Lösungen zur Experimentalphysik III

Wintersemester 2008/2009

Prof. Dr. L. Oberauer | Probeklausur | 18.12.08

Aufgabe 1:

Man verwendet die Linsenformel:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

mit der Randbedingung, dass der Abstand L zwischen Schirm und Gegenstand gegeben ist als L = g + b.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{g} + \frac{1}{L-g} &= \frac{1}{f} \\
(L-g)f + gf &= g(L-g) \\
g^2 - Lg + Lf &= 0 \\
g_{1,2} &= \frac{L}{2} \pm \sqrt{\frac{L^2 - 4Lf}{4}} \\
\Rightarrow d &= \Delta g = 2\sqrt{\frac{L^2 - 4Lf}{4}} \\
\Rightarrow f &= \frac{L^2 - d^2}{4L}
\end{aligned}$$

Das ganze macht natürlich nur Sinn, wenn g > f und gleichzeitig L $\geq$ 4f.

Aufgabe 2:

Es sind $n_L = 1$; $n_{PXE} = 1.53$ und $n_{Wassser} = 1.33$. Außerdem sei λ die Wellenlänge in Luft.
Das an der ersten Grenzschicht (Luft,PXE) reflektierte Licht erhält einen Phasensprung von $\frac{\lambda}{2}$, da es sich um eine Reflexion am dichteren Medium handelt. Dieser Phasensprung tritt an der zweiten Grenzfläche zwischen PXE und Wasser nicht auf.
Für eine positive Interferenz zwischen dem direkt reflektierten Strahl und dem erst in die PXE-Schicht eingetretenen (und am Wasser reflektierten) Strahl muss somit gelten:

$$\begin{aligned} \underbrace{2\,s\,n_{PXE}}_{Weg\,im\,PXE} &= k\lambda + \underbrace{\frac{\lambda}{2}}_{Phasensprung} \\ \Rightarrow \lambda &= \frac{2sn_{PXE}}{k+\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

mit k = 0; 1; 2 ...
Die Dicke s der PXE-Schicht muss nun minimiert werden, aber so, dass für beide Wellenlängen die Interferenzbedingung erfüllt ist:

$$\begin{aligned} 700\,nm &= \frac{2sn_{PXE}}{k+\frac{1}{2}} \\ 500\,nm &= \frac{2sn_{PXE}}{m+\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{1}$$

Wobei m, k = 0; 1; 2 ...
Sei für die 700 nm-Welle die Interferenzbedingung erfüllt, so hat das 500 nm-Licht allgemein y volle Wellenlängen mehr durchlaufen:

$$\begin{aligned} m &= k + y \\ \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{500\,nm}{700\,nm} &= \frac{k+\frac{1}{2}}{m+\frac{1}{2}} \\ \frac{5}{7} &= \frac{k+\frac{1}{2}}{k+y+\frac{1}{2}} \\ \Rightarrow k &= \frac{5y-1}{2} \end{aligned}$$

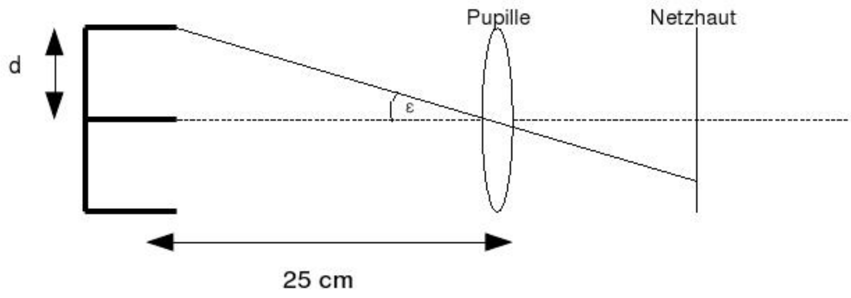
Die kleinste ganzzahlige Lösung hiervon ergibt sich für y = 1 (die kurze Wellenlänge durchläuft genau eine Wellenlänge mehr als die lange). Es ergibt sich k = 2.

Setzt man dies oben ein, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} 2s &= (k + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{n_{PXE}} \\ 2s &= \frac{5}{2} \cdot \frac{700\,nm}{1.53} \end{aligned}$$

$\Rightarrow s = 572\,nm$

Aufgabe 3:



Mit dem Durchmesser D der Pupille gilt gemäß dem Rayleigh Kriterium der Auflösung für den Winkel ϵ (unter dem man zwei benachbarte Striche noch getrennt auflösen kann):

$$\epsilon = 1.22\,\frac{\lambda}{D}$$

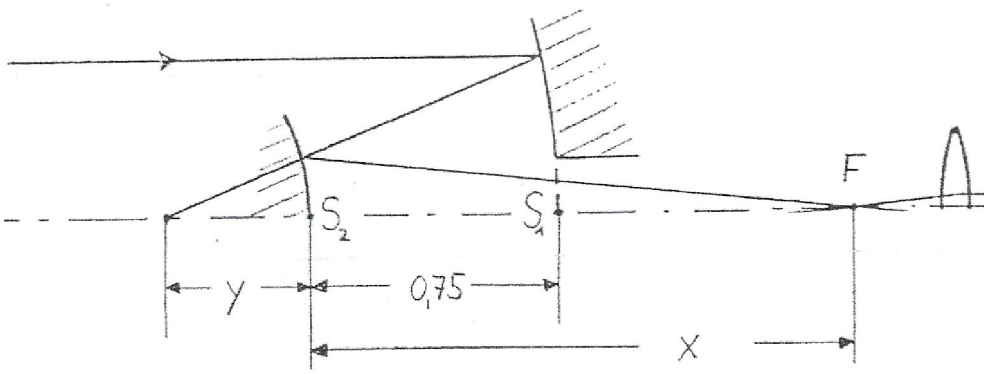
Setzt man für $\tan\epsilon = \epsilon = \frac{d}{l}$ an, so erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{d}{l} &= 1.22\frac{\lambda}{D} \\ \Rightarrow d &= \frac{1.22\lambda\, l}{D} \approx 71.2\,\mu m \end{aligned}$$

Hierbei wurde für die Wellenlänge ein Wert von 700 nm eingesetzt, was in etwa dem gerade noch sichtbaren Bereich des Spektrums entspricht.
Der Buchstabe E muss also mindestens etwa 2d = 140 μm groß gedruckt werden.

Aufgabe 4:

a) Mit den Bezeichnungen aus der Skizze folgt aus der Abbildungsgleichung:



$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$\text{da} \quad g = \infty \quad \text{und} \quad f = \frac{r}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{b} = \frac{2}{r_1}$$

$$\text{außerdem gilt} \quad b = y + 0.75\,m$$

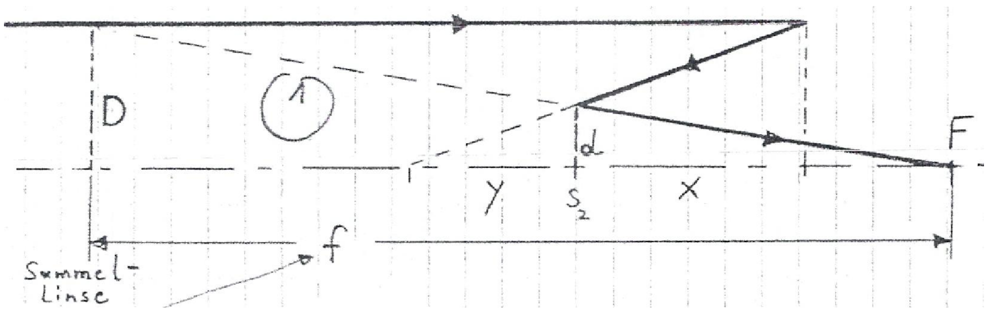
$$\Rightarrow y = \frac{r_1}{2} - 0.75\,m = 0.25\,m$$

Der Bildpunkt wird nun von zweiten Spiegel in den Brennpunkt fokussiert, wobei nun auf die negativen Vorzeichen von y und r_2 geachtet werden muss:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{x} = \frac{2}{r_2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{yr_2}{2y - r_2} = \frac{0.25 \cdot 0.6}{-0.5 + 0.6} = 1.5\,m$$

b) Wir konstruieren den Standort der Linse wie in der Zeichnung angedeutet und berechnen aus zwei Strahlensätzen:



$$1)\ \frac{d}{D} = \frac{x}{f}$$

$$2)\ \frac{d}{D} = \frac{|y|}{|y| + 0.75\,m}$$

$$\Rightarrow f = \frac{(|y| + 0.75\,m)x}{|y|} = 6\,m$$

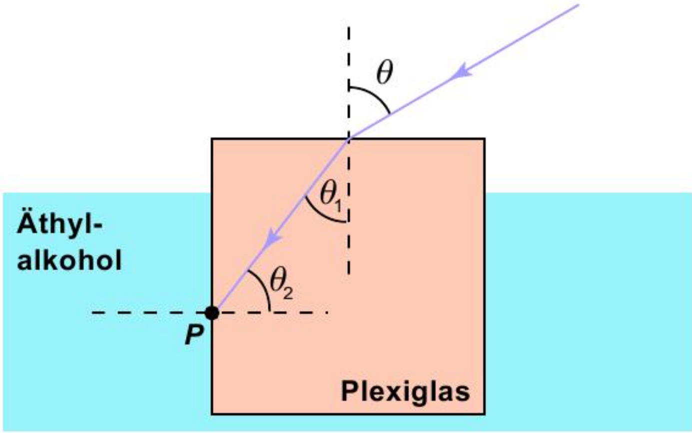
c)

$$v = \frac{f}{f_{Ok}} = \frac{600}{2} = 300$$

d) Es gibt zum einen keine chromatische Aberration (eine größere Bandbreite $\Delta\lambda$ wird übertragen) und zum anderen sind Spiegel in größeren Durchmessern konstruierbar und justierbar, was eine höhere Lichtausbeute zur Folge hat.

Aufgabe 5:

a) Es ist $n_{Plexiglas} = 1.491$ und $n_{Alkohol} = 1.3617$.



Für die erste Brechung gilt nach dem Brechungsgesetz $\sin\theta = n_{Plexi}\sin\theta_1$. Am Punkt P folgt aus der Symmetrie der Anordnung, dass $\theta_2 = 90° - \theta_1$. Das Brechungsgesetz lautet hier:

$$n_{Plexi} sin(90° - \theta_1) = n_{Plexi} cos\theta_1 = n_{Alkohol} sin\theta_3$$

Damit nun bei P Totalreflexion auftritt, muss $\theta_3 = 90°$ gelten. Daraus folgt rückschließend:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= arccos(\frac{n_{Alkohol}}{n_{Plexi}}) = arccos(0.91328) = 24.0° \\ \Rightarrow \theta &= arcsin(n_{Plexi} sin\theta_1) = 37.4° \end{aligned}$$

b) Für Äthylalkohol ist der kritische Winkel der Totalreflexion $\theta_2 = 66.0°$. Für Luft ist er allerdings nur etwa 42°. Also findet natürlich immer noch Totalreflexion statt.

c) Es gibt im Prinzip immer einen transmittierten und einen reflektierten Strahl. Für Winkel, die kleiner als der Winkel der Totalreflexion sind, ist der reflektierte Strahl sehr schwach. Am Winkel der Totalreflexion läuft der transmittierte Strahl parallel zur Oberfläche, seine Intensität ist null. Die Intensität steckt also im reflektierten Strahl.
Es ergibt sich in der Aufgabe kein Unterschied für die beiden Fälle. Bei einer weiteren Brechung an der unteren Fläche, wird der Winkel für Totalreflexion aber nicht erreicht und es ergibt sich ein Strahlweg analog zum einfallenden Licht.