Klausur in Experimentalphysik 3
Lösung

Prof. Dr. L. Fabbietti
Wintersemester 2018/19
18. Februar 2019

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe A (10 Punkte)

(a) Was beschreibt der Poynting - Vektor?

(b) Welche qualitative Bedeutung hat der Imaginärteil n_i und der Realteil n_r der Brechungszahl n für eine elektromagnetische Welle?

(c) Warum erscheint die Sonne kurz vor Sonnenuntergang ellipsenförmig und nicht kreisförmig?

(d) Was macht ein $\lambda/2$-Plättchen und was ein $\lambda/4$-Plättchen mit links-zirkular-polarisiertem Licht?

(e) Wie ändert sich das Huygen'sche Prinzip, wenn man ein Medium mit anisotropem Brechungsindex betrachtet?

(f) Betrachte ein Beugungsgitter. Wie hängt die Wellenlänge des Lichts mit dem Abstand der Intensitätsmaxima zueinander zusammen?

(g) Unter welchen Umständen erzeugt eine Sammellinse ein virtuelles Bild?

(h) Was versteht man unter Dichroismus?

(i) Bei der Absorption von Licht durch freie Elektronen ändert jedes absorbierte Photon den Drehimpuls des Atoms um den Betrag $\hbar$. Was kann man daraus schließen?

(j) Nennen Sie zwei Beispiele für reale Körper, die idealisiert als plancksche Strahler bzw. schwarze Strahler betrachtet werden können.

Lösung

(a) Er beschreibt die Richtung und die Dichte des Energietransportes durch elektromagnetische Wellen/E-Feld.

[**1**]

(b) Der Imaginärteil n_i der Brechungszahl n ist verantwortlich für die Abnahme der Amplitude einer EM-Welle beim Durchgang durch ein Medium. Der Realteil n_r der Brechungszahl n führt zu einer Phasenverschiebung der Welle, er verändert also die Phasengeschwindigkeit.

[**1**]

(c) Das vom unteren Sonnenrand kommende Licht wird beim Eintritt in die Erdatmosphäre stärker gebrochen als das vom oberen Sonnenrand kommende Licht.

[**1**]

(d) $\lambda/2$: aus links zirkular wird rechts zirkular polarisiert, $\lambda/4$: es wird linear polarisiert

[**1**]

(e) Die Elementarwellen sind keine Kugelwellen mehr, sondern elliptisch.

[**1**]

(f) Je größer die Wellenlänge des Lichts, desto größer der Abstand zwischen den Maxima.

[**1**]

(g) Die Sammellinse erzeugt ein virtuelles Bild, wenn der Abstand des Gegenstands g zur Linse kleiner gewählt wird als die gegenstandsseitige Brennweite f der Linse. Alternativ: der Brechungsindex n_1 größer ist als der Brechnungsindex "n_2 der Linse.

[**1**]

(h) Unterschiedliche, polarisationsrichtungsabhängige Absorption in einem Medium.

[**1**]

(i) Aufgrund der Drehimpulserhaltung des Systems Photon-Atom muss das Photon (unabhängig von seiner Energie hf) einen Drehimpuls $\hbar$ haben.

[**1**]

(j) Ruß (für einen bestimmten Wellenlängenbereich), Menschliche Haut bei Körpertemperatur, Sterne bzw. die Sonne, Ofenraum eines Brennofens

[**1**]

Aufgabe 1 (18 Punkte)

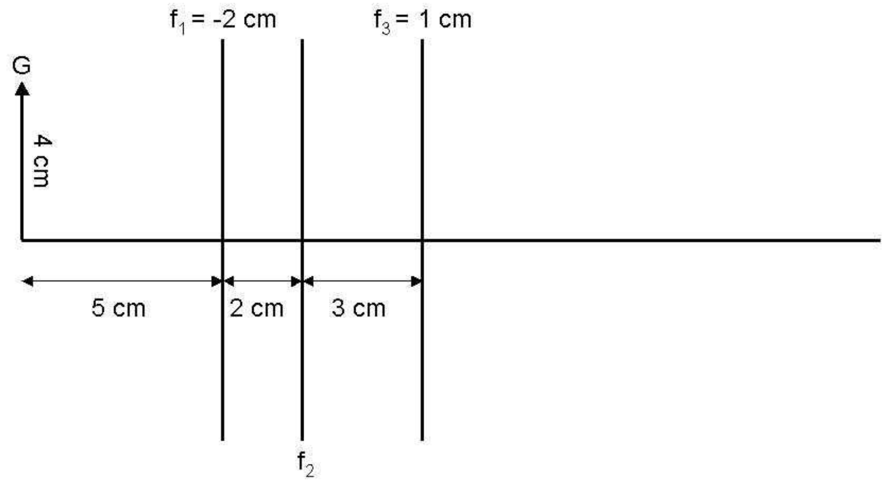
Ein Linsensystem bestehe aus drei Linsen. Eine mit der Brennweite $f_1 =$ -2 cm, eine mit $f_3 = 1$ cm sowie einer Linse der unbekannten Brennweite f_2. Das System habe insgesamt den Abbildungsmaßtab $V_T = \frac{|B_3|}{|G|} = \frac{1}{7}$. Vor dem Linsensystem befinde sich im Abstand $g_1 = 5$ cm ein Gegenstand der Größe $G = 4$ cm (siehe Abbildung). Der Abstand d_{12} zwischen den Linsen 1 und 2 betrage 2 cm, zwischen den Linsen 2 und 3 sei $d_{23} = 3$ cm.

(a) Berechnen Sie die Bildweite b_1 und die Größe B_1 des ersten Zwischenbildes des Gegenstands. Ist das Bild reell oder virtuell?

(b) Die Bildweite b_3 betrage $\frac{9}{14}$ cm. Berechnen Sie die Gegenstandsweite g_3 sowie die Beträge der Bilder B_3 und B_2.

(c) Berechnen Sie die Bildweite b_2 und Brennweite f_2 der zweiten Linse (Hinweis: B_2 ist ein reelles Bild). Handelt es sich dabei um eine Sammel- oder eine Zerstreuungslinse?

(d) Konstruieren Sie den Strahlengang (groß genug, mit lesbarer Beschriftung) für das erste und zweite Zwischenbild. Es müssen alle Zwischenbilder aus dem Zentralstrahl, dem Brennstrahl und dem Parallelstrahl konstruiert werden.



Lösung

(a)

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{g_1} + \frac{1}{b_1} \Rightarrow \frac{1}{b_1} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{g_1}$$

$$\frac{1}{b_1} = \frac{1}{-2\text{cm}} - \frac{1}{5\text{cm}} = -\frac{7}{10\text{cm}}$$

$$\Rightarrow b_1 = -\frac{10}{7}\text{cm} < 0 \Rightarrow \text{ virtuelles Bild.}$$

$$\frac{G}{g_1} = -\frac{B_1}{b_1} \Rightarrow B_1 = -G\frac{b_1}{g_1}$$

$$B_1 = -4\text{cm}\frac{-\frac{10}{7}\text{cm}}{5\text{cm}} = \frac{8}{7}\text{cm}$$

[**5**]

(b)

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{g_3} + \frac{1}{b_3} \Rightarrow \frac{1}{g_3} = \frac{1}{f_3} - \frac{1}{b_3} = \frac{1}{1\text{cm}} - \frac{14}{9\text{cm}} = -\frac{5}{9\text{cm}}$$

$$\Rightarrow g_3 = -\frac{9}{5}\text{cm}$$

$$V_T = \frac{|B_3|}{|G|} \Rightarrow |B_3| = V_T \cdot |G| = \frac{1}{7} \cdot 4\text{cm} = \frac{4}{7}\text{cm}$$

$$\frac{|B_2|}{|g_3|} = \frac{|B_3|}{|b_3|} \Rightarrow |B_2| = |B_3| \frac{|g_3|}{|b_3|}$$

$$|B_2| = \frac{4}{7}\text{cm}\frac{\frac{9}{5}\text{cm}}{\frac{9}{14}\text{cm}} = \frac{8}{5}\text{cm}$$

[**5**]

(c)

$$d_{23} = b_2 + g_3 \Rightarrow b_2 = d_{23} - g_3 = 3\text{cm} + \frac{9}{5}\text{cm} = \frac{24}{5}\text{cm}$$

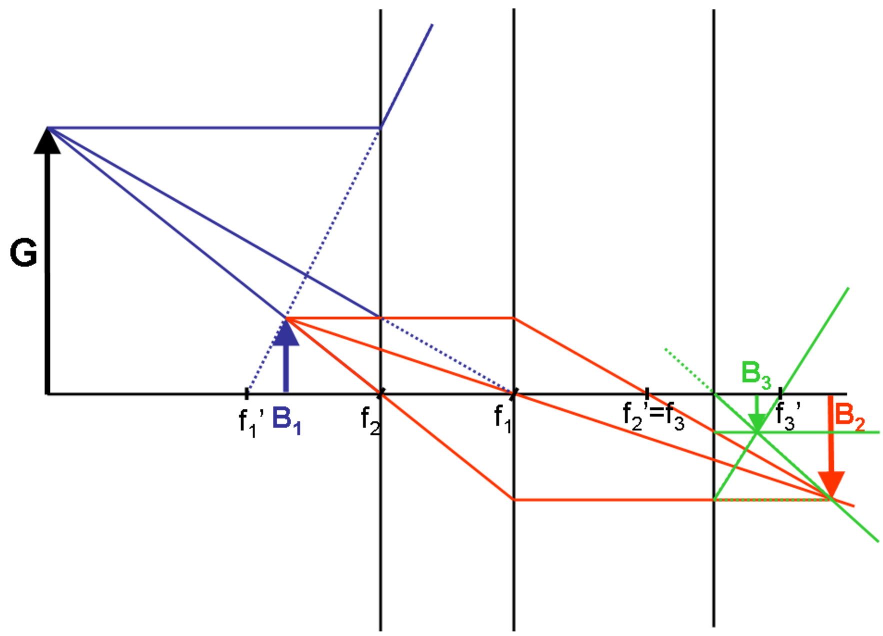
$$d_{12} = b_1 + g_2 \Rightarrow g_2 = d_{12} - b_1 = 2\text{cm} + \frac{10}{7}\text{cm} = \frac{24}{7}\text{cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{g_2} + \frac{1}{b_2} = \frac{7}{24\text{cm}} + \frac{5}{24\text{cm}} = \frac{12}{24\text{cm}}$$

$$\Rightarrow f_2 = 2\text{cm}$$

Es handelt sich um eine Sammellinse.

[**4**]



(d) [**4**]

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Ein Argonionenlaser (514 nm) hat die optische Ausgangsleistung von 10 W. Dieser Laserstrahl treffe senkrecht auf eine spiegelnde, 10 g schwere Metallplatte. Wie lange dauert es, bis die Platte um 1 cm durch den Laserstrahl verschoben wurde?

Lösung

Es sei n die Photonenzahl: $n = \frac{P}{h\nu}$ (Maß für die Leistung des Lasers/Photonenenergie, $[n] = \frac{1}{s}$)

Weiterhin sei p der Photonenimpuls: $p = \frac{h}{\lambda}$

[2]

Die folgenden Rechnungen sind alle im Ortssystem „Tisch “unter Vernachlässigung der Dopplerverschiebung:

Reflektion $\widehat{=}$ doppelter Impulsübertrag

[1]

Die Impulsänderung pro Zeit ist

$$\frac{dp}{dt} = 2 \cdot n \cdot p_{photon} = 2 \cdot \frac{P}{h\nu} \cdot \frac{h}{\lambda} = \frac{2P}{c} \tag{1}$$

[1]

mit $\frac{dp}{dt} = \frac{d(m \cdot v)}{dt} = a \cdot m$. Für die Beschleunigung a gilt:

$$a = \frac{2P}{m \cdot c} \tag{2}$$

Mit dieser gleichmäßigen Beschleunigung gilt:

$$s = \frac{a}{2} t^2 \tag{3}$$

und daraus erhält man die Zeit

$$t = \sqrt{\frac{s \cdot m \cdot c}{P}} \approx 55 \text{ s.} \tag{4}$$

[2]

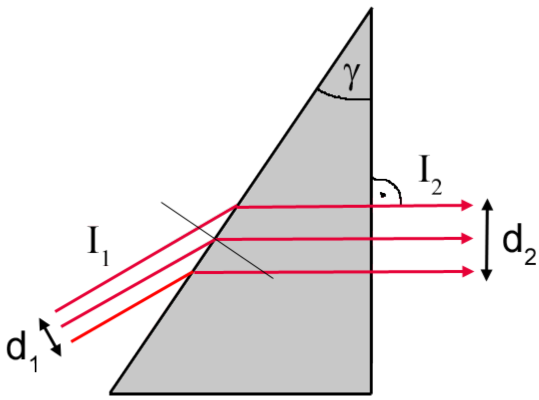
Aufgabe 3 (11 Punkte)

Betrachten Sie einen Lichtstrahl mit homogener Intensität und kreisförmigem Querschnitt, welcher auf ein Prisma mit Brechungsindex $n = 1,5$ (Luft: $n = 1$) fällt und dieses senkrecht zur Schnittkante verlässt (siehe Zeichnung.)

(a) Unter der Annahme paralleler Polarisation (zur Einfallsebene), wie groß muss der Prismawinkel γ sein, damit an der Eintrittsfläche kein Licht reflektiert wird?

(b) Berechnen Sie das Verhältnis der Durchmesser d_2/d_1 von einfallendem und ausfallendem Strahl?

(c) Wie ist das Verhältnis der Querschnitte A_2/A_1 und Intensitäten I_2/I_1 der Lichtstrahlen rechts und links vom Prisma?



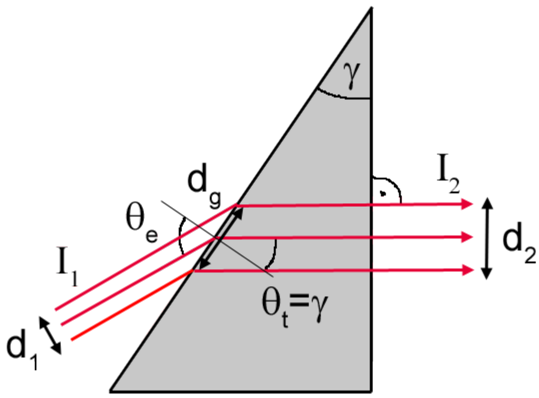
Lösung

(a) Das Brechungsgesetz lautet $n \sin\theta_t = \sin\theta_e$. Der Fall, in dem keine Reflexionsverluste auftreten, ist für den Brewsterwinkel $\tan\theta_e = n$ erfüllt:

[**2**]

$$\sin\theta_t = \frac{1}{n}\sin\theta_e = \frac{1}{n}\sin\left(\tan^{-1}(n)\right) = 0,555 \tag{5}$$

Um das Prisma senkrecht zu verlassen, fordern wir $\theta_t = \gamma$. Daraus erhält man



$$\gamma = \sin^{-1}(0,555) = 33,7^\circ \tag{6}$$

[**1**]

(b) Wie in der Abbildung zu sehen ist $d_1 = d_g \cos\theta_e$ und $d_2 = d_g \cos\theta_t$. Daher gilt

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{\cos\theta_t}{\cos\theta_e} = n = 1,5 \tag{7}$$

Zahlenwerte der Zwischenergebnisse:

$$\theta_e = 56,3^\circ, \quad \theta_t = \gamma = 33,7^\circ, \quad \cos\theta_e = 0,555, \quad \cos\theta_t = 0,832 \tag{8}$$

$$\frac{d_2}{d_1} = \frac{0,832}{0,555} = 1,5 \tag{9}$$

[3]

Alternativ:

$$\cos\theta_e = \cos\left(\tan^{-1}(n)\right) = \frac{1}{\sqrt{1+n^2}} \tag{10}$$

$$\cos\theta_t = \cos\left(\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}\right)\right) = \sqrt{1-\frac{1}{1+n^2}} = \sqrt{\frac{n^2}{1+n^2}} \tag{11}$$

$$\Rightarrow \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sqrt{\frac{1}{1+n^2}}}{\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}} = n = 1,5 \tag{12}$$

(c) Die Strahlausdehnung ändert sich nur in der Einfallsebene, bleibt in x-Richtung aber gleich. Die Fläche einer Elippse ist gegeben durch $A = \pi ab$, wobei a und b die Länge der Achsen sind. Also

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{d_1 d_2}{d_1^2} = \frac{d_2}{d_1} = 1,5 \tag{13}$$

[2]

Die Leistungstransmission durch die Austrittsfläche ist

$$T = \frac{P_2}{P_1} = 1 - R \tag{14}$$

[1]

mit $R = r^2 = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 = 0,04$ (senkrechter Austritt). Damit ist $T = 0,96$. Das entsprechende Verhältnis der Intensitäten $I = \frac{P}{A}$ ist dann

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{P_2 A_1}{P_1 A_2} = \frac{0,96}{1,5} = 0,64 \tag{15}$$

(oder 0,67 falls der Fresnel Reflexionsverlust vernachlässigt wurde.)

[2]

Aufgabe 4 (13 Punkte)

Licht einer Natrium-Spektral-Lampe mit der Wellenlänge $\lambda = 589$ nm fällt senkrecht auf einen Doppelspalt, dessen Spaltmitten den Abstand g haben und deren Spaltbreiten jeweils $b = 0,05$ mm betragen. Die Beugungsfigur wird auf einem dazu parallelen Schirm aufgefangen, der sich im Abstand $L = 2,25$ m vom Doppelspalt entfernt befindet.
Vom Hauptmaximum ($y = 0$ mm) aus gemessen stellt man auf dem Schirm an den folgenden Stellen äquidistante helle Streifen fest:

$$\pm 5 \text{ mm}, \quad \pm 10 \text{ mm}, \quad \pm 15 \text{ mm}, \quad \pm 20 \text{ mm}$$

(a) Berechnen Sie mit diesen Informationen den Abstand g der beiden Spaltmitten.

(b) Berechnen Sie die Lage der Minima bis zur 3. Ordnung, wenn nur einer der beiden Spalte geöffnet ist.

(c) Werden Maxima ausgelöscht? Wenn ja warum und welche? Wenn nein, warum nicht?

Bring man vor einen der beiden Spalte ein planparalleles Glasplättchen der Dicke $d = 0,05$ mm und der Brechzahl $n_{\mathrm{Glas}} = 1{,}47$, so verschiebt sich auf dem Schirm das Hauptmaximum aus der Mitte.

(d) Wo findet man das neue Hauptmaximum?

Lösung

(a) Für die Maxima gilt:

$$\sin\beta_m = m\frac{\lambda}{g} \tag{16}$$

Der Abstand zur hellen Mitte y_m folgt mit der Geometrie zu

$$\tan\beta_m = \frac{y_m}{L} \tag{17}$$

Mit der Näherung $\sin\beta_m \approx \tan\beta_m$ für kleine Ablenkwinkel folgt

$$y_m = m\frac{L\lambda}{g}, \quad g = m\frac{L\lambda}{y_m} \tag{18}$$

Für z.B. $m = 1$ ergibt dies $g = 1 \cdot \frac{L\lambda}{y_1} = 0,3$ mm.

[**4**]

(b) Ein Spalt ist nur geöffnet, dieser hat die Breite b. Für die Minima beim Einzelspalt gilt:

$$\sin\alpha_m = m\frac{\lambda}{b} \tag{19}$$

und mit der obigen Näherung für kleine Winkel folgt

$$y_m = m\frac{L\lambda}{b} \tag{20}$$

Die ersten drei Minima liegen bei

$$\pm 26,5 \text{ mm}, \quad \pm 53 \text{ mm}, \quad \pm 79,5 \text{ mm}$$

[**3**]

(c) Eine Auslöschung findet statt, wenn ein Maximum der Interferenz mit einem Minimum der Beugung zusammenfällt. Für die ersten Maxima gibt es nicht den Fall nicht. Wenn dann findet eine Auslöschung erst bei Maximum 53 und Minimum 10 statt.

[**2**]

(d) Das Glasplättchen verursacht eine Wellenlängenänderung

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{n} = 401 \text{ nm} \tag{21}$$

Für die Anzahl der Wellenlängen auf der Strecke d in Luft (m) und im Glas (m^*) gilt

$$m = \frac{d}{\lambda}, \quad m^* = \frac{d}{\lambda^*} = n\frac{d}{\lambda} \text{ nm} \tag{22}$$

Der Gangunterschied ist also

$$\delta = (m^* - m)\lambda = (n-1)d \tag{23}$$

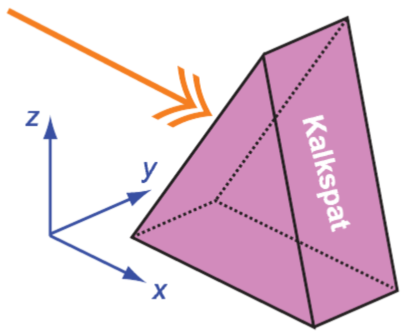
Somit folgt für das Maximum

$$y_0 = L\frac{\delta}{g} = L\frac{(n-1)d}{g} = 17,6 \text{ cm} \tag{24}$$

Ist der rechte Spalt mit dem Glasplättchen bedeckt, so liegt das neue Hauptmaximum ebenso rechts.

[**4**]

Aufgabe 5 (11 Punkte)

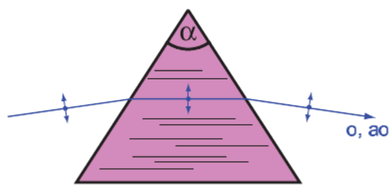


(a) Ein Lichtstrahl trete von links in ein Kalkspatprisma ein. Drei mögliche Orientierungen der optischen Achse sind von besonderem Interesse, entlang x-,y- und z-Achse. Stellen Sie sich drei solche Prismen vor. Skizzieren Sie jeweils einfallende und austretende Strahlen und kennzeichnen Sie den Polarisationszustand.

(b) Wie kann man mit Hilfe dieses Prismenaufbaus den Wert von n_o und n_{ao} bestimmen?

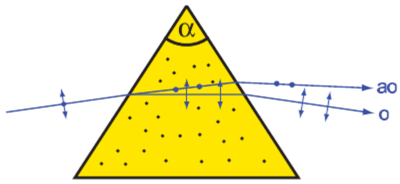
Lösung

(a) (i) Optische Achse in x-Richtung: Dies bedeutet, dass alle Strahlen unabhängig von ihrer Polarisationsrichtung die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit haben, weil sie alle senkrecht zur Achse schwingen.



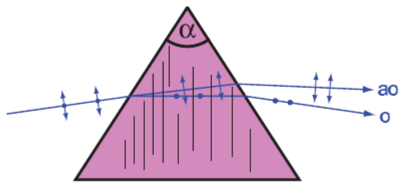
[3]

(ii) Die optische Achse liegt nun in y-Richtung. Dann wird der Anteil des Lichts, der parallel zur optischen Achse schwingt, als außerordentlicher Strahl weniger stark gebrochen als das ordentliche Licht. Die Polarisationsrichtung entimmt man der Zeichnung.



[3]

(iii) Die optische Achse liegt nun in z-Richtung. Dann wird der Anteil des Lichts, der parallel zur optischen Achse schwingt, als außerordentlicher Strahl weniger stark gebrochen als das ordentliche Licht. Die Polarisationsrichtung entnimmt man der Zeichnung.



[3]

(b) Für ein Prisma gilt die Formel:

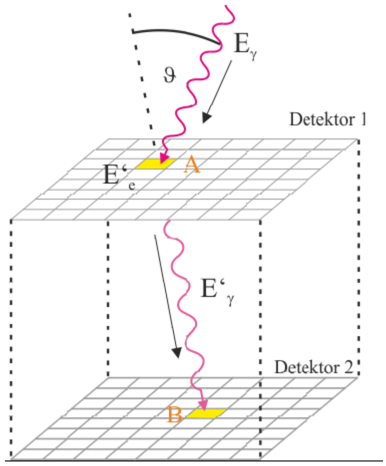
$$n = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}\left(\delta_m + \alpha\right)\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \tag{25}$$

wobei α der Scheitelwinkel des Prismas ist und δ_m der Winkel minimaler Ablenkung, bei dem der Strahl im Prisma parallel zur Grundfläche verläuft. Mit dieser Formel kann man n_o und n_{ao} bestimmen.

[2]

Aufgabe 6 (11 Punkte)

Das Compton-Teleskop dient zur Beobachtung von astronomischen Objekten, die Gammastrahlung mit Quantenenergien in de Größenordnung einiger MeV aussenden.
Untenstehend ist das Prinzip eines Compton-Teleskops skizziert. Ein einfallendes γ-Quant der Energie E_γ wird in Detektor 1 durch Compton-Streuung an einem Elektron um den Winkel ϑ abgelenkt. Dabei wird die kinetische Energie $E_{e'}$ des Compton-Elektrons gemessen. Das gestreute γ-Quant wird in Detektor 2 schließlich vollständig absorbiert, wobei seine Energie $E_{\gamma'}$ gemessen wird. Damit erhält man E_γ aus $E_\gamma = E_{e'} + E_{\gamma'}$. Beide Detektoren sind ortsauflösend, d.h. die Wechselwirkungsorte A und B sind bekannt.



(a) Zeigen Sie rechnerisch, warum der Comptoneffekt bei sichtbarem Licht nicht beobachtet werden kann.

(b) Leiten Sie aus der Formel $\Delta\lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\vartheta)$ für die Wellenlängenänderung beim Comptoneffekt her, das der Streuwinkel ϑ aus den Messgrößen $E_{e'}$ und $E_{\gamma'}$ sowie aus der Ruhemasse m_0 des Elektrons nach folgender Formel Berechnet werden kann:

$$\cos\vartheta = 1 - \frac{m_0 \cdot c^2}{E_{\gamma'}} + \frac{m_0 \cdot c^2}{E_{e'} + E_{\gamma'}}$$

(c) Ein γ-Quant löst in Detektor A ein Compton-Elektron der kinetischen Energie $E_{e'} = 0,70$ MeV aus; in Detektor B wird die Energie $E_{\gamma'} = 1,3$ MeV des gestreuten γ-Quants gemessen. Berechnen Sie daraus den Streuwinkel ϑ des Photons sowie die Geschwindigkeit des Compton-Elektrons.

(d) Erläutern Sie, warum man bei Detektion eines einzelnen γ-Quants mit anschließender Bestimmung von ϑ noch nicht die Richtung der γ-Quelle kennt. Erklären Sie, warum man durch Detektion mehrerer aufeinander folgender γ-Quanten die Position der γ-Quelle dennoch mit einem einzelnen Compton-Teleskop bestimmen kann.

Lösung

(a) Für die Wellenlängenänderung beim Compton-Effekt gilt:

$$\Delta\lambda = \lambda_C \cdot (1 - \cos\vartheta) \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{h}{m_{0,e} \cdot c} \cdot (1 - \cos\vartheta) \tag{26}$$

Die maximale Wellenlängenverschiebung beim Compton-Effekt ist für $\vartheta = 180°$ erreicht und beträgt

$$\Delta\lambda_{max} = 2 \cdot \lambda_C = 2 \cdot 2,42 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 4,84 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Das sichtbare Licht liegt in einem Wellenlängen bereich von $700000 \cdot 10^{-12}$ m bis $400000 \cdot 10^{-12}$ m, sodass die kleine Wellenlängenänderung durch einen Compton-Effekt wohl nicht feststellbar sein dürfte.

[2]

(b) Für die Wellenlängenänderung der γ-Strahlung gilt:

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda \quad \Rightarrow \quad \Delta\lambda = \frac{h \cdot c}{E_{\gamma'}} - \frac{h \cdot c}{E_{\gamma}} \tag{27}$$

Setzt man Gleichung 27 in Gleichung 26 ein, so folgt:

$$\frac{h \cdot c}{E_{\gamma'}} - \frac{h \cdot c}{E_{\gamma}} = \frac{h}{m_{0,e} \cdot c}(1 - \cos\vartheta) \qquad \Big| \cdot \frac{m_{0,e} \cdot c}{h} \tag{28}$$

$$\frac{m_{0,e} \cdot c^2}{E_{\gamma'}} - \frac{m_{0,e} \cdot c^2}{E_{\gamma}} = 1 - \cos\vartheta \tag{29}$$

$$\cos\vartheta = 1 - \frac{m_{0,e} \cdot c^2}{E_{\gamma'}} + \frac{m_{0,e} \cdot c^2}{E_{\gamma}} \tag{30}$$

[2]

(c) Berechnung des Streuwinkels:

$$E_{\gamma} = E_{\gamma'} + E_{kin,el'} \quad \Rightarrow \quad E_{\gamma} = 1,3 \text{ MeV} + 0,70 \text{ MeV} = 2,06 \text{ MeV} \tag{31}$$

Eingesetzt in die Beziehung für $\cos\vartheta$ aus (b) ergibt sich:

$$\cos\vartheta = 1 - \frac{0,511}{1,3} + \frac{0,511}{2,0} \approx 0,86 \quad \Rightarrow \quad \vartheta \approx 30^\circ \tag{32}$$

[2]

Für die Gesamtenergie des Compton-Elektrons nach dem Stoß gilt:

$$E_{ges,el'} = E_{0,el} + E_{kin,el'} = 0,511 \text{ MeV} + 0,70 \text{ MeV} \approx 1,21 \text{ MeV} \tag{33}$$

Für die Geschwindigkeit gilt dann:

$$E_{ges,el'} = \frac{E_{0,el}}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{E_{0,el}}{E_{ges,el'}}\right)^2 \tag{34}$$

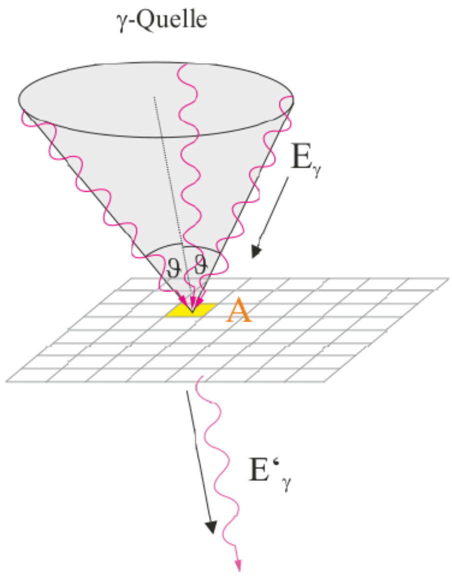
$$v = c\sqrt{1 - \left(\frac{E_{0,el}}{E_{ges,el'}}\right)^2} \tag{35}$$

$$v = c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{0,511}{1,21}\right)^2} \approx 0,91 \cdot c \tag{36}$$

(d) Die γ-Quelle kann nach der Registrierung eines γ-Quants in der oberen Ebene bei A (und in der unteren Ebene bei B) auf einem Kegelmantel mit Spitze bei A und dem Öffnungswinkel bei 2ϑ liegen.

Die Position der γ-Quelle wird dadurch bestimmt, dass die zu verschiedenen γ-Quanten gehörenden Kegelmäntel überlagert werden. So entstehen Kreislinien als Projektionen auf der Himmelsphäre, die sich alle in einem Punkt schneiden. In Richtung dieses Punktes liegt die γ-Quelle.

[2]



Aufgabe 7 (7 Punkte)

$\psi(x) = Nx\exp(-x^2/2\sigma^2)$ sei die Wellenfunktion eines Teilchens.

(a) Normieren Sie diese Wellenfunktion mithilfe

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\sqrt{\pi}}{2a^{3/2}}, a > 0 \tag{37}$$

(b) An welchen Ort befindet sich das Teilchen am wahrscheinlichsten? Wo liegt der Erwartungswert des Teilchenorts?

Lösung

(a) Unter Verwendung von 37 erhält man für die Normierung

$$N^2 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}N^2\sqrt{\pi}\sigma^3 = 1 \Rightarrow N = \frac{\sqrt{2}}{\pi^{1/4}\sigma^{\frac{3}{2}}}$$

[2]

(b) Die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Ort x beträgt

$$|\phi(x)|^2 = \frac{2}{\sqrt{\pi}\sigma^3}x^2\exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)$$

Die Extremwerte liegen bei $\frac{\partial|\phi(x)|}{\partial x} = 0$. Dies liefert ein Minimum bei $x = 0$ und Maxima bei $x = \pm\sigma$. Der Mittelwert des Teilchenorts ist

$$\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x|\phi(x)|^2\,\mathrm{d}x = \frac{2}{\sqrt{\pi}\sigma^3}\int_{-\infty}^{\infty} x^3\exp\left(-\frac{x^2}{\sigma^2}\right)\,\mathrm{d}x = 0$$

Denn es wird eine ungerade Funktion über einen symmetrischen Integrationsbereich integriert.

[**5**]

Konstanten

Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\mathrm{CV}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
Elementarladung:	$e = 1.60 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$
Planck'sche Konstante:	$h = 6.63 \cdot 10^{-34}\mathrm{Js}$
Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^{8}\mathrm{ms}^{-1}$
Elektronenruhemasse:	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$
Stefan Boltzmann Konstante:	$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2\mathrm{K}^4}$
Wiensche Verschiebungskonstante:	$b = 2,9 \cdot 10^{-3}\mathrm{mK}$