# Nachklausur zur Experimentalphysik 1

Prof. Dr. F. Pfeiffer
Wintersemester 2013/2014
28. März 2014

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

## Aufgabe 1 (4 Punkte)

Eine Stahlkugel ($m_1 = 500\text{g}$) ist an einer 70cm langen Schnur befestigt. Die Schnur wird horizontal gespannt und die Kugel losgelassen. In dem Moment, in dem die Kugel. senkrecht hängt, trifft sie elastisch auf einen Stahlklotz ($m_2 = 2,5\text{kg}$), der sich reibungslos auf seiner Unterlage bewegen kann.

(a) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Kugel unmittelbar nach dem Stoß?

(b) Wie groß ist die Geschwindigkeit des Klotzes unmittelbar nach dem Stoß?

## Lösung

Die Geschwindigkeit der Kugel unmittelbar vor dem Stoß erhält man durch

$$m_1 gh = \frac{1}{2} m_1 v_{1,\text{vor}} \Rightarrow v_{1,\text{vor}} = \sqrt{2gh} = 3,71\text{m/s}$$

[**1**]

Die Impulserhaltung liefert

$$m_1 v_{1,\text{vor}} = m_{1,\text{nach}v_{1,\text{nach}}} + m_2 v_{2,\text{nach}}$$

[**1**]

und die Energieerhaltung formuliert sich zu

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1,\text{vor}}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1,\text{nach}}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2,\text{nach}}^2$$

[**1**]

(a) $v_{1,\text{nach}} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_{1,\text{vor}} = -2,47\text{m/s}.$

**[0,5]**

(b) $v_{2,\text{nach}} = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_{1,\text{vor}} = 1,24\text{m/s}.$

**[0,5]**

## Aufgabe 2 (4 Punkte)

Der kleine Prinz möchte auf seinem Himmelskörper häufiger einen Sonnenuntergang erleben und träumt davon, die Rotationsrate des Planetoiden zu erhöhen. Die schnellstmögliche Rotation ist dadurch gegeben, dass für einen Körper am Äquator die Gravitationsanziehung größer sein muss als die Fliehkraft, sonst wird der Planetoid zerstört.

(a) Berechnen Sie die größtmögliche Rotationsfrequenz $f$ als Funktion der Massendichte $\rho$ des Planetoiden. Nehmen Sie an, dass der Planetoid eine Kugel mit konstanter Dichte ist ($V_{\text{Kugel}} = {}^4\!/_3\pi r^3$).

(b) Berechnen Sie (näherungsweise), wie viele Sonnenuntergänge der Kleine Prinz bei maximaler Rotationsfrequenz an einem Erdtag ($\approx 10^5$s) erleben könnte. (Gravitationskonstante $G \approx 2 \cdot 10^{-10}\text{m}^3/\text{kg}\cdot\text{s}^2$, homogene Dichte des Planetoiden $\rho = 3,0\text{g/cm}^3$).

(c) Mit welcher maximalen Frequenz könnte ein Neutronenstern mit einer $10^{14}$-mal größeren Dichte rotieren?

## Lösung

(a) Für ein Kräftegleichgewicht muss gelten

$$\begin{aligned} \frac{GmM}{r^2} &= m\omega^2 r \\ M &= \frac{4\pi\rho r^3}{3} \\ \omega^2 &= \frac{4G\pi\rho}{3} \end{aligned}$$

**[2]**

Damit ist die Frequenz

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \sqrt{\frac{G\rho}{3\pi}}$$

[**1**]

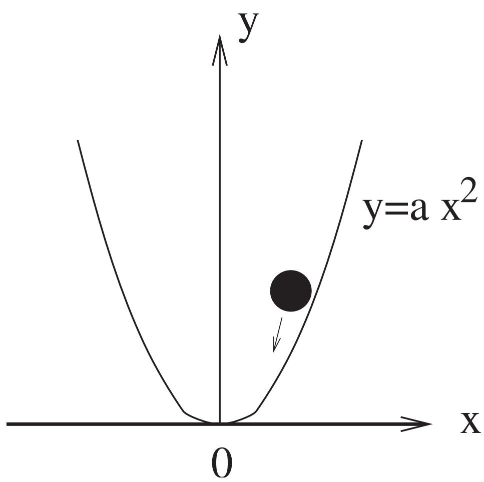
(b) $f \approx 2,5 \cdot 10^{-4}\text{Hz} \Rightarrow 25$

**[0,5]**

(c) $f \approx 2,5 \cdot 10^3 \text{Hz} \Rightarrow 250000000$

**[0,5]**

## Aufgabe 3 (7 Punkte)




Eine Olive (Masse $m$) wird in ein parabelförmiges Glas fallen gelassen ($y = ax^2$) und beginnt reibungsfrei in $x$-Richtung hin- und herzuschwingen. Den Nullpunkt des Koordinatensystems liegt im tiefsten Punkt des Glases.

(a) Wie groß ist die potentielle Energie $U(x)$ der Olive?

(b) Berechnen Sie aus $U(x)$ die Rückstellkraft und leiten Sie die Differentialgleichung für die Bewegung der Olive in $x$-Richtung her.

(c) Mit welcher Kreisfrequenz $\omega$ schwingt die Olive im Glas?

(d) Was ist die allgemeine Lösung der Differentialgleichung?

(e) An dem Glas fährt ein Radfahrer mit der Geschwindigkeit $u$ vorbei und beobachtet die Schwingung der Olive. Spontan definiert er ein eigenes Koordinatensystem $(x', y', z')$ für sein Fahrrad so, dass die jeweiligen Koordinatenachsen parallel zu $(x, y, z)$ stehen und die Koordinatenursprünge zum Zeitpunkt $t = 0$ übereinstimmen. Welche Differentialgleichung beschreibt die Bewegung der Olive in seinem Koordinatensystem? Wie lautet die allgemeine Lösung?

## Lösung

(a) Die potenzielle Energie ist $U(x) = mgy = mgax^2$.

**[1]**

(b) Die Kraft ist

$$F = -\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}x} = -2mgax$$

daher ergibt sich die Differentialgleichung $\ddot{x} + 2gax = 0$.

**[1,5]**

(c) Die Winkelgeschwindigkeit ist $\omega = \sqrt{2ga}$.

**[0,5]**

(d) Die allgemeine Lösung ist $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$.

**[1]**

(e) Es kann die Koordinantentransformation $x' = x + ut$ vorgenommen werden, mit der sich $\dot{x}' = \dot{x} + u$ und $\ddot{x}' = \ddot{x}$. Einsetzen in die Differentialgleichung liefert $\ddot{x}' + \omega^2 x' = \omega^2 ut$. Die spezielle Lösung für $\ddot{x}'$ ist $x'_s = ut$ und die allgemeine Lösung $x'(t) = A\cos(\omega t + \phi) + ut$.

**[3]**

## Aufgabe 4 (3 Punkte)

Ein Körper hat einen *neutralen* Auftrieb, wenn seine Dichte gleich der Dichte derjenigen Flüssigkeit ist, in der er sich befindet. Des bedeutet, dass der Körper weder schwimmt noch sinkt. Ein Taucher der Masse $m = 85\text{kg}$ habe eine Dichte von $\rho_T = 0,96 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$.

(a) Wieviel Masse Bleigewichte ($\rho_{Pb} = 11,3 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$) müsste er dabei haben, damit er in Wasser ($\rho_W = 1 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$) neutralen Auftrieb erfährt?

(b) Wie viel Fehler machen Sie durch das vernachlässigen des Volumens der Bleigewichte?

## Lösung

(a) Die mittlere Dichte des Tauchers ist $\langle\rho\rangle = 0,96 \cdot 10^3\text{kg/m}^3$ und es gilt $\langle\rho\rangle V = m$. Darin ist $m = 85\text{kg}$ die Masse des Tauchers und $V$ sein Volumen. Die Bleistücke, die er trägt, haben die Masse $m_B$ und das Volumen $V_B = {}^{m_B}/_{\rho_B}$.

Die mittlere Dichte des Tauchers mit dem Blei ist

$$\frac{m + m_B}{V + V_B} = \frac{m + m_B}{\frac{m}{\langle\rho\rangle} + \frac{m_B}{\rho_B}}$$

[**1**]

Diese Dichte setzen wir gleich der Dichte $\rho_W$ des Wassers und erhalten

$$m_B = m \left( \frac{\frac{\rho_W}{\langle\rho\rangle} - 1}{1 - \frac{\rho_W}{\rho_B}} \right) = 3,9\text{kg}$$

[**1**]

Bei Vernachlässigung von $V_B$ wird $3,6$kg erhalten.

(b) Da $\rho_B/\rho_W = 11,3$ können wir das Volumen der Bleigewichte in erster Näherung vernachlässigen. Der Fehler von $m_B$ beträgt dann rund 10%, man erhält $m_B = 3,6$kg.

[**1**]

## Aufgabe 5 (6 Punkte)

In einem Experiment lässt man zylinderförmige Getränkedosen mit einem Radius von 3cm eine schiefe Ebene, die einen Neigungswinkel von $\alpha = 20°$ gegenüber der Horizontalen hat, eine Strecke der Länge $l = 1$m herunter rollen.

Wie groß ist jeweils die Geschwindigkeit einer Dose nach dieser Strecke, wenn

(a) sie (bei beliebig dünner Wandstärke, vernachlässigen Sie Deckel und Boden der Dose) leer ist und eine Masse von $m_D = 60$g hat?

(b) die Dose mit Wasser gefüllt ist ($m_W = 330$g, $m_D = 60$g (Zwischen Wasser und Dosenwand soll keine Reibung auftreten, und das Wasser nicht mitrotieren)?

(c) das Wasser in der Dose gefroren ist und somit mitrotiert?

## Lösung

(a) Es gilt

$$E_{\text{pot}} = mgh = mgl \sin\alpha = 0,2\text{Nm}$$

und $I = mr^2 = 5,4 \cdot 10^{-5}\text{kgm}^2$. Des weiteren erhält man

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{rot}} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r}\right)^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{pot}}}{m + \frac{I}{r^2}}} = 1,83\text{m/s}$$

**[2]**

(b) Es gilt hier

$$E_{\text{pot}} = (m_D + m_W)gl\sin\alpha = 1,31\text{Nm}$$
$$I = m_D r^2 = 5,4 \cdot 10^{-5}\text{kgm}^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{pot}}}{(m_D + m_W) + \frac{I}{r^2}}} = 2,41\text{m/s}$$

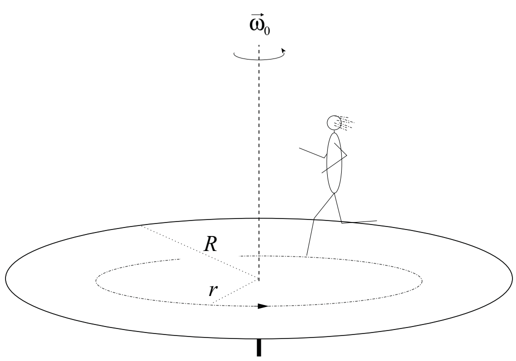
**[2]**

(c) Schließlich erhält man hier

$$E_{\text{pot}} = (m_D + m_W)gl\sin\alpha = 1,31\text{Nm}$$
$$I = m_D r^2 + \frac{1}{2}m_W r^2 = 2,03 \cdot 10^{-4}\text{kgm}^2$$
$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{pot}}}{(m_D + m_W) + \frac{I}{r^2}}} = 2,06\text{m/s}$$

**[2]**

## Aufgabe 6 (7 Punkte)




Eine homogene Kreisscheibe mit dem Radius $R = 2,5$m und der Masse $M = 100$kg rotiert um die Achse, welche durch das Zentrum der Scheibe geht und ausserdem senkrecht zur Scheibe ist. Die Umlaufszeit beträgt $T = 8$s. Ein Junge mit $m = 30$kg Körpergewicht steht auf der Kreisscheibe im Abstand $r = 2$m von der Rotationsachse. Anfänglich rotiert er mit der Kreisscheibe, aber zur Zeit $t_0 = 0$s beginnt er langsam mit tangentialer Geschwindigkeit (in Richtung der bereits vorhandenen Bewegung der Scheibe) auf einem Kreis mit Radius $r$ zu gehen. Dadurch wird die Scheibe abgebremst. Die Beschleunigung des Jungen relativ zur Scheibe ist konstant und beträgt $a = 0,1 \mathrm{m/s}^2$. Der Junge läuft so lange, bis die Scheibe zum Zeitpunkt $t_\mathrm{E}$ für einen Moment nicht rotiert, dann bleibt er abrupt stehen. Der Junge wird als punktförmig angenommen.

(a) Ist der Gesamtdrehimpuls erhalten? Begründen Sie kurz und ohne Rechnung. Woraus setzt sich hier der Gesamtdrehimpuls zusammen? Schreiben Sie diesen als Formel auf ($I_\mathrm{S} = {}^1\!/_2 M R^2$)

(b) Welche Geschwindigkeit $v_\mathrm{E}$ relativ zur Scheibe hat der Junge zum Zeitpunkt $t_\mathrm{E}$? Hinweis: Betrachten Sie die zeitliche Änderung des Gesamtdrehimpulses des Systems aus Junge-Scheibe. Stellen Sie dann eine Beziehung zwischen der Winkelgeschwindigkeit der Scheibe und des Jungen auf.

(c) Welche Energie musste der Junge bis zum Zeitpunkt $t_\mathrm{E}$ aufbringen?

(d) Wie groß ist der Gesamtdrehimpuls des Systems Junge-Scheibe zur Zeit $t > t_\mathrm{E}$?

## Lösung

(a) Der Drehimpuls $L$ ist hier eine Erhaltungsgröße, d.h. $\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t} = 0$, da keine äußeren Kräfte auf das System wirken. Das Trägheitsmoment der Scheibe ist $I_\mathrm{S} = {}^1\!/_2 M R^2$ und das des Jungen $I_\mathrm{J} = m r^2$. Die Summe der Drehimpulse ist somit

$$L = I_\mathrm{S}\omega_\mathrm{S} + I_\mathrm{J}\omega_\mathrm{J}$$

**[1,5]**

(b) Die zeitliche Ableitung des Gesamtdrehimpulses des Systems ist

$$\dot{L} = I_\mathrm{S}\dot{\omega}_\mathrm{S} + I_\mathrm{J}\dot{\omega}_\mathrm{J} = 0 \tag{1}$$

**[1]**

Aus der Beziehung zwischen der Winkelgeschwindigkeit des Jungen und der Winkelgeschwindigkeit der Scheibe und deren zeitlicher Ableitung

$$\begin{aligned}\omega_\mathrm{J}(t) &= \omega_\mathrm{S}(t) + \frac{a}{r}t \\ \dot{\omega}_\mathrm{J}(t) &= \dot{\omega}_\mathrm{S}(t) + \frac{a}{r}\end{aligned}$$

**[1]**

und Gleichung (1) erhält man

$$\dot{\omega}_\mathrm{S}(I_\mathrm{S} + I_\mathrm{J}) = -I_\mathrm{J}\frac{a}{r}$$

also

$$\alpha_\mathrm{S} = \dot{\omega}_\mathrm{S} = -\frac{a}{r}\left(\frac{I_\mathrm{J}}{I_\mathrm{J} + I_\mathrm{S}}\right).$$

**[1]**

Zusammen mit den Gleichungen $\omega_{\mathrm{S}}(t) = \alpha_{\mathrm{S}} t + \omega_0$, $\omega_{\mathrm{S}}(t_{\mathrm{E}}) = 0$ und $v_{\mathrm{E}} = a t_{\mathrm{E}}$ ergibt sich für die Endgeschwindigkeit $v_{\mathrm{E}}$ des Jungen relativ zur Scheibe

$$v_{\mathrm{E}} = \omega_0 r \left( \frac{I_{\mathrm{J}} + I_{\mathrm{S}}}{I_{\mathrm{J}}} \right) \approx 5,66\mathrm{m/s}.$$

**[1]**

(c) Die Energiebilanz lautet

$$E_{\mathrm{J}} = E_{\mathrm{Rot.}}(t_{\mathrm{E}}) - E_{\mathrm{Rot.}}(t \leq 0).$$

Mit

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{Rot.}}(t \leq 0) &= \frac{1}{2}(I_{\mathrm{S}} + I_{\mathrm{J}})\omega_0^2 \\ E_{\mathrm{Rot.}}(t_{\mathrm{E}}) &= \frac{1}{2} I_{\mathrm{J}} \left( \frac{a t_{\mathrm{E}}}{r} \right)^2 = \frac{1}{2}(I_{\mathrm{S}} + I_{\mathrm{J}})\omega_0^2 \frac{I_{\mathrm{S}} + I_{\mathrm{J}}}{I_{\mathrm{J}}} \end{aligned}$$

folgt

$$E_{\mathrm{J}} = \frac{1}{2}(I_{\mathrm{S}} + I_{\mathrm{J}})\omega_0^2 \frac{I_{\mathrm{S}}}{I_{\mathrm{J}}} \approx 347\mathrm{J}$$

**[2,5]**

(d) Für $t > t_{\mathrm{E}}$ ist

$$L(t > t_{\mathrm{E}}) = L_0 = (I_{\mathrm{S}} + I_{\mathrm{J}})\omega_0 = 340\mathrm{kgm^2/s},$$

da der Drehimpuls erhalten ist und der Junge sich wieder mit der Scheibe dreht.

**[1]**

## Aufgabe 7 (5 Punkte)

Ein Student sitzt an einer Straße, an der ein Feuerwehrauto mit konstanter Geschwindigkeit $v_{\mathrm{f}}$ auf dem Weg zu einer Feuerwehrübung vorbeifährt. Die Sirene des Feuerwehrautos habe die Frequenz $f_{\mathrm{f}}$. Die vom Studenten während des Annäherns wahrgenommene Frequenz sei $f_{\mathrm{a}}$ und die beim Entfernen des Feuerwehrautos wahrgenommene Frequenz sei $f_{\mathrm{e}}$.

(a) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit $v_{\mathrm{f}}$ des Feuerwehrautos in km/h und die Frequenz $f_{\mathrm{f}}$ des Sirenensignals als Funktion der Frequenzen $f_{\mathrm{a}}$ und $f_{\mathrm{e}}$, und berechnen Sie deren Werte für $f_{\mathrm{a}} = 480\mathrm{Hz}$ und $f_{\mathrm{e}} = 425\mathrm{Hz}$. Die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt $v_{\mathrm{s}} = 340\mathrm{m/s}$.

(b) Der Student folgt dem Feuerwehrauto auf seinem Fahrrad mit konstanter Geschwindigkeit $v_{\mathrm{St.}} = 15\mathrm{km/h}$. Dadurch ändert sich die von ihm wahrgenommene Frequenz auf den Wert $f_1$. Wenig später ist das Feurwehrauto am Übungsplatz angekommen, während der Student sich noch auf seinem Weg befindet. Nun nimmt der Student eine andere Frequenz $f_2$ wahr. Bestimmen Sie die Frequenzen $f_1$ und $f_2$.

## Lösung

(a) Gegeben sind $f_{\mathrm{e}} = 425\mathrm{Hz}$, $f_{\mathrm{a}} = 480\mathrm{Hz}$ und $v_{\mathrm{s}} = 340\mathrm{m/s}$. Ausgehend von den Formeln für den Dopplereffekt im Falle einer bewegten Quelle und eines ruhenden Beobachters gelten folgende Beziehungen:

$$f_{\mathrm{a}} = f_{\mathrm{f}} \frac{1}{1 - \frac{v_{\mathrm{f}}}{v_{\mathrm{s}}}} \qquad f_{\mathrm{e}} = f_{\mathrm{f}} \frac{1}{1 + \frac{v_{\mathrm{f}}}{v_{\mathrm{s}}}}$$

[**1**]

Über diese Beziehungen erhält man mit

$$f_{\mathrm{a}} \left(1 - \frac{v_{\mathrm{f}}}{v_{\mathrm{s}}}\right) = f_{\mathrm{f}} = f_{\mathrm{e}} \left(1 + \frac{v_{\mathrm{f}}}{v_{\mathrm{s}}}\right) \Leftrightarrow f_{\mathrm{a}} - f_{\mathrm{e}} = \frac{v_{\mathrm{f}}}{v_{\mathrm{s}}}(f_{\mathrm{a}} + f_{\mathrm{e}})$$

als Endergebnis für die Geschwindigkeit des Feuerwehrautos

$$v_{\mathrm{f}} = v_{\mathrm{s}} \frac{f_{\mathrm{a}} - f_{\mathrm{e}}}{f_{\mathrm{a}} + f_{\mathrm{e}}} \approx 20,7\mathrm{m/s} \approx 74,5\mathrm{km/h}.$$

[**1**]

Für die Frequenz des Sirenensignals ergibt sich

$$f_{\mathrm{f}} = f_{\mathrm{a}} \left(1 - \frac{f_{\mathrm{a}} - f_{\mathrm{e}}}{f_{\mathrm{a}} + f_{\mathrm{e}}}\right) = \frac{2 f_{\mathrm{a}} f_{\mathrm{e}}}{f_{\mathrm{a}} + f_{\mathrm{e}}} \approx 451\mathrm{Hz}$$

[**1**]

(b) Die Bewegung des Studenten mit $v_{\mathrm{St.}} = 15\mathrm{km/h}$ muss bei der Berechnung der Frequenz $f_1$ berücksichtigt werden: Das Feuerwehrauto entfernt sich und der Student bewegt sich als Beobachter in die selbe Richtung wie das Auto.

$f_{\mathrm{e}}$ ist die Frequenz die der Beobachter in Ruhe beim Entfernen des Autos hört. Somit erhalten wir

$$f_1 = f_{\mathrm{f}} \frac{1}{1 + \frac{v_{\mathrm{f}}}{v_{\mathrm{s}}}} \left(1 + \frac{v_{\mathrm{St.}}}{v_{\mathrm{s}}}\right) = f_{\mathrm{e}} \left(1 + \frac{v_{\mathrm{St.}}}{v_{\mathrm{s}}}\right) \approx 430\mathrm{Hz}$$

[**1**]

Für die Berechnung von $f_2$ beobachtet man, dass das Feuerwehrauto in Ruhe ist und der Student sich als Beobachter auf das Auto zubewegt. Daher

$$f_2 = f_{\mathrm{f}} \left(1 + \frac{v_{\mathrm{St.}}}{v_{\mathrm{s}}}\right) = \frac{2 f_{\mathrm{a}} f_{\mathrm{e}}}{f_{\mathrm{e}} + f_{\mathrm{a}}} \left(1 + \frac{v_{\mathrm{St.}}}{v_{\mathrm{s}}}\right) \approx 456\mathrm{Hz}$$

[**1**]

## Aufgabe 8 (3 Punkte)

Wasser fließe mit 3m/s in einer horizontalen Röhre unter einem Druck von 200kPa. Die Röhre verenge sich an einer Stelle auf die Hälfte des ursprünglichen Durchmessers. Wie groß sind

(a) die Geschwindigkeit des Wassers an der Verengung?

(b) der Wasserdruck an der Verengung?

## Lösung

Index 1 beziehe ich auf den normalen Querschnitt, Index 2 auf den verengten.

(a) Die Kontinuitätsgleichung ergibt

$$v_2 = v_1 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 4v_1 = 12\mathrm{m/s}$$

[**1**]

(b) Die Bernoulli-Gleichung liefert

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

[**1**]

Daraus folgt

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2(1 - 16) = 133\mathrm{kPa}$$

[**1**]

Der Druck nimmt also an der Verengung ab, dies ist der Venturi-Effekt.