Probeklausur zur Experimentalphysik 2

Prof. Dr. T. Hugel

Sommersemester 2013

10. Juni 2013

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Eine Punktladung $Q = 10\mu\text{C}$ befinde sich im Ursprung des Koordinatensystems. Eine Probeladung $q = -0,1\mu\text{C}$ mit der Masse $m = 0,1\text{g}$ befinde sich im Abstand $r_1 = 5\text{cm}$ von Q.

(a) Welche Kraft (Betrag und Richtung) wirkt auf die Probeladung?

(b) Gehen Sie nun davon aus, dass es sich bei den Ladungen um homogen geladene Kugeln handelt. Dabei habe die Probeladung einen Radius von $R_q = 3\text{mm}$, die ortsfeste Lesung einen Radius von $R_Q = 7\text{mm}$. Welche Arbeit verrichtet das Feld an der Probeladung bis zu dem Zeitpunkt, an dem die Probeladung auf die ortsfeste Ladung trifft, wenn diese im Abstand von 5cm losgelassen wird? (Verwenden Sie, falls Sie diese Teilaufgabe nicht bearbeitet haben, $0,5\text{J}$ als Ersatzlösung)

(c) Mit welcher Geschwindigkeit trifft die Probeladung in der unter (b) beschriebenen Situation auf die Oberfläche der Laudung Q? (Dabei sei die Anfangsgeschwindigkeit der Probeladung identisch Null und die Luftreibung zu vernachlässigen)

Lösung

(a) Es ergibt sich

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2} = 3,597\text{N}$$

in Richtung auf die Punktladung zu.

[**1**]

(b) Hier ergibt sich

$$W = \int_{5cm}^{1cm} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2} = 0,7193\text{J}$$

oder

$$\phi(1\text{cm}) - \phi(5\text{cm}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{1\text{cm}} - \frac{1}{5\text{cm}}\right) = 7,1934\cdot 10^6\text{V}$$

Für die potentielle Energie muss gelten

$$\Delta E_{\text{pot}} = q\Delta\phi = -0,7193\text{J} < 0$$

die potenzielle Energie nimmt also ab, die kinetische zu.

[1]

(c) Es gilt $1/2mv^2 = W$, also

$$v = \sqrt{\frac{2W}{m}} = 119,91\text{m/s}(100\text{m/s})$$

[1]

Aufgabe 2 (6 Punkte)

(a) Berechnen Sie mit Hilfe des Gaußschen Gesetzes die Kapazität eines quadratischen Plattenkondensators mit Platten der Kantenlänge L und Abstand d. Randeffekte sind zu vernachlässigen.

(b) Nun wird der geladene Kondensator über einen Widerstand R entladen. Stellen Sie die Differentialgleichung auf. Zeigen Sie, dass die gleiche Menge elektrische Feldenergie am Widerstand dissipiert wird, die auch im Kondensator steckt.

Lösung

(a) Das Gaußsche Gesetz lautet

$$\int_F \mathrm{d}\vec{A} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} Q$$

[1]

wobei F die Oberfläche des betrachteten Volumens und Q die in ihm befindliche Gesamtladung ist. Wendet man dies auf eine einzelne Kondensatorplatte an, die die Ladung Q trägt, dann erhält man unter Vernachlässigung von Inhomogenitäten $2L^2E_1 = Q/\varepsilon_0$. Dabei ist E_1 der Betrag der Feldstärke. Der Faktor 2 kommt daher, dass die einzelne Platte auf beiden Seiten ein bleichstarkes Feld erzeugt. Die zweite Platte mit der Ladung $-Q$ erzeugt ein betragsmäßig gleich starkes Feld E_2, das sich im Zwischenraum zum Feld der ersten Platte addiert. Also gilt

$$E = E_1 + E_2 = \frac{1}{2\varepsilon_0 L^2}Q + \frac{1}{2\varepsilon_0 L^2}Q = \frac{1}{\varepsilon_0 L^2}Q$$

Daraus ergibt sich, dass die Spannung zwischen den beiden Platten $U = Ed = dQ/\varepsilon_0 L^2$ ist, U ist also proportional zu Q, und die Kapazität ist

$$C = \frac{Q}{U} = \varepsilon_0 \frac{L^2}{d}$$

[2]

(b) Die Differentialgleichung für die Entladung des Kondensators lautet

$$R\dot{Q} + \frac{1}{C}Q = 0$$

mit der Lösung

$$Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}$$

[1]

also $\dot{Q}(t) = -Q_0/RC e^{-t/RC}$. Daraus folgt, dass die durch den Widerstand in Wärme umgesetzte Energie gleich $P(t) = R\dot{Q}^2(t) = Q_0^2/RC^2 e^{-2t/RC}$. Die gesamte dissipierte Energie ist also

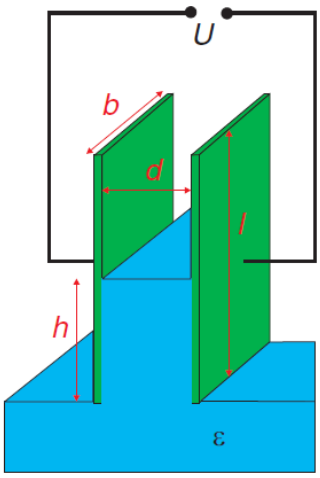
$$W = \int_0^\infty \mathrm{d}t P(t) = \frac{Q_0^2}{RC^2}\left[-\frac{RC}{2}e^{-2t/RC}\right]_0^\infty = \frac{Q_0^2}{2C}$$

und das ist diesselbe wie die im Kondensator enthaltene Feldenergie

$$W = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2C}Q_0^2$$

[2]

Aufgabe 3 (4 Punkte)



Ein Plattenkondensator bestehend aus zwei Platten mit Breite b und Höhe l sowie Plattenabstand d ist mit einer Spannungsquelle der Spannung U verbunden. Nun wird dieser Kondensator mit der unterkante der Platten in eine nichtleitende Flüssigkeit mit der Dielektrizitätszahl ε und der Dichte ρ so eingetaucht, dass die Flüssigkeit den unteren Rand der Platten gerade berührt. Sie beobachten, dass Flüssigkeit in den Kondensator hineingesogen wird und bis zur Höhe h steigt.

(a) Berechnen Sie die Kraft, mit der die Flüssigkeit in den Kondensator gezogen wird.

(b) Wie groß ist die maximale Steighöhe h der Flüssigkeit?

Lösung

(a) Die Kraft ist

$$F = \frac{dW}{dh}$$

wobei sich die im Kondensator verrichtete Arbeit als

$$W = \frac{1}{2}CU^2$$

[**1**]

schreiben läßt. Die Kapazität des Kondensators hängt dabei von der Steighöhe der Flüssigkeit ab.

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d} = \frac{\epsilon_0 b}{d}(h\epsilon + l - h)$$

$$\Rightarrow F = \frac{1}{2}U^2 \frac{\epsilon_0 b}{d}(\epsilon - 1)$$

[**1**]

Andere Möglichkeit:

Die Spannung U ist konstant, also ist auch $E = {}^{U}\!/_{d}$ konstant. Um die Flüssigkeit um x anzuheben wird mechanische Arbeit $W_{\text{mech}} = Fx$ gearbeitet. Für die elektrostatische Energie ergibt sich

$$W_{\text{elek}} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 AU^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Ad}{2}$$

Die Änderung der elektrostatischen Energie im Volumen dbx ist

$$\delta W_{\text{elek}} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 bdx}{2} - \frac{\varepsilon E^2 bdx}{2} = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 E^2 bdx}{2} = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 U^2 bx}{2d}$$

Die Kapazitätsänderung ist

$$\Delta C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{bx}{d} - \varepsilon\frac{bx}{d} = (\varepsilon-1)\varepsilon_0 U^2 \frac{bx}{d}$$

Die Ladung ändert sich, die Spannungsquelle (Batterie) muss Energie nachliefern, also

$$\Delta W_{\text{Batt}} U \Delta q = U^2 \delta C = (\varepsilon-1)\varepsilon_0 U^2 \frac{bx}{d}$$

In der Gesamtbilanz ergibt sich $\Delta W_{\text{Batt}} = \Delta W_{\text{elek}} + \Delta W_{\text{mech}}$, also

$$(\varepsilon-1)\varepsilon_0 U^2 \frac{bx}{d} = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 U^2 bx}{2d} + Fx$$

Also $F = {}^{\varepsilon_0 b(\varepsilon-1)U^2}\!/_{2d}$. Alternativ kann das System als zwei parallel geschaltete Kondensatoren betrachtet werden mit $C_1 = {}^{\varepsilon\varepsilon_0 A_1}\!/_{d} = {}^{\varepsilon\varepsilon_0 bh}\!/_{d}$ und $C_2 = {}^{\varepsilon\varepsilon_0 A_2}\!/_{d} = {}^{\varepsilon\varepsilon_0 b(l-h)}\!/_{d}$ und damit

$$C = C_1 + C_2 = \varepsilon_0 \frac{b}{d}(\varepsilon h + (l-h)) = \varepsilon_0 \frac{b}{d}(h(\varepsilon-1) + l)$$

sowie $W_{\text{elek}} = {}^{CU^2}\!/_{2}$ und

$$F(h=0) = \left.\frac{\mathrm{d}W_{\text{elek}}}{\mathrm{d}h}\right|_{h=0} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{b}{d}(\varepsilon-1)U^2$$

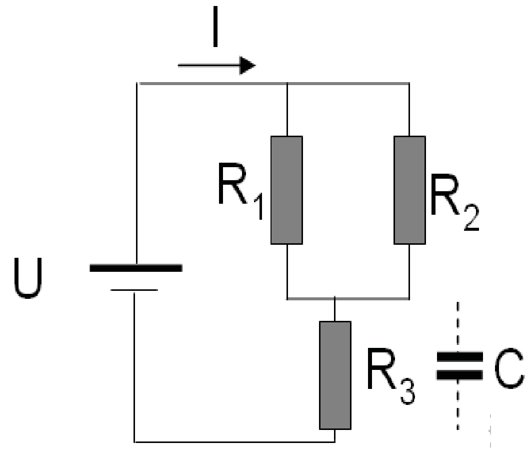
(b) Die maximale Steighöhe h wird durch die Gewichtskraft begrenzt, also $F_{\mathrm{elek}} = F_{\mathrm{Gew}}$ wenn die Steighöhe maximal ist. Es gilt

$$\frac{1}{2}(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U^2 \frac{b}{d} = mg = g\rho bdh$$

also $h = \frac{(\varepsilon-1)\varepsilon_0 U^2}{2g\rho d^2}$.

[**2**]

Aufgabe 4 (4 Punkte)



Betrachten Sie das nebenstehende Widerstandsnetzwerk aus den Widerständen $R_1 = 280\Omega$, $R_2 = 470\Omega$ und $R_3 = 100\Omega$.

(a) Wie groß ist der Ersatzwiderstand R_{12} für die Widerstandskombination aus R_1 und R_2? (Verwenden Sie, falls Sie diese Teilaufgabe nicht bearbeitet haben, 200Ω als Ersatzlösung)

(b) Wie groß ist der Gesamtwiderstand des Netzwerks? (Verwenden Sie, falls Sie diese Teilaufgabe nicht bearbeitet haben, 275Ω als Ersatzlösung)

(c) Welche Leistung wird in R_3 in Wärme umgewandelt, wenn die angelegte Spannung U konstant 10V beträgt?

(d) Sie ersetzen den Widerstand R_3 durch einen Kondensator der Kapazität $C = 1\mathrm{nF}$. Wie groß ist die Spannung, die am vollständig geladenen Kondensator anliegt? Begründen Sie ihre Antwort. Nach welchem Zeitraum erreicht der Kondensator 63% ($\approx 1 - e^{-1}$) seiner endgültigen Spannung?

Lösung

(a) Es gilt

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

also $R_{12} = 175,5\Omega$.

[1]

(b) Es gilt

$$R_{\text{ges}} = R_{12} + R_3 = 275,5\Omega.$$

Mit der Ersatzlösung ergibt sich ein Wert von 300Ω.

[1]

(c) Hier gilt

$$P = I^2 R_3 = \left(\frac{U}{R_{\text{ges}}}\right)^2 R_3 = 0,13175\text{W}(0,111\text{W})$$

[1]

(d) Es liegt eine Spannung von $U = 10$V an und es findet kein Spannungsabfall an R_{12} statt, da kein Strom mehr fließt. Es gilt hier

$$U(1 - e^{-t/RC} = U(t)$$

Es ergibt sich

$$t = R_{12}C = 1,75 \cdot 10^{-7}\text{s}$$

[1]

Aufgabe 5 (4 Punkte)

Eine Glühlampe ist über zwei 10m lange Kupferdrähte mit je 0,7mm Durchmesser und einem Schalter mit einer Gleichspannungsquelle verbunden, so dass ein Strom von 1A fließt. Die Dichte von Kupfer beträgt $\rho = 8,92\text{g/cm}^3$ und die der Ladungträger $n = 5 \cdot 10^{28}\text{m}^{-3}$.

Hinweis: Atommasse $Cu: 63,5 \cdot 1,66 \cdot 10^-27$ kg, Masse Elektron $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$kg

(a) Auf wie viele Kupferatome kommt im Mittel ein Ladungsträger?

(b) Berechnen Sie die Zeit t_2, nach der das erste Elektron aus der Spannungsquelle durch den Glühfaden der Lampe fließt.

(c) Wie lange muss der Strom fließen, bis 1kg Elektronen durch den Querschnitt des Drahtes gewandert ist?

Lösung

(a) Die Masse eine Kupferatoms ist $63,5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$kg und die Zahl der Kupferatome in einem Kubikmeter

$$n = \frac{8,92 \cdot 10^3}{63,5 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}\text{m}^{-3}} = 8,5 \cdot 10^{28}/\text{m}^3$$

Damit kommt auf $8{,}5/5 \approx 1,7$ Atome ein freies Elektron.

[1]

(b) Die Stromdichte ist

$$\mathbf{j} = \frac{I}{\pi r^2} = 2,6 \cdot 10^6 \mathrm{A/m^2}$$

Aus $\mathbf{j} = e \cdot n \cdot \mathbf{v}_\mathrm{D}$ folgt mit $n = 5 \cdot 10^{28}/\mathrm{m}^3$ die Driftgeschwindigkeit $v_\mathrm{D} = 0,33 \cdot 10^{-3}\mathrm{m/s} = 0,33\mathrm{mm/s}$, also $t_2 = 3 \cdot 10^4\mathrm{s}$. Es dauert also etwa acht Stunden, bis das erste Elektron aus der Spannungsquelle den Glühfaden erreicht.

[**2**]

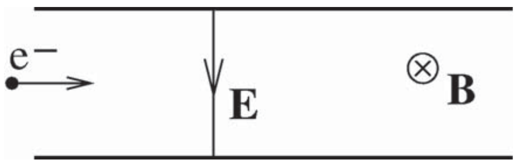
(c) Bei einem Strom von 1A fließen $N = \frac{I}{e} = 6,25 \cdot 10^{18}$ Elektronen pro Sekunde durch den Drahtdurchschnitt. Ihre Masse ist

$$M = 6,25 \cdot 10^{18} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg} = 5,6 \cdot 10^{-12}\mathrm{kg}$$

Es dauert also etwa $1,7 \cdot 10^{11}\mathrm{s}$, bis ein Kilogramm Elektronen durch den Glühfaden gewandert sind.

[**1**]

Aufgabe 6 (3 Punkte)



Ein Plattenkondensator (in Vakuum) befindet sich in einem gleichmäßigen Magnetfeld $\vec{B}$ der Stärke $0,1\mathrm{T}$. Die Richtung des Magnetfelds ist parallel zu den Kondensatorplatten. Der Kondensator ist geladen und erzeugt ein gleichmäßiges elektrisches Feld $\vec{E}$ der Stärke $10^5\mathrm{V/m}$. Ein Elektron wird nun zwischen die Kondensatorplatten mit einer Geschwindigkeit von $3 \cdot 10^6\mathrm{m/s}$ geschossen, so dass es sowohl orthogonal zu $\vec{B}$ also auch orthogonal zu $\vec{E}$ fliegt. Vergleiche hierzu Abbildung .

(a) Wie groß ist die Kraft in Newton (sowohl Richtung als auch Betrag) die auf das Elektron einwirken, wenn es in den Kondensator eintritt?

(b) Wenn es möglich wäre, die Stärke des elektrischen und/oder Magnetfelds anzupassen, wäre es möglich, dass das Elektron in einer geraden Linie durch den Kondensator fliegt? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung

(a) Die elektrische Kraft $q\mathbf{E}$, die auf das Elektron wirkt, zeigt, bezüglich Abbildung nach oben (denn das Elektron ist negativ geladen) und hat einen Betrag von

$$F_E = (1,6 \cdot 10^{-19})(10^5)\mathrm{N} = 1,6 \cdot 10^{-14}\mathrm{N}$$

Die magnetische Kraft $q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ ist nach unten gerichtet und hat einen Betrag von

$$F_B = (1,6 \cdot 10^{-19})(3 \cdot 10^6)(0,1) = 4,8 \cdot 10^{-14}\text{N}$$

Es gilt $F_B > F_E$, also ist die Gesamtkraft nach unten gerichtet und hat eine Stärke von

$$F = F_B - F_E = 3,2 \cdot 10^{-14}\text{N}$$

[**2**]

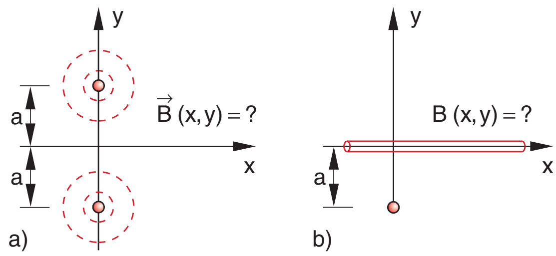
(b) Wenn die Feldstärken E und B so angepasst werden, dass sie $E = vB$ erfüllen, wobei v die Geschwindigkeit des Elektrons ist, so sind die elektrischen und magnetischen Kräfte gleichstark und heben sich gegenseitig auf.

[**1**]

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Zwei lange gerade Drähte sind im Abstand von $2a = 2\text{cm}$ parallel zueinander in z-Richtung ausgespannt und werden jeweils von dem Strom $I = 10\text{A}$ durchflossen, und zwar einmal in gleicher Stromrichtung, im anderen Fall in entgegengesetzter Richtung.

(a) Man veranschauliche das resultierende Magnetfeld in der x-y-Ebene senkrecht zu den Drähten. (siehe Abbildung (a))



(b) Man bestimme die Kräfte pro Längeneinheit, die die Drähte aufeinander ausüben (Abbildung (a)).

(c) Wie groß ist die Kraft, wen die Drähte senkrecht zueinander stehen, das heißt auf den Geraden $z = y = 0$ und $x = 0, y = -2\text{cm}$ (siehe Abbildung (b)).

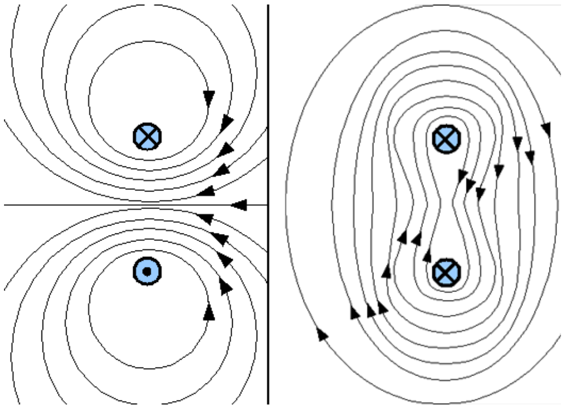
Lösung

(a) [**1**]

(b) Bei parallelen Leitern gilt für die Kraft zwischen den Leitern pro Meter Länge

$$\frac{\mathbf{F}}{L} = \frac{\mu_0}{4\pi a} I_1 \cdot I_2 (\hat{e}_\varphi \times \hat{e}_z)$$

wobei $\hat{e}_z$ in die $+z$-Richtung zeigt und $\hat{e}_\varphi$ die Richtung des Magnetfelds eines Drahtes am Ort des anderen Drahtes angibt. Für $I_1 = I_2 = I$ sind $\mathbf{F}_1$ und $\mathbf{F}_2$ aufeinander zu gerichtet



(Anziehung) und für $I_1 = -I_2 = I$ voneinander weg gerichtet (Abstoßung). Der Betrag der Kraft ist in beiden Fällen

$$\frac{|\mathbf{F}|}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi a}$$

[**2**]

(c) Die Kraft auf ein Längenelement $\mathrm{d}L$ des Drahtes in z-Richtung im Magnetfeld des Drahtes in x-Richtung ist

$$\begin{aligned} \mathrm{d}\mathbf{F} &= I_2(\,\mathrm{d}\mathbf{L} \times \mathbf{B}_1) \\ \mathrm{d}\mathbf{L} &= \{0, 0,\, \mathrm{d}z\} \\ \mathbf{B}_1 &= \{0, B_y, B_z\} \end{aligned}$$

also $\mathrm{d}F_x = -I_2 B_y\,\mathrm{d}z$ und $\mathrm{d}F_y = \mathrm{d}F_z = 0$. Die y-Komponente des Magnetfeldes des stromdurchflossenen Drahtes in x-Richtung ist im Punkt $(0, -a, z)$ auf dem anderen Draht

$$\begin{aligned} B_y &= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi} \frac{z}{a^2 + z^2} \\ \mathrm{d}F_x &= \frac{\mu_0}{2\pi} I_1 I_2 \frac{z\,\mathrm{d}z}{a^2 + z^2} \end{aligned}$$

Auf ein Stück des Drahtes von $z_1 = -b$ bis $z_2 = +b$ wirkt damit die Kraft

$$F_x = \int_{z_1}^{z_2} \mathrm{d}F_x = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi} \ln(a^2 + z^2)\bigg|_{z=-b}^{z=+b} = 0$$

Die Kraft zwischen den Drähten verschwindet also.

[**2**]