Technische Universität München
Physik-Department T30

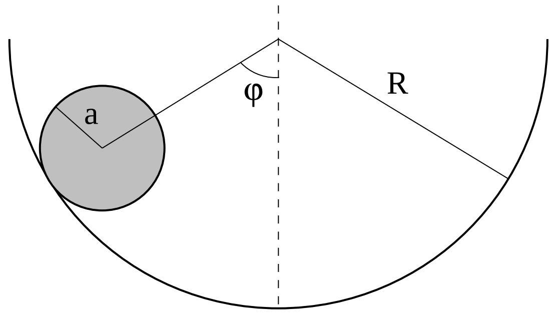
Prof. Dr. Axel Groß
Markus Lischka
Christian Bach

Theoretische Physik 1 (Mechanik)

Abschlußklausur (12. Februar 2001)

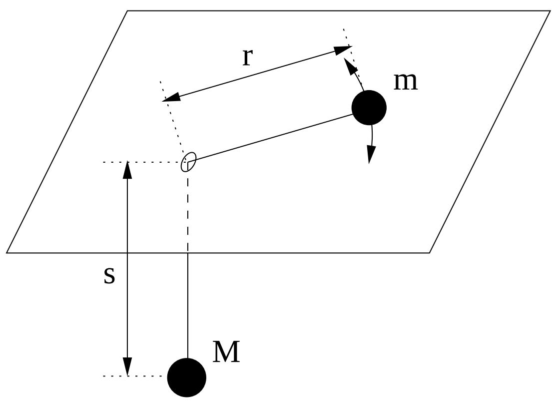
Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel: Bronstein (alle Auflagen)
Hinweis: Bitte schreiben Sie auf jeden Papierbogen Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer und benutzen Sie für jede Aufgabe einen separaten Bogen.

Aufgabe 1: Rollender Zylinder (10 Punkte)
Betrachten Sie einen homogenen Zylinder mit Masse M und Radius a, der auf der Innenseite eines fixierten Hohlzylinders mit Innenradius R ohne zu gleiten abrollt.



a) Bestimmen Sie das Trägheitsmoment des Zylinders bzgl. seiner Symmetrieachse.
b) Bestimmen Sie die gesamte kinetische Energie des rollenden Zylinders als Funktion von $\dot{\varphi}$. Zur Definition von φ siehe obige Skizze.
c) Geben Sie die Lagrangefunktion und die Bewegungsgleichung an.

Aufgabe 2: Lagrange-Formalismus (10 Punkte)
Zwei Massen m und M sind durch einen masselosen Faden mit der konstanten Gesamtlänge $l = r + s$ verbunden. Die Masse m kann an dem Faden (mit der variierenden Teillänge r) auf der Ebene rotieren. Der Faden führt von m durch ein Loch in der Ebene zu M, wobei die Masse M an dem straff gespannten Faden (mit der ebenfalls variierenden Teillänge $s = l - r$) hängt.



a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion in geeigneten generalisierten Koordinaten auf.
b) Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen und Bewegungskonstanten. Geben Sie an, unter welchen Bedingungen M nach oben oder unten beschleunigt wird.

Bitte wenden!

Aufgabe 3: Hamilton-Formalismus (10 Punkte)

Gegeben sei die folgende Transformation:

$$q_1 = -\sqrt{P_1}\cos Q_1 - \sqrt{\frac{P_2}{k}}\cos Q_2, \qquad p_1 = \sqrt{P_1}\sin Q_1 + \sqrt{kP_2}\sin Q_2,$$
$$q_2 = -\sqrt{P_1}\cos Q_1 + \sqrt{\frac{P_2}{k}}\cos Q_2, \qquad p_2 = \sqrt{P_1}\sin Q_1 - \sqrt{kP_2}\sin Q_2.$$

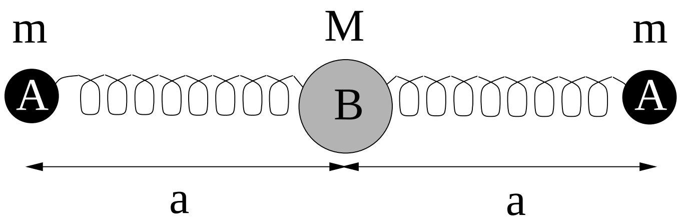
a) Diese Transformation ist kanonisch. Welche Bedingungen müssen dann die fundamentalen Poisson-Klammern erfüllen? Zeigen Sie explizit, daß diese Bedingungen für die Poisson-Klammern $\{q_1, q_2\}$, $\{p_1, q_1\}$ und $\{p_1, q_2\}$ erfüllt sind.

b) Lösen Sie mit Hilfe dieser Transformation die Hamilton-Bewegungsgleichungen für

$$H = \frac{1}{2}p_1^2 + \frac{1}{2}p_2^2 + \frac{1}{4}(q_1+q_2)^2 + \frac{k^2}{4}(q_1-q_2)^2.$$

Aufgabe 4: Lineares dreiatomiges Molekül (10 Punkte)

Zwei Atome A der Masse m und ein Atom B der Masse M bilden ein lineares dreiatomiges Molekül ABA. Die Gleichgewichtsabstände seien a und die potentielle Energie des Moleküls hänge quadratisch von den Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage ab. Es wird angenommen, daß sich die Atome nur längs der Molekülachse bewegen können (longitudinale Schwingungen).



a) Schreiben Sie die Lagrange-Funktion des Moleküls in geeigneten Koordinaten auf.

b) Berechnen Sie die longitudinalen Eigenfrequenzen und die dazugehörigen Normalschwingungen.

c) Beschreiben und skizzieren Sie die sich ergebenden Normalschwingungen.