Nachklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Oberauer
Sommersemester 2011
13. Oktober 2011

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (6 Punkte)

a) Zwei identische Schwarzkörperstrahler haben Temperaturen von 300K und 750K. Wie groß ist das Verhältnis der Leistungen, welche den Schwarzkörperstrahlern jeweils zugeführt werden muss, um die Temperatur konstant zu halten?

b) Die Strahlungsleistung pro Fläche aufgrund der Sonnenstrahlung beträgt direkt außerhalb der Erdatmosphäre ca. $1.37\text{kJm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Wie lange würde es daueren, bis bei konstanter Abstrahlung die gesamte Masse der Sonne in Strahlung umgesetzt wird?

Hinweis: Der Abstand zwischen Sonne und Erde beträgt ca. 1.5×10^8km und die Sonnenmasse 2×10^{30}kg.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Ein Myon-Atom besteht aus einem Atomkern der Kernladungszahl Z und einem eingefangenen Myon, das sich im Grundzustand befindet. Myonen sind Elementarteilchen mit m_μ=207m_e, $q = -e$ und einer Lebensdauer von $\tau_\mu = 2.2 \times 10^{-6}$s.

Hinweis: Im Folgenden soll die Kernbewegung vernachlässigt werden.

a) Berechnen Sie die Bindungsenergie eines Myons, das von einem Proton eingefangen wird.

b) Berechnen Sie den Radius der Bohrschen Bahn mit $n = 1$.

c) Wie groß ist die Energie des Photons, das ausgestrahlt wird, wenn ein Myon vom Zustand $n = 2$ in den Grundzustand übergeht?

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Der Zustand eines Teilchens lässt sich durch die folgende Wellenfunktion darstellen:

$$\psi(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < -b \\ A & \text{für} \quad -b \leq x \leq 3b \\ 0 & \text{für} \quad x > 3b \end{cases} \tag{1}$$

a) Finden Sie A indem sie die Normalisierungsbedinung nutzen.

Hinweis: Die Phasenkonvention darf so gewählt werden, dass A real ist.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen im Intervall $[0, b]$ zu finden.

c) Berechnen Sie für diesen Zustand die Erwartungswerte $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$.

d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte des Impulses.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

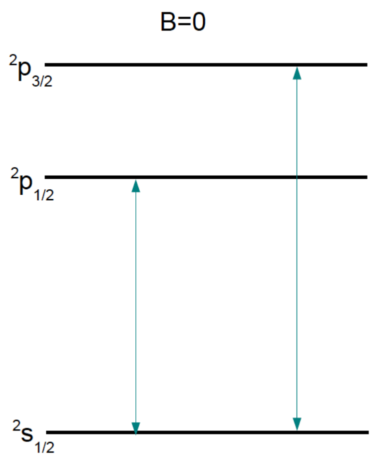
Zwei Elektronen bilden einen Gesamtspin $\mathbf{S} = 1$ und einen Bahndrehimpuls $\mathbf{L} = 2$.

a) Welche möglichen Quantenzahlen hat der Gesamtdrehimpuls?

b) Welchen Winkel bilden $\mathbf{S}$ und $\mathbf{L}$ für $\mathbf{J} = 2$?

Betrachten Sie nun ein Wasserstoffatom mit Spin $\mathbf{S} = 1/2$ in einem schwachen $B-$Feld.

c) Kopieren und erweitern Sie die folgende Skizze, indem Sie die magnetisch induzierten Aufspaltungen sowie die erlaubten Übergänge einzeichnen. Vernachlässigen Sie dabei die unterschiedlichen Aufspaltungen beim anomalen Zeeman-Effekt.



d) Welches Magnetfeld braucht man, um einen Übergang von $^2s_{\frac{1}{2}}; m_j = +\frac{1}{2}$ auf $^2s_{\frac{1}{2}}; m_j = -\frac{1}{2}$ mit einer 3cm Mikrowelle zu induzieren?

Aufgabe 5 (8 Punkte)

Die Energieverschiebung eines Elektrons aufgrund der Spin-Bahn-Kopplung im Wasserstoffatom ist gegeben durch

$$\Delta E = \frac{a}{2}\left(j\left(j+1\right) - l\left(l+1\right) - s\left(s+1\right)\right) \tag{2}$$

wobei a die Spin-Bahnkopplungskonstante ist.

a) Zeichnen Sie ein Termschema für $n = 1, 2, 3$ unter Berücksichtigung der Spin-Bahn-Kopplung und diskutieren Sie die Entartung der Zustände. Welche Besonderheit ergibt sich für die $s-$Zustände? Vernachlässigen Sie die unterschiedlichen Größen der Aufspaltungen.

b) Für die gesamte Feinstrukturaufspaltung einschließlich relativistischer Korrekturen gilt:

$$\Delta E_{n,j} = E_n \frac{\alpha^2}{n}\left(\frac{1}{\frac{1}{2}+j} - \frac{3}{4n}\right) \quad \text{mit} \quad E_n = -\frac{13.6\text{eV}}{n^2} \tag{3}$$

Welche relativistischen Korrekturen sind gemeint? Erläutern Sie kurz die Unterschiede zu den Ergebnissen der Energieverschiebung der Spin-Bahn-Kopplung.

c) Wie kommt die Hyperfeinstruktur im Vergleich zur Spin-Bahn-Kopplung zustande?

Aufgabe 6 (8 Punkte)

Der Gesamtdrehimpuls der Elektronenhülle wird dabei durch ein einzelnes Valenzelektron bestimmt. Betrachten Sie ein Rubidium-Atom mit dem Valenzelektron im Zustand mit der Hauptquantenzahl $n = 5$ und der Drehimpulsquantenzahl $l = 1$.

a) Welche Gesamtdrehimpulsquantenzahlen j sind möglich? Geben Sie die Termsymbole für diese Zustände an. Wie groß ist jeweils die maximale beobachtbare Komponente des zugehörigen magnetischen Moments?

b) Berechnen Sie für alle möglichen Gesamtdrehimpulse die Energieverschiebung für die Zustände mit maximaler Ausrichtung des Gesamtdrehimpulses entlang eines externen Magnetfeldes von $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.01 \end{pmatrix} \times 10^{-6}\text{T}$.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Ein zweiatomiges Molekül besteht aus zwei Atomen mit Masse M in einem Abstand R. Es hat die Vibrationsfrequenz ω. Ein Molekül dieses Gases befindet sich in seinem niedgrigsten Vibrationszustand und ist in einem Rotationszustand mit $l = 3$. Geben Sie die Rotations- sowie die Vibrationsenergie an und berechnen Sie die Energien der erlaubten Übergänge durch Absorption. Ihre Ergebnisse sollten abhängig von $\hbar\omega$, M und R sein.

Konstanten

$h = 4.135667516 \times 10^{-15}\mathrm{eVs}$
$\hbar = 6.58211928 \times 10^{-16}\mathrm{eVs}$
$c = 2.99792458 \times 10^{8}\mathrm{ms}^{-1}$
$m_e = 511\mathrm{keV/c}^2$
$u = 931.494061\mathrm{MeV/c}^2$
$\mu_B = 5.7883818 \times 10^{-5}\mathrm{eV/T}$
$R_y = 13.6\mathrm{eV}$
$\epsilon_0 = 8.8541878 \times 10^{-12}\mathrm{As/Vm}$
$a_0 = 0.52917721 \times 10^{-10}\mathrm{m}$