
Nachklausur zur Experimentalphysik 4

Prof. Dr. L. Fabbietti, Dr. B. Ketzer

Sommersemester 2013

26. September 2013

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 beidseitig hand- oder computerbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Bearbeitungszeit 90 Minuten.

Aufgabe 1 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass, wenn $\psi_1(x)$ und $\psi_2(x)$ Lösungen der zeitabhängigen Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x)}{\partial x^2} + U(x)\psi(x) = E\psi(x)$$

sind, dann ist auch deren Summe $\psi_3(x) = \psi_1(x) + \psi_2(x)$ eine Lösung. Geben Sie zusätzlich an unter welcher Bedingung im Allgemeinen das Superpositionsprinzip bei Differentialgleichungen gilt.

Aufgabe 2 (3 Punkte)

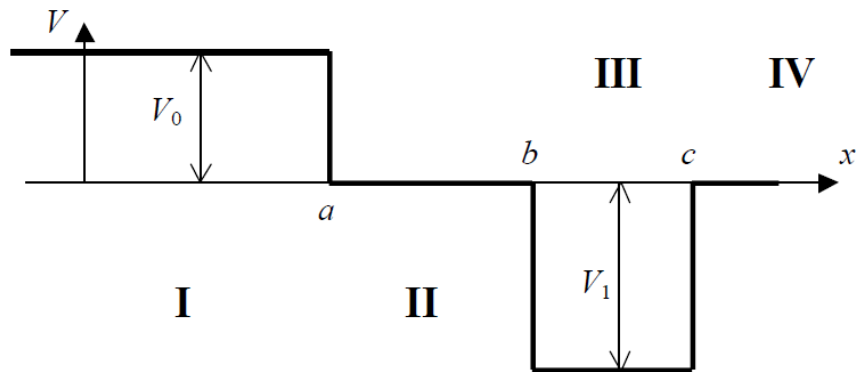
Was gibt der Bohrsche Radius a_0 in der Wahrscheinlichkeitsfunktion des Grundzustandes des Wasserstoffatoms an? Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein Elektron im Grundzustand eines Wasserstoffatoms im Bereich $0 < r < a_0$ befindet. Hierbei ist $\psi_{1,0,0}(r)$ gegeben durch

$$\psi_{1,0,0}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{a_0} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{r}{a_0}}$$

Aufgabe 3 (7 Punkte)

Betrachten Sie die abgebildete stückweise konstante Potentiallandschaft. In dieser Potentiallandschaft befindet sich ein von rechts einlaufendes Teilchen der Masse m und einer Energie $0 < E < V_0$

- Ohne die Schrödingergleichung zu lösen, geben Sie die Ansätze für die Wellenfunktionen für die verschiedenen Regionen I-IV an und verwenden Sie dabei \hbar, m, V_0, V_1 und E .
- Stellen Sie die Anschlussbedingungen für $x = c$ auf.
- Nehmen Sie jetzt an, dass sich die Energie des Teilchens so ändert, dass gebundenen Zustände im Bereich III existieren. Stellen Sie wie in Aufgabe a) die Lösungen für die vier Regionen auf. (Stellen Sie keine Anschlussbedingungen auf).



- (d) Zeichnen Sie den qualitativen Unterschied für den ersten angeregten Zustand, für den Fall, dass das Teilchen i) nur sehr schwach in der Potentialsenke gebunden ist und der ii) sehr stark in der Potentialsenke gebunden ist.

Aufgabe 4 (11 Punkte)

Die Wellenlängen der beiden Natrium-D-Linien, die den Übergängen zwischen den Niveaus ${}^2\text{P}_{1/2}$ und ${}^2\text{S}_{1/2}$ (D1-Linie), sowie zwischen ${}^2\text{P}_{3/2}$ und ${}^2\text{S}_{1/2}$ (D2-Linie) entsprechen, betragen 589,593nm für die D1-Linie und 588,996nm für die D2-Linie.

- Warum ist in Mehrelektronenatomen die l -Entartung der Zustände aufgehoben?
- In einem schwachen Magnetfeld spalten die Niveaus aufgrund des anomalen Zeeman-Effekts auf. Berechnen Sie den jeweiligen Landé-Faktor, skizzieren Sie die Aufspaltung und beschriften Sie die einzelnen Unterniveaus mit der entsprechenden Quantenzahl (die Skizze muss nicht maßstabsgetreu sein, aber etwaige Unterschiede/Gemeinsamkeiten in der Größe der Aufspaltung sollten qualitativ erkennbar sein).
- Bei welchem minimalen Magnetfeld würden sich die Zeeman-aufgespaltenen Komponenten der P-Zustände überschneiden, vorausgesetzt, dass die Spin-Bahn-Kopplung erhalten bliebe?
- Skizzieren Sie nun die Aufspaltung der Zustände in einem Magnetfeld, das so stark ist, dass die Spin-Bahn-Kopplung aufgebrochen ist und beschriften Sie wiederum die einzelnen Unterniveaus mit der entsprechenden Quantenzahl (ebenfalls nicht maßstabsgetreu, aber wieder sollten Unterschiede/Gemeinsamkeiten in der Aufspaltung qualitativ erkennbar sein).
- Zeichnen Sie in das Schema aus der zweiten und vierten Teilaufgabe die möglichen optischen Dipolübergänge ein und charakterisieren Sie die Linien anhand der Polarisation der emittierten Strahlung. Wie viele unterschiedliche Linien erhält man im Spektrum im schwachen/starken Magnetfeld?

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Die vier Hundschen Regeln sind semiempirische Regeln zur Bestimmung der Elektronenverteilung im Grundzustand eines Mehrelektronenatoms. Geben Sie die vier Hundschen Regeln an und geben Sie eine Erklärung für die jeweilige Regel. Stellen Sie mit Hilfe der Hundschen Regeln die Grundzustandselektronenkonfiguration von Cobalt ($^{59}_{27}\text{Co}$) und dessen Termsymbol dar.

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Berechnen und vergleichen Sie die Absorptionsfrequenzen der drei Wasserstoff-Isotope Protium (^1H), Deuterium (^2H) und Tritium (^3H) der Lyman- α -Linie des Übergangs $1\text{S} \rightarrow 2\text{P}$.

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Wie groß sind Übergangswahrscheinlichkeit und natürliche Linienbreite des Übergangs $3\text{S} \rightarrow 2\text{P}$ im Wasserstoffatom, wenn die Lebensdauern der Zustände $\tau(3\text{S}) = 23\text{ns}$ und $\tau(2\text{P}) = 2,1\text{ns}$ betragen? Man vergleiche dies mit der Dopplerbreite dieses Übergangs bei $T = 300\text{K}$.

Aufgabe 8 (5 Punkte)

Die Linien im reinen Rotationsspektrum des Moleküls $^{35}\text{Cl}^{19}\text{F}$ haben im Schwingungsgrundzustand einen Frequenzabstand $\Delta\nu = 1,12 \cdot 10^{10}\text{Hz}$.

- (a) Wie groß ist der Kernabstand R_0 ?
- (b) Im angeregten Schwingungszustand ($v = 1$) ist $R_0(v = 1) = 1,005R_0(v = 0)$. Wie groß ist der Frequenzabstand $\Delta\nu$ der Linien des Überganges ($v' = 1, J' \rightarrow J' + 1$) und ($v'' = 0, J'' \rightarrow J'' + 1$)?

Konstanten

$\hbar = 1.05 \cdot 10^{-34}\text{Js}$	$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\text{kg}$
$e = 1.6 \cdot 10^{-19}\text{C}$	$m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}\text{kg}$
$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{As/Vm}$	$\alpha = 7.3 \cdot 10^{-3}$
$a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2} \frac{\hbar^2}{m_e} = 5,3 \cdot 10^{-11}\text{m}$	$\mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24}\text{JT}$
$R_\infty = \frac{m_e e^4}{8c\epsilon_0^2 \hbar^3} = 1,10 \cdot 10^7\text{m}^{-1}$	$\int x^2 e^{ax} dx = e^{ax} \left[\frac{x^2}{a} - \frac{2x}{a^2} + \frac{2}{a^3} \right]$