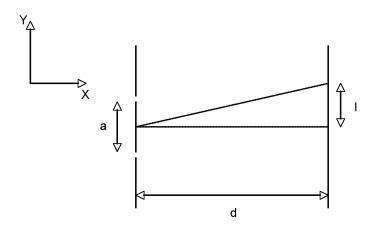
Ferienkurs Experimentalphysik 4 2009

Übung 1

Heisenberg'sche Unschärferelation

Zeigen Sie, dass eine Messaparatur beim Doppelspaltexperiment, die den Durchgang eines Teilchens durch ein Loch detektieren kann, das Interferenzmuster zerstört.



Dabei ist a der Abstand der Spalte, d der Abstand zum Schirm und l der Abstand zweier benachbarter Maxima.

Ortswellenfunktion, Wahrscheinlichkeitsinterpretation

Die Quantenmechanische Wellenfunktion eines Teilchens sei gegeben durch

$$\Psi(x) = N e^{\frac{-|x|}{a}}$$

- a) Bestimmen Sie den Normierungsfaktor N so, dass die Wellenfunktion auf 1 normiert ist. Warum ist die Verwendung von normierten Wellenfunktionen notwendig für die Wahrscheinlichkeitsinterpretation der Quantenmechanik? Welche Einheit hat die Wellenfunktion?
- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen am Ort x = 0 zu finden? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall [-a, a] zu finden?

Erwartungswert des 1-d harmonischen Oszillators

a) Berechnen Sie den Erwartungswert für den Operator des ein-dimensionalen harmonischen Oszillators

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega^2 \hat{x}^2}{2}$$

mit Hilfe der Wellenfunktion

$$\Psi_{\lambda}(x) = A e^{-\lambda x^2}$$

b) Minimieren sie das Ergebnis hinsichtlich λ und zeigen sie, dass man die Grundzustandsenergie E_0 des harmonischen Oszillators für $\lambda = \lambda_{min}$ erhält.

Was stellt $\Psi_{\lambda_{min}}$ dar?

Tipp:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} dx \sqrt{\frac{a}{\pi}} \cdot e^{-ax^2} = 1$$

1-d Potentialbarriere

Ein Teilchen der Masse m und Energie E bewege sich von links in auf eine ein-dimensionale Potentialbarriere V(x) zu.

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < 0 \\ V_0 & \text{für } x \ge 0 \end{cases}$$

- a) Wie lautet die allgemeine Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung für den Bereich $-\infty < x < \infty$ für ein Teilchen mit Energie $E > V_0$
- b) Berechnen Sie die Reflektions- und die Transmissionswahrscheinlichkeit.
- c) Nun bewege sich ein Teilchen der Masse m
 und Energie $E>V_0$ auf eine abfallende Potentialstufe zu, die gegeben ist durch

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{für } x \le 0\\ 0 & \text{für } x > 0 \end{cases}$$

Berechnen Sie die Reflektionswahrscheinlichkeit.

- d) Wie lautet die allgemeine Lösung der zeitunabhängigen Schrödingergleichung für den Bereich $-\infty < x < \infty$ für ein Teilchen mit Energie $E < V_0$, dass sich im gleichen Potential wie in a) bewegt?
- e) Was ist jetzt die Reflektionswahrscheinlichkeit?