Prof. Dr. H. Friedrich
Physik-Department T30a

Technische Universität München

Probeklausur zur Theoretischen Physik I: Mechanik

Montag, 20.07.2009 Hörsaal 1 10:15 - 11:45

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Geben Sie möglichst kurze Antworten auf die folgenden Fragen:

(a) Begründen Sie, warum das Kraftfeld **(1 P)**

$$\vec{F}(\vec{r}) = c_0 \vec{r} \left(e^{-r^2/a_0^2} - \frac{r^4}{b_0^4} \right) \qquad a_0, b_0, c_0 \text{ konstant, konservativ ist.}$$

(b) Eine Schallplatte dreht sich auf einem Plattenspieler im Uhrzeigersinn (von oben betrachtet). Eine Ameise bewegt sich vom Zentrum radial nach außen. In welche Richtung wird die Ameise durch die Coriolis-Kraft vom geraden Weg abgedrängt? **(1 P)**

(c) Bei einer kanonischen Transformation der Hamilton-Funktion $H(\vec{r}, \vec{p})$ eines Systems auf neue Koordinaten Q_1, Q_2, Q_3 und Impulse P_1, P_2, P_3 können die drei Komponenten des Drehimpulses $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ nicht die drei neuen Impulsvariablen sein. Warum? **(1 P)**

(d) Ein Wasser-Molekül wird als ein System aus drei Massenpunkten beschrieben, die untereinander mit Hook'schen Federn verbunden sind. Wieviele unabhängige Eigenschwingungen gibt es in diesem System? **(1 P)**

(e) In einem System aus N Massenpunkten m_i wechselwirken die Teilchen über ein Zweiteilchen-Potential

$$U(\vec{r_1}, \ldots, \vec{r}_N) = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} u(|\vec{r}_i - \vec{r}_j|)\,.$$

Nennen Sie zwei Größen, die durch Hinzufügen eines äußeren Potentials

$$U_{\text{ext}} = \sum_{i=1}^{N} m_i g z_i$$

nicht mehr erhalten sind. **(2 P)**

(f) Ein Massenpunkt rollt unter dem Einfluss der Schwerkraft auf der inneren Fläche einer Kugelschale und bleibt stets unterhalb des Äquators. Welche Erhaltungsgrößen gibt es? **(2 P)**

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Ein Tennisball hüpft elastisch zwischen der Höhe $h = h_0$ und dem Boden ($h = 0$).

(a) Wie hängt die Periode der Bewegung von der Höhe h_0 ab? **(2 P)**

(b) Skizzieren Sie die Bahn der Bewegung im Phasenraum. **(2 P)**

(c) Wie sieht die Trajektorie im Phasenraum aus, wenn der Ball bei jeder Bodenberührung 19% seiner kinetischen Energie verliert? **(2 P)**

Aufgabe 3 (9 Punkte)

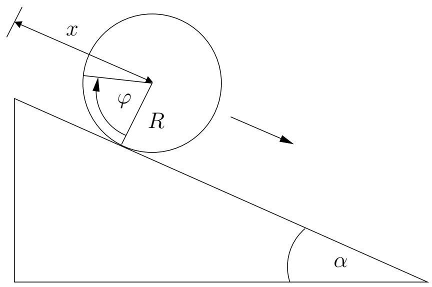
(a) Berechnen Sie für einen Kreisring mit Masse M, Radius R und vernachlässigbarem Querschnitt das Trägheitsmoment um die Achse der Rotationssymmetrie. Was ergibt sich hieraus für das Trägheitsmoment eines Hohlzylinders (Masse M, Radius R) um die Achse der Rotationssymmetrie? **(2 P)**

(b) Zeigen Sie, dass das Trägheitsmoment I einer dünnen, homogenen Kreisscheibe mit Masse M und Radius R um die Achse der Rotationssymmetrie gegeben ist durch $I = MR^2/2$. Was ergibt sich hieraus für das Trägheitsmoment eines homogenen Zylinders (Masse M, Radius R) um die Achse der Rotationssymmetrie? **(3 P)**

(c) Zeigen Sie, dass das Trägheitsmoment I einer homogenen Kugel der Masse M und Radius R gegeben ist durch $(2/5)MR^2$. **(4 P)**

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Ein rotationssymmetrischer Körper mit Radius R und Trägheitsmoment I um die Achse der Rotationssymmetrie rollt unter dem Einfluss der Gravitationsbeschleunigung g eine schiefe Ebene mit Neigungswinkel α herunter (siehe Zeichnung).



(a) Wie hängt die Strecke x, die der Schwerpunkt zurücklegt, mit dem Rotationswinkel φ zusammen? Stellen Sie die Lagrange-Funktion des Systems als Funktion von x und $\dot{x}$ auf und geben Sie die Bewegungsgleichungen an. **(4 P)**

(b) Wie groß ist die effektive Beschleunigung g' für: **(6 P)**

(i) einen Hohlzylinder (Masse M)
(ii) einen homogenen Zylinder (Masse M)
(iii) eine homogene Kugel (Masse M)