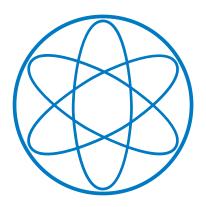
## Ferienkurs zur Theoretischen Physik II 21. März - 24. März 2016

PHILIPP LANDGRAF, FRANZ ZIMMA



 $\ddot{\mathbf{U}} \text{BUNGSBLATT 2} \\ \text{Magnetostatik im Vakuum, Felder in Polarisierbarer Materie}$ 



## Aufgabe 2.1: Gemischte Magnetostatik.....

Wir betrachten im Folgenden stromerzeugende (bzw. stromdurchflossene) Objekte mit Zentrum (bzw. Schwerpunkt) bei  $\vec{0}$ . Wir interessieren uns für verschiedene physikalische Größen im gesamten Raum. Wählen Sie für jedes Problem ein geeignetes Koordinatensystem. Alle angegebenen Größen sind zeitlich konstant.

- (a) Eine homogen mit Q geladene (unendlich dünne) Kreisscheibe mit Radius R rotiert mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega} = \omega \hat{e}_z$ .
  - i. Geben Sie die Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  an
  - ii. Berechnen Sie das zugehörige magnetische Dipolmoment  $\vec{m}$ .

*Hinweis:* Für die Geschwindigkeit bei starrer Rotation gilt  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ .

- (b) Ein unendlich langer Vollzylinder mit Radius  $R_i$  ist in z-Richtung orientiert. Konzentrisch dazu liegt ein (unendlich dünner) Zylindermantel mit Radius  $R_a > R_i$ . Ein konstanter Strom I fließt über den Vollzylinder (in z-Richtung) und über den Zylindermantel wieder zurück.
  - i. Geben Sie die Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  an
  - ii. Berechnen Sie das  $\vec{B}$ -Feld dieser Anordnung im gesamten Raum.
- (c) Eine gerade (sehr dicht gewickelte) Spule kreisförmigen Querschnitts (Radius R) der Länge L mit N Windungen ist in z-Richtung entlang ihrer Symmetrieachse orientiert und wird von einem Strom I durchflossen. Die Drahtdicke ist vernachlässigbar.
  - i. Geben Sie die Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  an
  - ii. Nun geht  $L \to \infty$ , während wir das Verhältnis  $\frac{N}{L}$  konstant halten. Welchen Wert erwarten Sie für das Wegintegral  $\int_{-L/2}^{L/2} \mathrm{d}z \, B_z(z)$ ? Geben Sie einen Rechenweg und eine Erklärung.

 $\mathit{Hinweis:}$  Gehen Sie davon aus, dass das Magnetfeld (mit zunehmendem L) im Außenraum der Spule verschwindet und ansonsten konstant ist.

- (d) Ein stromdurchflossener, zylindrischer Draht mit Radius R und unendlicher Länge ist entlang seiner Symmetrieachse (in z-Richtung) orientiert.
  - i. Geben Sie die Stromdichte  $\vec{j}(\vec{r})$  an
  - ii. Berechnen Sie anschließend das (stetige) Vektorpotential  $\vec{A}$  und das  $\vec{B}$ -Feld dieser Anordnung im gesamten Raum.

 $\mathit{Hinweis}\colon \mathsf{Da}$  die Funktion  $A(\rho)$ nur vom Radius  $\rho$ abhängt, gilt für den Laplaceoperator in Zylinderkoordinaten:

$$\triangle A(\rho) = A''(\rho) + \frac{1}{\rho}A'(\rho) = \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\rho}\left[\rho A'(\rho)\right]$$



## Aufgabe 2.2: Plattenkondensator mit eingeschobenem Dielektrikum.....

In einem rechteckigen Plattenkondensator (Plattenabstand a und Fläche  $b \cdot c$ ) ist um eine Strecke x (mit 0 < x < b) ein Dielektrikum der relativen Dielektrizitätskonstante  $\epsilon > 1$  eingeschoben. Der restliche Raum zwischen den Platten ist leer. Die Ladungen auf der unteren und oberen Platte sind Q und -Q. Alle Felder zwischen den Platten können als (stückweise) homogen angenommen werden.

- (a) Welche Beziehung gilt zwischen den elektrischen Feldern  $E_1$  und  $E_2$ ? Welche Beziehung gilt zwischen den dielektrischen Verschiebungen  $D_1$  und  $D_2$ . Begründen Sie ihre Aussagen.
- (b) Welcher Zusammenhang besteht zwischen  $D_1, D_2$  und den Flächenladungsdichten  $\sigma_1, \sigma_2$ ? Begründen Sie ihre Aussagen.
- (c) Berechnen Sie in Abhängigkeit von Q und x das elektrische Feld  $\vec{E}$  und die dielektrische Verschiebung  $\vec{D}$  im gesamten Raum zwischen den Platten.
- (d) Berechnen Sie in Abhängigkeit von Q und x die elektrostatische Feldenergie

$$W(x) = \frac{1}{2} \int dV \, \vec{E} \cdot \vec{D}.$$

(e) Mit welcher Kraft  $\vec{F} \sim \hat{e}_x$  wird das Dielektrikum in den Kondensator hineingezogen?

## Aufgabe 2.3: Punktladung vor Dielektrikum.....

Sei der Rechte Halbraum (x > 0) von einem Dielektrikum mit einem dielektrischen Medium mit  $\varepsilon_r > 1$  gefüllt. Im Linken Halbraum (x < 0) befinde sich eine Punktladung der Ladung q an der Stelle  $-a\hat{e}_x$ .

- (a) Berechnen sie das Elektrische Feld im ganzen Raum.
- (b) Berechnen Sie die auf der Grenzfläche influenzierte Polarisationsflächenladungsdichte.