TU München, Lehrstuhl E23
Walther-Meissner-Institut
L. Alff, R. Gross

Experimentalphysik IV

Vordiplom-Klausur

27. Februar 2003, PD HS 1, 10:00-11:30

Aufgabe 1: Franck-Hertz-Versuch [~ 11/80 Punkte]

Beschreiben und interpretieren Sie den Franck-Hertz-Versuch von 1914!

(i) Zunächst generell: Was hat der Versuch gezeigt?

(ii) Beschreiben Sie den Versuchsaufbau! Zeichnen Sie ein schöne Skizze! Wo liegt welche Spannung an? Was wird gemessen und wie sieht die gemessene Kurve aus?

(iii) Welche Anforderungen sind an das Vakuum bei diesem Versuch gestellt?

(iv) Wenn Sie ein optisches Spektrometer zur Verfügung hätten, was könnten Sie dann warum zusätzlich messen?

Lösung 1: Franck-Hertz-Versuch [~ 11/80 Punkte]

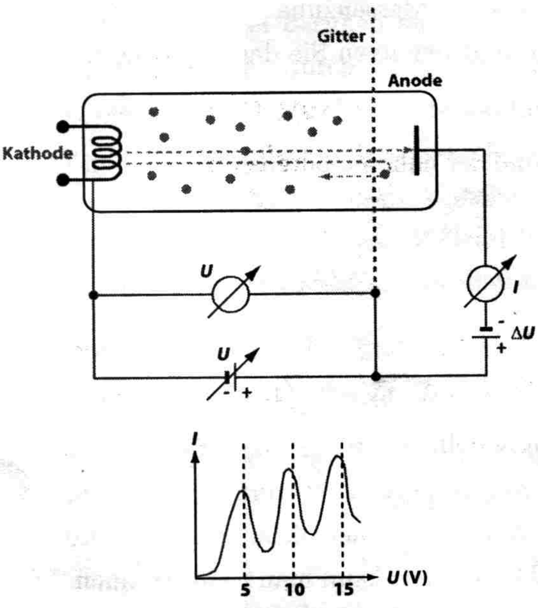

Abbildung 1: Franck-Hertz-Versuch.

Versuchsaufbau nach James Franck und Gustav Hertz (1914) (**5 Punkte**).

(i) Der Versuch zeigt, dass bei Stoßprozessen die Energiequantelung eine Rolle spielt: Die Energiezustände des Atoms sind quantisiert (**2 Punkte**)!

(ii) Die 5 Punkte für die Skizze werden wie folgt verteilt: In einer Röhre, die Quecksilberdampf enthält, werden von einer Glühkathode Elektronen emittiert. Diese werden durch ein Gitter beschleunigt (auf die Energie eU) und bei einer Anode aufgefangen (**1 Punkt**). Zwischen Gitter und Anode ist die Spannung so gewählt (ΔU), dass gerade nur Elektronen einer bestimmten Energie (nämlich $e\Delta U$) die Anode erreichen (**1 Punkt**). Der an der Anode gemessene Strom zeigt Oszillationen als Funktion der Beschleunigungsspannung (**1 Punkt**). Dies bedeutet, dass die Atome nicht kontinuierlich Energie auf die Atome übertragen, sondern immer bestimmte Energiequanta übertragen werden, die sich durch den Abstand der Maxima ergeben (4.9 eV in diesem Fall) (**1 Punkt**). Ein weiterer Punkt wird vergeben, wenn die Spannungen richtig angegeben sind (**1 Punkt**).

(iii) Das Vakuum sollte etwa 10^{-2} mbar betragen. Diese Zahl braucht man nicht zu wissen: Zu schlechtes Vakuum führt natürlich dazu, dass kein Strom mehr fließt (**1 Punkt**). Zu gutes Vakuum bedeutet, dass die Elektronen so gut wie gar keine inelastischen Stöße mehr mit den Quecksilberatomen haben (**1 Punkt**). Dann sieht man die Quantisierung natürlich nicht. Daher braucht es ein „mittleres" Vakuum.

(iv) Die angeregten Quecksilberatome fallen wieder in den Grundzustand zurück. Dabei senden sie Photonen der Frequenz ν aus, deren Energie wiederum gerade dem Energiequantum der Anregung entspricht. Mit optischer Spektrometrie lässt sich die Quantisierung daher noch besser nachweisen (**2 Punkte**).

Aufgabe 2: Wasserstoffatom [$\sim$ 13/80 Punkte]

(i) Wie groß sind Bahnradius r und Geschwindigkeit v des Elektrons auf der ersten Bohrschen Bahn mit $n = 1$ im Wasserstoff- und im Goldatom ($Z = 79$)? Berechnen Sie zunächst r. Ermitteln Sie dann die Geschwindigkeit klassisch (als Bruchteil von c), indem Sie Zentripetalkraft und Coulomb-Kraft benutzen. Rechnen Sie nicht relativistisch! Ist das gerechtfertigt?

(ii) Um wieviel unterscheidet sich die Masse des Wasserstoffatoms im Zustand $n = 2$ von der im Zustand $n = 1$ auf Grund der relativistischen Massenzunahme? Überlegen Sie sich dazu die Proportionalität von n und v und benutzen Sie das Ergebnis des ersten Aufgabenteils!

(iii) Um wieviel unterscheidet sich die Masse auf Grund der höheren potenziellen Energie? Vergleichen Sie die beiden Massendifferenzen.

Lösung 2: Wasserstoffatom [**13 Punkte**]

(i) Die Bahnradien betragen im Bohrschen Atommodell: $r_n = \frac{n^2}{Z} \cdot a_0$. Für $n = 1$ gilt daher $r_1 = a_0 \approx 5.3 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$ (a_0 war angegeben) (**1 Punkt**). Für Gold ergibt sich $r_1 = 6.70 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{m}$ (**1 Punkt**). Wer die Formel nicht kannte, sollte wenigstens $r = a_0$ beim Wasserstoff gewusst haben. Damit kann man weiterrechnen. Zur Geschwindigkeit setzt man nun Zentripetalkraft gleich Coulomb-Kraft: $\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Ze^2}{r^2}$ (**1 Punkt**). Daraus erhält man durch Umformung: $v = e\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{Z}{mr}} = 2.18 \cdot 10^6\,\mathrm{m/s} = 7.3 \cdot 10^{-3}c$ (**1 Punkt**) . Für Gold ergibt sich: $v = 1.73 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} = 0.577c$ (**1 Punkt**). Bei Gold sollte man also relativistisch rechnen, bei Wasserstoff kein Problem (**1 Punkt**).

(ii) Weil $r \propto n^2$ und $v \propto 1/\sqrt{r}$ gilt $v \propto 1/n$ (**1 Punkt**). Es folgt daher $v(2s) \approx 3.65 \cdot 10^{-3}c$. Im Anhang ist die Formel für die relativistische Massenzunahme gegeben:

$m(v) = m_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{2}\beta^2\right)$. Als Massenzunahme folgt $\Delta m_1 \approx 2.66 \cdot 10^{-5} m_0$ (**1 Punkt**). Für $n = 2$ ist die Geschwindigkeit halb so groß: Als Massenzunahme folgt $\Delta m_2 \approx 6.6 \cdot 10^{-6} m_0$ (**1 Punkt**). Die Massendifferenz auf Grund der Relativistik beträgt also etwa $2 \cdot 10^{-5} m_0 \approx 1.8 \cdot 10^{-35}$ kg (**1 Punkt**).

(iii) Die Energieniveaus skalieren mit $1/n^2$. Also hat das zweite Niveau eine Energie von Ry/4. Die Differenz beträgt etwa 10 eV, was $1 \cdot 10^{-18}$ J entspricht (**1 Punkt**). Die Massendifferenz beträgt laut Einstein $\Delta m = \Delta E/c^2 \approx -1.8 \cdot 10^{-35}$ kg (**1 Punkt**). Die Massendifferenzen sind gleich, haben aber unterschiedliches Vorzeichen (**1 Punkt**).

L

$J = L + S$

$F = J + I$

Aufgabe 3: Hyperfeinstruktur [~ 5/80 Punkte]

Wie groß ist das durch das 1s-Elektron am Ort des Protons im Wasserstoffatom verursachte Magnetfeld, wenn die Hyperfeinstruktur ($\lambda = 21$ cm) im 1s-Zustand durch die beiden Einstellungen des Kernspins im Magnetfeld erklärt werden?

Lösung 3: Hyperfeinstruktur [**5 Punkte**]

Die magnetische Energie eines magnetischen Moments im Magnetfeld B ist (**1 Punkt**)

$$E = -\boldsymbol{\mu}\mathbf{B}.$$

Das magnetische Moment des Protons beträgt $\mu_P = \pm 2.79\mu_K$, so dass der Abstand der beiden Hyperfeinstruktur-Komponenten $\Delta E = 2\mu_P \cdot B = 5.58\mu_K \cdot B$ ist (**1 Punkt**). Die Linie mit $\lambda = 21$ cm entspricht einer Energiedifferenz von (**1 Punkt**)

$$\Delta E = h\nu = hc/\lambda = 9.46 \cdot 10^{-25}\,\text{J}.$$

Mit $\mu_K = 5.05 \cdot 10^{-27}$ J/T (Kernmagneton) folgt (**2 Punkte**)

$$B = \frac{\Delta E}{2\mu_P} = \frac{9.46 \cdot 10^{-25}}{5.58 \cdot 5.05 \cdot 10^{-27}}\,\text{T} = 3.35 \cdot 10^1\,\text{T} = 33.5\,\text{T}.$$

Aufgabe 4: Schrödinger-Gleichung [~ 10/80 Punkte]

Die Schrödinger-Gleichung für das Wasserstoffatom besitzt für die Quantenzahlen $n = 1, l = 0, m = 0$ die Lösung $\psi_{100} = C_{100} e^{-Zr/a_0}$. (a) Berechnen Sie für den Grundzustand des Wasserstoffatoms zunächst die Konstante C_{100} aus der Normierungsbedingung! Geben Sie ψ_{100} bei $r = a_0$ an. (b) Berechnen Sie $|\psi_{100}|^2$ ebenfalls an der Stelle $r = a_0$ und interpretieren Sie es! (c) Berechnen Sie die radiale Wahrscheinlichkeitsdichte $P(r)$ an der Stelle $r = a_0$, d.h. die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron in einer Kugelschale der Dicke $r + dr$ zu finden.

Lösung 4: Schrödinger-Gleichung [**10 Punkte**]

(a) Die Normierungsbedingung lautet $\int |\psi|^2 dV = 1$, denn irgendwo muss sich das Teilchen befinden (**2 Punkte**). Das Volumenelement in Polarkoordinaten ist $dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$. Man muss hier aber eigentlich nur wissen, dass ein zusätzliches r^2 auftaucht. Denn die Winkelkoordinaten werden ja ausintegriert. Sie ergeben natürlich gerade 4π (Fläche der Einheitskugel). Es bleibt das Integral (Lösung im Anhang angegeben)

$$\int_0^\infty r^2 e^{-2Zr/a_0} dr = \frac{a_0^3}{4Z^3}.$$

Wir erhalten also (**2 Punkte**) $C_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2}$, also

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0}\right)^{3/2} e^{-Zr/a_0}.$$

Daher ist bei $r = a_0$ (**1 Punkt**)

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0}\right)^{3/2} e^{-1}.$$

(b) Es folgt sofort (**1 Punkt**)

$$\psi_{100}^2 = \frac{1}{\pi a_0^3} e^{-2}.$$

$|\psi_{100}|^2$ ist die Wahrscheinlichkeitsdichte. Also ist die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron im Volumen dV zu finden gerade $|\psi_{100}|^2 dV$ (**1 Punkt**). (c) Wir interessieren uns nun dafür, mit welcher Wahrscheinlichkeit in der Kugelschale zwischen r und $(r + dr)$ das Elektron sich aufhält. Das Volumen dieser Kugelschale ist $dV = 4\pi r^2 dr$. Dies multipliziert mit der Wahrscheinlichkeitsdichte ergibt die radiale Wahrscheinlichkeitsdichte $P(r) = 4\pi r^2 |\psi|^2$ (**2 Punkte**). Daher erhalten wir sofort (**1 Punkt**)

$$P(r) = \frac{4}{a_0} e^{-2}.$$

Aufgabe 5: Spektrum im Röntgenbereich [$\sim$ 8/80 Punkte]

(a) An einer Röntgenröhre mit Wolfram-Anode ($Z = 74$) liegt eine Spannung von $U = 50\,\mathrm{kV}$. Tritt im Emissionsspektrum die K_α-Linie des Wolframs auf? Die Abschirmkonstante setze man nach Moseley $a_K = 1$. Welche Beschleunigungsspannung ist mindestens nötig, um diese Linie anzuregen?

(b) Eine zweite Röntgenröhre enthält eine Molybdän-Anode ($Z = 42$) und wird mit einer Spannung von $30\,\mathrm{kV}$ betrieben. Berechnen Sie die Grenzwellenlänge des Bremsspektrums, die Quantenenergie und Wellenlänge der K_α- und L_α-Linie. Als Abschirmkonstanten verwende man nach Moseley $a_K = 1$ und $a_L = 7.4$.

Lösung 5: Spektrum im Röntgenbereich [**8 Punkte**]

(a) Die notwendige Energie, um ein Elektron in der K-Schale zu ionisieren, beträgt: $W_\mathrm{K} = Ry(Z-1)^2 = 13.61\,\mathrm{eV}\cdot(74-1)^2 = 72.52\,\mathrm{kV}$ (**1 Punkt**). Die Elektronen haben aber nur die Energie 50 keV. Daher gibt es keine Emission der K_α-Linie (**1 Punkt**)!

(b) Die Grenzwellenlänge erhält man aus $h\nu = eU$ (**1 Punkt**), also $\lambda_\mathrm{gr} = \dfrac{hc}{eU} = 41.4\cdot10^{-12}\,\mathrm{m}$ (**1 Punkt**). Bei Molybdän hat die Energie der K_α-Linie folgenden Wert: $W_{\mathrm{K}_\alpha} = (Z-1)^2 Ry\left(1-\dfrac{1}{4}\right) = 17.16\,\mathrm{keV}$ (**1 Punkt**). Daraus folgt: $\lambda_{\mathrm{K}_\alpha} \approx 72\cdot10^{-12}\,\mathrm{m}$ (**1 Punkt**). Bei Molybdän hat die Energie der L_α-Linie folgenden Wert: $W_{\mathrm{K}_\alpha} = (Z-7.4)^2 Ry\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{9}\right) = 2.26\,\mathrm{keV}$ (**1 Punkt**). Daraus folgt: $\lambda_{\mathrm{L}_\alpha} \approx 0.549\cdot10^{-9}\,\mathrm{m}$ (**1 Punkt**).

Aufgabe 6: Bohr-Modell [$\sim$ 10/80 Punkte]

Leiten Sie den Bohr-Radius und die Energiestufen aus der Unschärferelation ab. Diskutieren Sie dazu ausgehend von der Unschärferelation $\Delta x\Delta p \approx \hbar$ die Gesamtenergie eines Teilchens in einem Volumen mit Durchmesser d im Coulomb-Potenzial des Kerns. Vergleichen Sie Ihr Resultat mit a_0 und der Grundzustandsenergie des Wasserstoffatoms!

Lösung 6: Bohr-Modell [**10 Punkte**]

Die Ortsunschärfe beträgt maximal $\Delta x \approx d$ (**1 Punkt**). Daraus erhalten wir die minimale Impulsunschärfe $\Delta p \approx \hbar/d$ (**1 Punkt**). Es gilt $(\Delta p)^2 = \langle p^2\rangle - \langle p\rangle^2 = \langle p^2\rangle, da\langle p\rangle = 0$ (Teilchen ist gebunden) (**1 Punkt**) Daher kann man dieser kleinsten Impulsunschärfe eine minimale kinetische Energie zuordnen: $W_0 \approx \langle p^2\rangle/(2m) \approx \hbar^2/(2md^2)$ (**1 Punkt**). Die Gesamtenergie ist demnach gegeben durch

$$W = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{\hbar^2}{8mr^2}\ (\mathbf{1\,Punkt})$$

Dabei ist $d = 2r$. Die potenzielle Energie eines Elektrons wurde vorausgesetzt. Je enger das Teilchen eingesperrt ist (kleinere potenzielle Energie), desto höher seine kinetische Energie. Es geht also um die Balance der Gesamtenergie. Das Minimum der Gesamtenergie finden wir über die Bedingung $dW/dr = 0$ (**1 Punkt**), also $r = \dfrac{\pi\hbar^2\varepsilon_0}{me^2}$ (**1 Punkt**). Das ist bis auf einen fehlenden Faktor 4 der Bohr-Radius a_0 (**1 Punkt**). Die Minimalenergie ist $W = -\dfrac{me^4}{8\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2} \approx 54.6\,\mathrm{eV}$,(**1 Punkt**) genau das Vierfache der Rydberg-Energie (**1 Punkt**). Je nach dem, wie man die Unschärfe (z.B. $\Delta x \approx d/2$) ansetzt, kann man auch exakt a_0 und die Rydberg-Energie erhalten. Solche Lösungen sind natürlich auch richtig.

Aufgabe 7: Elektronenspinresonanz [$\sim$ 7/80 Punkte]

Bei der Elektronenspinresonanz (ESR) induziert man durch Einstrahlung von Mikrowellenstrahlung der Wellenlänge $\lambda = 3\,\text{cm}$ Übergänge zwischen den durch den Zeemann-Effekt aufgespaltenen Energieniveaus von Atomen in einem äußeren Magnetfeld B.

(i) Wie groß muss das Feld B gewählt werden, um bei Wasserstoffatomen im Grundzustand die Elektronenspinresonanz zu beobachten?

(ii) Wie kann man das Auftreten der Resonanz klassisch verstehen?

Lösung 7: Elektronenspinresonanz [**7 Punkte**]

(i) In einem äußeren Magnetfeld spaltet der Grundzustand des Wasserstoffatoms aufgrund des magnetischen Spinmoments des Elektrons gemäß

$$E(m_s) = E_R + m_s g_s \mu_B \cdot B, \qquad m_s = \pm\frac{1}{2},$$

in zwei Zeemann-Niveaus auf (**2 Punkte**). Um Übergänge zwischen diesen Niveaus zu induzieren, müssen Photonen eingestrahlt werden, deren Energie gleich der Energiedifferenz der Zeemann-Niveaus ist (**1 Punkt**) :

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} \stackrel{!}{=} E(+1/2) - E(-1/2) = g_s \mu_B \cdot B$$
$$\Rightarrow \qquad B = \frac{hc}{\lambda g_s \mu_B} = 0.357\,\text{T}.$$

Dabei wurde $g_s = 2$ und $\mu_B = 9.274 \cdot 10^{-24}\,\frac{\text{J}}{\text{T}}$ benutzt (**1 Punkt**).

(ii) In einer semiklassischen Beschreibung präzediert der Spin des Elektrons mit der Larmorfrequenz ω_L um die Magnetfeldrichtung (**1 Punkt**), die sich aus der Bewegungsgleichung

$$\frac{d}{dt}\vec{L} = \vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} = -\frac{g_s \mu_B}{\hbar}\vec{L} \times \vec{B}$$

zu

$$\omega_L = \frac{g_s \mu_B B}{\hbar}$$

ergibt (**1 Punkt**). Dies ist gerade die Kreisfrequenz der eingestrahlten Mikrowellenstrahlung in der Resonanz. Man kann das Auftreten der Resonanz daher so deuten, dass die zeitliche Änderung des elektromagnetischen Felds der Mikrowellenstrahlung und die Präzession des magnetischen Moments des Elektrons in Phase sind, was die resonante Aufnahme und Abgabe von Energie ermöglicht (**1 Punkt**).

Aufgabe 8: Atome mit mehreren Elektronen [$\sim 10/80$ Punkte]

(i) Formulieren Sie die Hundschen Regeln. Worauf beruhen diese und ihre Hierarchie physikalisch?

(ii) Bestimmen Sie den Grundzustand der Atome mit der Elektronenkonfiguration $4d5s^2$ (Y) bzw. $4d^2 5s^2$ (Zr). [Die abgeschlossenen Schalen sind nicht angegeben. L habe wieder den größten mit der Hundschen Regel und dem Pauli-Prinzip verträglichen Wert.]

(iii) Das Manganatom ($Z = 25$) hat in seinem Grundzustand eine mit 5 Elektronen gerade zur Hälfte gefüllte Unterschale. Geben Sie die Elektronenkonfiguration und den Grundzustand des Atoms an.

(iv) Bestimmen Sie unter Vernachlässigung der Spin-Bahn-Kopplung die Anzahl der möglichen Terme eines angeregten Kohlenstoffatoms mit der Elektronenkonfiguration $1s^2 2s^2 2p 3d$. Unterscheiden Sie zwischen Singulett- und Triplettzuständen!

Lösung 8: Atome mit mehreren Elektronen [**10 Punkte**]

(i) 1. und 2. Regel beruhen auf der Coulomb-Abstoßung. Die Elektronen vermeiden räumliche Nähe durch (i) parallele Spinanordnung (**1 Punkt**); (ii) gleiche Bahndrehrichtung (**1 Punkt**). 3. Regel beruht auf Spin-Bahn-Kopplung (**1 Punkt**). Die Hierarchie beruht auf dem Energiegewinn, der mit den jeweiligen Anordnungen verbunden ist. Die Coulomb-Abstoßung von Elektronen im gleichen Orbital (bis auf den Spinzustand) ist im eV-Bereich. Die Bahndrehimpulsregel besitzt schon eine zehnfach geringere Skala. Am schwächsten ist die Spin-Bahn-Kopplung (**1 Punkt**).

(ii) Hundsche Regel: Ein Elektron: Y: $L = 2$, $S = 1/2$, $J = |L - S| = 3/2$, Termschema: $^2D_{3/2}$ (**1 Punkt**). Bei Zr: $L = 3$, $S = 1$, $J = 2$, Termschema: $^3F_2$ (**1 Punkt**).

(iii) Mangan ist halbgefüllt in der $3d$-Schale. Also $L = 0$, $S = 5/2$ und $J = L + S = 5/2$. Termschema: $^6S_{5/2}$ (**1 Punkt**).

(iv) Angeregtes C-Atom. Die $1s$- und $2s$-Schalen haben natürlich $L = S = 0$. Die beiden $2p$- bzw. $3d$-Elektronen haben nach den ersten beiden Hundschen Regeln $l_1 = 1, s_1 = 1/2$ bzw. $l_2 = 2, s_2 = 1/2$. Damit gibt es folgende Möglichkeiten: L kann 1,2,3 werden, $S = 0$ oder 1. Für J folgen daraus die Möglichkeiten: $J = 0, 1, 2, 3, 4$ (d. h. von $|L - S|$ bis $L + S$). Mögliche Terme: $^1P_1^1 D_2^1 F_3$ Singulett $S = 0$ (**3 x 0.5 Punkte**); $^3P^3_{0,1,2} D^3_{1,2,3} F_{2,3,4}$ Triplett $S = 1$ (**3 x 0.5 Punkte**).

Aufgabe 9: Dopplerbreite [$\sim 6/80$ Punkte]

Metastabile He(2^1S_0)-Atome in einer Gasentladungszelle bei $T = 1000\,\text{K}$ absorbieren Licht auf dem Übergang $2^1S_0 \to 3^1P_1$. Die Termwerte der Niveaus sind $166272\,\text{cm}^{-1}$ und $186204\,\text{cm}^{-1}$, die Lebensdauern $\tau(3^1P_1) = 1.4\,\text{ns}$ und $\tau(2^1S_0) = 1\,\text{ms}$.

(a) Bei welcher Wellenlänge liegt die entsprechende Resonanzlinie?

(b) Wie groß ist die natürliche Linienbreite?

(c) Wie groß ist die Dopplerbreite?

Lösung 9: Dopplerbreite [**6 Punkte**]

(a) Die Termwerte sind ja schon in cm^{-1}. Die Wellenlänge λ des Übergangs zwischen den Zuständen mit Termwerten T_i, T_k ist (**2 Punkte**)

$$\lambda_{ik} = \frac{1}{T_i - T_k} = \frac{1}{19932}\,\text{cm} = 501.7\,\text{nm}.$$

(b) Die natürlich Linienbreite war angegeben. Die natürliche Linienbreite eines Übergangs ergibt sich additiv aus beiden Lebensdauern (**2 Punkte**):

$$\delta\nu_n \leq \frac{1}{2\pi\tau_i} + \frac{1}{2\pi\tau_k} = \frac{10^9}{2\pi\cdot 1.4} + \frac{10^3}{2\pi} = 1.14\cdot 10^8\,\text{s}^{-1} = 114\,\text{MHz}.$$

(c) Die Dopplerbreite (Formel im Anhang angegeben) beträgt

$$\delta\nu_D = 7.16\cdot 10^{-7}\cdot \nu_0 \cdot \sqrt{T/M}\sqrt{\text{mol}/(\text{g}\cdot\text{K})}.$$

Dabei ist $\nu_0 = \dfrac{c}{\lambda} = \dfrac{3\cdot 10^8}{5.017\cdot 10^{-7}}\,\text{s}^{-1} = 5.98\cdot 10^{14}\,\text{s}^{-1}$, $T = 10^3\,\text{K}$ und $M = 4\,\text{g/mol}$. Also (**2 Punkte**)

$$\delta\nu_D = 6.77\cdot 10^9\,\text{s}^{-1} = 6.77\,\text{GHz}.$$

ANHANG

$h \approx 6.6\cdot 10^{-34}\,\text{Js}$

$m_{\text{Neutron}} \approx 1.67\cdot 10^{-27}\,\text{kg}$

$m_{\text{Elektron}} \approx 9.1\cdot 10^{-31}\,\text{kg}$

$1\,\text{eV} = 1.6\cdot 10^{-19}\,\text{J}$

$\mu_P = \pm 2.79\mu_K$

$\mu_B = 9.274\cdot 10^{-24}\,\text{A/m}^2$

$\mu_K = 5.05\cdot 10^{-27}\,\text{J/T}$

$a_0 = \dfrac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{e^2 m_e} \approx 5.3\cdot 10^{-11}\,\text{m}$

$\varepsilon_0 = 8.85\cdot 10^{-12}\,\text{AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$

Relativistische Geschwindigkeit: $m(v) \approx m_0\cdot\left(1 + \dfrac{1}{2}\beta^2\right)$

$c = 299792458\,\text{m/s}$

Natürliche Linienbreite eines Zustands: $\delta\nu_n = \dfrac{1}{2\pi\cdot\tau_i}$

Dopplerbreite: $\delta\nu_D = 7.16\cdot 10^{-7}\nu_0\cdot\sqrt{T/M}\cdot\text{s}^{-1}$, mit T in K und M in g/mol

$$\int_{-\infty}^{\infty} r^2 e^{-(ar^2+2br+c)}dr = \frac{a+2b^2}{2a^2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}\cdot e^{\frac{b^2-ac}{a}}, \quad a > 0$$

$$\int_0^{\infty} r^2 e^{-2ar}dr = \frac{1}{4a^3}$$