Nachklausur in Experimentalphysik 2

Prof. Dr. R. Kienberger
Sommersemester 2018
02.10.2018

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Im Schwerefeld der Erde in Bodennähe sei eine Punktladung Q_1 in einem Punkt fixiert. Eine zweite massebehaftete Punktladung Q_2 mit gleicher Ladung befinde sich entlang der z-Achse frei beweglich über der ersten Punktladung. Es sei Q_2 nicht möglich, sich in x- oder y-Richtung zu bewegen. Sämtliche äußeren Einflüsse können vernachlässigt werden.

Stellen Sie die Bewegungsgleichung der Ladung Q_2 auf. Lösen Sie sie nicht. Was unterscheidet diese Differentialgleichung von der eines harmonischen Oszillators? Berechnen Sie die Gleichgewichtslage dieser Anordnung.

Lösung

Das Koordinatensystem wird so gewählt, dass sich Q_1 im Ursprung befindet und die z-Achse durch Q_2 läuft. Die Differentialgleichung ergibt sich aus der Summe der wirkenden Kräfte zu

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= F_G + F_{el} \\ &= -mg + \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{z^2} \qquad (1) \end{aligned}$$

$$m\ddot{z} - \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{z^2} = -mg \qquad (2)$$

[**2**]

Die Differentialgleichung ist nicht linear. Anders als beim harmonischen Oszillator skaliert die rücktreibende Kraft nicht mit z, sondern mit $\frac{1}{z^2}$. Eine Lösung zu der Gleichung zu finden geht weit über den Rahmen der Klausur hinaus. Einfach zu berechnen ist aber die Gleichgewichtslage über den Ansatz $m\ddot{z} = 0$.

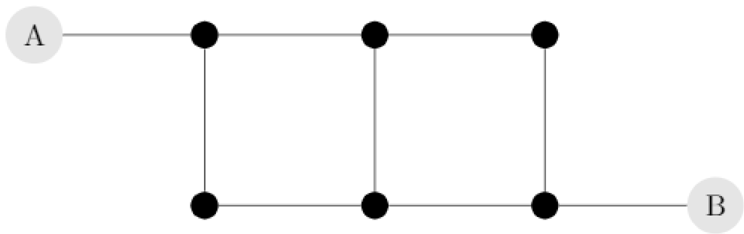
[**1**]

$$0 = -mg + \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{z^2} \qquad \Rightarrow z = \sqrt{\frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0 mg}} \qquad (3)$$

[2]

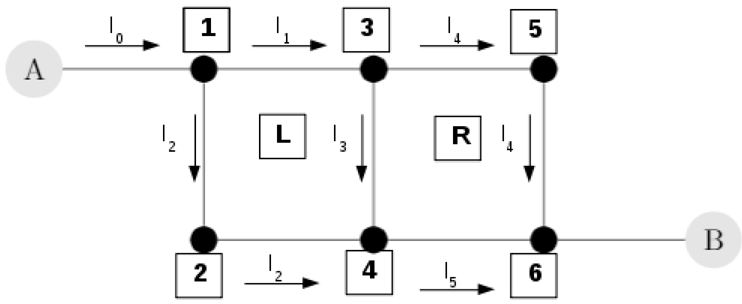
Aufgabe 2 (9 Punkte)

Aus Widerstandsdraht werden zwei Quadrate mit einer gemeinsamen Seite zusammengelötet. Jede Seite habe den Widerstand R. Wie groß ist der Gesamtwiderstand R_{AB} zwischen A und B? *Hinweis*: Machen Sie kein Ersatzschaltbild. Benutzen Sie auch die Symmetrie der Schaltung für Schlussfolgerungen.



Lösung

Die Knoten sind wie in der Abbildung durchnummeriert:



Der von A nach $\boxed{1}$ fließende Strom I_0 teilt sich auf in $I_1 + I_2$, die von $\boxed{6}$ nach B fließenden Ströme I_4 und I_5 vereinigen sich wieder zu I_0:

$$I_0 = I_1 + I_2 = I_4 + I_5 \tag{4}$$

[1]

Für die Spannungen in den Maschen $\boxed{\mathbf{L}}$ und $\boxed{\mathbf{R}}$ gilt:

$$\boxed{\mathbf{L}}: \quad R \cdot I_1 + R \cdot I_3 = 2R \cdot I_2 \tag{5}$$

$$\boxed{\mathbf{R}}: \quad R \cdot I_3 + R \cdot I_5 = 2R \cdot I_4 \tag{6}$$

[2]

Aus Symmetriegründen gilt:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{I_5}{I_4} \tag{7}$$

Es sei α das Verhältnis, in das sich I_0 auf I_1 und I_2 aufteilt:

$$I_1 = \alpha I_0 \quad \Rightarrow \quad I_2 = (1-\alpha) I_0 \tag{8}$$

[**1**]

und ebenso

$$I_5 = \alpha I_0 \quad \Rightarrow \quad I_4 = (1-\alpha) I_0 \tag{9}$$

Damit wird aus $\boxed{\mathbf{L}}$:

$$\begin{aligned} R \cdot \alpha I_0 + R \cdot I_3 &= 2R \cdot (1-\alpha) I_0 && (10) \\ I_3 &= 2(1-\alpha) I_0 - \alpha I_0 && (11) \\ &= (2 - 3\alpha) I_0 && (12) \end{aligned}$$

[**2**]

Andererseits gilt im Knoten $\boxed{3}$ $I_1 = I_3 + I_4$, also

$$\begin{aligned} \alpha I_0 &= (2-3\alpha) I_0 + (1-\alpha) I_0 && (13) \\ 0 &= 2 - 3\alpha + 1 - \alpha - \alpha = 3 - 5\alpha && (14) \\ \alpha &= \frac{3}{5} && (15) \end{aligned}$$

[**1**]

Damit lässt sich der Spannungsabfall berechnen:

$$U_0 = R \cdot I_1 + R \cdot I_4 + R \cdot I_4 = R \cdot \alpha I_0 + (1-\alpha) 2R \cdot I_0 \tag{16}$$

[**1**]

und es gilt

$$\frac{U_0}{I_0} = R_{\text{gesamt}} = R \left(\frac{3}{5} + \frac{2 \cdot 2}{5} \right) = \frac{7}{5} R \tag{17}$$

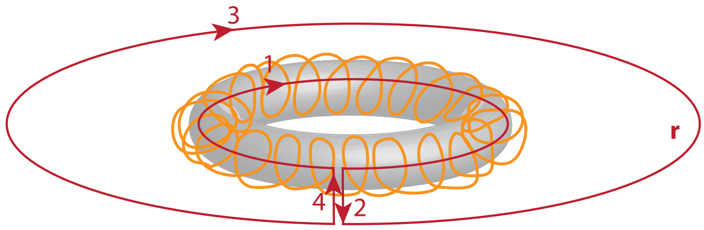
(Für I_3 ergibt sich dann $I_3 = \frac{1}{5} I_0$).

[**1**]

Aufgabe 3 (8 Punkte)

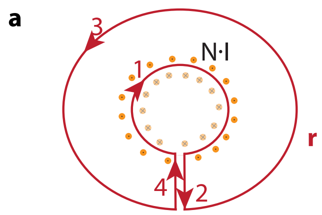
Auf einen Eisentorus sind $N = 2000$ Windungen gewickelt, durch den ein Strom der Stärke $I = 1$ mA fließt. Der Umfang des Torus beträgt 20 cm. Die magnetische Suszeptibilität sei $\chi_m = 1000$.

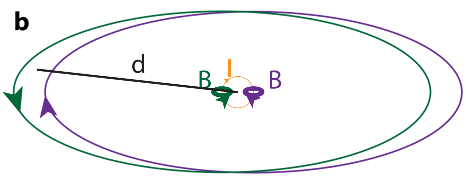
(a) Angenommen, der Eisentorus wäre nicht da und man hätte nur die leere Spule. Wie groß wäre das B-Feld im Innenraum der Spule? Welchen Wert hätte das H-Feld?
Hinweis: Verwenden Sie das Amperesche Durchflutungsgesetz über den Weg $\vec{r}$ und vernachlässigen Sie die Variation der Magnetfeldstärke über den Querschnitt der Spule sowie alle Randeffekte. Gehen Sie davon aus, dass das Feld im Außenraum null ist. **Warum**?



(b) Nun soll sich der Eisenkern wieder in der Spule befinden. Welchen Wert hat H im Eisen? Wie groß sind das B-Feld und die Magnetisierung M?

Lösung





(a) Zur Lösung der Aufgabe betrachten wir das Amperesche Durchflutungsgesetz über den Pfad $\vec{r}$ (Skizze **a**). Man beachte, dass der vom Pfad eingeschlossene Strom nicht I, sondern $N \cdot I$ ist.

$$\oint \vec{H} d\vec{r} = N \cdot I \tag{18}$$

Wir unterteilen den Pfad $\vec{r}$ in die vier gekennzeichneten Teilbereiche und stellen sofort fest, dass 2 und 4 (Abstand zwischen den Pfaden $\rightarrow 0$) sich aufgrund der Richtung genau aufheben. Auch verschwindet das Integral des Bereichs 3, da wir im Außenraum $H = 0$ annehmen.
*Anmerkung: Dies lässt sich in der Betrachtung einer einzelnen Leiterschleife motivieren (Skizze **b**): Während sich die B-Felder (grün und violett) im Zentrum der Schleife mit Strom I verstärken, schwächen sich die Felder außerhalb ab. Wählt man für den Pfad* $\vec{r}$

den Abstand von der Schleife ausreichend groß (was wir selbstverständlich machen), kann man das Feld vernachlässigen (Das Pfadintegral (Kreis mit Radius d) über B geht mit $\approx 1/d$).

[**2**]

Es bleibt also nur Bereich 1 übrig, also das Integral über die homogene magnetische Erregung H über einen Kreis. Der Ausführlichkeit halber:

$$\int_0^{2\pi} H \cdot R \, d\phi = 2\pi R \cdot H = N \cdot I \tag{19}$$

Somit folgt (Umfang des Kreises = $2\pi R$):

$$H = \frac{N \cdot I}{2\pi R} = 10 \ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \tag{20}$$

Analog folgt für die magnetische Flussdichte (Einheit T=Tesla):

$$\oint \vec{B} d\vec{r} = \mu_0 N \cdot I \tag{21}$$

$$B = \mu_0 \frac{N \cdot I}{2\pi R} = 1,26 \cdot 10^{-5} \frac{Vs}{m^2} = 12,6 \ \mu\mathrm{T} \tag{22}$$

[**3**]

(b) Für Magnetfelder in Materie gelten folgende Beziehungen (χ_m: magnetische Suszeptibilität):

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0 \vec{H}(1 + \chi_m) \tag{23}$$

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \tag{24}$$

Man erhält direkt:

$$\vec{B} = 12,6 \ \mathrm{mT} \tag{25}$$

$$\vec{M} = 10^4 \ \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \tag{26}$$

[**3**]

Aufgabe 4 (15 Punkte)

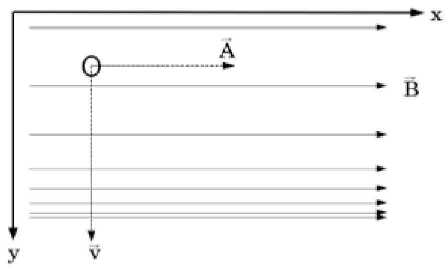
Ein kleiner Metallring mit Masse m, Fläche A und elektrischem Widerstand R fällt durch ein sich änderndes Magnetfeld $\vec{B} = b \cdot y \cdot \vec{e}_x$ in y-Richtung nach unten ($\vec{g} \parallel y$, $\vec{A} \parallel \vec{B}$). In erster Näherung werde B über den Ringquerschnitt als konstant angenommen. Die Selbstinduktion des Ringes werde vernachlässigt. Der Ring startet in Ruhe am Ursprung.

(a) Bestimmen Sie den induzierten Strom in Abhängigkeit von y im Metallring. (Ergebnis:$I(y) = \frac{Ab \cdot v_y(y)}{R}$)

(b) Wie groß ist das magnetische Dipolmoment?

(c) Welche Kräfte wirken auf den Metallring?

(d) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung und berechnen Sie den durchlaufenen Weg y als Funktion der Zeit. Wie groß ist die Endgeschwindigkeit?



Lösung

Wenn der Ring mit der Geschwindigkeit $v(y)$ nach unten fällt, beträgt der magnetische Fluss $\phi(y) = A \cdot B(y)$. Da das Magnetfeld inhomogen ist, ändert sich der Fluss mit der y-Koordinate und somit mit der Zeit t:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} = A \cdot \frac{d}{dy} B(y) \cdot v_y(y) = A \cdot b \cdot v_y(y). \tag{27}$$

[2]

(a) Der sich ändernde Fluss erzeugt eine Spannung zwischen benachbarten Punkten des Rings und dies führt zu einem Wirbelstrom $I = \frac{U}{R}$ durch den Ring:

$$I(y) = \frac{1}{R} \frac{d\phi}{dt} = \frac{Ab \cdot v_y(y)}{R}. \tag{28}$$

[1]

(b) Das magnetische Dipolmoment $\vec{\mu}$ ergibt sich dann:

$$\vec{\mu} = I\vec{A} = \frac{A^2 b}{R} \cdot v_y(y) \cdot \vec{e}_x. \tag{29}$$

[1]

(c) Das inhomogene Magnetfeld erzeugt eine Kraft auf den magnetischen Dipol in Richtung der kleinsten Feldstärke (diamagnetisches Verhalten):

$$\vec{F}_M = -\vec{\mu} \cdot \frac{d\vec{B}}{dy} \cdot \vec{e}_y = -\frac{A^2 b}{R} \cdot \vec{v}_y \cdot b \cdot \vec{e}_y = -\frac{A^2 b^2}{R} \cdot v_y \cdot \vec{e}_y. \tag{30}$$

Zusätzlich wirkt die Schwerkraft $\vec{F}_S = mg \cdot \vec{e_y}$ auf den Ring.

[2]

(d) Damit ergibt sich die Bewegungsgleichung

$$F = F_S + F_M = m \cdot a = m \cdot \dot{v_y} = mg - \frac{A^2 b^2}{R} v_y \tag{31}$$

Diese Bewegungsgleichung ist äquivalent zur Gleichung für den freien Fall mit Stokes'scher Reibung, die Lösung erfolgt analog durch Trennung der Variablen:

$$\dot{v} = g - \frac{A^2 b^2}{Rm} \cdot v \quad \Rightarrow \quad \dot{v} = g(1 - Kv) \tag{32}$$

mit $K \equiv \frac{A^2 b^2}{Rmg}$.

[2]

$$\frac{\frac{dv}{dt}}{1 - Kv} = g \quad \Leftrightarrow \quad \frac{dv}{1 - Kv} = g \cdot dt \quad \Leftrightarrow \quad \int \frac{dv}{1 - Kv} = \int g dt \tag{33}$$

$$-\frac{1}{K} \cdot \ln(1 - Kv) = gt + C \quad \Leftrightarrow \quad \ln(1 - Kv) = -K(gt + C) \tag{34}$$

$$1 - Kv = e^{-K(gt+C)} \quad \Leftrightarrow \quad v = \frac{1}{K} \cdot \left(1 - e^{-K(gt+C)}\right) \tag{35}$$

[2]

Wählt man den Nullpunkt des Koordinatensystems so, dass $v(t = 0) = 0$, dann ist $C = 0$ und $v(t)$ ergibt sich zu

$$\vec{v}_y(t) = \frac{Rmg}{A^2 b^2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{A^2 b^2}{Rm} t}\right) \cdot \vec{e}_y. \tag{36}$$

[1]

Für große Zeiten wird die Endgeschwindigkeit $v_\infty = \frac{Rmg}{A^2 b^2}$ approximativ erreicht.

[1]

Integration liefert dann für $y(t)$:

$$\dot{y} = v_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{gt}{v_\infty}}\right) \quad \Rightarrow \quad y = v_\infty \cdot t + \frac{v_\infty^2}{g} \cdot e^{-\frac{gt}{v_\infty}} + C \tag{37}$$

[1]

Mit der Anfangsbedingung $y(t = 0) = 0$ ergibt sich $C = -\frac{v_\infty^2}{g}$ also

$$y(t) = v_\infty \cdot t + \frac{v_\infty^2}{g} \cdot \left(e^{-\frac{gt}{v_\infty}} - 1\right) \tag{38}$$

$$= \frac{Rmg}{A^2 b^2} \cdot t + \frac{R^2 m^2 g}{A^4 b^4} \cdot \left(e^{-\frac{gt}{v_\infty}} - 1\right) \tag{39}$$

[2]

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Ein Stab der Ruhelänge l_0 liegt in seinem Ruhesystem Σ in der x-y-Ebene und bildet dabei einen Winkel von $\theta = \tan^{-1}(3/4)$ mit der x-Achse. Ein weiteres Bezugssystem Σ' bewegt sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = v\hat{x}$ gegenüber Σ. In Σ' beträgt der Winkel zwischen dem Stab und der x'-Achse 45°.

(a) Bestimmen Sie v.

(b) Bestimmen Sie die Länge l' des Stabs gemessen in Σ'.

Lösung

(a) Um die relative Geschwindigkeit v zu bestimmen, genügt es $\beta = \frac{v}{c}$ zu ermitteln:

$$\tan\theta' = \frac{y'}{x'} \tag{40}$$

wobei gilt

$$y' = y \quad x' = \frac{x}{\gamma} \tag{41}$$

Daraus folgt

$$\tan\theta' = \gamma\frac{y}{x} = \gamma\tan\theta \tag{42}$$

Aufgelöst nach γ erhält man

$$\gamma = \frac{\tan\theta'}{\tan\theta} = \frac{4}{3} \tag{43}$$

Schließlich folgt

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \frac{\sqrt{7}}{4}. \tag{44}$$

[4]

(b) Für die Länge l' in Σ' gilt:

$$l'^2 = y'^2 + x'^2 = y^2 + \frac{x^2}{\gamma^2} = y^2 + x^2(1-\beta^2) = l_0^2 - x^2\beta^2 = l_0^2(1-\cos^2\theta\beta^2) \tag{45}$$

Mit

$$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} = \frac{4}{5} \tag{46}$$

und

$$\beta^2 = \frac{7}{16} \tag{47}$$

erhält man

$$l'^2 = l_0^2\left(1-\frac{7}{25}\right) \tag{48}$$

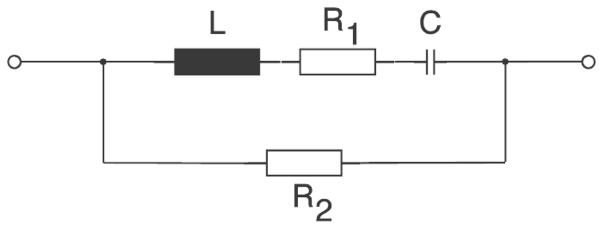
beziehungsweise

$$l' = l_0\frac{3\sqrt{2}}{5} \tag{49}$$

[3]

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Bestimmen Sie die Gesamtimpedanz Z und geben Sie Z nach Real- und Imaginärteil sortiert an. Berechnen Sie auch die Resonanzkreisfrequenz ω_0.



Lösung

Die Gesamtimpedanz beträgt

$$Z = \left(R_1 + i\omega L + \frac{1}{i\omega C}\right) \parallel R_2 \tag{50}$$

$$= \frac{\left(R_1 + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right) R_2}{R_1 + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + R_2} \tag{51}$$

$$= \frac{\left(R_1 R_2 + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) R_2\right)\left((R_1 + R_2) - i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right)}{(R_1 + R_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{52}$$

$$= \left(\frac{R_1 R_2 (R_1 + R_2) + R_2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}{(R_1 + R_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right) \tag{53}$$

$$+ i\left(\frac{R_2(R_1 + R_2)\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) - R_1 R_2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R_1 + R_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\right) \tag{54}$$

[**4**]

Die Resonanzfrequenz ω_0 ist gegeben, wenn $\mathrm{Im}(Z) = 0$:

$$\frac{R_2(R_1 + R_2)\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) - R_1 R_2\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R_1 + R_2)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = 0 \tag{55}$$

Hieraus folgt

$$0 = R_2(R_1 + R_2)\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right) - R_1 R_2\left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C}\right) \tag{56}$$

$$0 = \left(\omega_0 L - \frac{1}{\omega 0 C}\right)\left(R_2(R_1 + R_2) - R_1 R_2\right) \tag{57}$$

$$\Rightarrow 0 = \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} \tag{58}$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \tag{59}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} \tag{60}$$

[**4**]

Aufgabe 7 (14 Punkte)

Die Komponenten eines elektrischen Feldes $\vec{E}$ und magnetischen Feldes $\vec{B}$ seien gegeben durch

$$E_x = E_0 \cdot \sin(kz - \omega t), \quad E_y = \frac{E_0}{2} \cdot \cos(kz - \omega t), \quad E_z = 0 \tag{61}$$

$$B_x = -\frac{B_0}{2} \cdot \cos(kz - \omega t), \quad B_y = B_0 \cdot \sin(kz - \omega t), \quad B_z = 0 \tag{62}$$

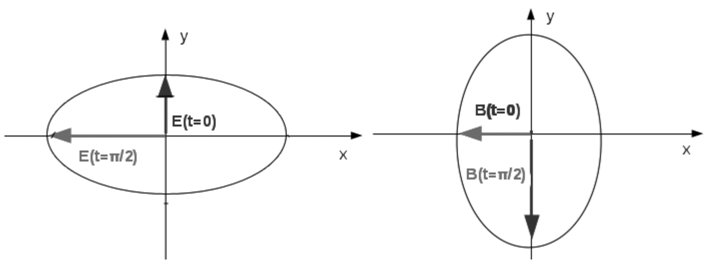
(a) Skizzieren Sie die Feldkomponenten im Raum für verschiedene Zeiten ($t = 0$ und $t = \pi/2\omega$) und geben Sie die Polarisationsart der Welle an.

(b) Berechnen Sie ob jedes dieser Felder separat der Wellengleichung genügt?

(c) Erfüllen $\vec{E}$ und $\vec{B}$ gemeinsam die Maxwell'schen Gleichungen?

Lösung

(a) Verlauf der beiden Felder:



[2]

Die Welle ist elliptisch polarisiert.

[1]

(b) Die Wellengleichungen für $\vec{E}$ und $\vec{B}$ lauten

$$\Delta\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} = 0 \tag{63}$$

$$\Delta\vec{B} - \mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{B} = 0 \tag{64}$$

Da $\vec{E}$ und $\vec{B}$ nur von z abhängen, reduziert sich der Laplace-Operator auf $\partial^2/\partial z^2$ und die zweimalige Ableitung liefert:

$$\Delta\vec{E} = -k^2\vec{E}; \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} = -\omega^2\vec{E} \tag{65}$$

$$\Delta\vec{B} = -k^2\vec{E}; \quad \frac{\partial^2}{\partial t^2}\vec{E} = -\omega^2\vec{B} \tag{66}$$

$$\tag{67}$$

Eingesetzt in die Wellengleichung erhält man

$$-k^2 \cdot R - (\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r) \cdot \left(-\omega^2\right) \cdot R = 0, \tag{68}$$

wobei R stellvertretend für E_x, E_y, B_x, B_y steht. Für alle $R = R(t)$ wird Gleichung (68) genau dann erfüllt wenn

$$k^2 - \mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r\omega^2 = 0 \quad u^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{1}{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r} \tag{69}$$

Die Felder genügen also der Wellengleichung.

[**4**]

(c) *1. und 2. Maxwellgleichung*

$$\vec{\nabla}\vec{E} = \partial_x E_x + \partial_y E_y + \partial_z E_z = 0 \tag{70}$$

da E_x und E_y nur von z abhängen. Die Gleichung $\vec{\nabla}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho$ ist also erfüllt, da es keine freien Ladungen ρ gibt.
Analog ist auf $\vec{\nabla}\vec{B} = 0$.

3. Maxwellgleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = (\partial_y E_z - \partial_z E_y)\,\vec{e}_x + (\partial_z E_x - \partial_x E_z)\,\vec{e}_y + (\partial_x E_y - \partial_y E_x)\,\vec{e}_z \tag{71}$$

Es verschwinden alle Ableitungen ∂_x und ∂_y und es bleibt übrig

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = +\frac{1}{2} k E_0 \sin(kz - \omega t)\vec{e}_x + E_0 k \cos(kz - \omega t)\vec{e}_y \tag{72}$$

und

$$-\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = +\frac{1}{2}\omega B_0 \sin(kz - \omega t)\vec{e}_x + E_0\omega \cos(kz - \omega t)\vec{e}_y \tag{73}$$

Die 3. Maxwell-Gleichung $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$ ist erfüllt wenn

$$kE_0 = \omega B_0 \tag{74}$$

beziehungsweise

$$\frac{\omega}{k} = u = \frac{E_0}{B_0} \tag{75}$$

4. Maxwellgleichung

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -\partial_z B_y \vec{e}_x + \partial_z B_x \vec{e}_y \tag{76}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = -kB_0 \cos(kz - \omega t)\vec{e}_x - \frac{1}{2} k B_0 \sin(kz - \omega t)\vec{e}_y \tag{77}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} = -\omega E_0 \cos(kz - \omega t)\vec{e}_x - \frac{1}{2} E_0 \sin(kz - \omega t)\vec{e}_y \tag{78}$$

Die 4- Maxwell-Gleichung $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} + \mu_0\vec{j}$ lautet im Vakuum ($\vec{j} = 0$) mit $u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_9}}$:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} = \frac{1}{u^2}\frac{\partial}{\partial t}\vec{E} = \frac{k^2}{\omega^2}\vec{E} \tag{79}$$

Die Gleichungen (77) und (78) erfüllen dies mit

$$k \cdot B_0 = \frac{k^2}{\omega^2} \cdot \omega E_0 \tag{80}$$

aber wiederum

$$\frac{E_0}{B_0} = \frac{\omega}{k} = u \tag{81}$$

Das Wellenfeld erfüllt also alle vier Maxwellgleichungen.

[**7**]

Konstanten

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \mathrm{CV}^{-1}\mathrm{m}^{-1} \qquad \mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \mathrm{mkgs}^{-2}\mathrm{A}^{-2}$$

$$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \mathrm{C} \qquad c = 3 \cdot 10^{8} \mathrm{m/s}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \mathrm{kg} \qquad m_U = 1,66 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$