Klausur zur Experimentalphysik I
Prof. Dr. G. Abstreiter

15. Februar 2002, 10-12 Uhr **WS 2001/02**

Aufgabe 1: Wilhelm Tell

a) Für den Pfeil gilt die Wurfparabel, d.h.

$$x(t) = \cos\alpha_0 \cdot v_0 \cdot t \qquad (1)$$

$$y(t) = -\frac{g}{2}t^2 + \sin\alpha_0 \cdot v_0 \cdot t + h_1 \qquad (2)$$

Die Flugzeit bis zum Apfel ergibt sich mit $x(t_1) = a$ zu $t_1 = \frac{a}{\cos\alpha_0 \cdot v_0}$ (2b)

Aus (2) folgt wegen $y(t_1) = h_2$

$$h_1 = h_2 + \frac{g}{2}t_1^2 - \sin\alpha_0 \cdot v_0 \cdot t_1 = h_2 + \frac{ga^2}{2\cos^2\alpha_0 \cdot v_0^2} - \tan\alpha_0 \cdot a = \underline{\underline{0.504m}}$$

b) Aus $\dot{x}(t_1) = \cos\alpha_0 \cdot v_0 = \cos\alpha_1 \cdot v_1$ (3)

folgt $v_1 = \frac{\cos\alpha_0}{\cos\alpha_1} \cdot v_0$. (3b)

Zugleich ist $\dot{y}(t_1) = -gt_1 + \sin\alpha_0 \cdot v_0 = \sin\alpha_1 \cdot v_1$ (4)

Division von (3) und (4) liefert mit (2b) :

$$\alpha_1 = \arctan\left(\tan\alpha_0 - \frac{ga}{\cos^2\alpha_0 \cdot v_0^2}\right) = \underline{\underline{1.701°}} \qquad \Rightarrow (3b) \qquad v_1 = \underline{\underline{69.86 m/s}}$$

c) Impulserhaltung für inelastischen Stoß:

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$$

$$\Rightarrow \qquad v_2 = \frac{m_1 v_1}{(m_1 + m_2)} = \underline{\underline{13.97 m/s}}$$

$$\alpha_2 = \alpha_1 = \underline{\underline{1.701°}}$$

Aufgabe 2: 10 m Turm

a) Freier Fall, Fallzeit aus $y = \frac{1}{2} g t^2 \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{2s/g}$

Endgeschwindigkeit unmittelbar vor Auftreffen auf Wasser: $v_0 = gt = \sqrt{2gs} = \underline{\underline{14{,}0 m/s}}$

b) Im Wasser (ab vollständigem Eintauchen): Auftrieb kompensiert Erdbeschleunigung, daher lautet Bewegungsgleichung

$$m\ddot{y} = -k\dot{y} \quad \Rightarrow \quad \dot{v} = -\frac{k}{m} \cdot v$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m} \cdot v$$

c) durch Variablenseparation erhält man

$$\frac{dv}{v} = -\frac{k}{m} \cdot dt \quad \Rightarrow \quad \int_{v_0}^{v} \frac{dv'}{v'} = -\frac{k}{m} \int_{t_0}^{t} dt$$

$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{k}{m}(t - t_0)$, mit $t_0 = 0$ und $v_0 = \sqrt{2gs}$ folgt $v(t) = \sqrt{2gs} \cdot e^{-\frac{k}{m}t}$

$$y_{Wasser} = \int_0^t v(t')dt = \frac{\sqrt{2gs}}{k} m \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

Im Grenzfall unendlich langer Zeit t $(t \to \infty)$ wird $y_{Wasser} = \int_0^t v(t')dt = \frac{\sqrt{2gs}}{k} m = \underline{\underline{5.00 m}}$.

a) Oszillationsfrequenz: $\tilde{\omega}_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{25N/m}{1kg}} = \underline{\underline{5{,}00s^{-1}}}$

b) Zentrifugalkraft: $F_Z = m\omega^2 r$

Federkraft: $F_F = (r_1 - r)k$

Bewegungsgleichung: $m\ddot{r} = F_Z + F_F = m\omega^2 r + (r_1 - r)k = kr_1 - (k - m\omega^2)r$

Gleichgewichtsposition: $m\ddot{r} = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{r_2 = \frac{k}{k - m\omega^2} r_1 = 1{,}30m}}$

c) Ansatz für harmonische Schwingung um die Gleichgewichtsposition:

$\underline{\underline{r(t) = r_2 + A \cdot \cos(\tilde{\omega}_2 t + \varphi)}}$

$\ddot{r}(t) = -\tilde{\omega}_2^{\,2} \cdot A \cdot \cos(\tilde{\omega}_2 t + \varphi)$

Einsetzen in Bewegungsgleichung:

$$-m \cdot \tilde{\omega}_2^{\,2} \cdot \cancel{A \cdot \cos(\tilde{\omega}_2 t + \varphi)} = kr_0 - (k - m\omega^2)(r_2 + A \cdot \cos(\tilde{\omega}_2 t + \varphi))$$

$$= \cancel{kr_0} - \cancel{kr_0} - (k - m\omega^2) \cancel{\cdot A \cdot \cos(\tilde{\omega}_2 t + \varphi)}$$

$$\Rightarrow \quad m \cdot \tilde{\omega}_2^{\,2} = (k - m\omega^2)$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\tilde{\omega}_2 = \sqrt{\frac{k}{m} - \omega^2}}} = \sqrt{\frac{25N/m}{1kg} - (2{,}4s^{-1})^2} = \underline{\underline{4{,}39s^{-1}}}$$

d) Trägheitsmoment: $I = mr^2 = 1kg \cdot 1m^2 = 1kgm^2$

Rotationsenergie: $E_{Rot} = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^{\,2} = \frac{1}{2} m r_1^{\,2} \omega_1^{\,2} = \frac{1}{2} 1kg \cdot 1m^2 \cdot (2{,}4s^{-1}) = \underline{\underline{2{,}88J}}$

Drehimpuls: $J = I_1 \omega_1 = m r_1^2 \omega_1 = 1kg \cdot 1m^2 \cdot 2{,}4s^{-1} = \underline{\underline{2{,}4kg \cdot m^2 s^{-1}}}$

e) Hier gilt Drehimpulserhaltung: $\underline{\underline{J_2}} = m r_2^{\,2} \omega_2 = m r_1^{\,2} \omega_1 = \underline{\underline{J_1}}$

Energieverlust: $E_- = E_{rot} - E_{rot,2} - \Delta E_{Feder} = E_{rot} - \frac{1}{2} m r_2^{\,2} \omega_2^{\,2} - \frac{1}{2} k (r_3 - r_1)^2$

ω_2 aus Impulserhaltung: $\omega_2 = \frac{r_1^{\,2}}{r_2^{\,2}} \omega_1 = 1{,}81s^{-1}$

oder ω_2 aus Kräftegleichgewicht:

$$-F_F = (r_2 - r_0)k = r_2 m \omega_2^{\,2} = F_Z \quad \Rightarrow \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{k}{m}\left(1 - \frac{r_0}{r_2}\right)}$$

$$E_- = 2{,}88J - \frac{1}{2} 1kg (1{,}15m)^2 (1{,}81s^{-1})^2 - \frac{1}{2} \cdot 25 \frac{N}{m} \cdot (0{,}15m)^2 = \underline{\underline{0{,}43J}}$$

Aufgabe 4

a) Vollkommen elastischer Stoß zwischen dem einzelnen Wagen und einem der gekoppelten.

Energieerhaltung: $\frac{1}{2}mv_{m,1}^{2}=\frac{1}{2}mv_{m,2}^{2}+\frac{1}{2}Mv_{M,2}^{2}$ (I)

Impulserhaltung: $mv_{m,1}=mv_{m,2}+Mv_{M,2}$ (II)

aus (II): $v_{M,2}=\frac{m}{M}\left(v_{m,1}-v_{m,2}\right)$ (II‘)

(II‘) in (I): $Mv_{m,1}^{2}=Mv_{m,2}^{2}+m\left(v_{m,1}-v_{m,2}\right)^{2}=Mv_{m,2}^{2}+mv_{m,1}^{2}-2mv_{m,1}v_{m,2}+mv_{m,2}^{2}$

$$\Rightarrow\quad (m+M)v_{m,2}^{2}-2mv_{m,1}v_{m,2}+(m-M)v_{m,1}^{2}=0$$

$$\Rightarrow v_{m,2}=\frac{2mv_{m,1}\pm\sqrt{4m^{2}v_{m,1}^{2}-4\left(m^{2}-M^{2}\right)v_{m,1}^{2}}}{2(m+M)}=\frac{m\overset{(+)}{-}M}{m+M}v_{m,1}$$

$$=\frac{18t-30t}{18t+30t}36km/h=\underline{\underline{-9km/h}}=\underline{\underline{-2{,}5\,m/s}}$$

Das „+“ – Zeichen beschreibt die Lösung vor dem Stoß, das „-“ – Zeichen beschreibt die gesuchte Lösung nach dem Stoß.

in (II‘): $v_{M,2}=\frac{m}{M}\left(v_{m,1}-v_{m,2}\right)=\frac{18t}{30t}\left(36km/h+9km/h\right)=27km/h=7{,}5\,m/s$

Unmittelbar nach dem Stoß bewegt sich der erste der beiden Wagen mit $v_{M,2}$, während der zweite noch steht. Der Schwerpunkt bewegt sich also mit:

$$v_{S,2}=\frac{Mv_{M,2}+M\cdot 0}{M+M}=\frac{1}{2}v_{M,2}=\underline{\underline{13{,}5km/h}}=\underline{\underline{3{,}75\,m/s}}$$

b) Translationsenergie: $E_t=\frac{1}{2}M_S v_{S,2}^{2}=\frac{1}{2}(2\cdot 30t)\cdot(13{,}5km/h)^{2}=\underline{\underline{422kJ}}$

Schwingungsenergie:

* 1. Möglichkeit: Schwingungsenergie E_s = potentielle Energie der Federspannung + kinetische Energie der Relativbewegung (im Schwerpunktsystem)

Unmittelbar nach dem Stoß ist die pot. Energie = 0

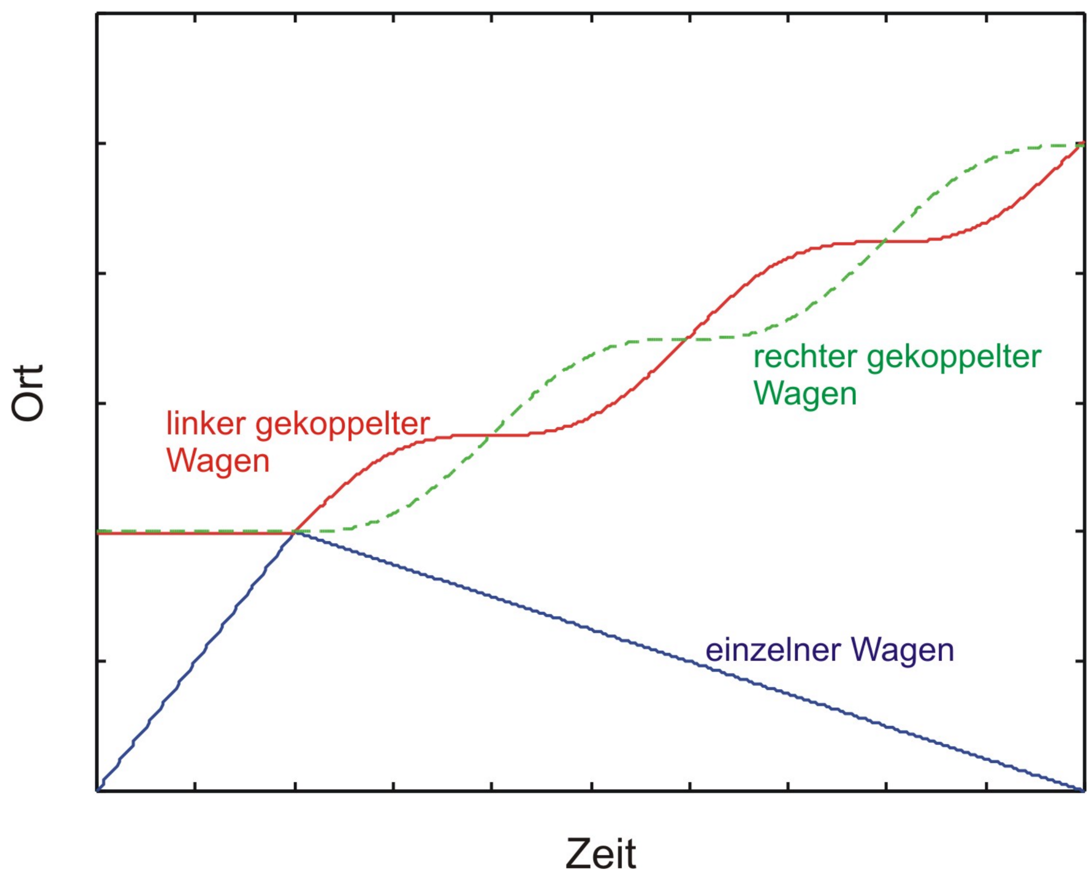
$$\Rightarrow\quad E_s=E_{kin,rel}=2\cdot\frac{1}{2}M\cdot v_{S,2}^{2}=30t\cdot(13{,}5km/h)^{2}=\underline{\underline{422kJ}}$$

* 2. Möglichkeit: Schwingungsenergie E_s = Gesamtenergie vor dem Stoß – Translationsenergie nach dem Stoß

$$\Rightarrow \quad E_s = E_{m,1} - E_{m,2} - E_{2M,2} = \frac{1}{2} m \cdot v_{m,1}{}^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_{m,2}{}^2 - \frac{1}{2}(2 \cdot M) \cdot v_{S,2}{}^2$$

$$= \frac{1}{2} 18t \cdot \left((36km/h)^2 - (-9km/h)^2 \right) - \frac{1}{2} 60t \cdot (13{,}5km/h)^2 = \underline{\underline{422kJ}}$$

c)



Oszillation der gekoppelten Wagen um ihre Scherpunktbewegung.
(maximale Geschwindigkeit des linken Wagens, wenn der rechte steht und umgekehrt; unmittelbar nach dem Stoß steht der rechte Wagen noch)

a) Bernoulli-Gleichung:

für das gekrümmte Rohr gilt: $p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} = \rho g h + p_0$ (I)

im geraden Rohr gilt: $p_1 = \rho g h_1 + p_0$ (II)

(I) – (II): $\frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} = \rho g\left(h - h_1\right) \quad \Rightarrow \quad h = h_1 + \frac{v_1^{\,2}}{2 \cdot g} = \underline{\underline{20{,}0cm}}$

Dynamischer Druck: $p_{dyn} = \frac{1}{2}\rho v_1^{\,2} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^3 kg/m^3 \cdot \left(1{,}4m/s\right)^2 = \underline{\underline{980Pa}}$

b) $p_{stat} = \rho g h_1 + p_0 = 10^3 kg/m^3 \cdot 9{,}81 m/s^2 \cdot 0{,}1m + 1{,}013 \cdot 10^5 Pa = \underline{\underline{1{,}023 \cdot 10^5 Pa}}$

$p_{ges} = p_{stat} + p_{dyn} = 1{,}023 \cdot 10^5 Pa + 980Pa = \underline{\underline{1{,}033 \cdot 10^5 Pa}}$

Es ist $pV = nRT \Rightarrow V_0 = nRT / p_0$

a) Isothermer Prozess:

$$p_1 V_1 = p_0 V_0 \quad \text{mit} \quad p_1 = p_0 + \frac{mg}{A} = \underline{\underline{1196 hPa}}$$

$$\Rightarrow \quad V_1 = \frac{nRT}{p_0 + \frac{mg}{A}} = \frac{AnRT}{Ap_0 + mg} = \underline{\underline{40{,}73 l}}$$

b) $W_{isotherm} = -\int_{V_0}^{V_1} p dV = -nRT \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{V} = -nRT(\ln V_1 - \ln V_0)$

$0 = \Delta U = \Delta Q + W \quad \Rightarrow \quad \Delta Q = -W$

$$\Delta Q = nRT \ln \frac{V_1}{V_0} = nRT \ln \frac{p_0}{p_1} = nRT \ln \frac{Ap_0}{Ap_0 + mg} = -nRT \ln\left(1 + \frac{mg}{Ap_0}\right) = \underline{\underline{-872{,}9 J}}$$

c) Isobarer Prozess:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} \quad \Leftrightarrow \quad T_2 = \frac{V_2}{V_1} T_1 = \frac{V_0}{V_1} T_1 = \frac{nRT}{p_0 V_1} T = \underline{\underline{350{,}5 K}}$$

$$\delta Q = nc_p dT = n(c_v + R) dT = n(\frac{3}{2} R + R) dT = \frac{5}{2} nRdT$$

$$Q_{1\to 2} = \frac{5}{2} nR \int_{T_1}^{T_2} dT = \frac{5}{2} nR(T_2 - T_1) = \underline{\underline{2390 J}}$$