Nachklausur in Experimentalphysik 1

Prof. Dr. C. Pfleiderer
Wintersemester 2015/16
7. April 2016

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

Nach einem Fußballspiel fährt ein angetrunkener Fan mit dem Zug nach Hause. Er wirft seine Bierflasche rechtwinklig und horizontal aus dem fahrenden Zug. Die Flasche fällt auf eine 6m tiefer gelegene Wiese. Sie schlägt 24m vom Abwurfpunkt, sowie 10m von den Gleisen entfernt auf. *Hinweis:* Der Zug fährt in y-Richtung, der Boden ist die x-y-Ebene, die Höhe ist die z-Richtung.

(a) Zeichnen Sie die Flugbahn der Flasche aus der Vogelperspektive (x-y-Ebene), sowie aus der Sicht eines Beobachters, der dem Zug hinterherschaut(x-z-Ebene)(Zwei Zeichnungen!). Zeichnen sie auch die Anfangsgeschwindigkeiten des Zuges v_y sowie des Abwurfs v_x mit ein.

(b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Fahrenden Zuges v_y.

(c) Mit welcher Geschwindigkeit v_x wirft der Fan die Flasche aus dem Fenster?

(d) Mit welcher Geschwindigkeit in z-Richtung trifft die Flasche auf den Boden?

(e) In welchem Winkel zur Wiese trifft die Flasche auf?

Lösung:

(a) Aus der Vogelperspektive sieht man die Überlagerung zweier konstanter Geschwindigkeiten: Die des Zuges und die der Abwurfgeschwindigkeit der Flasche. Der Beobachter sieht eine Parabel. In x-Richtung bleibt die Geschwindigkeit konstant und in Z-Richtung wirkt die Erdbeschleunigung.

[1]

(b) Die Bierflasche fällt auf eine 6m tiefer gelegene Wiese. Dabei wurde sie praktischerweise rechtwinklig und horizontal aus dem Zug geworfen. Aus diesem Grund können wir über die Gleichung für den freien Fall die Zeit berechnen, die die Bierflasche bis zu ihrem Auftreffen braucht. Es gilt:

$$y = \sqrt{(24\text{m})^2 - x^2} = 21,82\text{m}$$

$$z(t) = z(t_0) - \frac{1}{2}gt^2 \tag{1}$$

Wobei $z(t_0) = 6m$ die Anfangshöhe und g die Erdbeschleunigung sind.

Zum Auftreffzeitpunkt t_A befindet sich die Flasche bei $z(t_A) = 0$

$$0 = z(t_A) = z(t_0) - \frac{1}{2}gt_A^2 \tag{2}$$

$$t_A = \sqrt{\frac{2z(t_0)}{g}} = 1,1\text{s} \tag{3}$$

Die Bierflasche trifft bei $S_y = 24m$ in Fahrrichtung gemessen vom Abwurfort entfernt auf. Die Geschwindigkeit des Zuges kann mit dieser Information und der gerade berechneten Flugdauer der Flasche über eine einfache Bewegungsgleichung berechnet werden:

$$v_y = \frac{s_y}{t_A} = \frac{21,82\text{m}}{1,1\text{s}} = 19,34\frac{\text{m}}{\text{s}} = 69,6\frac{\text{km}}{h} \tag{4}$$

[2]

(c) Die Abwurfgeschwindigkeit berechnet sich aus der Flugdauer t_A und der Auftreffentfernung s_x

$$v_x = \frac{s_x}{t_A} = \frac{10\text{m}}{1,1} = 9,1\frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{5}$$

wobei die Geschwindigkeit als konstant angesehen wird.

[0,5]

(d) Die Auftreffgeschwindigkeit berechnet sich gemäß der Bewegungsgleichung über

$$v_{zA}(t_A) = -gt_A = -10,8\frac{m}{s} = 38,8\frac{\text{km}}{\text{h}} \tag{6}$$

[1]

(e) Wie in der Skizze (e) erkennbar, ist der gesuchte Winkel

$$\tan(\alpha) = \frac{|v_z|}{|v_{xy}|} \tag{7}$$

wobei v_{xy} der Vektor in der x-y-Ebene ist

$$v_{xy} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} \tag{8}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{|v_z|}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}\right) = 26,8° \tag{9}$$

[1,5]

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Ein primitives Steinzeitauto der Masse $M = 1000\text{kg}$ wird angetrieben, in dem ein großer Stein der Masse $m = 150\text{kg}$ nach hinten aus dem Wagen gestoßen wird.
Zu Anfang ist das Auto mit Stein in Ruhe. Der Stein befindet sich $h_0 = 98,1\text{cm}$ über dem Boden. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Stein horizontal nach hinten abgestoßen. Der Stein hat direkt nach dem Stoß eine Geschwindigkeit von $v_s = 100\text{km/h}$.

(a) Mit welcher Geschwindigkeit v_0 bewegt sich das Auto nach dem Abwurf?

(b) Wie weit fliegt der Stein nach hinten, bevor er den Boden berührt?

(c) Das Auto habe keine Räder sondern rutsche auf dem Boden. Es habe auf dem Boden den Gleitreibungskoeffizienten $\mu = 0,01$. Wie weit fährt das Auto bis es stehenbleibt?

(d) Wieviel Wärmeenergie wird beim gesamten Bremsvorgang des Autos frei?

Lösung

(a) Es gilt Impulserhaltung.

$$0 = Mv_0 - mv_s \qquad \Rightarrow \qquad v_0 = \frac{m}{M} v_s = 15\text{km/h} \tag{10}$$

[1]

(b) Es ist

$$x(t) = v_s t \qquad ; \qquad z(t) = h_0 - \frac{1}{2} g t^2 \tag{11}$$

Bestimme Flugdauer τ:

$$z(\tau) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \tau = \sqrt{\frac{2h_0}{g}} \tag{12}$$

Flugweite:

$$w = v_s \cdot \tau = v_s \sqrt{\frac{2h_0}{g}} = 12,4\text{m} \tag{13}$$

[1,5]

(c)

$$a = -\frac{F_R}{m} = -\frac{\mu \cdot mg}{m} = -\mu g \qquad v(t) = v_0 - \mu g t \qquad s(t) = v_0 t - \frac{1}{2} \mu g t \tag{14}$$

Bestimme Fahrzeit T:

$$v(T) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{v_0}{\mu g} \tag{15}$$

Nun Fahrweite

$$X_R = s(T) = \frac{v_0^2}{\mu g} - \frac{1}{2} \mu g \frac{v_0^2}{\mu^2 g^2} = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{\mu g} = 88,5\text{m} \tag{16}$$

[2]

(d) Die gesamte kinetische Energie des Autos nach dem Stoss geht in Wärmeenergie über

$$W = \frac{1}{2}Mv_0^2 = 8,68\text{kJ} \tag{17}$$

[0,5]

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Ein Kind der Masse $m = 60$kg schaukelt auf einer Schaukel mit Seillänge $l = 2$m. Dabei kann es sein Trägheitsmoment (bezüglich der Aufhängung der Schaukel) durch Verlagerung seines Schwerpunktes verändern. Es werden idealisiert die zwei Zustände $\Theta_{\text{liegend}} = 350\text{kgm}^2$ und $\Theta_{\text{sitzend}} = 300\text{kgm}^2$ angenommen.

(a) Das Kind startet in Ruhe aus einer ausgelenkten Position, wobei sein Schwerpunkt $h_0 = 1$m über dem Boden ist. Es schaukelt **liegend** bis zum tiefsten Punkt der Bahn. Dort ist der Schwerpunkt noch $h_1 = 40$cm über dem Boden. Wie groß ist dort seine Winkelgeschwindigkeit? Welcher Geschwindigkeit entspricht das?

(b) Nun richtet sich das Kind instantan auf und verändert somit sein Trägheitsmoment zu Θ_{sitzend}. Wie groß ist nun die Winkelgeschwindigkeit? Wie groß die Geschwindigkeit?

(c) Welche größte Höhe h_2 erreicht das Kind, wenn es **sitzend** weiterschaukelt?

(d) Erklären sie, den Unterschied zwischen h_2 und h_0. Wo kommt die zusätzliche Energie her?

Lösung

(a) Energieerhaltung

$$mgh_0 = mgh_1 + \frac{1}{2}\Theta_{\text{liegend}}\omega^2 \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \sqrt{2\frac{m}{\Theta_{\text{liegend}}}g(h_0 - h_1)} = 1,42\text{s}^{-1} \tag{18}$$

$$v = l\omega = 2,84\text{m/s} = 10,23\text{km/h} \tag{19}$$

[1,5]

(b) Es wirken keine Drehmomente, weil die Gewichtskraft als einzige Kraft paralell zum Verbindungsvektor von der Aufhängung wirkt. Also bliebt der Drehimpuls erhalten.

$$\Theta_{\text{liegend}}\omega = \Theta_{\text{sitzend}}\tilde{\omega} \qquad \Rightarrow \qquad \tilde{\omega} = \frac{\Theta_{\text{liegend}}\omega}{\Theta_{\text{sitzend}}} = 1,66\text{s}^{-1}$$

$$\tilde{v} = l\tilde{\omega} = 3,32\text{m/s} = 11,93\text{km/h} \tag{20}$$

[1,5]

(c) Energieerhaltung:

$$mgh_1 + \frac{1}{2}\Theta_{\text{sitzend}}\tilde{\omega}^2 = mgh_2 \qquad \Rightarrow \qquad h_2 = h_1 + \frac{1}{2}\frac{\Theta_{\text{sitzend}}\tilde{\omega}^2}{mg} = 1,1\text{m} \tag{21}$$

[1]

(d) Das Kind leistet Arbeit gegen die Gewichtskraft, wenn es sich aufrichtet. Die so hinzukommende Energie ermöglicht es, höher zu schaukeln, als die Ausgangslage.

[1]

Aufgabe 4 (4 Punkte)

An einer langen Schraubenfeder ist ein hantelförmiger Körper angeschweißt (vgl. Skizze). Dieses Feder-Masse-System kann entweder eine vertikale Längsschwingung oder eine Drehschwingung um die Federachse ausführen.

(a) Belastet man die Feder mit der Gewichtskraft der Hantel, dann verlängert sich die Feder um $s_1 = 0,37\text{m}$. Die Hantel besteht aus einem idealisierten masselosen Stab und den beiden Kugeln (vgl. Skizze). Berechnen Sie die Eigenfrequenz $\omega_{0,L}$ für die vertikale ungedämpfte Längsschwingung des Federpendels.

(b) Dreht man in der Ruhelage der Längsschwingung die Hantel fünf Mal vollständig um die vertikale Schraubenachse, dann ist dazu ein äußeres Drehmoment von $M_{ext} = 5,6 \cdot 10^{-2}\text{Nm}$ aufzuwenden, um die Hantel statisch ruhig zu halten. Welche Eigenfrequenz $\omega_{0,Dr}$ hat die reine Drehschwingung der Hantel? Berechnen sie die Drehfederkonstante k* des Pendels. (Trägheitsmoment Kugel: $\frac{2}{5}mr^2$)

Lösung:

(a) Die Federkonstante k für die Längsschwingungen ergibt sich für eine ideale Feder nach Hooke aus der äußeren Kraft F_{ext}, hier der Gewichtskraft der beiden Kugeln, und der sich einstellenden Auslenkung s_1.

$$F_{ext} = cs_1 = 2mg$$

$$k = \frac{F_{ext}}{s_1} = 1,697\text{Nm}$$

$$\omega_{0,L} = \sqrt{\frac{k}{2m}} = \sqrt{\frac{g}{s_1}} = 5,149\frac{1}{\text{s}}$$

[1,5]

(b) Die Drehfederkonstante k* ergibt sich für eine ideale Drehfeder aus dem äußeren Drehmoment M_{ext} und dem sich dadurch einstellenden Auslenkwinkel ϕ.

$$M_{ext} = k^*\phi$$

also für $\phi = 5 \cdot 2\pi$ (Drehwinkelangabe im Bogenmaß)

$$k^* = \frac{M_{ext}}{\phi} = 1,789 \cdot 10^{-3}\text{Nm}$$

für die Eigenfrequenz erhält man

$$\omega_{0,Dr} = \sqrt{\frac{k^*}{\Theta}} = 4,128\frac{1}{\mathrm{s}}$$

Das Gesamtträgheitsmoment des Aufbaus ergibt sich mit dem Satz von Steiner

$$\Theta = 2(\frac{2}{5}mr^2 + mL^2) = 1,050 \cdot 10^{-4}\mathrm{kgm}^2$$

[**2,5**]

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Eine griechische Prinzessin besucht Archimedes mit der Bitte, ihr auf einem persischen Flohmarkt erstandenes Goldgeschmiede auf Echtheit zu prüfen. Er hängt den Schmuck an eine Federwaage und liest eine Kraft von $F_1 = 3\mathrm{N}$ ab. Anschließend wiederholt er die Messung, wobei er den Schmuck (nicht aber die Federwaage) jetzt vollständig ins Wasser eintaucht. Das Ergebnis ist eine Kraft von $F_2 = 2.7\mathrm{N}$. Wie lautet sein Urteil? Begründen sie Ihre Antwort durch Rechnung. Hinweis: Dichte von Wasser: $\rho_W = 1.0\mathrm{g/cm}^3$, Dichte von Gold: $\rho_G = 19.3\mathrm{g/cm}^3$

Lösung

Bei der ersten Messung wird die Gewichtskraft gemessen, bei der zweiten die Gewichtskraft minus Auftriebskraft. Mit M=Masse des Schmucks, V=Volumen des Schmucks und ρ_S=Dichte des Schmucks erhält man:

$$F_1 = Mg = V\rho_S g \tag{22}$$

$$F_2 = F_1 - V\rho_W g \tag{23}$$

[**1**]

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{\rho_S - \rho_W}{\rho_S} \tag{24}$$

Auflösen ergibt:

$$\rho_S = \frac{\rho_W}{1 - \frac{F_2}{F_1}} = 10\rho_W = 10\mathrm{g/cm}^3 < \rho_G \tag{25}$$

Der Schmuck ist nicht aus Gold (oder er ist hohl)

[**1**]

Aufgabe 6 (5 Punkte)

Gegeben sei ein Block der Masse M aus dem eine Kreisfläche mit Radius R so herausgeschnitten wurde, dass der Block eine Rutsche bildet. Am oberen Ende der Rutsche befinde sich eine ausgedehnte Kugel mit Masse m und Radius r. Reibung ist in jedem Fall nicht explizit zu berücksichtigen.

(a) Zunächst sei der Block am Boden fixiert und die Kugel befinde sich in Ruhe. Die Kugel rollt die Rutsche hinunter. Berechnen Sie die Geschwindigkeit der Kugel beim Verlassen der Rutsche!

(b) Nun sei die Rutsche frei beweglich bezüglich des Bodens. Berechnen Sie die Geschwindigkeiten von Kugel und Rutsche unmittelbar nachdem die Kugel die Rutschfläche verlassen hat! (Trägheitsmoment Kugel: $\frac{2}{5}mr^2$)

Lösung

(a) Wir bezeichnen die Geschwindigkeit der Kugel mit v. Es gilt Energieerhaltung. Zunächst besitzt die Kugel potentielle Energie bezüglich des Absprungpunktes, die in Translations- und Rotationsenergie umgewandelt wird.

$$E_{\text{pot}} = E_{\text{trans}} + E_{\text{rot}}$$

Mit dem Trägheitsmoment einer Kugel $I = 2mr^2/5$ ergibt sich demnach

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{5}mr^2\frac{v^2}{r^2} = \frac{7}{10}mv^2$$

Die Geschwindigkeit der Kugel nach Verlassen der Rutsche ist daher

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gR}$$

[**2**]

(b) Wir bezeichnen die Geschwindigkeit der Kugel mit v und die Geschwindigkeit der Rutsche mit V. Es gelten Energie- und Impulserhaltung. Wir vergleichen zunächst die Impulse vor und nach dem Herunterrollen der Kugel:

$$0 = mv - MV$$

Die potentielle Energie der Kugel wird vollständig in Translationsenergie der Rutsche, Translationsenergie der Kugel und Rotationsenergie der Kugel umgesetzt

$$mgR = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}I_{\text{Kugel}}\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}\frac{2}{5}mv^2$$

[**2**]

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man

$$v = \sqrt{\frac{2gR}{\frac{7}{5} + \frac{m}{M}}} \qquad \text{und} \qquad V = \frac{m}{M}\sqrt{\frac{2gR}{\frac{7}{5} + \frac{m}{M}}}$$

[**1**]

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Ein 95 kg schwerer Baumstamm (Schwerpunkt S) wird an zwei gleichen runden Stahldrähten A und B (Radius jeweils 1 mm) aufgehängt. Der unbelastete Draht A hat eine Länge von $L_A = 2$m und ist um $l = 2$mm kürzer als der Draht B. Es wird angenommen, dass die Drähte durch das Anhängen des Baumstammes elastisch gedehnt werden (Elastizitätsmodul von Stahl: $E = 200 \cdot 10^9 \text{N/m}^2$). Der Schwerpunkt des Baumes befindet sich **nicht** mittig zwischen den Drähten. Nach der Dehnung der Drähte ist der Baumstamm horizontal zu den Aufhängpunkten (z.B. der Dachkante) ausgerichtet.

(a) Berechnen Sie die Drahtkräfte F_A und F_B, die auf den Baumstamm wirken.

(b) Bestimmen Sie das Verhältnis der Strecken d_A/d_B.

Lösung

(a) Die unbelastete Länge des Drahtes A ist L_A und des Drahtes B ist $L_B = L_A + l$. Die Dehnung bei Belastung ist

$$\Delta L = \frac{F \cdot L}{A \cdot E} \qquad \Delta L_A = \frac{F_A \cdot L_A}{\pi r^2 \cdot E} \qquad \Delta L_B = \frac{F_B \cdot (L_A + l)}{\pi r^2 \cdot E}$$

Außerdem muss nach der Dehnung durch die unterschiedlichen Kräfte der Längenunterschied zwischen den beiden Drähten ausgeglichen sein.

$$\Delta L_A = \Delta L_B + l \Rightarrow \frac{F_A \cdot L_A}{\pi r^2 \cdot E} = \frac{F_B \cdot (L_A + l)}{\pi r^2 \cdot E} + l \Rightarrow F_B = \frac{F_A \cdot L_A}{L_B} - \frac{AEl}{L_B}$$

Damit sich der Stamm nicht bewegt muss die Summe aller wirkenden Kräfte null sein

$$\sum_i \vec{F}_i = 0 \Rightarrow F_A + F_B - mg = 0 \Rightarrow F_A = \frac{mgL_B + AEl}{L_A + L_B} = 780\text{N} \Rightarrow F_B = mg - F_A = 152\text{N}$$

[**3**]

(b) Damit der Stamm sich nicht dreht muss auch die Summe der Drehmomente M null sein.

$$\sum_i \vec{M}_i = 0 \Rightarrow F_A d_A - F_B d_B = 0 \Rightarrow \frac{d_A}{d_B} = \frac{F_B}{F_A} = 0,195$$

[**2**]

Aufgabe 8 (6 Punkte)

In einer Orgelpfeife wird die umschlossene Luftsäule zu Schwingungen angeregt, so dass sich eine stehende Welle ausbildet. Es soll ein Ton der Frequenz $\nu_0 = 35$Hz (Grundton) erzeugt werden. (*Hinweis:* $c_{Luft} = 340$m/s)

(a) Berechnen Sie die für die angegebene Frequenz ν_0 erforderliche Länge L der Pfeife für eine (i) beidseitig offene bzw. eine (ii) einseitig offene Pfeife.

(b) Berechnen Sie die allgemeinen Frequenzen ν_h der Obertöne für die beidseitig und die einseitig offene Pfeife. Skizzieren Sie jeweils den Verlauf der ortsabhängigen Amplitude der stehenden Welle in beiden Fällen für den **ersten** und **zweiten Oberton**.

Lösung

(a) Für die beidseitig offene Pfeife gilt:

$$L = (n+1)\frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow L = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow c = 2L\nu_0 \Rightarrow L = \frac{c}{2\nu_0} = 4,86\mathrm{m}$$

Für die einseitig offene Pfeife gilt:

$$L = (n+1/2)\frac{\lambda_n}{2} \Rightarrow L = \frac{\lambda}{4} \Rightarrow c = 4L\nu_0 \Rightarrow L = \frac{c}{4\nu_0} = 2,43\mathrm{m}$$

[**2**]

(b) Frequenz des n-ten Obertones einer beidseitig offenen Pfeife:

$$L = \frac{\lambda}{2} + n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \nu_n = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2L}(1+n) = \nu_0(1+n)$$

Frequenz des n-ten Obertones einer einseitig offenen Pfeife:

$$L = \frac{\lambda}{4} + n\frac{\lambda}{2} \Rightarrow \nu_n = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{4L}(1+2n) = \nu_0(1+2n)$$

[**2**]

[**2**]

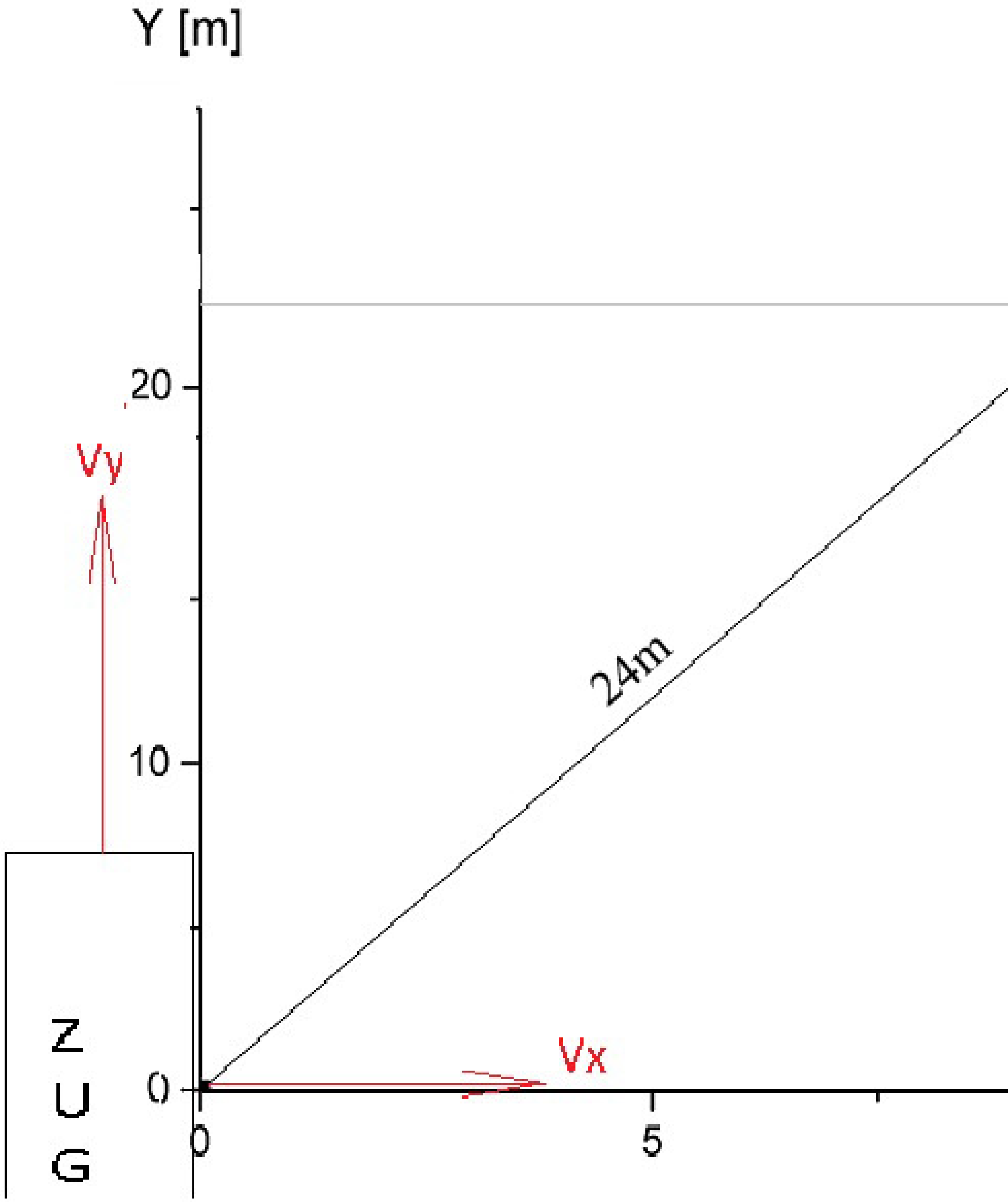
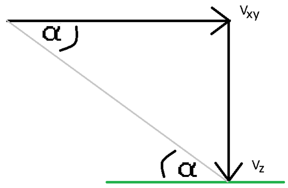
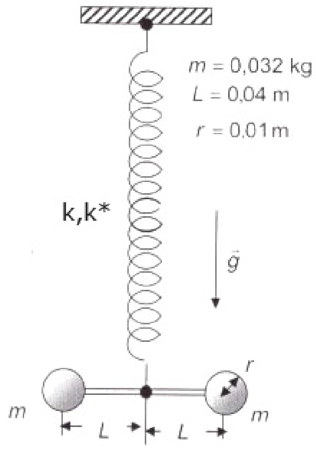
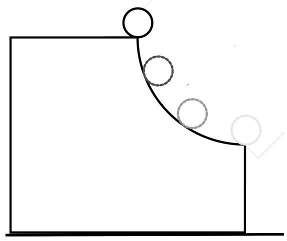
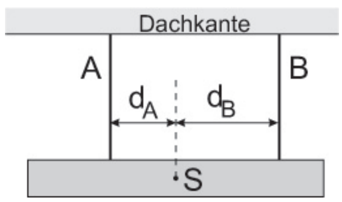


Abbildung 1: links: Vogelperspektive, Rechts: Beobachter

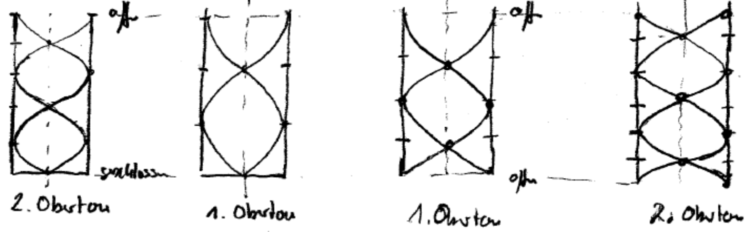

α
v_{xy}
α
v_z


m = 0,032 kg
L = 0,04 m
r = 0,01m
k,k*
$\vec{g}$
r
m
m
L
L




Dachkante
A
B
d_A
d_B
S

Obertöne:


offen
geschlossen
2. Oberton
1. Oberton
offen
offen
1. Oberton
2. Oberton