Nachklausur in Experimentalphysik 2

Prof. Dr. C. Pfleiderer
Sommersemester 2016
13.10.2016

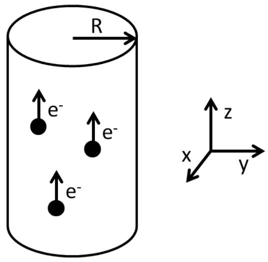
Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (7 Punkte)

Gegeben sei ein zylindrischer Elektronenstrahl mit Radius R. Innerhalb des Elektronenstrahls sei die Ladungsdichte gegeben durch $\rho(r) = \rho_0 \left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right)$, wobei $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ den Abstand von der Zylinderachse in der x-y-Ebene bezeichnet. Außerhalb des Zylinders sei die Ladungsdichte gleich null.



(a) Berechnen Sie Betrag und Richtung des elektrischen Feldes innerhalb und außerhalb des Elektronenstrahles in Abhängigkeit des Ortes.

(b) Die Elektronen bewegen sich innerhalb des Strahles mit einer Geschwindigkeit v_0 in positive z-Richtung.
Berechnen Sie Betrag und Richtung des Magnetfeldes innerhalb und außerhalb des Elektronenstrahles in Abhängigkeit des Ortes.

*Hinweis:*Das Volumenelement in Zylinderkoordinaten ist $dV = rdrd\phi dz$.

Lösung

(a) Aus Symmetriegründen wird die Aufgabe in Zylinderkoordinaten gelöst. Man erkennt zunächst, dass das elektrische Feld in $\vec{e}_r$-Richtung zeigt und nur vom Betrag des Abstandes

r zur Zylinderachse abhängt ($\vec{E}(\vec{r}) = E(r)\,\vec{e}_r$). Für die Berechnung des elektrischen Feldes wendet man den Satz von Gauß auf ein Teilstück des Strahls mit Länge l an:

$$\int \vec{E}(r) \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho \cdot dV \tag{1}$$

Die linke Seite ergibt:

$$\int \vec{E}(r) \cdot d\vec{A} = 2\pi r l E(r) \tag{2}$$

[1]

Für die rechte Seite ist eine Fallunterscheidung notwendig. Für $r < R$ erhält man:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \int \rho(r) \cdot dV = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^r \left(1 + \frac{r'^2}{R^2}\right) r' dr' d\phi dz \tag{3}$$

$$= \frac{2\pi l \rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{r^2}{2} + \frac{r^4}{4R^2}\right) \tag{4}$$

$$\rightarrow E(r) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{r}{2} + \frac{r^3}{4R^4}\right) \tag{5}$$

Für $r > R$ erhält man:

$$\frac{1}{\epsilon_0} \int \rho(r) \cdot dV = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \int_0^l \int_0^{2\pi} \int_0^R \left(1 + \frac{r'^2}{R^2}\right) r' dr' d\phi dz \tag{6}$$

$$= \frac{2\pi l \rho_0}{\epsilon_0} \left(\frac{R^2}{2} + \frac{R^4}{4R^2}\right) = \frac{2\pi l \rho_0}{\epsilon_0} \frac{3}{4} R^2 \tag{7}$$

$$\rightarrow E(r) = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \frac{3}{4} \frac{R^2}{r} \tag{8}$$

[1,5]

Das Feld zeigt in r Richtung.

[0,5]

(b) Zuerst erhält man die Stromdichte des Elektronenstrahles über die Ladungsdichte und die Geschwindigkeit der Elektronen als:

$$\vec{j}(r) = \rho \cdot \vec{v} = \rho_0 v_0 \left(1 + \frac{r^2}{R^2}\right) \vec{e}_z \tag{9}$$

Aus Symmetrieüberlegungen analog zur vorherigen Teilaufgabe und der rechte-Hand-Regel erfährt man, dass auch das Magnetfeld nur vom Betrag r abhängt und in positive $\vec{e}_\phi$-Richtung zeigt ($\vec{B}(\vec{r}) = B(r)\,\vec{e}_\phi$). Durch Anwendung des Ampereschen Gesetzes auf einen Querschnitt durch den Strahl erhält man:

$$\int \vec{B}(r) \cdot d\vec{s} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{(A)} \tag{10}$$

Die linke Seite ergibt:

$$\int \vec{B}(r) \cdot d\vec{s} = 2\pi r B(r) \tag{11}$$

[**2**]

Für die rechte Seite ist wieder eine Fallunterscheidung notwendig. Für $r < R$ erhält man:

$$\mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{(A)} = \mu_0 \rho_0 v_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{r} \left(1 + \frac{r'^2}{R^2}\right) r' dr' d\phi \tag{12}$$

$$= 2\pi \mu_0 \rho_0 v_0 \left(\frac{r^2}{2} + \frac{r^4}{4R^2}\right) \tag{13}$$

$$\rightarrow B\left(r\right) = \mu_0 \rho_0 v_0 \left(\frac{r}{2} + \frac{r^3}{4R^4}\right) \tag{14}$$

Für $r > R$ erhält man:

$$\mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{(A)} = \mu_0 \rho_0 v_0 \int_0^{2\pi} \int_0^{R} \left(1 + \frac{r'^2}{R^2}\right) r' dr' d\phi \tag{15}$$

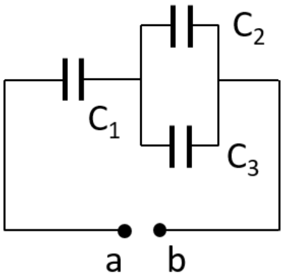
$$= 2\pi \mu_0 \rho_0 v_0 \left(\frac{R^2}{2} + \frac{R^4}{4R^2}\right) = 2\pi \mu_0 \rho_0 v_0 \frac{3}{4} R^2 \tag{16}$$

$$\rightarrow B\left(r\right) = \mu_0 \rho_0 v_0 \frac{3}{4} \frac{R^2}{r} \tag{17}$$

[**2**]

Aufgabe 2 (7 Punkte)

Gegeben sei die folgende Schaltung:



(a) Berechnen Sie die äquivalente Kapazität der Schaltung, d.h. die Kapazität zwischen den Punkten a und b. Dabei soll gelten: $C_1 = 6\mu$F, $C_2 = 4\mu$F und $C_3 = 8\mu$F.

(b) Die Kondensatoren werden durch eine 12V Batterie (zwischen a und b platziert) aufgeladen. Berechnen Sie jeweils die Ladung auf den Kondensatoren und die an ihnen abfallende Potentialdifferenz.

(c) Nun wird die Batterie getrennt und zwischen dem Punkt a und C_1 ein Widerstand mit $R = 5\text{M}\Omega$ eingebaut. Anschließend wird der Schaltkreis zwischen a und b kurzgeschlossen. Stellen Sie die Differentialgleichung für das gegebene Problem auf und berechnen Sie die Zeit nach der die äquivalente Kapazität zur Hälfte entladen ist.

Lösung

(a) Die beiden Kondensatoren C_2 und C_3 sind parallel geschalten, daher gilt:

$$C_{23} = C_2 + C_3 \tag{18}$$

Die Kondensatoren C_1 und C_{23} sind dagegen in Reihe geschalten, daher gilt:

$$C_{123} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}}\right)^{-1} = \frac{C_1 C_{23}}{C_1 + C_{23}} = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3} = 4\mu F \tag{19}$$

[1,5]

(b) Die Gesamtladung beträgt:

$$Q_{123} = C_{123} U = 4,8 \cdot 10^{-5}\text{C} \tag{20}$$

Da die Kondensatoren C_1 und C_{23} in Reihe geschalten sind, tragen beide diese Ladung. Die Spannung, die an beiden abfällt ergibt sich damit zu:

$$U_1 = \frac{Q_{123}}{C_1} = 8\text{V} \tag{21}$$

$$U_{23} = \frac{Q_{123}}{C_{23}} = 4\text{V} \tag{22}$$

Da die Kondensatoren C_2 und C_3 parallel geschalten sind fällt an ihnen die gleiche Spannung U_{23} ab. Die Ladungen auf den Kondensatoren ergeben sich damit zu:

$$Q_2 = C_2 U_{23} = 1,6 \cdot 10^{-5}\mathrm{C} \tag{23}$$

$$Q_3 = C_3 U_{23} = 3,2 \cdot 10^{-5}\mathrm{C} \tag{24}$$

[2]

(c) Wir wenden die Maschenregel an:

$$U_C + U_R = 0 \qquad \Rightarrow \qquad U_R = -U_C \tag{25}$$

Daraus erhält man eine homogene Differentialgleichung erster Ordnung:

$$R\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{C} \tag{26}$$

$$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = -\frac{1}{RC}Q \tag{27}$$

mit $C_{123} =: C$. Diese DGL lässt sich mit dem Ansatz $Q(t) = A \cdot e^{\lambda t}$ lösen. Einsetzen des Ansatzes ergibt:

$$\lambda \cdot A \cdot e^{\lambda t} = -\frac{1}{RC} \cdot A \cdot e^{\lambda t} \tag{28}$$

$$\Rightarrow \lambda = -\frac{1}{RC} \tag{29}$$

[2]

Die Konstante A entspricht der Ladung auf dem Kondensator zum Zeitpunkt $t = 0$, welche gegeben ist als die Gesamtladung Q_{123} aus Teilaufgabe b).

$$Q(t = 0) = A := Q_{123} \tag{30}$$

Damit ergibt sich als Lösung der Differentialgleichung:

$$Q(t) = Q_{123} \cdot e^{-\frac{t}{RC}} \tag{31}$$

Die Zeit $t_{1/2}$, zu der die äquivalente Kapazität entladen ist, ergibt sich durch:

$$Q(t = t_{1/2}) = \frac{1}{2}Q_{123} \tag{32}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{1/2}}{RC}} \tag{33}$$

$$\Rightarrow -\ln(2) = -\frac{t_{1/2}}{RC} \tag{34}$$

$$\Rightarrow t_{1/2} = RC\ln(2) = 13,9\mathrm{s} \tag{35}$$

[1,5]

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Die beiden natürlich vorkommenden Chlorisotope ^{37}Cl ($m = 37u = 37 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$kg) und ^{35}Cl ($m = 35u = 35 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}$kg) sollen voneinander getrennt werden. Dazu wird zunächst eine natürliche Mischung dieser einfach ionisierte Chloratome (eine negative Ladung) durch Anlegen einer elektrischen Spannung U beschleunigt.

(a) Leiten Sie einen Ausdruck für die Endgeschwindigkeit der Ionen in Abhängigkeit der angelegten Spannung her (klassisch).

(b) Anschließend werden die Ionen durch ein senkrecht zur Flugbahn der Ionen ausgerichtetes Magnetfeld gelenkt. Bestimmen Sie den Radius r der Kreisbahn.

(c) Die Ionen treffen nach dem Durchlaufen des Halbkreises auf einen Detektor. Wie groß muss die Beschleunigungsspannung U mindestens sein, damit der Abstand zwischen den beiden Isotopen auf dem Detektor mindestens 2 cm ist, wenn ein Magnetfeld von $B = 2$T anliegt?

Lösung

(a)

$$\frac{mv^2}{2} = qU \tag{36}$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \tag{37}$$

[0,5]

(b)

$$\vec{F_L} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\frac{mv^2}{r} = qvB \Rightarrow r = \frac{mv}{qB}$$

[1]

(c)

$$d = 2(r_{37} - r_{35}) \tag{38}$$

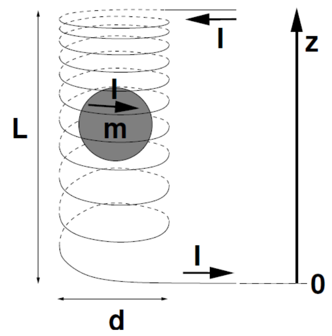
$$= 2\left(\sqrt{\frac{2m_{37}U}{qB^2}} - \sqrt{\frac{2m_{35}U}{qB^2}}\right) \tag{39}$$

$$U = \frac{qB^2(d/2)^2}{2(\sqrt{m_{37}} - \sqrt{m_{35}})^2} = 115\text{kV}$$

[1,5]

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Eine magnetisierte Kugel mit Masse $m = 50$kg soll in einem Magnetfeld zum Schweben gebracht werden. Das Magnetfeld wird durch eine senkrecht stehende Spule mit Länge $L = 10$cm und Durchmesser $d = 2$cm erzeugt, welche von einem Strom I durchflossen wird. Die Spule ist inhomogen gewickelt und hat eine Windungsdichte von $\mathrm{d}N/\mathrm{d}z = 2N_0 z/L^2$, wobei $N_0 = 100$ die Gesamtanzahl der Windungen beschreibt.



(a) Wie lautet die Formel für das Magnetfeld $\vec{B}(z)$ im Spuleninneren in Abhängigkeit von z? *Hinweis:* Statt N/L bei einer homogen gewickelten Spule ist hier $\mathrm{d}N/\mathrm{d}z$ zu verwenden.

(b) Berechnen Sie in Abhängigkeit des Stroms I die Kraft $\vec{F}_B = \left(\vec{\mu}_M \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{B}$, die das Magnetfeld auf die Kugel ausübt. Gehen Sie dabei davon aus, dass das magnetische Moment der Kugel $\vec{\mu}_M$ in Magnetfeldrichtung zeigt und einen Betrag von $|\vec{\mu}_M| = 5,5$J/T hat.

(c) Welcher Strom I muss in der Spule fließen, damit die Kugel in der Spule schwebt?

Lösung

(a) Für eine homogen gewickelte Spule in obiger Anordnung lautet die Formel für das Magnetfeld:

$$\vec{B}(z) = \mu_0 \frac{N}{L} I \vec{e}_z \tag{40}$$

Die Richtung erhält man dabei aus der Wicklungsrichtung und der "Rechte-Hand-Regel". Für eine inhomogen gewickelte Spule erhält man daher:

$$\vec{B}(z) = \mu_0 \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}z} I \vec{e}_z = \frac{2\mu_0 N_0 I}{L^2} z \vec{e}_z \tag{41}$$

[1]

(b) Mit $\vec{\mu}_M = \mu_M \vec{e}_z$ ergibt sich die Kraft auf die Kugel als:

$$\vec{F}_B = \left(\vec{\mu}_M \cdot \vec{\nabla}\right)\vec{B} = \mu_M \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} \frac{2\mu_0 N_0 I}{L^2} z \vec{e}_z = \mu_M \frac{2\mu_0 N_0 I}{L^2} \vec{e}_z \tag{42}$$

[1,5]

(c) Damit die Kugel schwebt, ist ein Kräftegleichgewicht zwischen der Gewichtskraft der Kugel und der magnetischen Kraft der Spule notwendig:

$$|F_G| = |F_B| \tag{43}$$

$$mg = \mu_M \frac{2\mu_0 N_0 I}{L^2} \tag{44}$$

$$\tag{45}$$

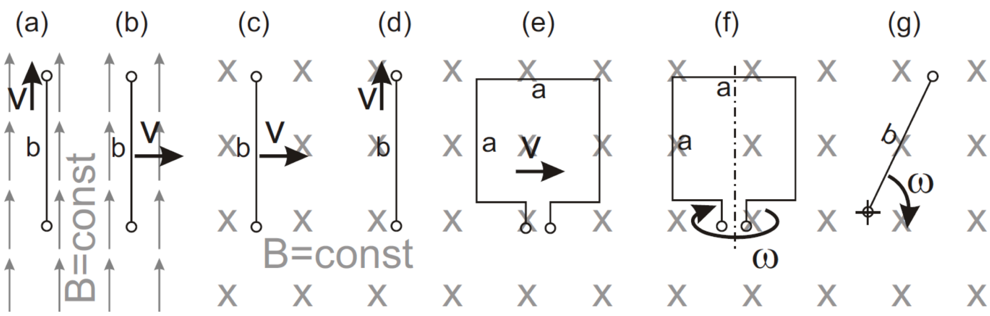
Durch Auflösen erhält man schließlich die gesuchte Stromstärke als:

$$I = \frac{mgL^2}{2\mu_0 \mu_M N_0} = 3,55\text{kA} \tag{46}$$

[1,5]

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Die Abbildung zeigt verschiedene Situationen, in denen Leiter (a-d,g) oder Leiterschleifen (e,f) in unterschiedlich orientierten homogenen Magnetfeldern der Flussdichte $B = 50\,\text{mT}$ bewegt werden. Geben Sie jeweils die induzierte Spannung $U(t)$ zwischen den Leiterenden an! Die Länge der geraden Leiter beträgt $b = 10\,\text{cm}$, die Kantenlänge der quadratischen Leiterschleifen ist $a = 8\,\text{cm}$. Der Geschwindigkeitsbetrag der Translationsbewegungen (a-e) beträgt jeweils $v = 0{,}5\text{m/s}$ und die Winkelgeschwindigkeit der Rotationsbewegungen ist $\omega = 0{,}3\,\text{rad/s}$ (f,g).



Lösung

(a) $U = 0$
Da $\vec{v}$ parallel zu $\vec{B}$ ist, ist $F_L = 0$ und es wird keine Spannung induziert.

(b) $U = 0$ ($\vec{B}$ parallel Leiter).

(c) $\left|\vec{F}_L\right| = evB$ und $E = \frac{F}{e} = vB$
Daraus folgt: $U = \int_0^d E dl = vBd = 0,5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 0,05\,\mathrm{T} \cdot 0,1\,\mathrm{m} = 2,5\,\mathrm{mV}$

(d) $U = 0$ ($\vec{v}$ parallel Leiter)

(e) $U = 0$, da $\Phi = B \cdot A = \text{const.} \Rightarrow U = -\frac{d\Phi}{dt} = 0$

(f)

$$\begin{aligned}
\Phi &= B \cdot A \cos(\omega t + \phi) \\
U &= -\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot A\omega \sin(\omega t + \phi)
\end{aligned}$$

Die Amplitude berechnet sich zu: $BA\omega = 0,05\,\mathrm{T} \cdot (0,08\,\mathrm{m})^2 \cdot 0,3\,\mathrm{Hz} = 96\,\mu\mathrm{V}$

(g) $F(r) = evB$ mit $v = \omega r$ ergibt sich: $F(r) = e\omega r B$

$$\begin{aligned}
E(r) &= \frac{F(r)}{e} = r\omega B \\
U &= \int_0^l E(r)dr = \int_0^l \omega B r dr = \frac{1}{2}\omega B l^2 = 0,5 \cdot 0,3\,\mathrm{Hz} \cdot 0,05\,\mathrm{T} \cdot (0,1\,\mathrm{m})^2 \\
U &= 75\,\mu\mathrm{V}
\end{aligned}$$

[**5**]

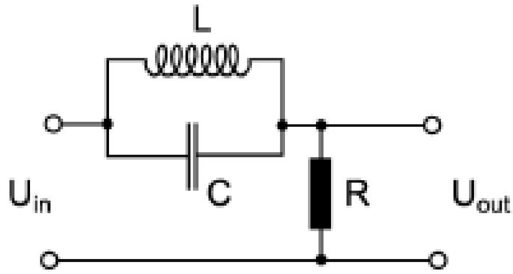
Aufgabe 6 (6 Punkte)

Gegeben sei ein Widerstand R, ein Kondensator mit Kapazität C und eine Spule mit Induktivität L in der skizzierten Anordnung.

(a) Berechnen Sie den komplexen Widerstand Z der Schaltung.

(b) Berechnen Sie das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung U_{out}/U_{in} und zwar sowohl den Betrag $|U_{out}/U_{in}|$ als auch die Phase ϕ als Funktion der Kreisfrequenz ω.

(c) Skizzieren Sie den Betrag $|U_{out}/U_{in}|$ als Funktion der Frequenz f. Wozu kann man diese Schaltung verwenden?



Lösung

(a) L und C parallel:

$$\frac{1}{Z_p} = \frac{1}{i\omega L} + i\omega C = \frac{i\omega^2 LC - i}{\omega L} = i\left(\frac{1}{\omega L}(\omega^2 LC - 1)\right)$$

$$Z_{Ges} = R + Z_p = R - i\frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1}$$

[2]

(b)

$$\frac{U_{out}}{U_{in}} = \frac{R}{Z_{ges}} = \frac{R}{R - i\frac{\omega L}{\omega^2 LC-1}} = \frac{R\left(R + i\frac{\omega L}{\omega^2 LC-1}\right)}{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(\omega^2 LC-1)^2}} = \left(\frac{R}{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(\omega^2 LC-1)^2}}\right) \cdot \left(R + i\frac{\omega L}{\omega^2 LC - 1}\right)$$

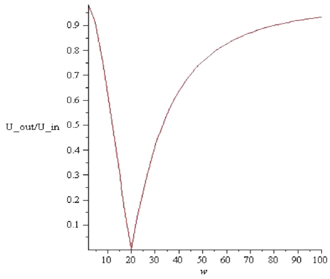
$$\left|\frac{U_{out}}{U_{in}}\right| = \left(\frac{R}{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(\omega^2 LC-1)^2}}\right) \cdot \sqrt{\left(R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{\omega^2 LC - 1}\right)} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(\omega^2 LC-1)^2}}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{(\frac{\omega^2}{\omega_{res}^2}-1)^2}}}$$

$$\phi = \arctan\frac{\omega L}{(\omega^2 LC - 1)\cdot R} = \arctan\frac{\omega L}{(\frac{\omega^2}{\omega_{res}^2} - 1)\cdot R} \qquad \omega_{Res} = \sqrt{LC}$$

[2,5]

(c) Es handelt sich um einen Bandfilter.

[1,5]



Aufgabe 7 (5 Punkte)

Eine sich in x-Richtung ausbreitende elektromagnetische Welle kann man durch ein elektrisches und ein magnetisches Feld der Form $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$ und $\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)$ darstellen. λ ist dabei die Wellenlänge, die mit der Frequenz über $\lambda = c/f$ zusammenhängt. $\vec{E}$ besitzte ohne Beschränkung der Allgemeinheit nur eine Komponente in z-Richtung. Verwenden Sie im Weiteren die differentielle Darstellung des Faraday'schen Induktionsgesetztes $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B}$.

a) Zeigen Sie mit dem Faradayschen Gesetz, dass $\vec{B}$ senkrecht auf $\vec{E}$ und ebenso senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung steht.

b) Zeigen Sie, dass $|\vec{E}| = c|\vec{B}|$ gilt.

Lösung:

a)

$$\vec{E}(\vec{r},t) = E_0 \cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)\hat{e}_z \tag{47}$$

[**1**]

Linke Seite Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial x}\left[E_0 \cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)\right]\hat{e}_y \tag{48}$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial}{\partial t}\vec{B} = -E_0 \cdot \left[-\sin\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right) \cdot \left(-\frac{2\pi}{\lambda}\right)\right]\hat{e}_y = -\frac{2\pi}{\lambda}E_0 \sin\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)\hat{e}_y \tag{49}$$

[**1**]

$$\begin{aligned}\vec{B} &= \int \frac{2\pi}{\lambda}E_0 \sin\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)\mathrm{d}t\hat{e}_y \\ &= \frac{2\pi E_0}{\lambda}\frac{1}{2\pi f}\cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)\hat{e}_y = \frac{E}{c}\cos\left(2\pi\left(ft - \frac{x}{\lambda}\right)\right)\hat{e}_y\end{aligned} \tag{50}$$

[**1**]

$$\Rightarrow \vec{E} \parallel \hat{e}_z, \vec{B} \parallel \hat{e}_y, \vec{k} \parallel \hat{e}_x \tag{51}$$

$$\Rightarrow \vec{B} \cdot \vec{E} = 0, \vec{B} \cdot \vec{k} = 0 \tag{52}$$

$$\Rightarrow \vec{B} \perp \vec{E}, \vec{B} \perp \vec{k} \tag{53}$$

Mit dem Propagationsvektor der Welle k.

[**1**]

$b)$

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = \frac{E_0}{E_0/c} = c \tag{54}$$

$$\Rightarrow |\vec{E}| = c|\vec{B}| \tag{55}$$

[**1**]

Konstanten

$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \mathrm{CV}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$

$e = 1.60 \cdot 10^{-19} \mathrm{C}$

$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \mathrm{kg}$

$\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \mathrm{mkgs}^{-2}\mathrm{A}^{-2}$

$c = 3 \cdot 10^8 \mathrm{m/s}$