Musterlösung der Diplomvorprüfung zu Experimentalphysik II

Aufgabe 1 (8 Punkte)

a) $\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi\left(R_2^{\,2} - R_1^{\,2}\right)}$

b) Potential: $d\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{dQ}{\sqrt{r^2 + x^2}}$

$dQ = \sigma dA = \sigma \cdot 2\pi r dr \qquad \Rightarrow \qquad d\varphi = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{rdr}{\sqrt{r^2 + x^2}}$

$$\Rightarrow \quad \varphi = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{rdr}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \left[\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sqrt{r^2 + x^2}\right]_{R_1}^{R_2} = \underline{\underline{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R_2^{\,2} + x^2} - \sqrt{R_1^{\,2} + x^2}\right]}}$$

$$E(x) = -\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{x}{\sqrt{R_2^{\,2} + x^2}} - \frac{x}{\sqrt{R_1^{\,2} + x^2}}\right]$$

c) Elektron erreicht maximale Geschwindigkeit bei x=0, Proton im Unendlichen (bei x->∞)

$$\varphi(0) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(R_2 - R_1) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0(R_1 + R_2)} = \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 R_1}$$

$$\varphi(2R_2) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{(2R_1)^2 + (4R_1)^2} - \sqrt{R_1^{\,2} + (4R_1)^2}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} R_1\left[\sqrt{20} - \sqrt{17}\right] = \frac{Q}{6\pi\varepsilon_0 R_1}\left[\sqrt{20} - \sqrt{17}\right]$$

$\varphi(\infty) = 0$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta E_{pot}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \left(\varphi(2R_2) - \varphi(0)\right)}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot Q}{6\pi\varepsilon_0 R_1 m_e}\left(\sqrt{20} - \sqrt{17} - 1\right)} = \underline{\underline{7{,}4 \cdot 10^6 \frac{m}{s}}}$$

$$v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta E_{pot}}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot \varphi(2R_2)}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \cdot Q}{6\pi\varepsilon_0 R_1 m_p}\left(\sqrt{20} - \sqrt{17}\right)} = \underline{\underline{1{,}27 \cdot 10^5 \frac{m}{s}}}$$

Aufgabe 2 (12 Punkte)

a) $\mu_r \mu_0 H_I = B_I = B_A = \mu_0 H_A$

Integration entlang eines Kreises um den Draht

$$\oint_C H dl = I = H_A \pi r + H_I \pi r = H_I \pi r \cdot (\mu_r + 1)$$

$$H_I = \frac{I}{\pi r (\mu_r + 1)} = \frac{6A}{\pi \cdot 1501} \cdot \frac{1}{r} = \underline{\underline{1{,}27 mA \cdot \frac{1}{r}}}$$

$$H_A = H_I \cdot \mu_r = \frac{\mu_r I}{\pi r (\mu_r + 1)} = \frac{1500 \cdot 6A}{\pi \cdot 1501} \cdot \frac{1}{r} = \underline{\underline{1{,}91 A \cdot \frac{1}{r}}}$$

$$B_I = B_A = \mu_0 H_A = \frac{\mu_0 \mu_r I}{\pi r (1 + \mu_r)} = \frac{1500 \cdot 6A \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} Vs}{\pi \cdot 1501} \cdot \frac{1}{r} = \underline{\underline{2{,}40 \cdot 10^{-6} T \cdot m \cdot \frac{1}{r}}}$$

$$M_I = \chi \cdot H_I = (\mu_r - 1) \cdot H_I = \frac{I \cdot (\mu_r - 1)}{\pi r (\mu_r + 1)} = \underline{\underline{1{,}91 A \cdot \frac{1}{r}}}$$

$$M_A = \underline{\underline{0}}$$

b) Kraft pro Länge: $\frac{F}{l} = I \cdot B$

magnetische Flußdichte des 1. Drahtes am Ort des 2. Drahtes:

$$B(10cm) = \frac{2{,}40 \cdot 10^{-6} T \cdot m}{0{,}1m} = 2{,}40 \cdot 10^{-5} T$$

$$\Rightarrow \quad \frac{F}{l} = 6A \cdot 2{,}40 \cdot 10^{-5} T = \underline{\underline{1{,}44 \cdot 10^{-4} N/m}}$$

Leiter sind entgegengesetzt vom Strom durchflossen, deshalb wirkt diese Kraft abstoßend.

c) Aus Symmetriegründen heben sich entlang der z-Achse die Komponenten in der x-y-Ebene auf, die entlang der z-Achse verdoppeln sich (siehe Skizze).

Das B-Feld verläuft in positive z-Richtung

$$B_z = \frac{\mu_0 \mu_r I}{\pi\left(1+\mu_r\right)} \frac{1}{r} \cdot 2 \cdot \cos\alpha \qquad\qquad r = \sqrt{{x_1}^2 + z^2} \quad ; \quad \cos\alpha = \frac{x_1}{r} = \frac{x_1}{\sqrt{{x_1}^2 + z^2}}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{B_z = \frac{2 \cdot \mu_0 \mu_r I}{\pi\left(1+\mu_r\right)} \frac{x_1}{\left({x_1}^2 + z^2\right)}}}$$

Zeichnung ...

Aufgabe 3 (12 Punkte)

a) Kirchhoff'sche Maschenregel, links $L\dot{I}_1 + \frac{Q_1}{C} + \frac{Q_3}{2C} = 0$

Rechts: $L\dot{I}_2 + \frac{Q_2}{C} - \frac{Q_3}{2C} = 0$

Differentiation und Verwendung der Knotenregel $\dot{Q}_3 = I_1 - I_2$ ergibt

$$L\ddot{I}_1 = \frac{1}{2C}(-3I_1 + I_2)$$
$$L\ddot{I}_2 = \frac{1}{2C}(I_1 - 3I_2)$$

b) Subtraktion bzw. Addition der beiden Dgln. führt auf

$$L(\ddot{I}_1 - \ddot{I}_2) = -\frac{2}{C}(I_1 - I_2) \qquad \text{(i)}$$
$$L(\ddot{I}_1 + \ddot{I}_2) = -\frac{1}{C}(I_1 + I_2) \qquad \text{(ii)}$$

Substitution:

$$L\ddot{I}^- = -\frac{2}{C}I^- \quad \text{(i)}$$
$$L\ddot{I}^+ = -\frac{1}{C}I^+ \quad \text{(ii)}$$

Die Eigenfrequenzen sind $\omega_{0,i} = \sqrt{\frac{2}{LC}}$ für I^- und $\omega_{0,ii} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ für I^+.

c) Aus der Knotenregel:

Eigenschwingung I^-: I_1 gegenphasig I_2, $I_3 = 2I_1 = -2I_2$
Eigenschwingung I^+: I_1 gleichphasig I_2, $I_3 = 0$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

a) Energiedichte: $<w>=\frac{I}{c}=\frac{P}{Ac}=1.56\cdot 10^{-5}Jm^{-3}=\frac{\varepsilon_0}{2}E_0^2$

$\Rightarrow \qquad E_0=1878Vm^{-1}$

$B_0=\frac{E_0}{c}=6.26\mu T$

b) vollständige Absorption: Druck=Strahlungsdruck $P_S=<w>=1.56\cdot 10^{-5}Nm^{-2}$

c) Induzierte Spannung: $U_{ind}=-N\cdot\int_F \dot{B}dF=-\frac{\pi}{4}Nd^2\dot{B}$

Ebene Welle, z.B. $B(z,t)=B_0\sin(kz-\omega t)\rightarrow \dot{B}(z,t)=2\pi fB_0\cos(kz-\omega t)$

$\rightarrow U_{ind,0}=\frac{1}{2}\pi^2Nd^2fB_0$

Mit $U_{ind,0}=0.0075V$ folgt $I=\frac{cB_0^2}{2\mu_0}=\frac{c}{2\mu_0}\left(\frac{2U_{ind,0}}{\pi^2Nd^2f}\right)^2=4.59\cdot 10^{-7}\frac{W}{m^2}$

Abschirmung durch Ummagnetisierungsverluste ~ Fläche unter Hysteresekurve. Wahl des Materials (hart/weich) von Parametern Permeabilität, Koerzitivfeldstärke abhängig.

Aufgabe 5 (10 Punkte)

a) $$E = E_0 + E_{kin} = m_0c^2 + U \cdot e = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \quad v = c\sqrt{1-\left(\frac{m_0c^2}{m_0c^2+Ue}\right)^2} = \underline{\underline{0{,}9982c}}$$

b) $v_{1/2} = 0{,}4991c$

$$U_{1/2} = \frac{1}{e}\left(E_{1/2} - E_0\right) = \frac{m_0c^2}{e}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta_{1/2}^{\ 2}}} - 1\right) = 78698V$$

$$l_{1/2} = U_{1/2}\frac{l}{U} = 78698V\frac{10m}{8MV} = \underline{\underline{9{,}84cm}}$$

c) Zu Beginn der Beschleunigungsstrecke ruhen die Elektronen: $p_i = 0$

Am Ende: $p_f = mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{9{,}11\cdot 10^{-31}kg \cdot 2{,}993\cdot 10^8 m/s}{\sqrt{1-(0{,}9982)^2}} = \underline{\underline{4{,}55\cdot 10^{-21}kg\, m/s}}$

d) Strom I = 5A: $I = \frac{dQ}{dt} = \frac{e}{t_e}$ wobei t_e der zeitliche Abstand der einzelnen Elektronen beschreibt. $l_e = v \cdot t_e$ ist der räumliche Abstand der Elektronen im Bezugssystem des Beobachters. $L_e = \frac{l_e}{\sqrt{1-\beta^2}}$ ist dann der Abstand der Elektronen in ihrem eigenen Ruhesystem.

$$L_e = \frac{l_e}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{v\cdot t_e}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{v\cdot e}{I\cdot\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \frac{2{,}993\cdot 10^8 m/s \cdot 1{,}6022\cdot 10^{-19}C}{5A\cdot\sqrt{1-(0{,}9982)^2}} = 1{,}60\cdot 10^{-10}m$$

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{L_e} = \underline{\underline{9{,}0\cdot 10^{-9}N}}$$