# Nachholklausur zur Experimentalphysik 2

**Prof. Dr. F. Simmel**

**Sommersemester 2009**

**8.10.2009**

## Musterlösung

### Aufgabe 1:

Die Temperaturerhöhung ergibt sich aus der zugeführten Wärme $Q$ per

$$\Delta T = \frac{Q}{cm} \tag{1}$$

**[1]**

Die zugeführte Wärme ist gleich der verrichteten Reibungsarbeit $W$, diese wiederum ergibt sich aus

$$W = Fs \tag{2}$$

mit

$$F = \mu_R mg\cos\alpha \tag{3}$$

**[1]**

Also:

$$\Delta T = \frac{\mu_R gs\cos\alpha}{c} = 0.044\,°\mathrm{C} \tag{4}$$

**[1]**

### Aufgabe 2:

(a) Die (reversible) Adiabatengleichung des 2atomigen idealen Gases lautet

$$T^5V^2 = \text{const.} \tag{5}$$

Also ist die Endtemperatur

$$T = T_0\left(\frac{V_0}{V}\right)^{2/5} = 340\,\mathrm{K}\left(\frac{1}{2}\right)^{2/5} = 258\,\mathrm{K} \tag{6}$$

**[1]**

Die vom Gas verrichtete Arbeit ergibt sich wegen Adiabatizität aus der Änderung der innerern Energie:

$$W = -\Delta U = -\frac{5}{2}\nu R\Delta T = +1704\,\mathrm{J} \tag{7}$$

**[1]**

Die Entropieänderung ist null, da der Prozess reversibel ist. **[1]**

(b) Da die Expansion frei ist, wird keine Arbeit geleistet, also

$$W = 0 \tag{8}$$

**[1]**

Da die Expansion auch adiabatisch ist, gibt es keine Änderung der inneren Energie

$$U = \frac{5}{2}\nu RT \tag{9}$$

so dass sich die Temperatur des Gases nicht ändert. **[1]**

Die Entropie ändert sich wegen $dS = dU/T + pdV/T$ mit $dU = 0$ gemäß

$$S(T,V) - S(T,V_0) = \int_{V_0}^{V} \frac{p\,dV}{T} = \int_{V_0}^{V} \frac{\nu R\,dV}{V} = \nu R \ln\frac{V}{V_0} = \nu R \ln 2 = 5.76\,\mathrm{J/K} \tag{10}$$

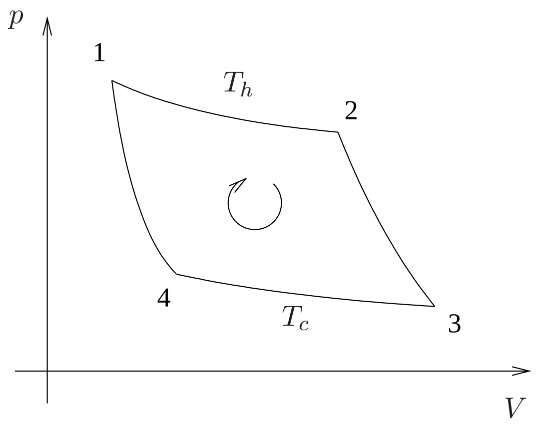
**[1]**

### Aufgabe 3:

(a)

- isotherme Expansion auf hohem Temperaturniveau $T_h$
- adiabatische Expansion
- isotherme Kompression auf niedrigem Temperaturniveau $T_c$
- adiabatische Kompression

**[1]**




**[1]**

(b) Der Wirkungsgrad ist Nutzen durch Aufwand, also hier verrichtete Gesamtarbeit dividiert durch die dem heißen Wärmebad entnommene Wärmemenge:

$$\eta = \frac{W}{Q_h} \tag{11}$$

**[1]**

Aufgrund der Energieerhaltung gilt

$$W + Q_c - Q_h = 0 \tag{12}$$

also

$$W = Q_h - Q_c \tag{13}$$

**[1]**

Damit:

$$\eta = 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \tag{14}$$

$Q_h$ ist die dem heißen Wärmebad entnommene Wärmemenge, $Q_c$ ist die dem kalten Wärmebad zugeführte Wärmemenge. **[1]**

(c) Die bei isothermer Volumenänderung am Photonengas verrichtete Arbeit ist gegeben durch

$$W \;=\; -\int_{V_1}^{V_2} dV\, p(V) \;=\; -\frac{1}{3}bT^4 \int_{V_1}^{V_2} dV \;=\; -\frac{1}{3}bT^4 \Delta V \tag{15}$$

**[1]**

Daraus und aus der Energieerhaltung ergibt sich die dem Photonengas bei isothermer Volumenänderung zugeführte Wärme:

$$Q + W = \Delta U \quad\Rightarrow\quad Q \;=\; \Delta U - W \;=\; bT^4\Delta V + \frac{1}{3}bT^4\Delta V \;=\; \frac{4}{3}bT^4\Delta V \tag{16}$$

**[1]**

(d) Nach Teil (b) ist der Wirkungsgrad

$$\eta \;=\; 1 - \frac{Q_c}{Q_h} \tag{17}$$

Nach (c) ist

$$Q_c \;=\; -\frac{4}{3}bT_c^4(V_4 - V_3) \tag{18}$$

$$Q_h \;=\; \frac{4}{3}bT_h^4(V_2 - V_1) \tag{19}$$

**[1]**

Die Volumenindizes beziehen sich dabei auf die in der Abbildung zu Teil (a) nummerierten Zustände. (Das negative VZ in $Q_c$ kommt daher, dass in der Gleichung aus (b) $Q_c$ die dem kalten Wärmebad zugeführte Wärmemenge bezeichnet, das in (c) berechnete $Q$ aber die dem Gas zugeführte Wärmemenge ist.) Also

$$\eta \;=\; 1 + \frac{\frac{4}{3}bT_c^4(V_4 - V_3)}{\frac{4}{3}bT_h^4(V_2 - V_1)} \;=\; 1 + \frac{T_c^4(V_4 - V_3)}{T_h^4(V_2 - V_1)} \tag{20}$$

Hierin sind die Volumina $V_1$ bis $V_4$ unbekannt. $V_1$ und $V_2$ sind willkürlich vorgebbar. $V_3$ folgt aus der Bedingung, dass es durch adiabatische Expansion von $V_2$ bei gleichzeitiger Abkühlung von $T_h$ auf $T_c$ entsteht, d.h.

$$T_h^3 V_2 \;=\; T_c^3 V_3 \quad\Rightarrow\quad V_3 \;=\; V_2\frac{T_h^3}{T_c^3} \tag{21}$$

Entsprechend folgt $V_4$ aus der Bedingung, dass es bei adiabatischer Kompression von $T_c$ auf $T_h$ $V_1$ ergeben muss:

$$T_c^3 V_4 \;=\; T_h^3 V_1 \quad\Rightarrow\quad V_4 \;=\; V_1\frac{T_h^3}{T_c^3} \tag{22}$$

**[1]**

Damit ergibt sich letztendlich

$$\eta \;=\; 1 - \frac{T_c^4(V_3 - V_4)}{T_h^4(V_2 - V_1)} \;=\; 1 - \frac{T_c^4\frac{T_h^3}{T_c^3}(V_2 - V_1)}{T_h^4(V_2 - V_1)} \;=\; 1 - \frac{T_c}{T_h} \tag{23}$$

**[1]**

**Aufgabe 4:**

(a) Die Kapazität des Plattenkondensators ist

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \tag{24}$$

so dass die Ladung bei gegebener Spannung $U$

$$Q = CU = \varepsilon_0 \frac{A}{d} U \tag{25}$$

ist. **[1]**

Die Feldstärke ist

$$E = \frac{U}{d} \tag{26}$$

**[1]**

(b) Man kann den teilweise mit Dielektrikum gefüllten Kondensator auffassen als eine Hintereinanderschaltung eines leeren Kondensators mit Plattenabstand $d - d_D$ und eines vollständig mit Dielektrikum gefüllten Kondensators mit Plattenabstand $d_D$. Seine Kapazität beträgt daher

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_D} \tag{27}$$

wobei

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d - d_D} \tag{28}$$

und

$$C_D = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d_D} \tag{29}$$

Die Ladung des Kondensators ist dann bei gegebener Spannung $U$:

$$Q = CU = \frac{\varepsilon_0 A U}{d - d_D + \frac{1}{\varepsilon_r} d_D} \tag{30}$$

**[2]**

Die Feldstärke im Leerraum folgt daraus zu

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q/A}{\varepsilon_0} = \frac{U}{d - d_D + \frac{1}{\varepsilon_r} d_D} \tag{31}$$

**[1]**

Die Feldstärke im Dielektrikum ist demgegenüber um den Faktor $\varepsilon_r$ reduziert, also

$$E_D = \frac{U/\varepsilon_r}{d - d_D + \frac{1}{\varepsilon_r} d_D} \tag{32}$$

**[1]**

(c) Die Spannung ergibt sich aus der in (b) berechneten Ladung, wobei nun die Kapazität jedoch

$$C' = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \tag{33}$$

beträgt. Also:

$$U' = \frac{Q}{C'} = \frac{\varepsilon_0 A U}{d - d_D + \frac{1}{\varepsilon_r} d_D} \frac{d}{\varepsilon_0 A} = \frac{U d}{d - d_D + \frac{1}{\varepsilon_r} d_D} \tag{34}$$

**[1]**

**Aufgabe 5:**

Das „modifizierte Amperesche Gesetz“

$$\int_{\partial A} d\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{H} = \int_{A} d\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{j} \tag{35}$$

führt mit dem Ansatz

$$\boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) \;=\; H_a(r)\boldsymbol{e}_\varphi \quad \text{bzw.} \quad \boldsymbol{H}(\boldsymbol{r}) \;=\; H_i(r)\boldsymbol{e}_\varphi \tag{36}$$

und einem Kreis vom Radius $r$ um den Draht als Integrationsweg auf

$$\pi r H_a(r) + \pi r H_i(r) \;=\; I \tag{37}$$

**[1]**

Es fehlt noch der Zusammenhang zwischen Innen- und Außenfeld. Wegen $\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B} = 0$ muss die Normalkomponente von $\boldsymbol{B}$ beim Übergang von Materie ins Vakuum stetig sein, also ($r$-Abhängigkeit im folgenden nicht ausgeschrieben)

$$B_i \;=\; B_a \tag{38}$$

**[1]**

Mit dem Zusammenhang zwischen $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{H}$, nämlich

$$H_i \;=\; \frac{1}{\mu_0\mu_r}B_i \tag{39}$$

bzw.

$$H_a \;=\; \frac{1}{\mu_0}B_a \tag{40}$$

folgt hieraus die gesuchte Verbindung zwischen $H_a$ und $H_i$:

$$H_i \;=\; \frac{1}{\mu_0\mu_r}B_i \;=\; \frac{1}{\mu_0\mu_r}B_a \;=\; \frac{1}{\mu_r}H_a \tag{41}$$

**[1]**

Zusammen mit der obigen Gleichung sind das zwei Gleichungen für die beiden Unbekannten $H_i$ und $H_a$ mit der Lösung

$$H_a(r) \;=\; \frac{\mu_r}{1+\mu_r}\,\frac{I}{\pi r} \quad , \quad H_i(r) \;=\; \frac{1}{1+\mu_r}\,\frac{I}{\pi r} \tag{42}$$

**[1]**

Daraus nun $B_a$ und $B_i$:

$$B_a(r) \;=\; \frac{\mu_r}{1+\mu_r}\,\frac{\mu_0 I}{\pi r} \;=\; B_i(r) \tag{43}$$

**[1]**

Zum Schluss ergibt sich die Magnetisierung $\boldsymbol{M}$ aus der Definition von $\boldsymbol{H}$

$$\boldsymbol{H} \;=\; \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{B} - \boldsymbol{M} \tag{44}$$

zu

$$M_a(r) \;=\; 0 \tag{45}$$

**[1]**

(klar) und

$$M_i(r) \;=\; \frac{1-\mu_r}{1+\mu_r}\,\frac{I}{\pi r} \tag{46}$$

**[1]**

## Aufgabe 6:

(a) Das Magnetfeld des Drahtes ist

$$\boldsymbol{B}(t,\boldsymbol{r}) \;=\; \frac{\mu_0}{2\pi r}\,I_0(1-e^{-\gamma t})\,\boldsymbol{e}_\varphi \tag{47}$$

Dabei liegt der Draht auf der $z$-Achse des Koordinatensystems und der Strom fießt in positive $z$-Richtung. Der Richtungsvektor $\boldsymbol{e}_\varphi$ des Magnetfeldes ist dann der übliche Einheitsvektor in $\varphi$-Richtung für Polarkoordinaten in der $xy$-Ebene. **[1]**

(b) Gemäß dem Induktionsgesetz ist (ohne Vorzeichen)

$$\begin{aligned}
U(t) \;&=\; \frac{d}{dt}\int d\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{B}(t,\boldsymbol{r}) && (48)\\
&=\; \frac{d}{dt}\int_a^{2a} dx \int_{-a/2}^{a/2} dz\,\frac{\mu_0}{2\pi x}\,I(t) && (49)\\
&=\; \frac{d}{dt}\frac{\mu_0}{2\pi r}\,I(t)a\underbrace{\int_a^{2a}\frac{dx}{x}}_{=\ln 2} && (50)\\
&=\; \frac{\ln 2}{2\pi}\,\mu_0 a I_0 \gamma e^{-\gamma t} && (51)
\end{aligned}$$

**[2]**

(Dabei zeigt die $z$-Achse entlang des Drahtes und die positive $x$-Achse läuft durch den Mittelpunkt der Schleife.)

Einsetzen der Zahlenwerte ergibt:

$$U(t) \;=\; 1.39\cdot 10^{-8}\,\mathrm{V}\,e^{-0.2t/\mathrm{s}} \tag{52}$$

**[1]**

(c) Durch die Induktionsspannung wird ein Strom induziert, der gemäß der Lenzschen Regel so gerichtet ist, dass sein Magnetfeld dem induzierenden Magnetfeld entgegengerichtet ist. Da das induzierende Magnetfeld im Bereich der Schleife in die Papierebene hineinzeigt (d.h. in positive $y$-Richtung), muss das Magnetfeld des induzierten Stroms also aus der Papierebene herauszeigen. Gemäß der Rechten-Hand-Regel läuft der Induktionsstrom in der Schleife daher im Gegenuhrzeigersinn.

Auf diesen Schleifenstrom wirkt nun eine Lorentz-Kraft durch das Magnetfeld des Drahtes. Die Kräfte auf die beiden horizontalen Abschnitte heben sich gegenseitig auf, auf den näher am Draht gelegenen Abschnitt wirkt nach der Rechten-Hand-Regel eine abstoßende, auf den weiter vom Draht entfernten Abschnitt eine schwächere anziehende Kraft. Im Ganzen erfährt die Schleife also eine vom Draht weggerichtete Kraft. **[2]**

Deren Größe ist

$$F = B_1 I_{ind} a - B_2 I_{ind} a = I_{ind} a (B_1 - B_2) \tag{53}$$

wobei $I_{ind} = U(t)/R$ der in der Schleife induzierte Strom ist. Also

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{R}\frac{\ln 2}{2\pi}\,\mu_0 a^2 I_0 \gamma e^{-\gamma t}\left(\frac{\mu_0}{2\pi a}\,I_0(1-e^{-\gamma t}) - \frac{\mu_0}{2\pi 2a}\,I_0(1-e^{-\gamma t})\right) &(54)\\ &= \frac{\ln 2}{8\pi^2}\,\frac{\mu_0^2 I_0^2 a\gamma}{R}\,e^{-\gamma t}(1-e^{-\gamma t}) &(55)\end{aligned}$$

**[2]**

## Aufgabe 7:

(a) Unmittelbar nach dem Schließen des Schalters befindet sich keine Ladung auf dem Kondensator, sein „effektiver Widerstand“ ist also null, der Kondensator wirkt daher wie eine leitende Verbindung. Daher fließt der gesamte Anfangsstrom durch den Kondensatorast und kein Strom durch den parallelgeschalteten Widerstand. Der einzige Widerstand im Stromkreis ist also der an der Spannungsquelle und der Gesamtstrom ist

$$I_0 = \frac{U}{R} \tag{56}$$

**[1]**

Für $t = \infty$ hat der Kondensator eine konstante Ladung und der gesamte Strom fließt nun durch den Widerstandsast. Daher gilt

$$2RI_\infty = U \tag{57}$$

also

$$I_\infty = \frac{U}{2R} \tag{58}$$

**[1]**

Die Ladung auf dem Kondensator ergibt sich dann aus

$$\frac{1}{C}Q_\infty + RI_\infty = U \tag{59}$$

also

$$Q_\infty = \frac{CU}{2} \tag{60}$$

**[1]**

(b) Es bezeichne $I_C = \dot{Q}$ den Strom durch den Kondensator, $I_R$ den Strom durch den parallelgeschalteten Widerstand und $I$ den Gesamtstrom. Dann gilt

$$RI_R = U - RI \tag{61}$$

und

$$\frac{1}{C}Q = U - RI \tag{62}$$

und

$$I_R + I_C = I \tag{63}$$

Das sind 3 Gleichungen für 3 unbekannte Funktionen. Elimination des Gesamtstroms $I$ ergibt

$$RI_R = \frac{1}{2}(U - RI_C) \tag{64}$$

und

$$\frac{1}{C}Q = U - R(I_R + I_C) \tag{65}$$

Eliminiert man aus diesen beiden Gleichungen $I_R$, dann erhält man

$$\frac{1}{C}Q + \frac{1}{2}RI_C = \frac{1}{2}U \tag{66}$$

Wegen $I_C = \dot{Q}$ ist das eine Differentialgleichung für $Q(t)$:

$$\dot{Q} + \frac{2}{RC}Q = \frac{U}{R} \tag{67}$$

**[3]**

mit der allgemeinen Lösung

$$Q(t) = Ae^{-2t/RC} + \frac{CU}{2} \tag{68}$$

(allgemeine homogene Lösung plus spezielle inhomogene Lösung). Arbeitet man die Anfangsbedingung $Q(0) = 0$ ein, dann erhält man

$$Q(t) = \frac{CU}{2}\left(1 - e^{-2t/RC}\right) \tag{69}$$

**[1]**

Der Gesamtstrom ergibt sich daraus per

$$\frac{1}{C}Q = U - RI \tag{70}$$

zu

$$I(t) = \frac{U}{2R}\left(1 + e^{-2t/RC}\right) \tag{71}$$

**[1]**

(Aus $Q(t)$ und $I(t)$ ergeben sich wieder die im Aufgabenteil a) gefundenen Werte für $t = 0$ bzw. $t = \infty$.)

## Aufgabe 8:

(a) Aus der Gleichheit der elektrischen und magnetischen Energiedichte folgt

$$\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{\mu_0}B^2 \tag{72}$$

also

$$\frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = c \tag{73}$$

**[1]**

Die maximale magnetische Feldstärke am Ort 1 ist also

$$B_1 = \frac{E_1}{c} = \frac{0.7\,\mathrm{V/m}}{3\cdot 10^8\,\mathrm{m/s}} = 2.33\,\mathrm{nT} \tag{74}$$

**[1]**

(b) Die maximale Strahlungsintensität ergibt sich aus der maximalen elektrischen Feldstärke per

$$S = c\varepsilon_0 E^2 \tag{75}$$

Also ist die mittlere Strahlungsintensität

$$\bar{S} \;=\; \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E^2 \tag{76}$$

**[1]**

Aus der Abstrahlcharakteristik des Dipols und der invers-quadratischen Abnahme der Strahlungsintensität folgt

$$\bar{S}(r_2, \vartheta) \;=\; \sin^2\vartheta \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \bar{S}(r_1, 90^\circ) \tag{77}$$

und mit

$$\bar{S}(r_1, 90^\circ) \;=\; \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_1^2 \tag{78}$$

also

$$\bar{S}(r_2, \vartheta) \;=\; \sin^2\vartheta \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_1^2 \tag{79}$$

**[2]**

(c)

$$\bar{S}(r_1, 90^\circ) \;=\; \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_1^2 \;=\; 6.50 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W/m^2} \tag{80}$$

$$\bar{S}(r_2, 90^\circ) \;=\; \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_1^2 \;=\; 7.06 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{W/m^2} \tag{81}$$

$$\bar{S}(r_1, 45^\circ) \;=\; \sin^2(45^\circ)\, \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_1^2 \;=\; 3.25 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{W/m^2} \tag{82}$$

$$\bar{S}(r_2, 45^\circ) \;=\; \sin^2(45^\circ) \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_1^2 \;=\; 3.53 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{W/m^2} \tag{83}$$

**[2]**

(d) Wegen der invers-quadratischen Abnahme der Strahlungsintensität nimmt die Feldstärke invers-linear mit der Entfernung ab, also

$$E_2 \;=\; \frac{r_1}{r_2} E_1 \tag{84}$$

Damit folgt:

$$E_2(45^\circ) \;=\; \frac{r_1}{r_2} \sin(45^\circ) E_1(90^\circ) \;=\; 5.16 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{V/m} \;=\; 0.516\,\mu\mathrm{V/m} \tag{85}$$

$\Rightarrow$ Empfang ist möglich. **[2]**