Technische Universität München **Wintersemester 2007/08**

Theoretische Physik 2: ELEKTRODYNAMIK, Lösungen (Probeklausur)

Freitag, 21.12.2007 HS1 11:00 – 12:30

...

Aufgabe 1: Multiple Choice Aufgaben: **(10 P)**

Bitte geben Sie genau eine Antwort [(i) oder (ii) oder (iii)] an. (Auswahl nach dem Zufallsprinzip lohnt nicht, da falsche Antworten mit *negativen* Punkten belegt werden!).

(a) Zwei gleiche Ladungen

i) ziehen sich an ii) stoßen sich ab. (1P)

(b) Zwei parallele konstante Ströme

i) ziehen sich an ii) stoßen sich ab iii) üben keine Kraft aufeinander aus. (1P)

(c) Zwei orthogonale konstante Ströme

i) ziehen sich an ii) stoßen sich ab iii) üben keine Kraft aufeinander aus. (1P)

(d) Ein ungeladenes Dielektrikum wird in ein externes $\vec{E}$-Feld eingefügt. Dadurch wird das $\vec{E}$-Feld

i) verstärkt ii) abgeschwächt. (1P)

(e) Ein Stück ferromagnetisches Material mit verschwindender (freier) Stromdichte wird in ein externes $\vec{B}$-Feld eingefügt. Dadurch wird das $\vec{B}$-Feld

i) verstärkt ii) abgeschwächt. (1P)

(f) Zwei parallele Drähte führen zunächst keinen Strom. Zur Zeit $t = t_0$ wird ein Strom durch einen dieser Drähte geschickt. Dadurch wird der zweite Draht

i) angezogen ii) abgestoßen. (1P)

(g) Die Erhaltung der elektrischen Ladung

i) folgt aus den Maxwell-Gleichungen ii) muss zusätzlich postuliert werden. (1P)

(h) Eine im Vakuum propagierende elektromagnetische Welle trifft senkrecht auf ein Medium mit Brechungsindex n , wobei $n \gg 1$. Diese Welle wird hauptsächlich

i) transmittiert ii) reflektiert iii) absorbiert. (2P)

(i) Gegeben seien die Felder $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{B}(\vec{r},t)$. Bestimmen die Maxwell-Gleichungen dann die Ladungsdichte $\rho(\vec{r},t)$ und die Stromdichte $\vec{j}(\vec{r},t)$ *eindeutig*?

i) Ja ii) Nein. (1P)

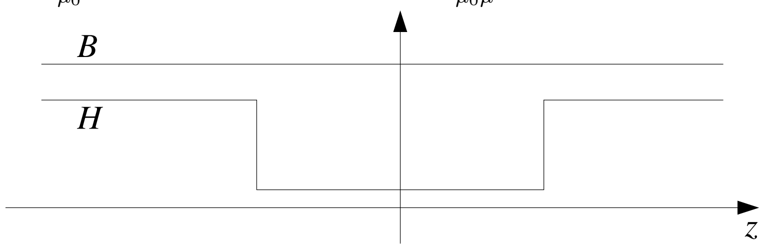
Aufgabe 2: (**10 P**)

(a) Z.B. $\vec{A} = B_0 x \hat{e}_y$

(b)

Anordung	Φ	$\vec{E}$
$\{+q, \ +q, \ -2q\}$	$\sim \frac{1}{r^2}$	$\sim \frac{1}{r^3}$
$\{+q, \ -2q, \ +q\}$	$\sim \frac{1}{r^3}$	$\sim \frac{1}{r^4}$
$\{+q, \ -q, \ +q\}$	$\sim \frac{1}{r}$	$\sim \frac{1}{r^2}$

(c) Aus den Grenzbedingungen an den Trennflächen folgt, dass $\vec{B}$ konstant für jeden Wert von z bleibt und $\frac{1}{\mu_0}B = H_{\text{Vacuum}} > H_{\text{Medium}} = \frac{1}{\mu_0\mu}B$.



Aufgabe 3: (**8 P**)

(a)

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$
$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$$

$\Rightarrow$ Coulomb – Eichung, $\quad \frac{\partial \Phi}{c_0^2 \partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0 \ \Rightarrow$ Lorentz – Eichung

(b)

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{\partial f}{\partial z}\hat{e}_y, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\frac{\partial f}{\partial t}\hat{e}_x.$$

(c)

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B} = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial f}{\partial t}\frac{\partial f}{\partial z}\hat{e}_z = \frac{c_0}{\mu_0}|\vec{B}|^2\hat{e}_z.$$

Hier haben wir folgende Identität benutzt:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -c_0\frac{\partial f}{\partial z}.$$

(d)

$$\frac{F_e}{F_m} = \frac{Q|\vec{E}|}{Q|\vec{v} \times \vec{B}|} = \frac{|\frac{\partial f}{\partial t}|}{v_\perp|\frac{\partial f}{\partial z}|} = \frac{c_0}{v_\perp} > 1$$

Aufgabe 4: (11 P)

Eine ebene e.m.-Welle im isotropen Medium wird beschrieben durch:

$$\vec{E} = \vec{E}_0\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t}, \;\; \vec{B} = \frac{1}{\omega}\left(\vec{k}\times\vec{E}_0\right)\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}-i\omega t}, \;\; \vec{k} = \frac{n\omega}{c}\hat{\epsilon}_k, \;\; n = \sqrt{\varepsilon\mu}$$

mit der Lichtgeschwindigkeit c im Vakuum, dem Brechungsindex n des Mediums.

(a) Wähle eine linear polarisierte einfallende Welle mit $\vec{E}_0 = E_{0y}\hat{\epsilon}_y$, die sich in x-Richtung ausbreitet. Die E- und B-Felder in verschiedenen Medien werden angesetzt als:
$x < 0$:

$$\vec{E} = \vec{E}_0\, e^{ik_1x-i\omega t} + \vec{E}_1\, e^{-ik_1x-i\omega t}\,,$$
$$c\vec{B} = \left(\hat{\epsilon_x}\times\vec{E}_0\right)\, e^{ik_1x-i\omega t} - \left(\hat{\epsilon_x}\times\vec{E}_1\right)\, e^{-ik_1x-i\omega t}\,.$$

$0 < x$:

$$\vec{E} = \vec{E}_2\, e^{ik_2x-i\omega t}, \;\; c\vec{B} = n\left(\hat{\epsilon_x}\times\vec{E}_2\right)\, e^{ik_2x-i\omega t}\,.$$

Dabei sind $k_1 = \omega/c$, $k_2 = n\omega/c$
Die tangentiellen Komponenten der E- und H-Felder sind an der Grenzen zwischen den Medien stetig. Im Fall nichtmagnetischer Medien ($\mu_i = 1$) gilt dies auch für B-Felder.
Aus der Stetigkeit der y-Komponenten der elektrischen Felder an den Grenze $z = 0$ folgt:

$$E_{0y} + E_{1y} = E_{2y} \tag{1}$$

Aus der Stetigkeit der z-Komponenten der B-Felder an der Grenze $x = 0$ folgt:

$$(E_{0y} - E_{1y}) = n\, E_{2y} \tag{2}$$

$$\Rightarrow\; E_{2y} = \frac{2}{1+n}E_{0y}\,,$$
$$E_{1y} = \frac{1-n}{1+n}E_{0y}$$

1. (b) $n = n_1 + i\,n_2, E_{0y} = |E_{0y}|e^{i\alpha}$:

$$E_{2y} = \frac{2}{|1+n|}|E_{0y}|e^{-n_2\omega x/c}\cos(n_1\omega x/c - \omega t + \alpha - \varphi)\,, \quad \tan\varphi = \frac{n_2}{1+n_1}$$

$$cB_{2z} = \frac{2|n|}{|1+n|}|E_{0y}|e^{-n_2\omega x/c}\cos(n_1\omega x/c - \omega t + \alpha - \varphi + \varphi_1)\,, \quad \cos\varphi_1 = \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2+n_2^2}}$$

Die zeitlich gemittelte Energiestromdichte der transmittierten Welle ist:

$$\overline{\vec{S}} = \overline{Re(\vec{E})\times Re(\vec{H})} = \frac{4|n|}{|1+n|^2}\frac{|E_{0y}|^2}{c\mu_0}e^{-2n_2\omega x/c}[\cos\varphi_1\overline{\cos^2(n_1\omega x/c - \omega t + \alpha)}$$
$$-\sin\varphi_1\overline{\cos(n_1\omega x/c - \omega t + \alpha - \varphi)\sin(n_1\omega x/c - \omega t + \alpha - \varphi}]\hat{\epsilon}_x$$
$$= \frac{2|n|}{|1+n|^2}\frac{|E_{0y}|^2}{c\mu_0}e^{-2n_2\omega x/c}\cos\varphi_1\hat{\epsilon}_x$$

Alternative:

$$\overline{\vec{S}} = \frac{1}{2} Re(\vec{E} \times \vec{H}^*) \overset{\mu=1}{=} \frac{1}{2\mu_0} Re(\vec{E} \times \vec{B}^*) = \frac{1}{2\mu_0\omega} Re(\vec{E} \times (\vec{k}^* \times \vec{E}^*)) =$$

$$= \frac{1}{2\mu_0\omega} Re(\vec{k}^*)(\vec{E} \cdot \vec{E}^*) = \frac{2n_1}{|1+n|^2} \frac{|E_{0y}|^2}{c\mu_0} e^{-2n_2\omega x/c} \hat{\epsilon}_x$$

Im Falle $n_1 = Re(n) \ll Im(n) = n_2$ und $|n| \gg 1$

$$\overline{\vec{S}} = \frac{2n_1}{n_2^2} \frac{|E_{0y}|^2}{c\mu_0} e^{-2n_2\omega x/c} \hat{\epsilon}_x$$