Nachklausur zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. L. Fabbietti, Dr. B. Ketzer

Wintersemester 2012/2013

3. April 2013

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig hand- oder computerbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

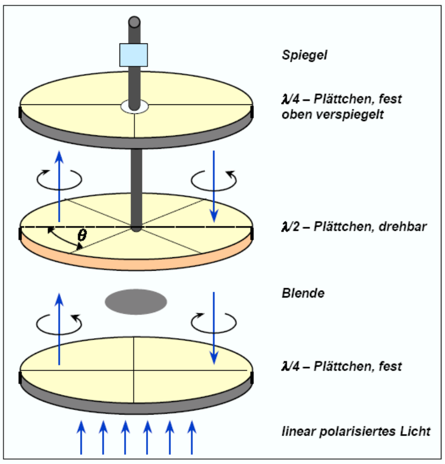
Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

(a) Skizzieren Sie den Versuchsaufbau von R.A. Beth aus dem Jahr 1936 zur Messung des Drehimpulses von Licht bzw. des Photons.

(b) Schreiben Sie die elektrischen komplexen Felder mit der jeweiligen Polarisation der Lichtwelle nach jedem Element im Versuchsaufbau an und beschreiben Sie den Versuch und seine Beobachtung.

Lösung



(a) [**2**]

(b) • linkszirkular polarisiertes Licht fällt auf $\lambda/2$ Plättchen (Quarz)

$$E_1(t) = E_0 e^{i\omega t} \cdot e^{i\pi/2} = E_4(t) \tag{1}$$

- tritt rechtszirkular polarisiert aus $\Rightarrow$ Drehimpulsänderung pro Photon $\Rightarrow$ Drehmomentübertrag auf $\lambda/2$ Plättchen $M_1 = 2\hbar$

$$E_2(t) = E_0 e^{i\omega t} \cdot e^{-i\pi/2} = E_3(t) \tag{2}$$

- Reflexion an oben verspiegeltem $\lambda/4$ Plättchen $\Rightarrow$ Drehung der Impuls- und Polarisationsrichtung, d.h. Licht bleibt rechtszirkular
- weiterer Durchgang durch $\lambda/2$ Plättchen $\Rightarrow$ tritt linkszirkular polarisiert aus $\Rightarrow$ Drehmomentübertrag auf $\lambda/2$ Plättchen $M_2 = 2\hbar$
- gleiches Vorzeichen von M1 und M2 $\Rightarrow$ Drehung des Spiegels, der mit $\lambda/2$ Plättchen verbunden ist

[**3**]

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Ein idealisierter Lichtstrahl durchlaufe eine planparallele Glasplatte der Dicke d und trete auf der anderen Seite wieder aus. Die Platte befinde sich in Luft. Ihr Brechungsindex sei n_G.

(a) Zeigen Sie, dass der Austrittswinkel des Lichtstrahls mit dem Eintrittswinkel übereinstimmt.

(b) Der Lichtstrahl wird also parallel zum eintretenden Strahl verschoben. Wie groß ist der parallele Versatz a in Abhängigkeit von der Dicke der Glasplatte d?

(c) Nehmen Sie jetzt an, dass der Lichtstrahl aus einem Medium mit Brechungsindex n_1 auf die Platte trifft und in ein Medium mit Brechungsindex n_2 austritt. Es gelte $n_1, n_2 < n_G$. Zeigen Sie, dass der Austrittswinkel Θ_a nur vom Verhältnis ${}^{n_1}/_{n_2}$ und vom Einfallswinkel Θ_e abhängt.

Lösung

(a) Dein Eintrittswinkel sei Θ_e und der Austrittswinkel Θ_a. Der Lichtstrahl passiert zwei Grenzflächen. An der ersten kommt er vom optisch dünneren ins optisch dichtere Material. Das Snelliussche Gesetz ergibt dann

$$n_L \sin\Theta_e = n_G \sin\Theta_G \tag{3}$$

Dabei ist n_L der Brechungsindex von Luft, n_G der von Glas und Θ_G der Winkel, unter dem der Lichtstrahl das Glas durchläuft. Der Winkel Θ_G ist gleich dem, unter dem das Licht, auf die zweite Grenzfläche, also die Austrittsfläche, auftrifft. Für diese zweite Grenzfläche ergibt sich also

$$n_G \sin\Theta_G = n_L \sin\Theta_a \tag{4}$$

womit $n_L \sin\Theta_e = n_L \sin\Theta_a$ folgt, also $\Theta_e = \Theta_a$

[**1**]

(b) Der Lichtstrahl legt im Glas den Weg $l = {}^{d}/_{\cos\Theta_G}$ zurück. Der Winkel zwischen der ursprünglichen Richtung und der Ausbreitungsrichtung im Glas ist $\Theta_e - \Theta_G$. Also ist die Verschiebung

$$a = l \sin(\Theta_e - \Theta_G) \tag{5}$$

$$= d\frac{\sin(\Theta_e - \Theta_G)}{\cos\Theta_G} \tag{6}$$

[**1**]

(c) Analog zur ersten Teilaufgabe gilt $n_1 \sin\Theta_e = n_G \sin\Theta_G$ sowie $n_G \sin\Theta_G = n_2 \sin\Theta_a$. Damit folgt $n_1 \sin\Theta_e = n_2 \sin\Theta_a$. Dies entspricht einer Brechung an einer Grenzfläche zwischen n_1 und n_2. Damit bewirkt die Platte lediglich eine Parallelverschiebung, hat aber keinen Einfluss auf den Ablenkwinkel.

[**1**]

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Der Brechungsindex bei $\lambda_0 = 500\text{nm}$ für Germanium ist gegeben durch

$$n = 3,47 - 1,40i \tag{7}$$

mit i der imaginären Einheit.

(a) Berechnen Sie den Reflexionsgrad (aus Luft heraus) für senkrechte Einfallswinkel für eine polierte Germanium-Oberfläche.

(b) Berechnen Sie, wie weit eine Welle in Germanium eingedrungen ist, wenn ihre Intensität auf ein Tausendstel der Anfangsintensität abgefallen ist.

Lösung

Der Brechungsindex von Germanium ist in der komplexen Form $n = \overline{n} - ik$, mit n dem Brechungsindex und k dem Absorptionsindex. Das Fresnelsche Gesetz kann unter senkrechtem Einfallswinkel auf den komplexen Index angewandt werden. Der Reflexionskoeffizient ist dann komplex.

$$r_n = r_n e^{i\phi} = \frac{n-1}{n+1} = \frac{\overline{n} - ik - 1}{\overline{n} - ik - 1} \tag{8}$$

Daraus erhält man den Reflexionsgrad

$$R_n = r_n r_n^* = \frac{(\overline{n} - 1)^2 + k^2}{(\overline{n} + 1)^2 + k^2} \tag{9}$$

(a) Mit den oben erhaltenen Formeln erhält man

$$R_n = \frac{(3,47 - 1)^2 + (1,40)^2}{(3,47 + 1)^2 + (1,40)^2} = \frac{6,10 + 1,96}{19,98 + 1,96} = 0,37 \tag{10}$$

[**1**]

(b) Die Abnahme in der Lichtstärke als Funktion in x ist

$$I(x) = I_0 e^{-2Kx} \tag{11}$$

mit $K = {}^{2\pi k}/_{\lambda_0}$. Es ist gefordert

$$\frac{I}{I_0} = 10^{-3} \tag{12}$$

$$= e^{-\frac{4\pi k x}{\lambda_0}} \tag{13}$$

woraus folgt ${}^{4\pi k x}/_{\lambda_0} = 6,907$ und schließlich

$$x = \frac{6,907 \cdot 0,5}{4 \cdot 3,14 \cdot 1,40} \cdot 10^{-6}\text{m} \approx 200\text{nm} \tag{14}$$

[**2**]

Aufgabe 4 (7 Punkte)

Quarz hat für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2$ nm den Brechungsindex $n \cong 1 - a\lambda^2$ mit $a = 0,575 \cdot 10^{14}\text{m}^{-2}$. Beachten Sie, daß gilt: $n < 1$. Der Brechungsindex in Luft sei 1.

(a) Ein Neutronenstrahl werde durch ein Quarzprisma mit Öffnungswinkel $\phi = 120°$ abgelenkt. Skizzieren Sie den Strahlengang für den symmetrischen Durchgang. Zeigen Sie, daß bei symmetrischem Strahlengang im Fall $n \approx 1$ der Ablenkwinkel θ (Winkel zwischen Strahl vor und nach dem Prisma) in erster Näherung gegeben ist durch $\theta = 2(1-n)\tan\frac{\phi}{2}$. Berechnen Sie in dieser Näherung den Ablenkwinkel θ und die Dispersion $d\theta/d\lambda$ für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2$nm.

(b) Der Neutronenstrahl werde an einer ebenen Quarzoberfläche totalreflektiert. Wie hängt der Grenzwinkel δ der Totalreflektion (hier definiert als der Winkel zwischen Strahl und Oberfläche) bei streifendem Einfall in erster Näherung gegeben von n ab? Berechnen Sie den Grenzwinkel δ für Neutronen der Wellenlänge $\lambda = 2$nm. Neutronen welcher Wellenlänge werden bei einem festen Einfallswinkel δ (siehe Skizze) totalreflektiert?

Lösung

(a) [**2**]

$$\tilde{\alpha} + \tilde{\alpha} + (\pi - \phi) = \pi \Longrightarrow 2\tilde{\alpha} = \phi \tag{15}$$

$$(\tilde{\alpha} - \alpha) + (\tilde{\alpha} - \alpha) + (\pi - \theta) = \pi \Longrightarrow 2(\tilde{\alpha} - \alpha) = \theta \tag{16}$$

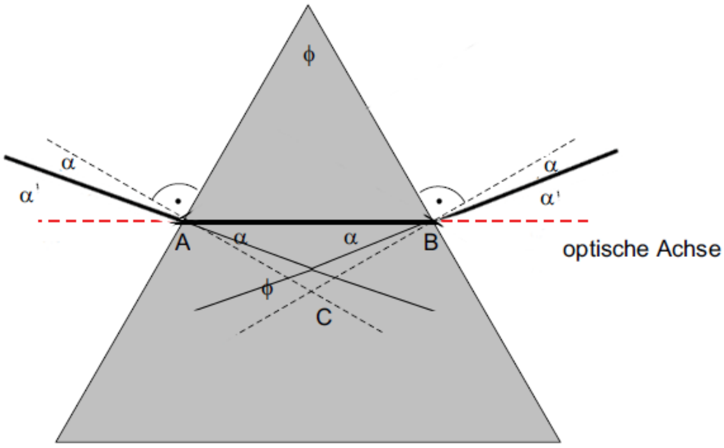
[**1**]

Zusammen mit $\sin\alpha = n\sin\tilde{\alpha}$ wird wenn $n \approx 1$ ist $\alpha \approx \tilde{\alpha}$. Damit kann man $\sin\tilde{\alpha}$ um α entwickeln.

$$\sin\alpha = n\sin\tilde{\alpha} = n[\sin\alpha + (\tilde{\alpha} - \alpha)\cos\alpha + ...] \tag{17}$$

Daraus folgt, dass das Brechungsgesetz zu

$$(1 - n)\tan\alpha = n(\tilde{\alpha} - \alpha) \tag{18}$$



[**1**]

wird. Aus

$$(1-n)\tan\frac{\phi}{2} = \frac{\theta}{2} \overset{n=1-a\lambda^2}{\longrightarrow} \theta = 2a\lambda^2 \tan\frac{\phi}{2} = 8\cdot 10^{-4} rad \tag{19}$$

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = 4a\lambda \tan\frac{\phi}{2} = 8\cdot 10^{-4}\frac{rad}{\text{nm}} \tag{20}$$

[**1**]

(b) Für den Winkel der Totalreflektion gilt:

$$n_1 \sin\phi_T = n\cdot \underbrace{\sin 90^\circ}_{1} \tag{21}$$

Mit $n_1 = 1$ und $\phi_T = \frac{\pi}{2} + \delta$ wird das zu

$$n = 1\cdot \sin\phi_T = \cos\delta \cong 1 - \frac{\delta^2}{2} \Longrightarrow \delta = \sqrt{2(1-n)} = \sqrt{2a\lambda^2} = 2,14\cdot 10^{-2} rad = 1,23^\circ \tag{22}$$

Bei festem Einfallswinkel werden daher alle Wellenlängen größer

$$\lambda = \frac{\delta}{\sqrt{2a}} \tag{23}$$

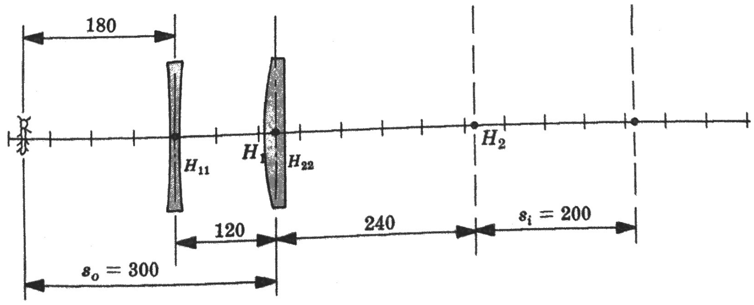
totalreflektiert.

[**2**]

Aufgabe 5 (4 Punkte)

In einem zylindrischen Papprohr befindet sich vorne eine bikonkave Linse der Brennweite −60mm und dahinter im Abstand von 120mm eine konvexplane Linse mit dem Radius 60mm. Der Brechungsindex beider Linsen ist 1,5. Berechnen Sie die effektive Brennweite des Systems, und bestimmen Sie das Bild, das von einer 3mm großen Ameise erzeugt wird, die sich 180mm vor der vorderen Linse befindet.

Lösung



Die positive Linse besitzt Brennweite $f_1 = (1,5-1)(1/60 - 1/\infty) = 120$mm. Die effektive Brennweite des Gesamtsystems beträgt folglich

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{-60} + \frac{1}{120} - \frac{120}{(-60)(120)} \tag{24}$$

[1]

also $f = 120$mm. Man erhält (siehe Abbildung)

$$\overline{H_{11}H_1} = \frac{(120)(120)}{120} = 120\text{mm} \tag{25}$$

$$\overline{H_{22}H_2} = \frac{(120)(120)}{-60} = 240\text{mm} \tag{26}$$

[1]

Daher beträgt die von H_1 aus gemessene Gegenstandsweite $s_0 = 300$mm, so dass folgt

$$\frac{1}{300} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{120} \tag{27}$$

also $s_i = 200$mm. Wie in der Abbildung liegt das Bild 200mm rechts von H_2. Die laterale Vergrößerung beträgt $V_T = -\frac{s_i}{s_0} = -\frac{200}{300} \approx -0,66$. Das Bild der Ameise ist also invertiert und verkleinert.

[2]

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Bei einer Doppelspaltanordnung in Fraunhoferscher Geometrie (Spaltabstand $a = 3,3$mm, Abstand zum Schirm $L = 3$m) wird direkt hinter einen der beiden Spalte (zwischen Spalt und Schirm) eine dünne Glasplatte der Dicke $D = 0,01$mm und Brechungsindex n gebracht. Beleuchtet wird mit monochromatischem Licht der Wellenlänge $\lambda = 550$nm. Sie messen eine Verschiebung der Interferenzstreifen um $4,73$mm gegenüber der Lage ohne Glas.

(a) Berechnen Sie den Brechungsindex des Glases.

(b) Berechnen Sie den Fehler dieser Messung, wenn der Messfehler bei der Bestimmung der Verschiebung $0,01$mm beträgt.

Lösung

(a) Ohne Glas befinden sich die Maxima bei den Winkeln

$$a \sin \Theta = m\lambda, m \in \mathbb{Z} \tag{28}$$

Eine Glasplatte der Dicke D verlängert den optischen Weg. Da es sich um eine dünne Glasscheibe handelt, nehmen wir an, dass alle Lichtstrahlen unabhängig vom Winkel Θ Glas der Dicke D *sehen*. Wir müssen also unsere Weglängendifferenz $a \sin \Theta$ aufteilen in einen Teil in Luft mit dem optischem Weg $(a \sin \Theta - D)n_{\text{Luft}}$ und einen Teil im Glas Dn. Der so berechnete Weg muss jetzt wiederum ein ganzzahliges Vielfaches von λ sein, also

$$a \sin \Theta + (n-1)D = m\lambda \tag{29}$$

mit $m \in \mathbb{Z}$. Dies ist also die gesuchte Maximalbedingung mit Glasplatte und es ist erkennbar, dass sich die Winkel ändern.

In Fraunhoferscher Geometrie können wir $\sin \Theta \approx \Theta$ setzen. Man erhält eine Verschiebung der Maxima von Θ auf $\Theta + \Delta\Theta$ um

$$\Delta\Theta = (n-1)\frac{D}{a} \tag{30}$$

Die Verschiebung $x = 4,73$mm ist gleich $L\Delta\Theta$, so dass wir für den Brechungsindex des Glases

$$n = 1 + \frac{a}{DL}x = 1,52 \tag{31}$$

erhalten.

[**3**]

(b) Der Fehler ist gegeben durch

$$\Delta n = \pm\frac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}x}\Delta x = \pm\frac{a}{DL}\Delta x = \pm 0,0011 \tag{32}$$

[**1**]

Aufgabe 7 (5 Punkte)

Sie bestrahlen die saubere Oberfläche eines Metalls im Vakuum mit Licht verschiedener Wellenlängen und messen folgende Grenzgegenspannungen

(a) Bestimmen Sie die Plancksche Konstante h.

(b) Berechnen Sie die Austrittsarbeit A.

(c) Berechnen Sie die Grenzwellenlänge für das Auftreten des Photoeffekts.

Wellenlänge (nm)	283	329	476
Grenzspannung (V)	2,11	1,49	0,33

Lösung

(a) Zur Berechnung der Planckschen Konstante benötigen wir nun zwei Frequenzen, die wir zunächst berechnen.

$$\nu_1 = \frac{c}{\lambda_1} = 0,10565 \cdot 10^{16} \mathrm{s}^{-1} \tag{33}$$

$$\nu_2 = \frac{c}{\lambda_2} = 0,09088 \cdot 10^{16} \mathrm{s}^{-1} \tag{34}$$

[**1**]

Wir stellen die Energiebilanz für beide Wellenlängen auf. Die Energie der Photonen ist die Summe von Austrittsarbeit A und Energie der Elektronen. Letztere ist durch die Grenzspannung bestimmt, also

$$h\nu_1 = eV_1 + A \tag{35}$$

$$h\nu_2 = eV_2 + A \tag{36}$$

[**1**]

Durch Subtraktion beider Gleichungen erhält man

$$h = e\frac{V_1 - V_2}{\nu_1 - \nu_2} = 1,602 \cdot 10^{-19} \frac{(2,11 - 1,49)}{(0,106 - 0,091) \cdot 10^{16}} \mathrm{CVs} = 6,726 \cdot 10^{-34} \mathrm{Js} \tag{37}$$

[**1**]

(b) Die Austrittsarbeit A lässt sich aus den Energiebilanzen berechnen:

$$A = h\nu_1 - eV_1 \tag{38}$$

$$= 3,725 \cdot 10^{-19} \mathrm{J} \tag{39}$$

$$= 2,33 \mathrm{eV} \tag{40}$$

[**1**]

(c) Die Grenzwellenlänge ist die Wellenlänge der Photonen, deren Energie gerade der Austrittsarbeit A entspricht

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{A} = 539,89 \mathrm{nm} \tag{41}$$

[**1**]

Aufgabe 8 (4 Punkte)

(a) Außerhalb der Erdatmosphäre misst man das Maximum des Sonnenspektrums bei einer Wellenlänge von ungefähr 465nm. Bestimmen Sie daraus die Oberflächentemperatur der Sonne unter der Annahme, dass die Sonne ein schwarzer Körper ist.

(b) Tatsächlich ist die Oberflächentemperatur der Sonne $T_\mathrm{S} \approx 5700\mathrm{K}$. Berechnen Sie nun die Oberflächentemperatur der Erde. Nehmen Sie dazu an, dass die Erde ein schwarzer Strahler im thermischen Gleichgewicht ist. Die Temperatur der Erdoberfläche sei Tag und Nacht gleich. Der Abstand Sonne-Erde ist $a \approx 150 \cdot 10^6\mathrm{km}$. Der Radius der Sonne ist $r = 6,96 \cdot 10^5\mathrm{km}$ und der der Erde $R \approx 6378\mathrm{km}$.

Lösung

(a) Wir wenden das Wiensche Verschiebungsgesetz an und erhalten

$$T = \frac{b}{\lambda_\mathrm{max}} \approx \frac{2,898 \cdot 10^6}{465}\mathrm{K} = 6232\mathrm{K} \tag{42}$$

[**1**]

(b) Als schwarzer Strahler im thermischen Gleichgewicht emittiert die Erde genausoviel thermische Strahlung, wie sie von der Sonne empfängt. Es wird angenommen, dass die Oberfläche gleichmäßig warm ist. Die Erde nimmt dann mit ihrem Querschnitt πR^2 Strahlung auf und strahlt mit der gesamten Oberfläche $4\pi R^2$ ab.

Wir wenden das Stefan-Boltzmannsche Gesetz auf die Sonne an und erhalten so die spezifische Ausstrahlung pro Flächeneinheit. Wir multiplizieren mit der Sonnenoberfläche und dividieren durch die Fläche einer Kugel, deren Radius gleich dem Abstand Sonne-Erde ist. Dies ergibt die Strahlungsflussdichte auf der Erde. Das betrachtete Flächenelement steht dabei senkrecht auf der Strahlrichtung. Folglich erhalten wir den Strahlungsfluss, der auf die Erde trifft, indem wir diesem Wert mit der Querschnittsfläche der Erde multiplizieren. Die Emission der Erde (Temperatur T) folgt ebenfalls mit dem Stefan-Boltzmannschen Gesetz, wobei wir jetzt mit der Oberfläche der Erde multiplizieren müssen. Durch Gleichsetzen von absorbierten und emittierten Strahlungsfluss erhalten wir

$$\sigma T_\mathrm{S}^4 \frac{4\pi r^2}{4\pi a^2} \pi R^2 = \sigma T^4 4\pi R^2 \tag{43}$$

$$T_\mathrm{S}^4 \frac{r^2}{a^2} = 4T^4 \tag{44}$$

$$T = \sqrt{\frac{r}{2a}} T_\mathrm{S} = 274,35\mathrm{K} \tag{45}$$

[**3**]