Technische Universität München **Wintersemester 2006/07**

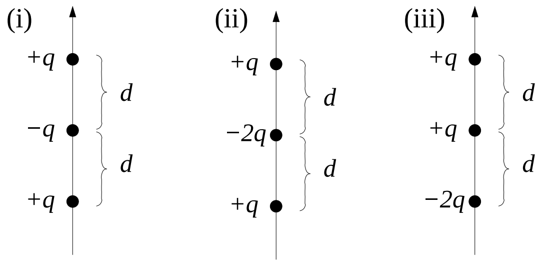
Theoretische Physik 2: ELEKTRODYNAMIK, Freischussklausur

Freitag, 23.02.2007 HS1 (A – Pm), HS2 (Pn – Z) 10:30 – 12:00

---

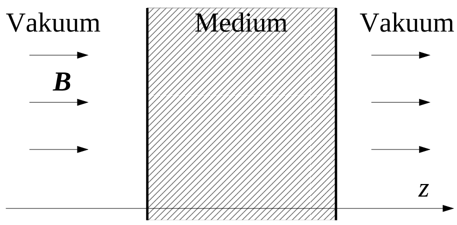
1. (a) Geben sie für das homogene Magnetfeld $\vec{B} = B_0 \hat{e}_z$ ein Vektorpotenzial $\vec{A}$ an. (1P)

(b) Betrachten Sie folgende Anordnungen ruhender Ladungen im Vakuum:



Geben Sie für jede Anordnung die führenden Potenzen von r an, mit denen das elektrostatische Potenzial $\Phi(\vec{r})$ und die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$ bei großem r abfallen. (6P)

(c) Ein homogenes paramagnetisches Medium mit Permeabilität $\mu > 1$ ist von Vakuum umgeben, in dem ein homogenes $\vec{B}$-Feld herrscht, das in z-Richtung zeigt, siehe Skizze.



Skizzieren Sie Qualitativ, wie die Stärke $|\vec{B}|$ der magnetischen Induktion und die Stärke $|\vec{H}|$ des Magnetfelds von z abhängen, insbesondere bei den Übergangen zwischen Vakuum und Medium. (3P)

2. Ein ebener Lichtpuls im Vakuum werde durch die Potenziale $\vec{A}(\vec{r}, t) = \hat{e}_x f(z - c_0 t)$, $\Phi(\vec{r}, t) = 0$ beschrieben.

   (a) Prüfen sie nach, ob die Potenziale der Lorentz-Eichung genügen. (1P)

   (b) Berechnen Sie die Orts- und Zeitabhängigkeit der Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$. (2P)

   (c) Berechnen Sie den Poynting-Vektor $\vec{S}(\vec{r}, t)$. (2P)

   (d) Wenn der Lichtpuls auf eine (nicht ruhende) Punktladung Q trifft, dann übt er durch sein elektrisches Feld und durch sein Magnetfeld jeweils eine Kraft auf die Punktladung aus. Welches Feld verursacht die stärkere Kraft? Begründen Sie Ihre Antwort. (2P)

3. Eine Punktladung Q liegt im Vakuum auf der positiven z-Achse im Abstand d von der x-y-Ebene, welche einen idealen Leiter im Halbraum $z < 0$ begrenzt.

   (a) Berechnen Sie die Dichte $\sigma(x, y)$ der an der Oberfläche des Leiters influenzierten Ladungen. (4P)

   (b) Rechnen Sie für $x = 0$, $y = 0$, $z > 0$, explizit nach, dass das elektrostatische Potenzial $\Phi_\sigma(\vec{r})$ das von der influenzierten Ladungsdichte hervorgerufen wird, mit dem übereinstimmt, was von einer Spiegelladung $-Q$ am Ort $x = 0$, $y = 0$, $z = -d$ verursacht würde. (4P)

4.(a) Berechnen Sie die Skalarprodukte der folgenden Paare von Vierer-Vektoren und nennen Sie die physikalische Bedeutung der Lorentz-Invarianz des Ergebnisses:

$$\partial^\mu = \begin{pmatrix} \frac{1}{c_0}\partial/\partial t \\ -\vec{\nabla} \end{pmatrix} \text{ und } A^\mu = \begin{pmatrix} \Phi/c_0 \\ \vec{A} \end{pmatrix} , \quad \partial^\mu \text{ und } \partial^\mu ,$$

$$k^\mu = \begin{pmatrix} \omega/c_0 \\ \vec{k} \end{pmatrix} \text{ und } x^\mu = \begin{pmatrix} c_0 t \\ \vec{r} \end{pmatrix} , \quad k^\mu \text{ und } k^\mu , \quad \partial^\mu \text{ und } j^\mu = \begin{pmatrix} c_0\rho \\ \vec{j} \end{pmatrix} .$$

(5P)

(b) Eine ebene Welle propagiert im Bezugsystem K in z-Richtung:

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} , \quad \vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} .$$

Leiten Sie aus den Maxwellgleichungen die Beziehungen zwischen $\vec{E}_0$ und $\vec{B}_0$ her. (3P)

(c) Die ebene Welle aus (b) ist rechts-zirkular polarisiert, wenn $E_{0y} = \mathrm{i}E_{0x}$. Allgemeinere Formulierung: In der Ebene senkrecht zu $\vec{k}$ sei E_1 eine Komponente von $\vec{E}_0$, etwa in Richtung $\hat{e}$, und E_2 die Komponente in Richtung $\vec{k}\times\hat{e}$; die Bedingung für rechts-zirkulare Polarisation ist $E_2 = \mathrm{i}E_1$.

Das Bezugsystem K' stimmt bei $t = t' = 0$ mit K überein und bewegt sich relativ zu K ohne Drehung mit Geschwindigkeit v in x-Richtung. In K' hat die ebene Welle die Form $\vec{E}'(\vec{r}',t') = \vec{E}_0'\, \mathrm{e}^{\mathrm{i}(\vec{k}'\cdot\vec{r}'-\omega' t')}$

(i) Berechnen Sie den Wellenvektor $\vec{k}'$ der ebenen Welle in K'. (2P)

(ii) Berechnen Sie den Vorfaktor $\vec{E}_0'$ in K'. (4P)

(iii) Zeigen Sie, dass der Realteil von $\vec{E}_0'$ im Ortsteil von K' eine Richtung definiert, die orthogonal zu $\vec{k}'$ ist. (1P)

(iv) Überprüfen Sie, ob $\vec{E}_0'$ die oben genannte Bedingung für rechts-zirkulare Polarisation in K' erfüllt. (5P)

Nützliche Information:

- Maxwellgleichungen

$$\begin{array}{lll} \vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_{\text{frei}} & \vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} & \vec{D} = \varepsilon\varepsilon_0\vec{E} \\ \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 & \vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{j}_{\text{frei}} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} & \vec{H} = \frac{1}{\mu\mu_0}\vec{B} \end{array}$$

- Nützliches Integral

$$\int \frac{\rho d\rho}{(\rho^2+z_0^2)^{3/2}(\rho^2+z^2)^{1/2}} = \frac{1}{z_0^2-z^2}\sqrt{\frac{\rho^2+z^2}{\rho^2+z_0^2}}$$

- Lorentz Transformation (K' bewegt sich in x-Richtung)

$$\left\{\begin{array}{rcl} c_0 t' = x_0' &=& \gamma(x_0-\beta x_1) \\ x_1' &=& \gamma(x_1-\beta x_0) \\ x_2' &=& x_2 \\ x_3' &=& x_3, \end{array}\right. \quad \text{mit} \quad \left\{\begin{array}{rcl} \gamma &=& 1/\sqrt{1-\beta^2}, \\ \beta &=& v/c_0 \end{array}\right.$$

- Transformation der Felder (K' bewegt sich in x-Richtung)

$$\begin{array}{rclrcl} E_1' &=& E_1 & B_1' &=& B_1 \\ E_2' &=& \gamma(E_2 - c_0\beta B_3) & B_2' &=& \gamma(B_2 + (\beta/c_0)E_3) \\ E_3' &=& \gamma(E_3 + c_0\beta B_2) & B_3' &=& \gamma(B_3 - (\beta/c_0)E_2) \end{array}$$