Klausur zur Experimentalphysik 1

Prof. Dr. M. Rief

Wintersemester 2009/10

17.2.2010

Musterlösung

Aufgabe 1:

(a) Die Geschwindigkeit der Schneeflocke beim Auftreffen auf die Oberfläche ergibt sich aus der Erhaltung der Summe aus kinetischer und potentieller Energie:

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{GmM}{r_2} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GmM}{r_1} \tag{1}$$

[1]

Wegen $v_1 = 0$, $r_1 = R + h$, $r_2 = R$ ist also

$$v_2^2 = 2GM\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right) \tag{2}$$

Einsetzen der angegebenen Werte ergibt:

$$v_2 = 34800\,\mathrm{km/s} \tag{3}$$

[1]

(b) Damit sich ein Kreisbahn ergibt, muss die Zentripetalkraft durch die Gravitationskraft geliefert werden:

$$m\frac{v^2}{r} = \frac{GmM}{r^2} \tag{4}$$

[1]

Also

$$v = \sqrt{GM/r} \tag{5}$$

Einsetzen der angegebenen Werte ergibt:

$$v = 25.8\,\mathrm{km/s} \tag{6}$$

[1]

(c)

- elliptisch
- diametral gegenüber dem Anfangspunkt
- der Anfangspunkt selber

[3]

Aufgabe 2:

Bezeichnet man mit x_1, x_2, x_3 die Entfernungen der Massen von der festen Aufhängung, dann gelten die folgenden vorzeichenkorrekten Bewegungsgleichungen:

$$m_1\ddot{x}_1 = m_1 g - T_a \tag{7}$$
$$m_2\ddot{x}_2 = m_2 g - T_a \tag{8}$$
$$m_3\ddot{x}_3 = m_3 g - T_b \tag{9}$$

[2]

Da die Rolle, an der m_1 und m_2 hängen, masselos sein sollen, ist

$$T_b = 2T_a \tag{10}$$

[2]

Denn an einer masselosen Rolle muss Kräftegleichgewicht herrschen, sonst würde sie unendlich schnell beschleunigen. Damit und mit $m_1 =: m, m_2 = 2m, m_3 = 3m$ werden die Bewegungsgleichungen zu

$$\ddot{x}_1 = g - \frac{T_a}{m} \tag{11}$$
$$\ddot{x}_2 = g - \frac{T_a}{2m} \tag{12}$$
$$\ddot{x}_3 = g - \frac{2T_a}{3m} \tag{13}$$

Setzt man dies in die zweimal nach t abgeleitete Zwangsbedingung $\ddot{x}_1 + \ddot{x}_2 + 2\ddot{x}_3 = 0$ ein, dann erhält man

$$g - \frac{T_a}{m} + g - \frac{T_a}{2m} + 2g - 2\frac{2T_a}{3m} = 0 \tag{14}$$

[1]

was man nach T_a auflösen kann:

$$T_a = \frac{24}{17}mg \tag{15}$$

und **[1]**

$$T_b = \frac{48}{17}mg \tag{16}$$

[1]

Aufgabe 3:

(a) Es gelten Energie- und Impulserhaltung:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0 \tag{17}$$
$$m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = 2Q \tag{18}$$

[1]

Mit der ersten Gleichung kann man v_2 aus der zweiten eliminieren und erhält

$$m_1 v_1^2 + \frac{m_1^2}{m_2} v_1^2 = 2Q \tag{19}$$

also

$$v_1 \;=\; \sqrt{\frac{2Q/m_1}{1+m_1/m_2}} \tag{20}$$

[1]

und

$$v_2 \;=\; -\sqrt{\frac{2Q/m_2}{1+m_2/m_1}} \tag{21}$$

[1]

(b) Der beschriebene Vorgang ist derselbe wie in Teil (a), bloß von einem mit $-v$ bewegten Bezugssystem betrachtet. Daher ergeben sich die Geschwindigkeiten aus denen von (a) durch bloße Addition von v:

$$v_1 \;=\; \sqrt{\frac{2Q/m_1}{1+m_1/m_2}}+v \tag{22}$$

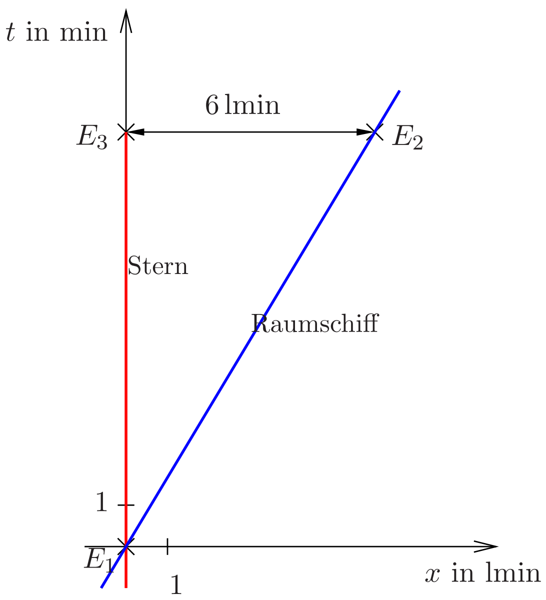
und

$$v_2 \;=\; -\sqrt{\frac{2Q/m_2}{1+m_2/m_1}}+v \tag{23}$$

[2]

Aufgabe 4:

(a)



- E_1: „Das Raumschiff passiert den Stern“
- E_2: „Das Raumschiff ist (im Inertialsystem des Sterns) 6 lmin vom Stern entfernt“
- E_3: „Die Supernova bricht aus“

[2]

(b) Die Ortskoordinate von E_3 im Inertialsystem des Sterns ist natürlich:

$$x_3 \;=\; 0 \tag{24}$$

[1]

E_3 ist laut Angabe im Inertialsystem des Sterns gleichzeitig mit E_2. Da sich das Raumschiff mit $v = 0.6c$ bewegt, ist die Zeitkoordinate von E_2

$$t_2 \;=\; \frac{x_2}{v} \;=\; \frac{6\,\mathrm{lmin}}{0.6c} \;=\; 10\,\mathrm{min} \tag{25}$$

also

$$t_3 \;=\; 10\,\mathrm{min} \tag{26}$$

[1]

(c) Gefragt ist nach der Zeitkoordinate von E_3 bezüglich dem bewegten System des Raumschiffs. Die Lorentz-Transformation

$$t'_3 \;=\; \gamma\left(t_3 - \frac{v}{c^2}x_3\right) \tag{27}$$

[1]

liefert mit den Koordinaten aus (b):

$$t'_3 \;=\; 1.25 \cdot (10\,\mathrm{min} - 0) \;=\; 12.5\,\mathrm{min} \tag{28}$$

[1]

(d) Gefragt ist nach der Ortskoordinate von E_3 bezüglich dem bewegten System des Raumschiffs. Die Lorentz-Transformation

$$x'_3 \;=\; \gamma\,(x_3 - vt_3) \;=\; \gamma\left(x_3 - \frac{v}{c}ct_3\right) \tag{29}$$

[1]

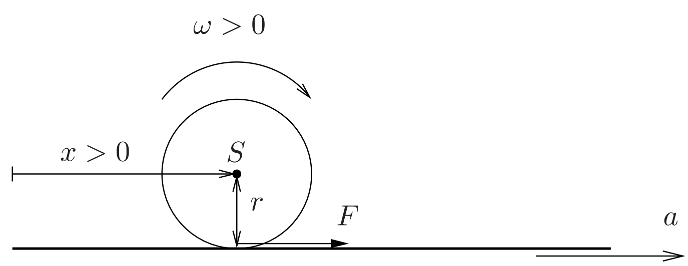
liefert mit den Koordinaten aus (b):

$$x'_3 \;=\; 1.25 \cdot (0 - 0.6 \cdot 10\,\mathrm{lmin}) \;=\; -7.5\,\mathrm{lmin} \tag{30}$$

Die Entfernung ist also $|x'_3| = 7.5\,\mathrm{lmin}$. **[1]**

Aufgabe 5:

(a)



Führt man die in der Abbildung dargestellten Koordinaten und die entsprechenden Vorzeichenkonventionen ein, dann hat man die folgende Bewegungsgleichung für die Translation des Schwerpunkts

$$m\ddot{x} \;=\; F \tag{31}$$

[1]

wobei F die (zunächst unbekannte) Kontaktkraft der Unterlage auf den Zylinder ist. Die Bewegungsgleichung für die Rotation des Zylinders ist

$$I\dot{\omega} \;=\; -rF \tag{32}$$

[1]

denn nach den gewählten Konventionen führt ein positives F zu einer Drehung im Gegenuhrzeigersinn, also auf $\dot{\omega} < 0$. Drittens hat man den Zusammenhang zwischen φ und x aufgrund der Rollbedingung und der Bewegung der Unterlage:

$$x \;=\; r\varphi + \frac{1}{2}at^2 \tag{33}$$

Zweimal abgeleitet ergibt dies

$$\ddot{x} \;=\; r\dot{\omega} + a \tag{34}$$

[1]

Setzt man hier die beiden Bewegungsgleichungen ein, dann erhält man

$$\frac{F}{m} \;=\; r\left(-\frac{rF}{I}\right) + a \tag{35}$$

und kann das nach F auflösen:

$$F \;=\; \frac{ma}{1 + mr^2/I} \tag{36}$$

Daraus folgt die Translationsbeschleunigung

$$\ddot{x} \;=\; \frac{a}{1 + mr^2/I} \;=\; 0.375\,\mathrm{m/s^2} \tag{37}$$

[1]

und die Winkelbeschleunigung

$$\dot{\omega} \;=\; \frac{1}{r}(\ddot{x} - a) \;=\; -\frac{mra}{I + mr^2} \;=\; -12.5\,/\mathrm{s^2} \tag{38}$$

[1]

(b) Der Haftreibungskoeffizient muss so groß sein, dass die Reibung die notwendige Kontaktkraft F liefern kann, die dem Zylinder die Translationsbeschleunigung $\ddot{x}$ erteilt. Also:

$$\mu_H G \;>\; m\ddot{x} \tag{39}$$

bzw.

$$\mu_H \;>\; \frac{\ddot{x}}{g} \;=\; \frac{0.375\,\mathrm{m/s^2}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}} \;=\; 0.038 \tag{40}$$

[1]

Alternativ:

$$\mu_H \;>\; \frac{\ddot{x}}{g} \;=\; \frac{0.412\,\mathrm{m/s^2}}{9.81\,\mathrm{m/s^2}} \;=\; 0.042 \tag{41}$$

Aufgabe 6:

(a) Der Wasserdruck in der Tiefe $H - s$ beträgt

$$p = \rho g(H - s) = 44.1\,\mathrm{kPa} \tag{42}$$

[1]

Die Kraft muss die Druckkraft auf die Unterseite des Zylinders kompensieren, also

$$F = pA = \rho g(H - s)\pi(d/2)^2 = 139\,\mathrm{kN} \tag{43}$$

[1]

(b) Die Bernoulli-Gleichung zwischen Wasserspiegel und Wasserstrahl nach dem Passieren des Lochs lautet

$$\frac{1}{2}\rho v^2 = \rho g(H - s) \tag{44}$$

[1]

Denn die Änderungsgeschwindigkeit des Wasserspiegels soll vernachlässigt werden, und der Druck des Wassers an der Oberfläche und im Strahl ist wegen der Vernachlässigung des Luftdrucks null. Also

$$v = \sqrt{2g(H - s)} = 9.4\,\mathrm{m/s} \tag{45}$$

[1]

Die Höhe der Wasserfontäne ergibt sich aus der Energieerhaltung für ein Wasserteilchen der Masse m:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \tag{46}$$

also

$$h = \frac{v^2}{2g} = 4.5\,\mathrm{m} \tag{47}$$

[1]

Also spritzt das Wasser genau bis zur Höhe des Wasserspiegels.

(c) Die Änderungsgeschwindigkeit des Wasserspiegels ergibt sich aus der Kontinuitätsgleichung

$$v_W A_W = v A_L \tag{48}$$

[1]

wobei A_W die Fläche des Wasserspiegels, A_L die Querschnittsfläche des Lochs und v die in Teil (b) berechnete Geschwindigkeit ist. Also

$$v_W = \frac{\pi(l/2)^2}{\pi(D/2)^2 - \pi(d/2)^2}\, v = \frac{l^2}{D^2 - d^2}\, v = 0.11\,\mathrm{mm/s} \tag{49}$$

[1]

Aufgabe 7:

x_1 bezeichne die Auslenkung des Wasserstoffatoms aus seiner Gleichgewichtslage und x_2 die des Fluoratoms. Dann lauten die Bewegungsgleichungen für x_1 und x_2:

$$m_1\ddot{x}_1 = -k(x_1 - x_2) \tag{50}$$

$$m_2\ddot{x}_2 = -k(x_2 - x_1) \tag{51}$$

[2]

(Der Gleichgewichtsabstand a spielt keine Rolle, denn die Kräfte auf beide Atome sind null, wenn ihre Auslenkungen x_1 und x_2 null sind.)

Um die Bewegungsgleichung für die „relative Auslenkung" $r = x_2 - x_1$ zu erhalten, subtrahiert man die Gleichungen:

$$\ddot{r} = \ddot{x}_2 - \ddot{x}_1 = -\frac{k}{m_2}(x_2 - x_1) + \frac{k}{m_1}(x_1 - x_2) \tag{52}$$

also

$$\ddot{r} = \left(-\frac{k}{m_1} - \frac{k}{m_2}\right)(x_2 - x_1) \tag{53}$$

bzw.

$$\ddot{r} = -\left(\frac{k}{m_1} + \frac{k}{m_2}\right) r \tag{54}$$

[2]

Daraus liest man die Frequenz der linearen Schwingungen ab:

$$\omega^2 = k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = k\,\frac{m_1 + m_2}{m_1 m_2} \tag{55}$$

und kann nach dem gesuchten k auflösen:

$$k = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\,\omega^2 \tag{56}$$

[1]

Mit den angegebenen Werten folgt

$$k = 95.7\,\mathrm{kN/m} \tag{57}$$

[1]