
Klausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. W. Henning, Prof. Dr. L. Fabbietti

Sommersemester 2012

26. Juli 2012

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes oder computerbeschrieben DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Auf ein Teilchen wirke die Kraft $K = -kx + k_0$, mit $(k = m_0\omega^2)$.

- Stellen Sie die dazugehörige Schrödingergleichung auf und zeigen Sie mittels binomischer Formel, dass es sich hierbei um einen harmonischen Oszillator handelt.
- Interpretieren Sie das Potential $V(x)$.
- Geben Sie die Energieeigenwerte des Teilchens an.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Wellenfunktion

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-Zr/a_0} \quad (1)$$

für den Grundzustand des Wasserstoffes eine Lösung der Schrödinger-Gleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2mr^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} \right] + E_{pot}(r)\psi = E\psi \quad (2)$$

ist, wobei die Abstandsabhängigkeit der potentielle Energie gegeben ist durch

$$E_{pot}(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} \quad (3)$$

und berechnen sie die Energie des Grundzustandes.

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Die Natrium D-Linien sind emittiertes Licht der Wellenlänge 589,5932nm (D1) und 588,9965nm (D2). Diese charakteristischen Spektrallinien entstehen beim Übergang eines Elektrons von $3^2P_{1/2}$ (D1) bzw. $3^2P_{3/2}$ (D2) auf $3^2S_{1/2}$. Betrachten Sie Natrium dabei als Ein-Elektronen-System.

- (a) Skizzieren Sie die Aufspaltung der Energieniveaus in einem schwachen Magnetfeld und geben Sie diese in Einheiten von $\mu_B B$ an!
- (b) Zeichnen Sie alle erlaubten Übergänge ein.
- (c) Wie stark muss das Magnetfeld sein, damit der energetische Abstand des niedrigsten Zustands des $3^2P_{3/2}$ und des höchsten Zustands von $3^2P_{1/2}$ 90% der Feinstrukturaufspaltung dieser beiden Zustände ($\Delta E_{FS} = 3 \cdot 10^{-22} \text{ J}$) beträgt?

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Metastabile $\text{He}(2^1S_0)$ -Atome in einer Gasentladungszelle bei $T = 1000 \text{ K}$ absorbieren Licht auf dem Übergang $2^1S_0 \rightarrow 3^1P_1$. Die Termwerte ($T_n = E_n/hc$) der Niveaus sind $166\,272 \text{ cm}^{-1}$ (2^1S_0) und $186\,204 \text{ cm}^{-1}$ (3^1P_1), die Lebensdauern $\tau(3^1P_1) = 1,4 \text{ ns}$ und $\tau(2^1S_0) = 1 \text{ ms}$.

- (a) Bei welcher Wellenlänge liegt die entsprechende Resonanzlinie (Absorptionslinie)?
- (b) Wie groß ist die Frequenz ihrer natürlichen Linienbreite?
- (c) Wie groß ist die Frequenz ihrer Dopplerbreite?

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Wie groß ist die Photonenenergie beim Übergang $n = 2 \rightarrow n = 1$ eines myonischen Atoms mit einer Masse von 140 amu und einer Kernladungszahl $Z = 60$?

Bei welchem Wert der Hauptquantenzahl n wird der Radius r_n der Myon-Bahn so groß wie der kleinste Radius der Elektronenbahn?

Hinweis: Myonenmasse: $m_\mu = 206,6 m_e$

Aufgabe 6 (3 Punkte)

Man berechne die Geschwindigkeit der Photoelektronen, die durch K_α -Strahlung von Silber aus der K -Schale des Molybdäns ausgelöst werden. Die Kernladungszahl Z von Silber beträgt 47 und die Ionisierungsenergie von Molybdän ($Z = 42$) ist 20 keV .

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Ein radioaktives Tritiumatom (^3H) im Grundzustand wandelt sich durch den β -Zerfall eines Neutrons ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$) in ein $^3\text{He}^+$ -Ion um. Nehmen Sie an, dass für die Grunzustandswellenfunktion des wasserstoffähnlichen Atoms vor und nach dem Zerfall gilt:

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Zr}{a_0}} \quad (4)$$

Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich das Helium-Ion durch den Übergang in einem $1s$ -Zustand befindet?

Hinweis: $\int r^2 e^{\alpha r} dr = e^{\alpha r} \left(\frac{r^2}{\alpha} - \frac{2r}{\alpha^2} + \frac{2}{\alpha^3} \right)$

Aufgabe 8 (7 Punkte)

- Bestimmen Sie mit Hilfe der Hundschen Regeln das $^{2S+1}L_J$ -Symbol des Grundzustandes von Kohlenstoff. Wie groß ist die Dimension der Entartung des Grundzustandes? *Hinweis:* Kohlenstoff hat sechs Elektronen.
- Die Grundzustandskonfiguration von Kobalt-27 ist $[Ar] 3d^7 4s^2$. Wie groß ist die Entartung dieser Konfiguration gemäß dem Zentralfeldmodell? Bestimmen Sie mit Hilfe der Hundschen Regeln das $^{2S+1}L_J$ -Symbol des 'wahren' Grundzustandes und geben Sie die Dimension seiner Entartung an.

Aufgabe 9 (5 Punkte)

Beim H_2 - Molekül ist die Schwingungsfrequenz $\omega_0 = 8,28 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ und die Dissoziationsenergie beträgt $E_{Dis} = 4,478 \text{ eV}$. Vergleichen Sie im folgenden das H_2 - Molekül mit dem HD - Molekül. D ist das Deuterium mit einem Kern aus Proton und Neutron. Nehmen Sie Proton und Neutron als gleich schwer an.

- Warum kann man annehmen, daß die Kraftkonstante („Federkonstante“) bei beiden Molekülen gleich ist ?
- Ist unter der Bedingung von 9a auch die Dissoziationsenergie gleich bei beiden Molekülen und warum?
- Berechnen Sie die Dissoziationsenergie des HD - Moleküls.

Aufgabe 10 (3 Punkte)

Die Zustandsdichte eines zweidimensionalen Elektronengases ist konstant und unabhängig von der Energie. Welcher Bruchteil aller Elektronen eines solchen Materials mit der Fermienergie E_F hat bei $T = 300\text{K}$ eine Energie $E \geq E_F(T = 0) = 4\text{eV}$?

Hinweis: $\int \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} dE = -kT \ln \left(e^{-\frac{E}{kT}} + e^{-\frac{E_F}{kT}} \right)$

Konstanten

Physikalische Konstanten

Größe	Symbol, Gleichung	Wert
Vakuumlichtgeschwindigkeit	c	$2,9979 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$
Plancksche Konstante	h	$6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$
Red. Plancksche Konstante	$\hbar = h/2\pi$	$1,0546 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Elektr. Elementarladung	e	$1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Boltzmann-Konstante	k_B	$1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1} = 8,617 \cdot 10^{-5} \text{ eVK}^{-1}$
Magnetische Feldkonstante	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$
Elektrische Feldkonstante	$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 c^2$	$8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ AsV}^{-1}\text{m}^{-1}$
Elektronruhemasse	m_e	$9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg} = 0,5110 \text{ MeV}/c^2$
(Anti-)Protonruhemasse	$m_{\bar{p},p}$	$1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 938,2720 \text{ MeV}/c^2$
Neutronruhemasse	m_n	$1,6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 939,5653 \text{ MeV}/c^2$
Atomare Masseneinheit	amu	$1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Avogadro-Zahl	N_A	$= 6,023 \cdot 10^{23}$
Bohr'scher Radius	$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{e^2 m_e}$	$5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$
Bohr'sches Magneton	μ_B	$9,2741 \cdot 10^{-24} \text{ JT}^{-1} = 5,7884 \cdot 10^{-5} \text{ eVT}^{-1}$
Kernmagneton	μ_K	$= 5,0508 \cdot 10^{-27} \text{ J/T} = 3,152 \cdot 10^{-14} \text{ MeV/T}$
Magnetisches Moment des Protons:	μ_P	$2,79\mu_K$
Feinstrukturkonstante	$1/\alpha$	$137,036$
Rydbergsche Konstante	R_∞	$13,6057 \text{ eV}$