' und b' lassen sich mit Hilfe der Abbildungsgleichungen aus a und b berechnen:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \tag{32}$$

Daraus

$$a' = \frac{a \cdot f}{a - f} \tag{33}$$

[2]

eingesetzt in

$$\frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} \quad \text{mit} \quad \frac{y'}{y} = \frac{b'}{b} \tag{34}$$

ergibt

$$b' = -b \cdot \frac{f}{a - f} \tag{35}$$

[2]

Es ist nun $f = -\frac{r}{2}$ und $a = l$. Damit folgen

$$a' = -\frac{r \cdot l}{2l + r} \quad \text{und} \quad b' = \frac{r \cdot b}{2l + r} \tag{36}$$

und schließlich

$$b_0 = \frac{r \cdot b}{2l + r} \cdot \frac{e}{e + \frac{r \cdot l}{2l+r}} = \frac{r \cdot b \cdot e}{e \cdot (2l + r) + rl} = 24\text{cm} \tag{37}$$

Anmerkung: Zum gleichen Ergebnis gelangt man, wenn man mit der Gegenstandsgröße $y = \frac{b}{2}$ und der Bildgröße $y' = \frac{b'}{2}$ gerechnet wird.

[3]

Konstanten

Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{CV}^{-1}\text{m}^{-1}$
Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^8\text{ms}^{-1}$