

Ferienkurs

Experimental physik 1

WS 2017/18

Probeklausur

Annika Altwein Maximilian Ries

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabe 1	3
	1.1 Lösung Aufgabe 1	3
2	Aufgabe 2	5
	2.1 Lösung Aufgabe 2	6
3	Aufgabe 3	6
	3.1 Lösung Aufgabe 3	6
4	Aufgabe 4	6
	4.1 Lösung Aufgabe 4	7
5	Aufgabe 5	8
	5.1 Lösung Aufgabe 5	9
6	Aufgabe 6	10
	6.1 Lösung Aufgabe 6	10
	Aufgabe 7	11
	7.1 Lösung Aufgabe 7	11

8	Aufgabe 8	12
	8.1 Lösung Aufgabe 8	13

1 Aufgabe 1

Die Fußballspielerin Andrea Abseits ist im Strafraum gefoult worden und darf einen Elfmeter schießen. Sie möchte den Ball genau ins linke obere Eck platzieren. Dabei befindet sie sich in 11m Entferung mittig vor dem Tor, welches die Maße 2,44 m auf 7,32 m hat.

Unter der Annahme, dass der Ball den höchsten Punkt seiner Bahn genau an der Ecke des Tores erreicht:

- (a) Wie lang hat der Torwart Zeit zu reagieren, wenn er 0,2s braucht, um sich in Position zu bringen?
- (b) Mit welcher absoluten Geschwindigkeit muss der Ball gespielt werden?
- (c) Unter welchen Winkeln (horizontal und vertikal) muss der Ball gespielt werden?
- (d) Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Anstiegswinkel muss der Ball gespielt werden, damit der Torwart nur 0,3s Zeit hat zu reagieren. Der Ball treffe wieder ins Eck, braucht aber dort nicht den höchsten Bahnpunkt erreichen.

1.1 Lösung Aufgabe 1

Im Folgenden bezeichnen wir die Höhe des Tores mit $h=2,44\mathrm{m}$ und dessen Breite mit $b=7,32\mathrm{m}$. Die Elfmeterdistanz nennen wir d. Wir berechnen zunächst die Zeit, die der Ball benötigt, um im oberen linken Toreck im Scheitel seiner Flugbahn anzukommen:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \tag{1}$$

$$\Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{2}$$

$$=0,705s$$
 (3)

$$t_R = t - 0, 2s = 0,505s \tag{4}$$

b) Aus der Bedingung, dass sich der Ball im Toreck im Scheitel seiner Flugbahn befinden soll, lässt sich die notwendige Anfangsgeschwindigkeit in z-Richtung v_z bestimmen.Legt man das Koodinatensystem so, dass in x-Richtung d und in y-

Richtung $\frac{b}{2}$ zurückggelegt werden muss, so ergibt sich insgesamt

$$v_z = \sqrt{2gh} \tag{5}$$

$$v_x = \frac{d}{t} \tag{6}$$

$$v_y = \frac{b}{2t} \tag{7}$$

$$\Rightarrow v_0 = \sqrt{2gh + \frac{d^2g}{2h} + \frac{b^2g}{8h}} \tag{8}$$

$$=17,83\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\tag{9}$$

c) Bezeichnen wir den Winkel in der Spielfeldebene ϕ und den Anstiegswinkel θ . Es gilt:

$$\tan\left(\phi\right) = \frac{b}{2d} \tag{10}$$

$$\Rightarrow \phi = \arctan\left(\frac{b}{2d}\right) \tag{11}$$

$$=18,4^{\circ}$$
 (12)

$$v_0 \cos\left(\theta\right) = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \tag{13}$$

$$\Rightarrow \theta = \arccos\left(\frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{v_0}\right) \tag{14}$$

$$=22,8^{\circ}$$
 (15)

d) Für den vom Ball in der xy-Ebene zurückgelegten Weg $s=\sqrt{d^2+\frac{b^2}{4}}$ gilt:

$$s = v_0 \cos(\theta) t_{qes} \tag{16}$$

Mit $t_{ges} = t_r + 0, 2\,\mathrm{s}.$ Für den in z-Richtung zurückgelegten Weg gilt:

$$h = v_0 \sin(\theta) t_{ges} - \frac{1}{2} g t_{ges}^2 \tag{17}$$

Wir formen die zwei obigen Gleichungen um:

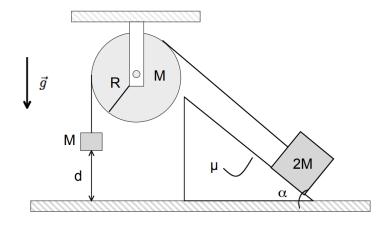
$$v_0 \sin(\theta) t_{ges} = h + \frac{1}{2} g t_{ges}^2 v_0 \cos(\theta) t_{ges} = s$$
 (18)

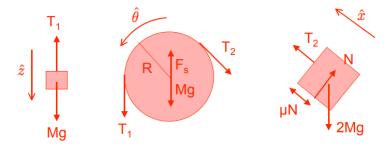
und teilen die erste durch die zweite. Somit erhalten wir:

$$\tan(\theta) = \frac{1}{s} \left(h + \frac{1}{2} g t_{ges}^2 \right) \tag{19}$$

$$\Rightarrow \theta = \arctan\left(\frac{1}{s}\left(h + \frac{1}{2}gt_{ges}^2\right)\right) \tag{20}$$

$$=17,5^{\circ}$$
 (21)





Für den Betrag der Geschwindigkeit folgt somit

$$v_0 = \frac{s}{\cos(\theta)t_{ges}}$$

$$= 24, 3\frac{m}{s}$$
(22)

$$=24,3\frac{m}{s}$$
 (23)

2 Aufgabe 2

Eine Atwoodsche Fallmaschine besteht aus einem Flaschenzug mit einer festen Rolle, um die ein als masselos anzunehmender Faden gespannt ist. An dessen Ende hängen zwei Blöcke der Masse M und 2M. Der Block der Masse M befindet sich zu Beginn die Distanz d über dem Boden, während der Block der Masse 2M auf auf einer schiefen Ebene mit Öffnungswinkel α und Reibungskoeffizient μ liegt. Der Aufbau befinde sich im Schwerefeld der Erde. Zeichnen Sie für jedes der drei beweglichen Elemente die Kräftediagramme.

3 Aufgabe 3

Zwei Punktmassen m_1 und m_2 sind durch einen masselosen Stab der Länge l getrennt.

- a) Geben Sie einen Ausdruck für das Trägheitsmoment I bezüglich einer Achse an, die senkrecht zu dem Stab im Abstand x von der Masse m_1 verläuft.
- b) Berechnen Sie $\frac{dI}{dx}$ und zeigen Sie, dass I minimal ist, wenn die Achse durch den Massenmittelpunkt des Systems verläuft.

3.1 Lösung Aufgabe 3

a) Das Trägheitsmoment ist gegeben durch:

$$I = \sum_{i} m_i r_i^2 = m_1 x^2 + m_2 (l - x)^2$$
(24)

b) Wir leiten nach x ab:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}x} = 2m_1x - 2m_2(l-x) = 2(m_1x + m_2x - m_2l) \stackrel{!}{=} 0$$
 (25)

Daraus erhalten wir:

$$x = \frac{m_2 l}{m_1 + m_2} \tag{26}$$

Dies ist definitionsgemäß der Abstand des Massenmittelpunkts von der Masse m_1 . Mittels der zweiten Ableitung können wir überprüfen, ob ein Minimum oder ein Maximum vorliegt, in diesem Fall finden wir das gesuchte Minimum.

4 Aufgabe 4

Ein Block mit einer Masse $m_B=100$ kg auf einer Rampe ist wie in Abbildung 4 gezeigt über ein Seil mit einem weiteren Block mit der Masse m verbunden. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Block und Rampe beträgt $\mu_{R,h}=0,40$, während der Gleitreibungskoeffizient $\mu_{R,g}=0,20$ beträgt. Der Rampenwinkel beträgt $\alpha=18^{\circ}$ gegen die Horizontale.

- a) Ermitteln Sie den Wertebereich für die Masse m, bei dem sich der Block auf der Rampe nicht von selbst bewegt, während er nach einem kleinen Stoß die Rampe hinabgleitet.
- b) Ermitteln Sie den Wertebereich für die Masse m, bei dem sich der Block auf der Rampe nicht von selbst bewegt, während er nach einem kleinen Stoß die Rampe hinaufgleitet.



a) Zunächst wird untersucht, ob der Block ohne angehängtes Gewicht (also für m=0) mit einer Masse m_B die Ebene mit konstanter Geschwindigkeit hinabgleiten würde. Die Beziehung $\sum_{i} F_{i} = ma$ liefert dafür

$$F_x = F_{x,ges} \tag{27}$$

$$= F_{\text{x,ges}}$$

$$= -|F_{\text{R,g}}| + m_B g \sin \Theta$$

$$= 0$$
(27)

$$F_y = |F_n| - m_b g \cos \Theta$$

$$= 0$$
(29)
$$(30)$$

$$=0 (30)$$

Mit der Definition $|F_{R,g}| = \mu_{R,g} |F_n|$ der Gleitreibungskraft eliminieren wir aus der zweiten G Leichung die Normalkraft F-n und erhalten für die auf den Block wirkende Gesamtkraft

$$F_{\text{ges.x}} = -\mu_{\text{R.g}} m_B g \cos \Theta + m_B g \sin \Theta \tag{31}$$

Damit der Block hinabgleitet, darf die x-Komponente der auf ihn wirkenden Gesamtkraft nicht negativ sein:

$$(-\mu_{R,g}\cos\Theta + \sin\Theta) \ge 0 \tag{32}$$

Also muss für den Gleitreibungskoeffizienten gelten

$$\mu_{R,g} \le \tan \Theta = 0,325 \tag{33}$$

Da $\mu_{R,g} = 0,2$ gleitet der einmal angestoßene Block bei $m_{\min} = 0$ die Ebene hinab, m=0 ist also die untere Grenze des Wertebereichs für m. Hängt nun rechts ein Gewicht mit m>0 am Seil, wirkt in diesem die Zugkraft mg. Damit sich der Block die Rampe hinab bewegt, muss die Hangabtriebskraft größer sein, als die Summe aus Gleitreibungskraft und Zugkraft am Seil.

$$m_b g \sin \Theta \ge \mu_{R,g} m_b g \cos \Theta + m_{\text{max}} g$$
 (34)

Für den oberen Grenzwert der Masse gilt also

$$m_{\text{max}} \le m_b(\sin\Theta - \mu_{\text{R,g}}\cos\Theta)$$
 (35)

$$= 11,9 kg \tag{36}$$

Also ist der Wertebereich der angehängten Masse, bei dem der Block die Rampe hinabgleitet $0 \text{kg} \leq m_{\text{max}} \leq 11,9 \text{kg}$.

b) Wenn der Block nach oben gezogen wird, wirkt die Gleitreibungskraft entlang der Rampe nach unten, sodass gilt:

$$m_B g \sin \theta + \mu_{R,q} m_B g \cos \theta < m_{min} g \tag{37}$$

Wir berechnen die Masse m_{min} , die rechts mindestens am Seil hängen muss, damit der Block hinaufgezogen wird.

$$m_{min} > m_B \sin \theta + \mu_{R,g} m_B \cos \theta \tag{38}$$

$$= (100 \text{kg})(\sin 18^{\circ} + 0, 20 \cos 18^{\circ}) = 49,9 \text{ kg}$$
(39)

Andererseits soll sich der Block nicht von selbst in Bewegung setzen. Daher darf die hängende Masse nur so groß sein, dass die Zugkraft $m_{max}g$ kleiner als die Summe der Hangabtriebskraft von m_B und der Haftreibungskraft ist:

$$m_B q \sin \theta + \mu_{Bh} m_B q \cos \theta > m_{max} q$$
 (40)

Folglich muss gelten:

$$m_{max} < m_B(\sin\theta + \mu_{R,h}\cos\theta) \tag{41}$$

$$= (100 \text{kg})(\sin 18^{\circ} + 0, 40 \cos 18^{\circ}) = 68,9 \text{kg}$$
(42)

Somit ist der Wertebereich der angehängeten Masse, bei dem der Block - einmal angestoßen - hinaufgleitet, aber nicht von selbst zu gleiten beginnt: 49,9 kg < m < 68,9 kg.

5 Aufgabe 5

Ein Gyrobus der Masse $M=1000\,\mathrm{kg}$ wird durch die in einem Schwungrad gespeicherte Energie angetrieben. Das Schwungrad ist eine zylinderförmige Scheibe mit Radius $r=50\,\mathrm{cm}$ und Dicke $d=10\,\mathrm{cm}$ aus Stahl mit einer Dichte $\rho=7000\,\mathrm{\frac{kg}{m^3}}$.

- a) Mit welcher Winkelgeschwindigkeit ω muss sich die Schwungscheibe am Anfang der Fahrt mindestens drehen, damit der Bus eine Paßstrasse mit einem Gesamthöhenunterschied von $h=500\,\mathrm{m}$ hinauffahren kann? In dieser Teilaufgabe können Sie Reibung vernachlässigen.
- b) An einer Haltestelle soll die sich in Ruhe befindliche Schwungscheibe wieder auf die im Aufgabenteil a) bestimmte Winkelgeschwindigkeit beschleunigt werden. Dazu steht eine konstante elektrische Leistung von $P_{el}=3000\,\mathrm{W}$ zur Verfügung. Wie lange dauert der Aufladevorgang, wenn die Energieverluste beim Aufladen 20% betragen? c) Skizzieren Sie i) die Rotationsenergie und ii) die Winkelgeschwindigkeit als Funktion der Zeit während des Aufladevorgangs.

a) Ausgehend von einer homogenen Massenverteilung errechnet sich die Masse des Schwungrads mit der Formel $m_s = V \rho = \pi r^2 d\rho$. Das Schwungrad ist ein Zylinder, sein Trägheitsmoment ergibt sich also zu $I_s = \frac{1}{2} m_s r^2$. Da Reibung vernachlässigt wird, wird die benötigte Winkelgeschwindigkeit über die Energieerhaltung berechnet.

$$E_{pot} = E_{rot} \tag{43}$$

$$M \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} I_s \cdot \omega^2 \tag{44}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2Mgh}{I_s}} \tag{45}$$

$$=\sqrt{\frac{2Mgh}{\frac{1}{2}m_sr^2}}\tag{46}$$

$$=377,82\frac{\mathrm{rad}}{\mathrm{s}}\tag{47}$$

b) Allgemein gilt für die Leistung $P=\frac{\Delta W}{\Delta t}$. Da der Wirkungsgrad nur $\eta=0.8$ beträgt, steht insgesamt nur $P=\eta\cdot P_{el}$ an Leistung zur Verfügung.

$$\Delta t = \frac{\Delta W}{P} = \frac{\frac{1}{2}I_s \cdot \omega^2}{\eta P_{el}} \tag{48}$$

$$= 2044s \approx 34 \text{Minuten} \tag{49}$$

c) Die Rotationsenergie in Abhängigkeit von der Zeit ist eine Gerade mit Steigung $m=\eta\cdot P_{el}$. Die Winkelgeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit ist eine Wurzelfunktion, die sich aus $\frac{1}{2}I_s\cdot\omega^2=\eta P_{el}\cdot t$ ergibt zu $\omega=\sqrt{\frac{2\eta P_{el}t}{I_s}}$.

6 Aufgabe 6

Ein Kind sitzt auf einer Schaukel, die an einem 3 m langen Seil hängt. Das Kind hat die Masse $M=40\,\mathrm{kg}$ und startet einen Meter über dem tiefsten Punkt der Schaukel. Sie können den Effekt der Reibung vernachlässigen.

- a) Was ist seine Geschwindigkeit, wenn das Kind den tiefsten Punkt erreicht hat?
- b) Was ist die Spanung im Seil, wenn das Kind den tiefsten Punkt erreicht hat?
- c) Unter der Annahme, dass Sie das System aus Schaukel und Kind als ideales (mathematisches) Pendel annähern können: Wie lange dauert es, bis das Kind vom Zeitpunkt, an dem es den tiefsten Punkt durchquert (Teilaufgabe a), wieder in seiner Ausgangslage ankommt?
- d) Wie ändern sich die Ergebnisse der ersten drei Teilaufgaben, wenn ein zweites gleich schweres Kind auf der Schaukel sitzt (sodass die Gesamtmasse 80 kg beträgt)?

6.1 Lösung Aufgabe 6

a) Betrachte Energieerhaltung. Zu Beginn gilt:

$$E_{ges} = E_{kin} + E_{pot} (50)$$

$$= 0 + M \cdot g \cdot h = 40 \,\text{kg} \cdot 9,81 \,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \,\text{m}$$
 (51)

$$(=392 \,\mathrm{J})$$
 (52)

Am tiefsten Punkt:

$$E_{ges} = \frac{1}{2}mv^2 + 0 (53)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = m \cdot g \cdot h \tag{54}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 1 \,\mathrm{m}} = 4,4 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$
 (55)

b) Beachte: $h = \frac{1}{3}R$

$$F_{\text{Seil}} = F_{\text{Schwerkraft}} + F_{\text{Zentripetalkraft}} \tag{56}$$

$$= M \cdot g + \frac{M \cdot v^2}{R} = M\left(g + \frac{2gh}{R}\right) = M\left(g + \frac{2g}{3}\right) = \frac{5}{3}M \cdot g \tag{57}$$

$$= \frac{5}{3} \cdot 40 \,\mathrm{kg} \cdot 9,81 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 653,3 \,\mathrm{N} \tag{58}$$

c)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \tag{59}$$

Vom tiefsten Punkt zur Ausgangslage dauert es $\frac{3}{4}T$.

$$\Rightarrow \frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{3 \,\mathrm{m}}{9,81 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}} = 2,6 \,\mathrm{s}$$
 (60)

d)

- Teilaufgabe a): $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$ ändert sich nicht!
- Teilaufgabe b): $F_{\text{Seil}} = \frac{5}{3}M \cdot g$ verdoppelt sich auf $F'_{\text{Seil}} = \frac{5}{3} \cdot 80 \text{ kg} \cdot 9, 81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1307 \text{ N!}$
- Teilaufgabe c): $\frac{3}{4}T = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ändert sich nicht!

7 Aufgabe 7

Die meisten Fischarten haben eine sogenannte Schwimmblase. Indem der Fisch diese dehnbare Blase mit Sauerstoff aus den Kiemen füllt, kann er im umgebenden Wasser steigen, und wenn er die Blase wieder leert, kann er absinken. Ein Süßwasserfisch hat eine mittlere Dichte von 1,05 kg/l, wenn seine Schwimmblase leer ist. Welches Volumen muss der Sauerstoff in der Schwimmblase haben, damit der Fisch im Wasser schwebt? Der Fisch soll eine Masse von 0,825 kg haben. Nehmen Sie an, dass die Dichte des Sauerstoffs in der Schwimmblase gleich der Luftdichte bei Standardbedingungen ist.

7.1 Lösung Aufgabe 7

Die Forderung des schwebenden Fisches führt zu einem Kräftegleichgewicht, Auftriebskraft und Gewichtskraft gleichen einander aus.

$$\sum F_z = F_A - F_G = 0 \tag{61}$$

Mit dem Index W für das Wasser erhalten wir daraus mithilfe der entsprechenden Ausdrücke für die beiden Kräfte

$$\rho_W(V + \delta V)q - mq = 0 \tag{62}$$

Darin ist V das Volumen des Fisches und δV dessen Zunahme infolge der Expansion der Schwimmblase. Hierfür gilt also

$$\delta V = \frac{m}{\rho_W - V} \tag{63}$$

Aus der Definition $\rho = \frac{m}{V}$ ergibt sich $V = \frac{m}{\rho}$. Das setzen wir ein und erhalten für das zusätzliche Volumen der Schwimmblase und damit auch für des Sauerstoffs darin

$$\delta V = \frac{m}{\rho_W} - \frac{m}{\rho} \tag{64}$$

$$= m \left(\frac{1}{\rho_W} - \frac{1}{\rho} \right) \tag{65}$$

$$=39 \text{cm}^3 \tag{66}$$

Anmerkung: Hierbei haben wir die Masse m_S des Sauerstoffs in der Blase vernachlässigt, die eigentlich zur gegebenen Masse des Fischs addiert werden müsste. In diesem Fall kann sie jedoch getrost vernachlässigt werden, da sie wegen der geringen Volumenzunahme sehr gering ist:

$$m_s = \rho_{\text{Luft}} \delta V = 50 \,\mu\text{g} \tag{67}$$

8 Aufgabe 8

Eine $m_k = 20\,\mathrm{kg}$ schwere Kiste hängt am Ende eines $L = 80\,\mathrm{m}$ langen Seils, das in einen Schacht hinuntergelassen ist. Die Masse des Seils betrage $m_s = 2\,\mathrm{kg}$. Ein Höhlenforscher am Boden des Schachtes kommuniziert mit seinem Kollegen an der Erdoberfläche, in dem er das Seil am Ende, an dem auch die Kiste hängt, seitwärts auslenkt und eine transversale Welle im Seil anregt.

- a) Was ist die Spannung im Seil (d.h. welche Kraft wirkt an seinem Ende), wenn Sie das Eigengewicht des Seiles vernachlässigen?
- b) Was ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der transversale Seilwellen? Leiten Sie das Ergebnis aus einer Einheitenbetrachtung her, in dem Sie annehmen, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeit nur von der Spannkraft aus dem Aufgabenteil a) und der Masse pro Seilllänge $\mu = \frac{m_s}{L}$ abhängt.
- c) Im Seil wird eine transversale harmonische Welle mit einer maximalen Auslenkung von 5 cm und einer Frequenz von 2,0 Hz angeregt. Was ist die Wellenlänge der harmonischen Schwingung? (Wenn Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit in der letzten Teilaufgabe nicht ausrechnen konnten, rechnen Sie mit $c_{Seil} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ weiter).
- d) Geben Sie einen mathematischen Ausdruck an, der die Auslenkung des Seils (y(x, t)) als Funktion von Zeit und Ort für die in der letzten Teilaufgabe besprochene Situation beschreibt.

a)

$$T = m_k \cdot g = 196 \,\mathrm{N} \tag{68}$$

b)

$$c = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = 88, 5 \,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$
 (69)

c) all gemein gilt $c = \lambda \cdot f$ Daraus folgt

$$\lambda = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \frac{1}{f} = 44,25 \,\mathrm{m}$$
 (70)

- d) Der allgemeine Lösungsansatz der Wellengleichung laute
t $y(x,t) = A \sin(kx - \omega t +$
- ϕ). Aus der vorherigen Teilaufgabe ist bekannt, dass $A=5\,\mathrm{cm}$. Desweiteren gilt

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0.14 \, \frac{1}{\text{m}} \tag{71}$$

$$\omega = 2\pi f = 12, 6 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \tag{72}$$

$$\Rightarrow y(x,t) = 5 \operatorname{cm} \sin(\frac{0.14}{\mathrm{m}}x - 12, 6 \frac{\operatorname{rad}}{\mathrm{s}}t + \phi)$$
 (73)

Statt des ϕ könnter man alternativ auch eine cos-Term addieren, allerdings sind dann die genauen Vorfaktoren nicht bekannt.