Probeklausur zur Experimentalphysik 3

Prof. Dr. S. Schönert
Wintersemester 2014/2015
19. Januar 2015

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe A (8 Punkte)

(a) Mit welchen zwei Konstanten der Elektrostatik bzw. Magentostatik hängt die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit zusammen? Wie lautet der Zusammenhang?

(b) Ist der über die Zeit gemittelte Poyinting-Vektor abhängig von der Frequenz der EM Welle?

(c) Nennen Sie ein Phänomen in der Natur, der durch den Strahlungsdruck des Lichts verursacht wird?

(d) Warum ist die untergehende Sonne rot?

(e) Was versteht man unter anormaler Dispersion?

(f) Nenne zwei Methoden um polarisiertes Licht zu erzeugen?

(g) Nennen Sie zwei Methoden mit denen man die Polaristationsebene drehen kann.

(h) Geben Sie die Farbreihenfolge (rot/blau) des Regenbogens für einen Regenbogen bzw. zwei Regenbögen.

(i) Was für eine Linse benötigt die Brille eines Kurzsichtigen?

(j) Bei einem verdunstenden Ölfilm auf Wasser wandern die Interferenzringe nach....?

(k) Nennen Sie zwei Effekte, die sich nicht mit klassischer Optik erklären lassen.

Lösung

(a) Dielektrizitätskonstante (ϵ_0) und Permeabilitätskonstante (μ_0), $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

[1]

(b) Nein, ist unabhängig von Frequenz. $\sin^2 \omega t$ gemittelt ergibt 1/2.

$$\vec{S} = \frac{(\vec{E} x \vec{B})}{\mu_0}$$

[0,5]

(c) Größe der Sonne, Kometenschweif Biegung, Lichtmühlendrehung

[0,5]

(d) Das blaue Licht wird stärker senkrecht zur Lichtausbreitung gestreut, ein größerer Rotanteil bleibt übrig.

[0,5]

(e) Realteil des Brechungsindex nimmt mit steigender Frequenz ab. $\frac{dn_r}{d\omega} < 0$

[0,5]

(f) Polarisationsfilter, Streuung unter Brewsterwinkel, Doppelbrechende Kristalle, Rayleigh-Streuung

[1]

(g) Polarisationsfilter, $\lambda/2$ Plättchen, optisch aktive Lösungen (Zucker), Faraday-Effekt,

[1]

(h) primärer Regenbogen: innen blau, aussen rot; sekundärer Regenbogen: innen rot, aussen blau

[1]

(i) Eine Zerstreuungslinse (Konkav)

[0,5]

(j) Innen. Wegen des kürzeren Weges verschwinden die höheren Maxima in der Mitte.

[0,5]

(k) Photoeffekt, Keine UV-Katastrophe, Compton-Effekt,

[1]

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Ein optisches Glasfaserkabel besteht aus einer dünnen zylindrischen Faser mit dem Radius $r_\mathrm{f} = 1\mathrm{mm}$ und dem Brechungsindex $n_\mathrm{f} = 1,66$, die von einem dünnen **äußeren** Mantel mit dem Brechungsindex $n_\mathrm{c} = 1,52$ ummantelt ist. Das Kabel befindet sich in Luft mit dem Brechungsindex $n_0 = 1$.

(a) Berechnen Sie den Einfallswinkel θ_max, den das eingekoppelte Licht am Eingang der Faser höchstens haben darf, damit das einmal eingefangene Licht die gesamte innere Faser durchläuft.

(b) Wie groß ist der minimale Krümmungsradius, bei parallelem Einfall, mit dem man das Kabel biegen darf, ohne dass nennenswerte Lichtverluste in der Faser auftreten?

Lösung

(a) Für den kritischen Winkel der Totalreflexion θ_c gilt $\sin\theta_\mathrm{c} = \frac{n_\mathrm{c}}{n_\mathrm{f}}$. Für alle größeren Winkel erhält man zusätzlich einen gebrochenen Strahl im Punkt B. Aus der Geometrie ersieht man, dass

$$\theta_f = 90° - \theta_\mathrm{c} \Rightarrow \sin\theta_\mathrm{c} = \cos\theta_\mathrm{f} = \frac{n_\mathrm{c}}{n_\mathrm{f}}$$

[1]

wobei θ_f der Brechungswinkel an der Stirnfläche der Faser ist. Daher auch

$$\sin\theta_\mathrm{f} = \sqrt{1-\cos^2\theta_\mathrm{f}} = \sqrt{1-\left(\frac{n_\mathrm{c}}{n_\mathrm{f}}\right)^2}$$

Einsetzen in das Brechungsgesetz am Eintrittspunkt an der Stirnseite ergibt

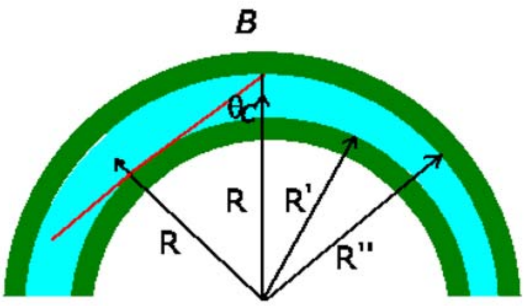
$$\sin\theta_\mathrm{max} = n_\mathrm{f}\sin\theta_\mathrm{f} = n_\mathrm{f}\sqrt{1-\left(\frac{n_\mathrm{c}}{n_\mathrm{f}}\right)^2} = \sqrt{n_\mathrm{f}^2 - n_\mathrm{c}^2}$$

Man erhält

$$\sin\theta_\mathrm{max} = 0,67 \Rightarrow \theta_\mathrm{max} = 42°$$

[1,5]

(b) In der Abbildung wird das Kabel mit einem Krümmungsradius R dargestellt. Wir definieren den Radius bis zur Mitte des Kabels. Bei Definition des Radius' als Abstand zur inneren (R') bzw. äußeren (R'') Mantelfläche ändern sich die Ergebnisse geringfügig. Aus



der Geometrie ersieht man, dass der Winkel am Punkt B nicht kleiner werden darf als

$$\sin\theta_\mathrm{c} = \frac{R - r_\mathrm{f}}{R + r_\mathrm{f}} = \frac{n_\mathrm{c}}{n_\mathrm{f}}$$

wobei r_f der Radius der Faser ist. Daher

$$n_\mathrm{c}(R + r_\mathrm{f}) = n_\mathrm{f}(R - r_\mathrm{f}) \Rightarrow R_\mathrm{min} = r_\mathrm{f}\left(\frac{n_\mathrm{f} + n_\mathrm{c}}{n_\mathrm{f} - n_\mathrm{c}}\right)$$

[1,5]

Man erhält

$$R_{\mathrm{min}} = 22,7\mathrm{mm}$$

bzw. bei Definition des Radius bis zur inneren bzw. äußeren Mantelfläche

$$R'_{\mathrm{min}} = 2r_{\mathrm{f}}\frac{n_{\mathrm{c}}}{n_{\mathrm{f}} - n_{\mathrm{c}}} = 21,7\mathrm{mm} \qquad R''_{\mathrm{min}} = 2r_{\mathrm{f}}\frac{n_{\mathrm{f}}}{n_{\mathrm{f}} - n_{\mathrm{c}}} = 23,7\mathrm{mm}$$

[**1**]

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Ein linear polarisierte elektromagnetische Welle mit der Vakuumwellenlänge $\lambda = 589,6\mathrm{nm}$ falle senkrecht auf einen Halbleiter mit dem komplexen Brechungsindex $\tilde{n} = 1,5 - 0,15i$.

(a) Nach welcher Strecke ist die Intensität der eingedrungenen Strahlung auf den e^{-1}-ten Teil abgesunken?

(b) Bestimmen Sie die Phasenverschiebung zwischen dem $\vec{E}$- und $\vec{B}$-Feld im Halbleiter.

Lösung

Für die elektromagnetische Welle benutzen wir den Ansatz

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \tilde{k}z)}$$

wobei die Wellenzahl $\tilde{k}$ echt komplex ist, da der Brechugnsindex $\tilde{n} = n - i\kappa$ echt komplex ist. Da

$$\tilde{k} = \frac{\omega}{c}\tilde{n} = \frac{\omega}{c}(n - i\kappa)$$

können wir die elektrische Feldstärke schreiben als

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \frac{n\omega z}{c} + i\frac{\kappa\omega z}{c})} = \vec{E}_0 e^{-\frac{\kappa\omega z}{c}} e^{i(\omega t - \frac{n\omega z}{c})} = \vec{E}_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i\omega(t - \frac{nz}{c})}$$

wobei $\delta = \frac{c}{\omega\kappa}$ als Abkürzung benutzt wurde.

[**1**]

(a) Die Intensität ist proportional zu $\vec{E}^2$. Daher

$$I \sim E_0^2 e^{-\frac{2z}{\delta}}$$

Die Intensität ist also bei der Strecke $R_{\mathrm{e}} = \frac{\delta}{2}$ auf den e^{-1}-ten Teil abgesunken. Zahlenwerte sind

$$R_{\mathrm{e}} = \frac{\delta}{2} = \frac{c}{2\kappa\omega} = \frac{\lambda_{\mathrm{vak}}}{2\pi\kappa} = 313\mathrm{nm}$$

[**1**]

(b) Das Magnetfeld $\vec{B}$ ist nach Maxwell wie folgt an die elektrische Feldstärke gekoppelt:

$$\vec{B} = \frac{1}{\omega}\vec{k} \times \vec{E} = \frac{\tilde{n}}{c}\vec{s} \times \vec{E}$$

wobei $\vec{s}$ ein Einheitsvektor in Ausbreitungsrichtung ist. mit

$$\tilde{n} = |\tilde{n}|e^{i\phi_\mathrm{B}} \qquad \vec{B} = \frac{|\tilde{n}|}{c}\vec{s} \times \vec{E}e^{i\phi_\mathrm{B}}$$

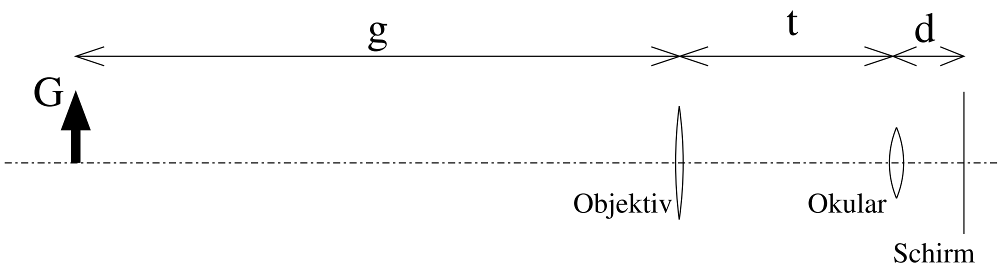
folgt

$$\tan(\phi_\mathrm{B}) = \frac{\kappa}{n}$$

Der Phasenwinkel ist also $\phi_\mathrm{B} = 5,7° \Leftrightarrow \tan(\phi_\mathrm{B}) = 0,1$:

[2]

Aufgabe 3 (5 Punkte)



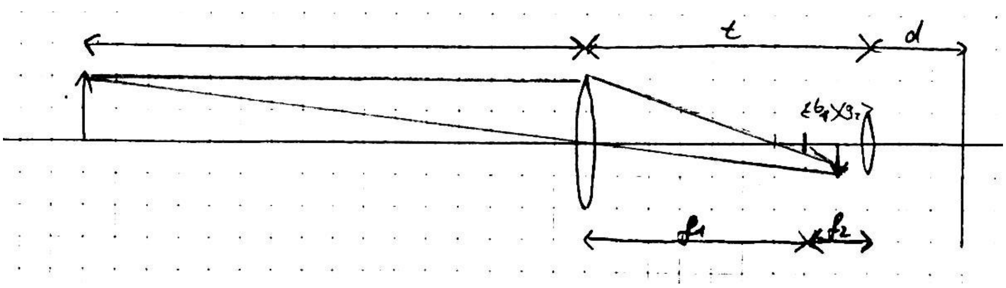
Ein einfaches Fernrohr besteht aus dem Objektiv mit der Brennweite $f_\mathrm{Objektiv} = 400\mathrm{mm}$ und dem Okular mit der Brennweite $f_\mathrm{Okular} = 50\mathrm{mm}$. Der Abstand zwischen den beiden Linsen beträgt $t = 450\mathrm{mm}$.

(a) Mit dem Fernrohr soll ein Gegenstand G betrachtet werden, der sich im Abstand $g = 50\mathrm{m}$ vor dem Objektiv befindet. An welcher Position befindet sich das Zwischenbild des Objektivs? Ist es reell oder virtuell?

(b) Wohin bildet das Okular dieses Zwischenbild ab? Ist das resultierende Bild reell oder virtuell?

(c) Im Abstand von $d = 25\mathrm{cm}$ hinter dem Okular wird ein Schirm aufgestellt, auf dem der Gegenstand scharf abgebildet werden soll. Welchen Abstand t zwischen Objektiv und Okular muss man dazu einstellen?

Lösung



(a) Es gilt $\frac{1}{g}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f}$, daher

$$\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f}-\frac{1}{g}=\frac{1}{400\text{mm}}-\frac{1}{50000\text{mm}}\Rightarrow b_1=403,2\text{mm}$$

Das Zwischenbild ist reell.

[1,5]

(b) Die Gegenstandsweite für die zweite Abbildung ist

$$g_2=t-b_1=46,8\text{mm}$$
$$\frac{1}{g_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f}$$

Daher

$$\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f}-\frac{1}{g_2}\Rightarrow b_2=-725\text{mm}$$

Das Bild ist virtuell und 725mm links vom Okular.

[2]

(c) Bildweite $b_2=250$mm. Daher

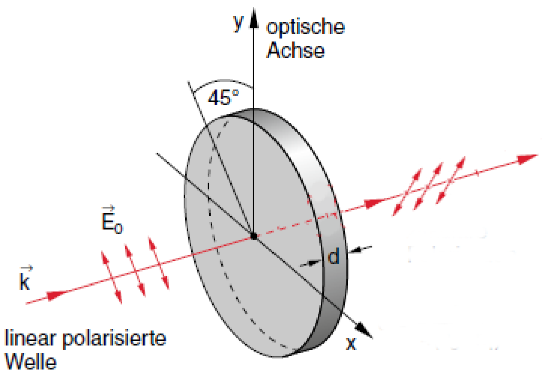
$$\frac{1}{g_2}+\frac{1}{b_2}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1}{g_2}=\frac{1}{f}-\frac{1}{b_2}\Rightarrow g_2=62,5\text{mm}$$

und $t=g_2+b_1=465,7$mm. *Achtung: Runden kann Zahlenwerte ändern.*

[1,5]

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Linear polarisiertes Licht der Wellenlänge $\lambda=0,589\mu$m fällt auf ein Quarz-Plättchen, dessen optische Achse senkrecht zur Ausbreitungsrichtung des Lichtes zeigt. Der Winkel zwischen Polarisationsebene des Lichtes und der optischen Achse beträgt 45°. Die Hauptbrechungsindizes für



Quarz sind $n_o=1,5443$ und $n_{ao}=1,5534$. Welche Dicken muss das Quarz-Plättchen haben, damit die Polarisationsebene um 90° gedreht wird?

Lösung

Das $\frac{\lambda}{4}$-Plättchen erzeugt aus einer linear polarisierten Welle eine zirkular polarisierte Welle. Setzen wir den Koordinatenursprung an die Vorderfläche des Quarz-Plättchen, so ist die Feldstärke am Ort $z = 0$

$$\vec{E}_1 = E_0 \begin{pmatrix} \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix},$$

wobei die y-Achse mit der Richtung der optischen Achse übereinstimmt. Nach Durchgang des Lichts durch das Plättchen ergibt sich eine Phasendifferenz zwischen x- und y-Komponente von

$$\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda}(n_{\mathrm{ao}} - n_{\mathrm{o}})$$

Um linear polarisiertes Licht zu erhalten, muss

$$\phi = k\pi, \quad k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

[**1**]

Während sich im Fall k gerade die Polarisationsebene nicht ändert, ergibt sich für k ungerade eine Drehung der Polarisationsebene um 90°. Es muss gefordert werden, dass

$$\phi = 2\pi \frac{d}{\lambda}(n_{\mathrm{ao}} - n_{\mathrm{o}}) = (2k+1)\pi, \quad k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

Daraus ergibt sich die notwendige Dicke d der Platte zu

$$d = \frac{\lambda}{2} \frac{1}{n_{\mathrm{ao}} - n_{\mathrm{o}}} (2k+1)$$

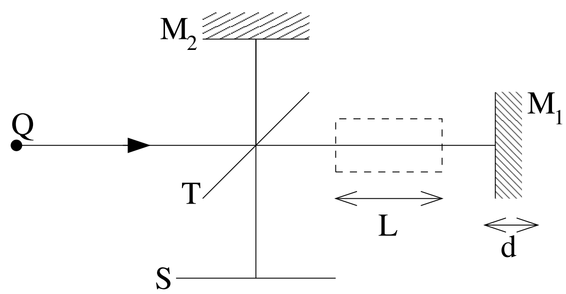
[**1**]

Einsetzen der Zahlenwerte gibt

$$d = (2k+1) \cdot 32,4 \mu\mathrm{m}$$

[**1**]

Aufgabe 5 (3 Punkte)



Gegeben sei ein Michelson Interferometer.

(a) Die Lichtquelle Q emittiere monochromatische Strahlung der Wellenlänge λ. Auf dem Schirm S beobachtet man eine Verschiebung von 100 Interferenzmaxima, während der Spiegel M_1 um $d = 0,0316$mm verschoben wird. Bestimmen Sie die Wellenlänge λ des Lichtes.

(b) Zwischen dem Strahlteiler T und dem Spiegel M_1 wird nun eine evakuierte Zelle der Länge $L = 10$cm gestellt. Während des Auffüllens der Zelle mit CO_2-Gas bis zum Atmosphärendruck wird das Auftreten von 142 Interferenzmaxima beobachtet. Bestimmen Sie den Brechungsindex von CO_2 bei Atmosphärendruck.

Lösung

(a) Der Spiegel wird um $d = 0,0316\text{mm} = 31,6\mu\text{m}$ verschoben. Der Wegunterschied ist folglich $\Delta s = 2d = 63,2\mu\text{m}$. Auf diesem Weg gibt es 100 Maxima.

$$\Delta\varphi = 100 \cdot 2\pi \Rightarrow \Delta s = 100\lambda_0$$

Weiterhin folgt

$$2d = 100\lambda_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{2d}{100} = 632\text{nm}$$

Was die Wellenlänge einer Helium-Neon-Lasers ist.

[1,5]

(b) Der optische Wegunterschied ist

$$\Delta s = 2l(n-1)$$

Dabei werden 142 Maxima beobachtet, daher

$$2l(n-1) = 142\lambda \Leftrightarrow n = \frac{142\lambda}{2l} + 1 = 1,00045$$

[1,5]

Aufgabe 6 (3 Punkte)

Ein Spalt der Breite $d = 600\mu$m wird mit orangem Licht beleuchtet, und man beobachtet das Beugungsbild auf einem Schirm im Abstand 1m hinter dem Spalt. Für welche Ordnung n fällt das Maximum der n-ten Ordnung bei der Wellenlänge $\lambda_1 = 600$nm mit dem Minimum n-ter Ordnung bei der grünen Wellenlänge $\lambda_2 = 500$nm gerade zusammen (d.h. die beiden Wellenlängen sind auflösbar)?

Lösung

Für die Intensität I gilt

$$I \propto \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2$$

wobei $u = \frac{2\pi dy}{\lambda L}$, d die Spaltbreite, y die Ausrenkung am Schirm, λ die Wellenlänge und L der Abstand Spalt-Schirm ist. Für das Minimum muss $u = n\pi = \frac{2\pi dy}{\lambda L}$. Dies ist äquivalent zu

$$\frac{2d}{L}y = n\lambda$$

Für das Maximum benutzen wir die Näherung, dass dieses für $|\sin u|$ maximal angenommen wird. Diese Näherung ist gut für $\frac{u}{\pi} \geq 100$. Daher

$$\frac{2\pi dy}{\lambda L} = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{2d}{L}y = \frac{2n+1}{2}\lambda$$

[1,5]

Die Bedingung, dass das Maximum mit $\lambda_1 = 600$nm und das Minimum für $\lambda_2 = 500$nm sich entsprechen, ist

$$\begin{aligned}\left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda_1 &= n\lambda_2 \\ \frac{\lambda_1}{2} &= n(\lambda_2 - \lambda_1) \\ n &= \frac{\lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = -\frac{600\text{nm}}{2 \cdot 100\text{nm}} = -3\end{aligned}$$

In 3-ter Ordnung fällt das Maximum für 600nm mit dem für 500nm zusammen. Für $n = 3$ ist die Näherung für das Maximum gut.

[1,5]

Aufgabe 7 (6 Punkte)

Ein typischer Laserpointer emittiert rotes Licht mit einer Frequenz $\nu = 4,48 \cdot 10^{14}$ Hz und hat eine Lichtleistung von 1 mW.

(a) Welche Wellenlänge λ hat das Laserlicht in Luft und in Wasser ($n_{\text{Wasser}} = 1,33$)?

(b) Wieviele Photonen emittiert der Laser pro Sekunde bei der angegebenen Leistung? Welche Energie hat ein Photon?

(c) Welche Geschwindigkeit hat ein Elektron, wenn der Laser auf ein Material mit der Austrittsarbeit $A = 1$eV geschossen wird?

(d) Wieviele Photonen emittiert ein grüner Laserpointer ($\lambda_{\text{Luft}} = 532$ nm) bei gleicher Leistung pro Sekunde?

Lösung

(a) Es gilt für die Lichtgeschwindigkeit in einem Medium

$$c = \lambda \cdot \nu = c_{\text{Vac}}/n, \quad \text{also} \quad \lambda = c_{\text{Vac}}/(n \cdot \nu).$$

Der Brechungsindex von Luft ist $n \simeq 1$, von Wasser $n = 1,33$:

$$\begin{aligned}
\lambda_{\text{Luft}} &= c/\nu = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4.48 \text{ 1/s}} = 670 \text{ nm} \\
\lambda_{\text{Wasser}} &= \lambda_{\text{Luft}}/n_{\text{Wasser}} = 670 \text{ nm}/1,33 = 503,5 \text{ nm}
\end{aligned}$$

[1,5]

(b) Die Energie eines Photons ist gegeben durch $E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu$. Hier also

$$E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{J s} \cdot 4,48 \cdot 10^{14} \text{ m/s} = 2,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Die Lichtenergie, die in 1 s emittiert wird beträgt $E_1 = P \cdot t = 1 \text{ mW} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ mJ}$. Daraus errechnet man die Anzahl der Photonen zu

$$n = \frac{E_1}{E_{\text{Photon}}} = \frac{10^{-3} \ J}{2,97 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 3,37 \cdot 10^{15}$$

[1,5]

(c) Die Energie des Elektrons setzt sich zusammen aus der Energie des Photons abzüglich der Austrittsarbeit.

$$E_{e^-} = E_{\text{Photon}} - A = 1,85 \text{ eV} - 1 \text{ eV} = 0,85 \text{ eV} = 1,36 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{e^-}}{m_{e^-}}} = 5,47 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

[1,5]

(d) Die Photonenenergieen verhalten sich indirekt Proportional zu den Wellenlängen, also

$$\frac{E_{\text{rot}}}{E_{\text{gruen}}} = \frac{\lambda_{\text{gruen}}}{\lambda_{\text{rot}}}$$

Für die benötigten Photonenzahlen ergibt sich demnach

$$n_{\text{gruen}} = n_{\text{rot}} \cdot \frac{\lambda_{\text{gruen}}}{\lambda_{\text{rot}}} = 3,37 \cdot 10^{15} \cdot \frac{532 \text{ nm}}{670 \text{ nm}} = 2,68 \cdot 10^{15}$$

[1,5]

Aufgabe 8 (3 Punkte)

Die Temperatur eines schwarzen Körpers steigt von 1500K auf die Oberflächentemperatur der Sonne von 5800K.

(a) Um welchen Faktor steigt dabei die Strahlungsleistung?

(b) Um welchen Faktor ändert sich dabei die den maximalen Energiebeitrag liefernde Wellenlänge?

(c) Wird diese Wellenlänge kleiner oder größer?

Lösung

(a) Mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz $P = \sigma a T^4$ folgt bei gleicher Oberfläche A:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2^4}{T_1^4} = 224$$

[**1**]

(b) Das Wiensche Verschiebungsgesetz sagt uns, dass

$$\frac{\lambda_{\max,2}}{\lambda_{\max,1}} = \frac{T_1}{T_2} = 0,26$$

[**1**]

(c) Die Wellenlänge mit dem maximalen Energiebeitrag wird also kleiner.

[**1**]

Konstanten

Elementarladung:	$e = 1.60 \cdot 10^{-19}\text{C}$
Planck'sche Konstante:	$h = 6.63 \cdot 10^{-34}\text{Js}$
Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^{8}\text{ms}^{-1}$
Elektronenruhemasse:	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$
Stefan Boltzmann Konstante:	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\,\frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}^4}$