Nachklausur in Experimentalphysik 2

Prof. Dr. F. Pfeiffer
Sommersemester 2014
23. September 2014

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

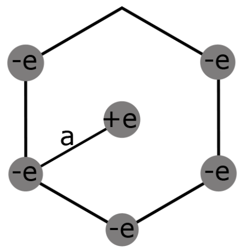
Aufgabe 1 (5 Punkte)

An fünf Ecken eines gleichseitigen, ebenen Sechsecks (Seitenlänge $a = 5 \cdot 10^{-5}$m) sei je ein Elektron ($e = -1,6 \cdot 10^{-19}$C, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$kg) angebracht, im Zentrum des Sechsecks befinde sich eine positive Punktladung $+q = |e|$.

(a) Welches Potenzial erzeugt diese Ladungsverteilung in der freien sechsten Ecke? Welche Arbeit muss geleistet werden um – aus dem Unendlichen kommend – ein weiteres Elektron in die bisher freie Ecke zu bringen?

(b) Wird dieses Elektron anschließend wieder losgelassen, so fliegt es weg. Welche Grenzgeschwindigkeit erreicht das Elektron im Vakuum?

(c) Welche Grenzgeschwindigkeit erreichen die Elektronen, wenn alle sechs gleichzeitig losgelassen werden?



Lösung

Die Entfernung zweier Elektronen wird mit r_{ij}, $i, j \in \{0, \ldots, 6\}$ mit 0 dem Zentrum und $1, \ldots, 6$ die anderen Elektronen im Uhrzeigersinn nummeriert. Die Entfernungen zum Zentrum sind $r_{0i} = a$, die zu benachbarten Ecken ebenfalls a, die zu den übernächsten Ecken $a\sqrt{3}$, die zu gegenüberlegenden $2a$.

(a) Die freie Stelle 6 tritt nur in Wechselwirkung mit dem Zentrum 0 und den fünf Elektronen auf dem Sechseck. Die Elektronen auf dem Sechseck sind festgehalten und treten untereinander nicht in Wechselwirkung. Für das Potenzial an der Stelle 6 gilt

$$\varphi_{6,i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e_i}{r_{6,i}}$$

$$\varphi_6 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=0}^{5}\frac{e_i}{r_{6,i}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a}\cdot\left(\frac{|e|}{1}+\frac{e}{1}+\frac{e}{\sqrt{3}}+\frac{e}{2}+\frac{e}{\sqrt{3}}+\frac{e}{1}\right)$$

$$\varphi_6 = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a}\cdot\left(-\frac{1}{1}+\frac{1}{1}+\frac{2}{\sqrt{3}}+\frac{1}{2}+\frac{1}{1}\right) = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a}\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$$

Die potenzielle Energie eines aus dem Unendlichen kommenden Elektron ist

$$E_{\text{pot}} = e\varphi_6 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{2}{\sqrt{3}}\right) = 1,22\cdot 10^{-23}\text{J}$$

[**2**]

(b) Diese wird in reine kinetische Energie eines Elektrons umgewandelt: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m_e v^2$. Nach dem Energieerhaltungssatz folgt $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_{\text{pot}}}{m_e}} = 5,18\cdot 10^4\text{m/s}$$

[**1**]

(c) Lässt man alle sechs Elektronen gleichzeitig los, so bedeutet dies, dass alle untereinander in Wechselwirkung treten (da sie nicht festgehalten sind). Die potenzielle Energie, die dieses System nun besitzt, kann man folgendermaßen deuten: Man bringt ein Elektron nach dem anderen aus dem Unendlichen kommend an seinen Platz und berücksichtigt zusätzlich zur Wechselwirkung mit dem Zentrum auch noch die Wechselwirkung der Elektronen untereinander.

Sechs Wechselwirkungen im Zentrum, sechs mit Nachbarn, sechs mit übernächsten Nachbarn, 3 mit gegenüberliegenden. Daher

$$E^*_{\text{pot}} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}\cdot\left(-6\cdot\frac{1}{1}+6\cdot\frac{1}{1}+3\cdot\frac{1}{2}+6\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a}\cdot\left(\frac{3}{2}+\frac{6}{\sqrt{3}}\right)$$

Diese potenzielle Energie wird in kinetische Energie von sechs Elektronen umgewandelt: $E^*_{\text{kin}} = 6\cdot\frac{1}{2}m_e v^{*2} = 3m_e v^{*2}$.

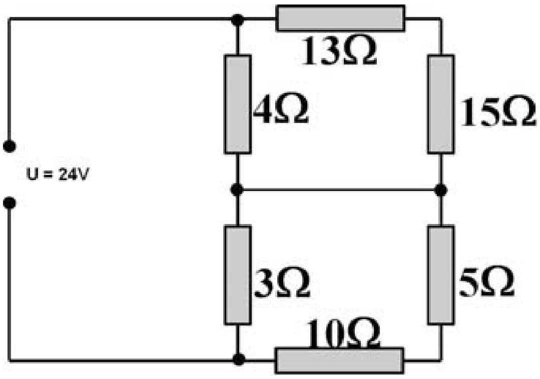
Nach dem Energieerhaltungssatz folgt

$$E^*_{\text{pot}} = E^*_{\text{kin}} \Rightarrow v^* = \sqrt{\frac{E^*_{\text{pot}}}{3m_e}} = 2,89\cdot 10^4\text{m/s}$$

[**2**]

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Gegeben sei das Widerstandsnetzwerk aus der Abbildung (Gesamtspannung 24V).



(a) Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand.

(b) Welche Spannung liegt am 3Ω-Widerstand an?

Lösung

(a) Das Netzwerk ist eine Kombination aus Reihen- und Parallelschaltungen (siehe (a)). Also $R_{\text{ges}} = R_x + R_y$. Mit den üblichen Formeln für Reihen- und Parallelschaltung erhält man

$$\frac{1}{R_x} = \frac{1}{13\Omega + 15\Omega} + \frac{1}{4\Omega} = \frac{2}{7\Omega}$$
$$\frac{1}{R_y} = \frac{1}{10\Omega + 5\Omega} + \frac{1}{3\Omega} = \frac{2}{5\Omega}$$

Also $R_x = 3,5\Omega$, $R_y = 2,5\Omega$ und $R_{\text{ges}} = R_x + R_y = 6\Omega$

[2]

(b) Am 3Ω-Widerstand liegt die gleiche Spannung wie an dem zusammengesetzten Widerstand R_x an (wegen der Parallelschaltung von 3Ω und 10Ω + 5Ω). Für die Reihenschaltung von R_x und R_y gilt

$$\frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} = I = I_x = I_y = \frac{U_x}{R_x}$$
$$\Rightarrow U_x = \frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}} R_x = 10\text{V}$$

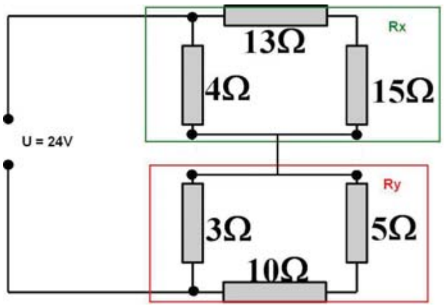
Da die Spannung U_x am Widerstand R_x gleich der Spannung am 3Ω-Widerstand ist, erhält man für diese ebenfalls 10V.

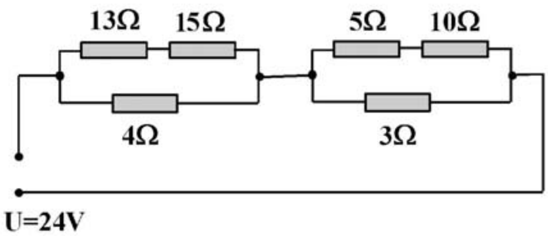
[1]

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Ein elektrisches Potenzial ist durch die folgende Funktion gegeben

$$V(x, y, z) = -\frac{1}{2}ax^2y + by - \frac{1}{3}axz^3 + c, a, b, c \in \mathbb{R}$$





(a) Wie groß ist die elektrische Feldstärke?

(b) Wie sieht die Ladungsverteilung aus, die als Quelle für das elektrische Feld dienen kann?

Lösung

(a) Hier gilt

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V = -\begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} -axy - \frac{1}{3}az^3 \\ -\frac{1}{2}ax^2 + b \\ -axz^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} axy + \frac{1}{3}az^3 \\ \frac{1}{2}ax^2 - b \\ axz^2 \end{pmatrix}$$

[1,5]

(b) Es gilt $\vec{\nabla}\vec{E} = \rho/\varepsilon_0$, also

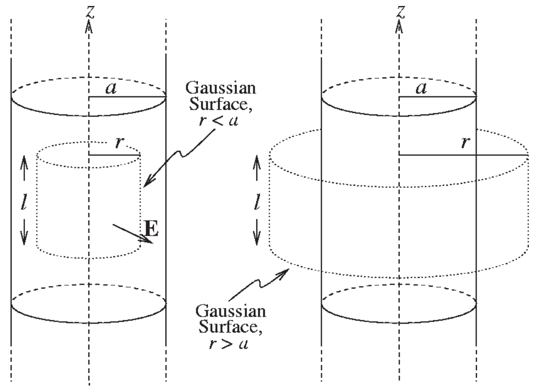
$$\rho = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \varepsilon_0(ay + 2axz)$$

[1,5]

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Betrachten Sie einen unendlich langen, gleichmäßig geladenen Vollzylinder des Radius a der entlang z-Achse des Koordinatensystems verläuft. Die konstante Volumenladungsdichte des Zylinders sei ρ (positiv).

(a) Bestimmen Sie mithilfe des Gaussschen Gesetztes die Stärke von E als Funktion in r für $r \in [0, a]$ und für $r > a$. Stimmen die Ergebnisse für $r = a$ überein?



(b) Berechnen sie mithilfe der vorangegangenen Teilaufgabe die Potenzialdifferenz ΔV zwischen einem Punkt mit Abstand r von der z-Achse und einem Punkt auf der z-Achse.

(c) Zeichnen sie eine Skizze von ΔV als Funktion von r, $r \in [0, \infty)$.

Lösung

(a) Betrachten wir zuerst den Fall $r \in [0, a]$. Die Ladung innerhalb der Fläche auf der linken Seite von Punkt (c) ist sein Volumen, $\pi r^2 l$, mal die Ladung pro Volumen, ρ. Daher erhält man für den einen Ausdruck aus dem Gaussschen Gesetz

$$\begin{aligned}\oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} &= \int_{\text{Enden}} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} + \int_{\text{Seiten}} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A}\\ &= \int_{\text{Enden}} 0 + \int_{\text{Seiten}} E(r)\,\mathrm{d}\vec{A}\\ &= E(r)\int_{\text{Seiten}} \mathrm{d}\vec{A}\\ &= E(r)2\pi r l\end{aligned}$$

Es müssen nur die Seiten betrachtet werden. An den Seiten des Zylinders gilt $\vec{E} = E(r)\hat{r}$, und $\hat{r}$ ist der äußere Normaleneinheitsvektor der Oberfläche. So $\vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = E\,\mathrm{d}A$ an den Seiten. Da E nur von r abhängt, kann $E(r)$ aus dem Integral herausgezogen werden kann, denn r ist auf den Seiten konstant. Das verbleibende Integral ist lediglich die Fläche der Seite des Zylinders, also $2\pi r l$. Also folgt mit dem Gesetz von Gauß

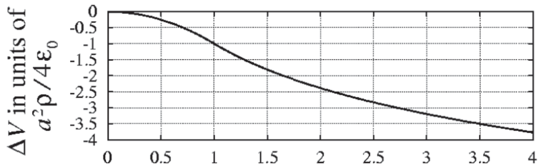
$$\oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_{\text{innerhalb}}}{\epsilon_0} \Rightarrow 2\pi r l E(r) = \frac{\rho \pi r^2 l}{\epsilon_0},$$

also

$$E(r) = \frac{r\rho}{2\epsilon_0}, r \in [0, a].$$

Nun betrachte $r > a$. Hier wird die Fläche auf der rechten Seite von Punkt (c) weiter betrachtet. Es kann wie oben vorgegangen werden, lediglich wird für die Ladung innerhalb der Oberfläche $\rho\pi a^2 l$ erhalten, denn die gleichmäßige Ladungsverteilung endet bei $r = a$. Daher erhält man

$$\oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = \frac{Q_{\text{innerhalb}}}{\epsilon_0} \Rightarrow 2\pi r l E(r) = \frac{\rho\pi a^2 l}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{a^2\rho}{2\epsilon_0 r}, r > a$$



[2,5]

(b) Die Potenzialdifferenz zwischen 0 und r ist

$$\Delta V = -\int_0^r \vec{E}\, \mathrm{d}L$$

(Beachte, dass dieses L in keinem Zusammenhang zum zuvor verwendeten l steht). Hier gilt $\vec{E} = E(r)\hat{r}$ und $\mathrm{d}L = \hat{r}\,\mathrm{d}r$, also

$$\Delta V = -\int_0^r E(r')\hat{r}\cdot\hat{r}\,\mathrm{d}r' = -\int_0^r E(r')\,\mathrm{d}r'$$

Für $r \in [0, a]$ ist dies leicht:

$$\Delta V = -\int_0^r \frac{r'\rho}{2\epsilon_0}\,\mathrm{d}r' = \left[-\frac{1}{2}\frac{(r')^2\rho}{2\epsilon_0}\right]_0^r = -\frac{r^2\rho}{4\epsilon_0}, r \in [0, a]$$

Für $r > a$ muss das Integral in zwei Teile aufgespalten werden, denn der Ausdruck für $\vec{E}$ verändert sich bei $r = a$. Also

$$\begin{aligned}\Delta V &= -\int_0^a \frac{r'\rho}{2\epsilon_0}\,\mathrm{d}r' - \int_a^r \frac{a^2\rho}{2\epsilon_0 r'}\,\mathrm{d}r' = \left[-\frac{1}{2}\frac{(r')^2\rho}{2\epsilon_0}\right]_0^a - \left[\frac{a^2\rho}{2\epsilon_0}\ln r'\right]_a^r \\ &= -\frac{a^2\rho}{4\epsilon_0}(1 + 2\ln(r/a)), r > a.\end{aligned}$$

[2,5]

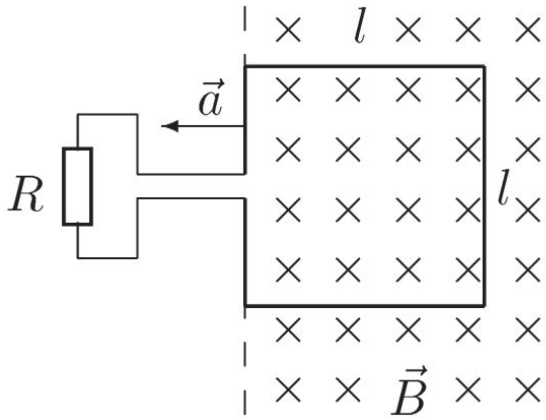
(c) **[1]**

Aufgabe 5 (5 Punkte)

Eine quadratische, ebene Drahtschleife (Seitenlänge $l = 1\text{m}$, Windungszahl $n = 10$) liege in einem homogenen Magnetfeld ($|\vec{B}| = 0,6\text{Vs/m}^2$); die Richtung der magnetischen Induktion stehe senkrecht auf der Fläche der Schleife. Eine Seite der Schleife falle mit dem Magnetfeldrand zusammen.

Die Schleife werde nun mit der konstanten Beschleunigung $|\vec{a}| = 2\text{m/s}^2$ aus dem Feld herausgezogen. Die Richtung der Beschleunigung liege in der Schleifenebene und stehe senkrecht zur Begrenzung des Feldes (siehe Abbildung).

Welche Wärmemenge W wird insgesamt in dem an die Schleife angeschlossenen Widerstand $R = 6\Omega$ erzeugt?



Lösung

Die Schleife wird mit der konstanten Beschleunigung a aus dem Magnetfeld gezogen. Die vom Magnetfeld durchflossene Fläche A nimmt somit um $\mathrm{d}A = l\mathrm{d}x$ ab.

Die Bewegungsgleichungen der gleichmäßig beschleunigten Schleife lauten

$$x(t) = \frac{1}{2}at^2 \qquad\qquad v(t) = at$$

[**1**]

Sei T die Zeit, bei der die Schleife das Magnetfeld völlig verlassen hat, so gilt

$$x(T) = l \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2l}{a}}$$

[**1**]

Bei konstantem Magnetfeld ergibt sich die induzierte Spannung zu

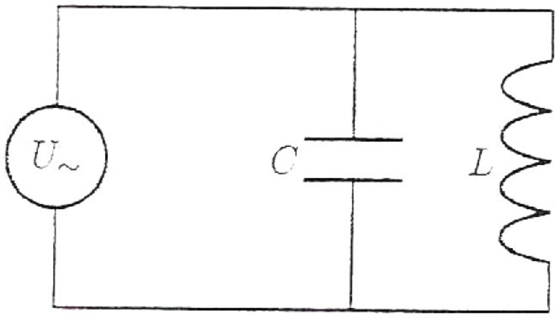
$$U_{\mathrm{ind}}(t) = -n\frac{\mathrm{d}\Phi(t)}{\mathrm{d}t} = -nB\underbrace{\frac{\mathrm{d}A(t)}{\mathrm{d}t}}_{<0} = -nBl\underbrace{\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}}_{v(t)} = -nBlat$$

[**1**]

Die elektrische Leistung ist definiert durch $P = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}$:

$$\begin{aligned}
P(t) &= \frac{1}{R}U_{\mathrm{ind}}(t)^2 \\
\mathrm{d}W &= P(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{R}U_{\mathrm{ind}}(t)^2\mathrm{d}t = \frac{n^2B^2l^2a^2}{R}t^2\mathrm{d}t \\
W &= \frac{n^2B^2l^2a^2}{R}\int_0^T t^2\,\mathrm{d}t = \frac{n^2B^2l^2a^2}{R}\left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^T = \frac{n^2B^2l^2a^2}{3R}T^3 \\
&= \frac{n^2B^2l^2a^2}{3R}\cdot\frac{2l}{a}\sqrt{\frac{2l}{a}} = \frac{2n^2B^2}{3R}\sqrt{2al^7} = 8\mathrm{J}
\end{aligned}$$

[**2**]



Aufgabe 6 (6 Punkte)

Gegeben sei die Schaltung aus der Abbildung mit der Generatorspannung $U = U_0 \cdot \cos(\omega t)$ und $U_0 = 100\text{V}$, $C = 25\mu\text{F}$ und $L = 4\text{H}$

(a) Wie groß sind in jedem Zweig der Schaltung die maximale Amplitude des Stromes und der Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung in jedem Zweig?

(b) Berechnen sie die Kreisfrequenz ω, bei der die Generatorstromstärke gleich null ist.

(c) Wie groß sind bei diesem Resonanzfall die maximale Stromstärke in der Spule und im Kondensator?

(d) Zeichnen Sie ein Zeigerdiagramm, aus dem die Beziehung zwischen angelegter Spannung, Generatorstrom, Kondensatorstrom und Spulenstrom hervorgeht. Hierbei sei der induktive Blindwiderstand größer als der kapazitive.

Lösung

(a) Bei der Parallelschaltung ist die Spannung über dem Kondensator und der Spule gleich der Generatorspannung. Für den Blindwiderstand des Kondensators gilt $X_C = {}^{1}/_{\omega C}$. Daraus ergibt sich für den Strom durch den Kondensator

$$I_C = \frac{U_0}{X_C} = U_0 \omega C.$$

Der Strom eilt der Spannung um 90° voraus. Für den Blindwiderstand der Spule gilt $X_L = \omega L$. Daraus ergibt sich für den Strom durch die Spule

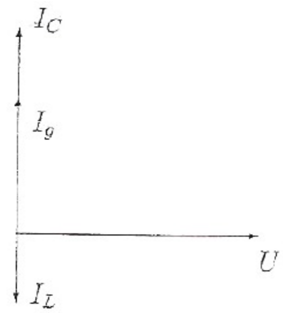
$$I_{=}\frac{U_0}{X_L} = \frac{U_0}{\omega L}$$

Der Strom eilt der Spannung um 90° nach.

[**2**]

(b) I_C und I_L sind 180° phasenverschoben, d.h. der Generatorstrom ist null, wenn die beiden Ströme gleich groß sind, also $U_0 \omega C = {}^{U_0}/_{\omega L}$. Dies bedeutet

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} = 100/\text{s}$$



[1]

(c) Die Blindwiderstände bei Resonanzfrequenz sind

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\text{s}^{-1} \cdot 25 \cdot 10^{-6}\text{F}} = 400\Omega$$
$$X_L = \omega L = 100\text{s}^{-1} 4\text{H} = 400\Omega$$

Damit

$$I = 100\text{V} \cdot 100\text{s}^{-1} \cdot 25 \cdot 10^{-6}\text{F} = 100\text{V} \cdot \frac{100\text{s}^{-1}}{4\text{H}} = 0,25\text{A}$$

[2]

(d) Da der induktive Blindwiderstand größer ist als der kapazitive, ist der Strom durch die Spule kleiner (siehe Punkt (d)).

[1]

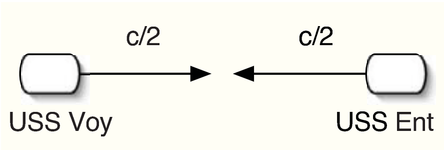
Aufgabe 7 (7 Punkte)

Die beiden Raumschiffe *USS Voyager* und *USS Enterprise* nähern sich aus entgegengesetzter Richtung der Raumstation *Babylon 5*. In ihrem eigenen Ruhesystem haben die Raumschiffe je eine Länge $l_0 = 344\text{m}$. Von der Raumstation aus gesehen haben die Raumschiffe je eine Geschwindigkeit von $v = c/2$.

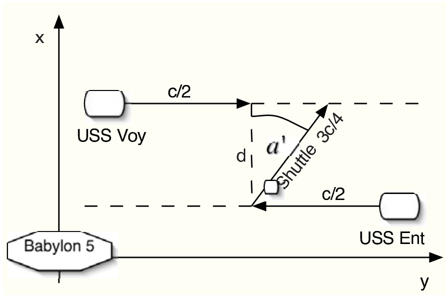
(a) Welche Länge hat die USS Enterprise von der Raumstation aus gesehen?

(b) Welche Länge und Geschwindigkeit hat die USS Enterprise von der USS Voyager aus gesehen?

(c) Von der Raumstation aus gesehen fliegen die beiden Raumschiffe aneinander vorbei, wobei sie zum Zeitpunkt t_0 den minimalen Abstand d voneinander haben. In diesem Moment startet von USS Enterprise aus ein Shuttle mit konstanter Geschwindigkeit $u = 3c/4$ (im System der Station). Unter welchem Winkel α (von USS Enterprise aus gesehen) muss das Shuttle starten, damit es mit USS Voyager zusammentreffen kann (α' ist der Winkel von der Raumstation aus gesehen)?



(a) zu Aufgabe 7 (a)



(b) zu Aufgabe 7 (c)

Lösung

(a) Hier muss lediglich die Lorentzkontraktion verwendet werden: Die Länge l der USS Enterprise von der Raumstation aus gesehen ist $l = {}^{l_0}\!/_{\gamma}$ mit

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Die Relativgeschwindigkeit v der USS Enterprise bzgl. Babylon 5 ist $v = -{}^{c}\!/_{2}$. Einsetzen ergibt

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{\frac{c^2}{4}}{c^2}} = 344\text{m}\sqrt{0,75} = 297,9\text{m}$$

[1,5]

(b) Zuerst müssen wir die Relativgeschwindigkeit u'_y der USS Enterprise bzgl. der USS Voyager berechnen. Sei $u_y = {}^{c}\!/_{2}$ die Geschwindigkeit der USS Voyager bzgl. der Raumstation, und sei $v = {}^{c}\!/_{2}$ die Geschwindigkeit der Raumstation bzgl. der USS Enterprise. Dann ergibt sich aus den Transformationsgesetzen der Geschwindigkeiten

$$u'_y = \frac{u_y + v}{1 + \frac{u_y v}{c^2}} = \frac{c}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}c$$

Nun müssen wir nur noch die Lorentzkontraktion dieser Geschwindigkeit ausrechnen

$$l' = \sqrt{1 - \frac{(u'_y)^2}{c^2}} = 344\text{m}\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = 344\text{m}\frac{3}{5} = 206,4\text{m}$$

[1,5]

(c) Im Bezugsstem der Raumstation (S) gilt

$$y^{\text{USS Voyager}}(t_0) = y^{\text{USS Enterprise}}(t_0) = y^{\text{Shuttle}}(t_0).$$

Damit das Shuttle in (S) die USS Voyager erreichen kann, muss folgende Bedingung für die Geschwindigkeiten in y-Richtung gelten:

$$u_y^{\text{Shuttle}} = u_y^{\text{USS Voyager}} = \frac{c}{2}$$

Andererseits kennen wir die Gesamtgeschwindigkeit des Shuttles $u^{\text{Shuttle}} = {}^{3c}/_{4}$. Also

$$(u^{\text{Shuttle}})^2 = (u_x^{\text{Shuttle}})^2 + (u_y^{\text{Shuttle}})^2 \Rightarrow u_x^{\text{Shuttle}} = \sqrt{\left(\frac{3c}{4}\right)^2 - \left(\frac{c}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{5}}{4}c$$

Somit können wir den Winkel α' von der Raumstation aus gesehen zu

$$\tan\alpha' = \frac{u_y^{\text{Shuttle}}}{u_x^{\text{Shuttle}}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \alpha' = 41,8^\circ$$

[2]

Nun müssen wir ins System (S') der USS Enterprise übergehen und die Geschwindigkeiten $u_x'^{\text{Shuttle}}$ und $u_y'^{\text{Shuttle}}$ in diesem System berechnen. Abermals verwenden wir die Transformationsgleichungen für Geschwindigkeiten und die Tatsache, dass sich die Raumstation mit ${}^{c}/_{2}$ relativ zur USS Enterprise bewegt:

$$u_x'^{\text{Shuttle}} = \frac{u_y^{\text{Shuttle}} + v}{1 + \frac{u_y^{\text{Shuttle}} v}{c^2}} = \frac{c}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{4}{5}c$$

Das hätte auch sofort aus Aufgabenteil b erkannt werden können, da $u_y^{\text{Shuttle}} = u_y^{\text{USS Voyager}}$. Daher

$$u_x'^{\text{Shuttle}} = \frac{u_x^{\text{Shuttle}}}{\gamma\left(1 + \frac{u_y^{\text{Shuttle}} v}{c^2}\right)}.$$

Hier ist

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Damit können wir einsetzen

$$u_x'^{\text{Shuttle}} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{4}}{\frac{2}{\sqrt{3}}(1 + 0,25)} = \frac{\sqrt{15}}{10}c.$$

Jetzt können wir den Winkel berechnen zu

$$\tan\alpha = \frac{u_y^{\text{Shuttle}}}{u_x^{\text{Shuttle}}} = \frac{8}{\sqrt{15}} \Rightarrow \alpha = 64,2^\circ.$$

[2]

Konstanten

$$e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{C} \qquad m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{As/Vm} \qquad \mu = 12.57 \cdot 10^{-7}\text{N/A}^2$$