Probeklausur in Experimentalphysik 3

Prof. Dr. S. Schönert

Wintersemester 2015/16

21. Dezember 2015

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe A (5 Punkte)

(a) Warum schillern Seifenblasen bunt?

(b) Warum ist es physikalisch kein Widerspruch, dass $v_{Ph} > c$ im Vakuum sein kann?

(c) Wenn man direkt Richtung Sonne schaut, ist das Licht... .

(d) Kann man mit einer konkaven Linse eine reele Abbildung erzeugen?

(e) Warum sehen wir Blätter am Baum als grün, wenn sie beleuchtet werden?

(f) Welche Bewegung kann die Linse des Auges bei Weitsichtigkeit schlecht machen?

(g) Wie funktioniert eine Fata Morgana?

(h) Welche zwei Arten von Dispersion gibt es und wie unterscheiden sie sich?

Lösungen

(a) Die Dicke der Seifenhaut bestimmt spezifische Wellenlängen, die konstruktiv oder destruktiv interferieren. Dadurch werden bestimmte Farben verstärkt.

[0,5]

(b) Weil die Information durch v_G transportiert wird und nicht durch v_{Ph} für die das Limit gilt.

[0,5]

(c) unpolarisiert

[0,5]

(d) Nein. Das Bild ist virtuell, außer die Linse hat einen kleineren Brechungsindex als die Umgebung.

[0,5]

(e) Weil Chlorophyll grünes Licht reflektiert und den Rest absorbiert.

[0,5]

(f) Die Linse kann sich nicht mehr so stark zusammenziehen und nicht mehr so stark brechen.

[0,5]

(g) Durch die Erwärmung des Bodens hat die dünnere Luft in Bodennähe einen kleineren Brechungsindex. Dadurch wird das vom Himmel kommende Licht in Bodennähe umgelenkt/gebogen. Das Auge projiziert das Bild des Himmels damit in den Boden.

[1]

(h) Normale und anormale Dispersion. Bei normaler Dispersion verringert sich ω mit steigendem λ und damit n.

[1]

Aufgabe 1 (4 Punkte)

(a) Berechnen die den zeitlich gemittelten Energiefluss einer Lichtwelle mit $\vec{E} = \vec{E_0}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega\cdot t)$ und $\vec{B} = \vec{B_0}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega\cdot t)$. *Hinweis* : $\int_0^{2\pi}\cos^2 x dx = \pi$.

(b) Skizzieren sie die Polarisation für folgende Welle

$$\vec{E}(t) = E_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega t - kz) \\ \cos(\omega t - kz + \phi) \\ 0 \end{pmatrix}$$

für die Fälle i)$\phi = 0$, ii)$\phi = \pi/4$, iii)$\phi = \pi/2$, iv)$\phi = -\pi$

In welche Richtung breitet sich die Welle aus?

Lösung:

(a) Mit

$$\vec{E} = \vec{E_0}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$
$$\vec{B} = \vec{B_0}\cos(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

erhät man erst einmal für den Poynting-Vektor $\vec{S}$

$$\vec{S} = \vec{E}\times\vec{H} = \frac{1}{\mu_0}\cos^2(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)(\vec{E_0}\times\vec{B_0})$$

Bildet man jetzt also das zeitliche Mittel von $\vec{S}$, so erhält man

$$<\vec{S}>= \lim_{t\to\infty}\frac{1}{t}\int_0^t \vec{S}dt = \frac{1}{2\mu_0}(\vec{E_0}\times\vec{B_0})$$

und dessen Betrag ist

$$<S>= \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_0^2$$

[1,5]

(b) Die Ausbreitungsrichtung ist die z-Richtung.

[0,5]

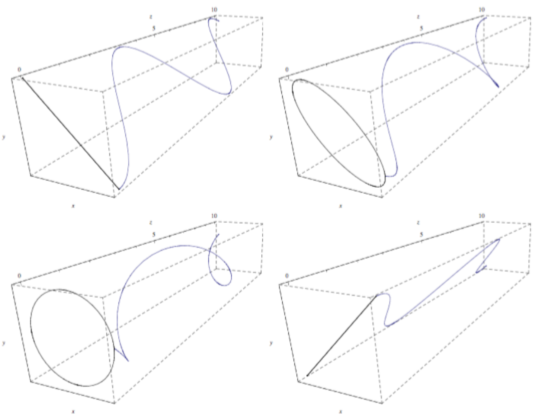


Abbildung 1: Die Skizzen zu den einzelnen Wellen mit $\phi = 0, \pi/4, \pi/2, -\pi$

[2]

Aufgabe 2 (3 Punkte)

Untersuchen Sie, wie ein dünner Diäthyletherfilm auf einer Plexiglasfläche den kritischen Winkel der Totalreflexion beeinflusst.

(a) Betrachten Sie zunächst die reine Plexiglasfläche ($n = 1,491$). Wie groß ist der Winkel der kritischen Totalreflexion θ_k an der Plexiglas-Luft-Grenze?

(b) Nun befinde sich ein dünner Diäthyletherfilm ($n = 1,353$) auf dem Plexiglas. Wie groß ist jetzt der kritische Winkel der Totalreflexion θ_k an der Plexiglas-Diäthylether-Grenze?

(c) Gibt es einen Bereich von Einfallswinkeln, die größer sind als der in a) bestimmte Winkel θ_k Für die Plexiglas-Luft-Grenze, unter denen Licht aus dem Glas in den Diäthyletherfilm und anschließend in die Luft austreten kann? Argumentieren Sie mit einer Rechnung.

Lösung:

(a) Plexiglas-Luft:

$$\theta_k = \arcsin(1/1,491) \approx 42,1^\circ \tag{1}$$

[1]

(b) Plexiglas-Diäthylether:

$$\theta_k = \arcsin(1,353/1,491) \approx 65,1^\circ \tag{2}$$

[0,5]

(c) Mit dem Diäthylfilm soll überprüft werden, ob Licht das System in die Luft verlassen kann zwischen den Winkeln $42,1°$ und $65,1°$. Der wahrscheinlichste Fall ist $42,1°$. Das Licht wird aus dem Glas in den Diäthyletherfilm gebrochen:

$$\theta = \arcsin(\sin 42,1° \cdot 1,491/1,353) \approx 47,6° \tag{3}$$

Damit trifft der Strahl auf die Diäthyl-Luft Grenze:

$$\psi = \arcsin(\sin 47,6° \cdot 1,353/1) \approx 87,5° \tag{4}$$

Dies bedeutet, dass es nur einen sehr kleinen, fast verschwindenden Bereich gibt und so gut wie kein Licht austritt.

[**1,5**]

Aufgabe 3 (5 Punkte)

Unpolarisiertes Licht der Wellenlänge $\lambda_1 = 656$nm und $\lambda_2 = 405$nm fällt auf eine Kronglasplatte ($n_{\lambda 1} = 1,508, n_{\lambda 2} = 1,524$).

(a) Wie groß ist der Reflexionsgrad ρ der Platte bei senkrechtem Lichteinfall für beide Wellenlängen?

(b) Ab jetzt betrachten wir nur noch das rote Licht. Bei welchem Einfallswinkel θ_{p1} ist das reflektierte Licht vollständig linear polarisiert? Benennen Sie den zugrundeliegenden Effekt und zeichnen sie eine Skizze.

(c) Betrachten Sie den umgekehrten Strahlengang (Kronglas→Luft). Bei welchem Einfallswinkel ist das an der Grenzfläche reflektierte Licht vollständig linear polarisiert? Welchen Winkel hat der gebrochene Strahl?

Lösung:

(a) Die Fresnelschen Formeln für das Reflexionsvermögen vereinfachen sich bei senkrechtem Einfall so, dass sie für beide Komponenten das Gleiche ergeben (müssen). Weiterhin ist $n_{Luft} = 1$.

$$\rho = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 \tag{5}$$

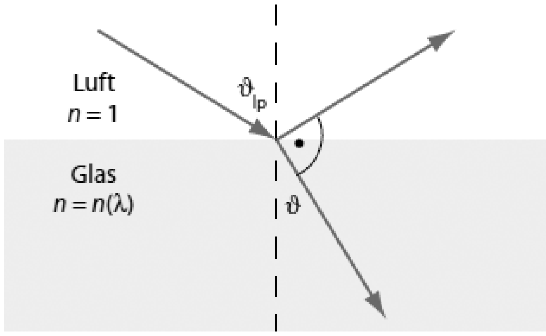
Daraus folgt, dass $\rho_{rot} \approx 4,1\%$ und $\rho_{violett} \approx 4,3\%$ ist.

[**1,5**]

(b) Der reflektierte Strahl ist vollständig polarisiert, wenn reflektierter und gebrochener Strahl senkrecht aufeinander stehen (siehe Skizze). Der Effekt heißt Brewsterwinkel.

[**1**]

$$\tan\theta = \frac{n_2}{n_1} = n \Longrightarrow \theta_{B1} = 56,44° \tag{6}$$



[1]

(c) Jetzt drehen sich die Brechungsindizes in der Formel:

$$\tan\theta = \frac{1}{n} \Longrightarrow \theta_{B1} = 33,56^\circ \tag{7}$$

Da beim Brewsterwinkel der reflektierte und der gebrochene Strahl einen 90° Winkel einschließen ergibt sich $\theta_{R1} = 56,44^\circ$.

[1,5]

Aufgabe 4 (3 Punkte)

Für Wellenlängen im sichtbaren Spektrum kann der Brechungsindex für eine bestimmte Art von Kronglas mit der Beziehung

$$n(\lambda) = 1.5255 + \frac{(4825\text{nm}^2)}{\lambda^2} \tag{8}$$

genähert werden.

a) Ist dieses Material dispersiv? Begründen Sie Ihre Antwort.

Lösung:

Ja, das Material ist dispersiv, da der Brechungsindex n von der Wellenlänge λ abhängt.

[0,5]

b) Bestimmen Sie den Brechungsindex für dieses Glas bei einer Wellenlänge von 400nm.

Lösung:

Die gegebene Gleichung ist

$$n(\lambda) = 1,5255 + \frac{(4825\text{nm}^2)}{\lambda^2} \tag{9}$$

In diese Gleichung wird die gegebene Wellenlänge einfach eingesetzt:

$$n(400\text{nm}) = 1,5255 + \frac{(4825\text{nm}^2)}{(400\text{nm})^2} = 1,5556 \tag{10}$$

[0,5]

c) Bestimmen Sie die Phasengeschwindigkeit im Glas für harmonische Wellen mit Wellenlängen zwischen 400nm und 700nm.

Lösung:

Die Phasengeschwindigkeit bei $\lambda = 400$nm ist gegeben durch

$$v_p = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8\text{m}}{1,5556} = 1,929 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{11}$$

[1]

Bei 700nm ist dann

$$n(700\text{nm}) = 1,5255 + \frac{(4825\text{nm}^2)}{(700\text{nm})^2} = 1,535346 \tag{12}$$

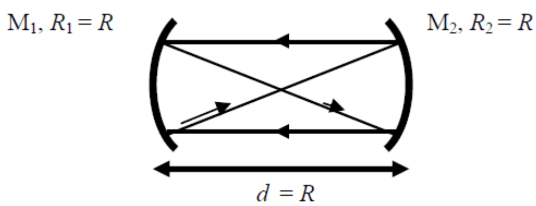
Also ist

$$v_p = \frac{c}{n} = \frac{3 \times 10^8\text{m}}{1,535346} = 1,954 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \tag{13}$$

[0,5]

Daraus wird ersichtlich, dass die Phasengeschwindigkeit unterschiedlich bei verschiedenen Wellenlängen ist.

Aufgabe 5 (4 Punkte)



Die Skizze zeigt einen sogenannten konfokalen Resonator wie er oft in Lasersystemen eingesetzt wird. Er besteht aus zwei identischen, konkaven, sphärischen Spiegeln, zwischen denen das Licht hin und her reflektiert wird. Der Abstand d der Spiegel ist identisch mit dem Krümmungsradius R beider Spiegel. Zeigen Sie mit Hilfe der Matrix-Methode aus der Vorlesung, dass ein Lichtstrahl, der unter einem beliebigen Winkel vom linken Spiegel aus nach rechts läuft, nach vier Reflexionen wieder seinen Ausgangszustand einnimmt, so dass der gleiche Weg erneut durchlaufen wird und das Licht den Resonator nicht verlässt.

Hinweis: Abbildungsmatrix eines sphärischen Konkavspiegels mit Krümmungsradius R:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2/R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{14}$$

Lösung

Wir benützen die folgenden Matrizen:

$$\text{Translation um d:}\;\; T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{pmatrix} \qquad \text{Sphärische Spiegelung:}\;\; S = \begin{pmatrix} 1 & -2/d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{15}$$

wobei wir schon benutzt haben, dass $n = 1$ in der Luft und der Radius $R = d$ ist. Ein Lichtstrahl wird jetzt immer mit T transliert und mit S gespiegelt. Betrachten wir also

$$S \cdot T = \begin{pmatrix} 1 & -2/d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ d & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2/d \\ d & 1 \end{pmatrix} \tag{16}$$

[2]

Dies entspricht einer Spiegelung. Damit wir vier Spiegelungen ausführen, berechnen wir einfach $(S \cdot T)^4$, also

$$(S \cdot T)^2 = \begin{pmatrix} -1 & -2/d \\ d & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & -2/d \\ d & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \;\Rightarrow\; (S \cdot T)^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = E_4 \tag{17}$$

Zu erkennen ist also, dass ein Strahl egal welcher Richtung wieder auf sich selbst abgebildet wird.

[2]

Aufgabe 6 (4 Punkte)

Mit einer Linse der Brennweite $f = 500\text{mm}$ wird ein Bild des Mondes erzeugt, dass der Beobachter aus der Bezugssehweite ($S_0 = 25\text{cm}$) betrachtet. Wie groß sind die transversale Vergrößerung V_T und Winkelvergrößerung V? Der Mond ist von der Erde 384000km entfernt.

Lösung

Für den Abbildungsmaßstab V gilt die Beziehung

$$V_T = -\frac{b}{g} \tag{18}$$

Da der Mond sehr weit entfernt ist, ist die Bildweite V_T gleich der Brennweite f der Linse. Damit folgt

$$V_T = -\frac{f}{g} = -1,3 \cdot 10^{-9} \tag{19}$$

[1,5]

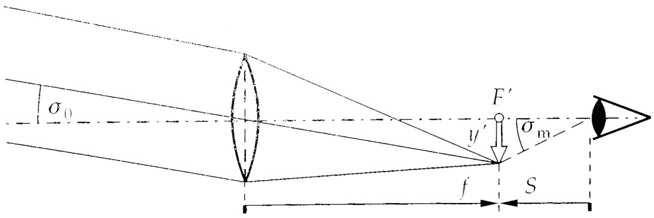
Für die Winkelvergrößerung gilt

$$V = \frac{\epsilon_m}{\epsilon_0} \tag{20}$$

Das reelle Bild (B) kann mit dem Auge aus dem Abstand S_0 betrachtet werden. Wegen der großen Entfernung des Mondes ist der Sehwinkel ϵ_0 fest vorgegeben. Der Sehwinkel ϵ_m unter dem das Bild dem Beobachter hinter der Linse erscheint, ergibt sich aus

$$\epsilon_m = \frac{B}{S_0} \tag{21}$$

[1]



Die Größe B des Bildes, das die Linse erzeugt, wird von ϵ_0 bestimmt. Da dieses Bild im Abstand f von der Linse entsteht, gilt:

$$B = \epsilon_0 \cdot f \tag{22}$$

Damit folgt die Vergrößerung

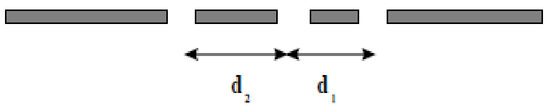
$$V = \frac{f}{S_0} = 2 \tag{23}$$

Es handelt sich hier um ein einlinsiges Fernrohr. Da S_0 als kürzester Beobachtungsabstand gilt, liefert dieses Fernrohr nur dann eine Vergrößerung größer als 1, wenn die Brennweite der Linse größer als S_0 ist.

[1,5]

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Bei der Beugung an einem Dreifachspalt kann man Interferenzmaxima in Haupt- und Nebenmaxima unterteilen, wobei in den Nebenmaxima jeweils zwei Teilstrahlen und in den Hauptmaxima 3 Teilstrahlen konstruktiv interferieren. Geben Sie für $d_1 = 10\text{mm}$, $d_2 = 15\text{mm}$ und $\lambda = 500\text{nm}$ den Winkel für das erste Nebenmaximum sowie für das erste Hauptmaximum an.



Lösung

In dem Dreifachspalt sind 3 verschiedene Doppelspalte mit den Abständen d_1, d_2 und $d_1 + d_2$ enthalten.

Je größer der Spaltabstand ist, desto enger liegen die Maxima, d.h. wir suchen zunächst das 1. Nebenmaximum für den Doppelspalt mit $d = d_1 + d_2 = 25\mu\text{m}$

$$\sin\varphi = \frac{n \cdot \lambda}{d} = \frac{1 \cdot 0,5\mu\text{m}}{25\mu\text{m}} = 0,02 \approx \varphi \tag{24}$$

Der Winkel ist im Bogenmaß. In Grad ergibt sich $\frac{360°}{2\pi} \cdot 0,02 = 1,15°$.

[**2**]

Wir suchen nun für die Hauptmaxima Winkel, bei denen sich die Maxima der Doppelspalte überlagern. Von den 3 gegebenen Doppelspalten wählt man beliebige 2 aus. Zum Beispiel

$$\sin\varphi = \frac{n_1 \cdot \lambda}{d_1} = \frac{n_2 \cdot \lambda}{d_2} \tag{25}$$

$$n_1 \cdot \frac{0,5}{10} = n_2 \cdot \frac{0,5}{25} \tag{26}$$

$$\frac{n_1}{2} = \frac{n_2}{5} \quad \text{mit} \quad n_i \in N \tag{27}$$

Somit folgt $n_1 = 2$ und $n_2 = 5$ und damit für den Winkel des 1. Hauptmaxima

$$\sin\varphi = \frac{2 \cdot 0,5\mu\text{m}}{10\mu\text{m}} = 0,1 \approx \varphi \tag{28}$$

bzw. in Grad $\frac{360°}{2\pi} \cdot 0,1 = 5,73°$.

[**2**]

Aufgabe 8 (2 Punkte)

Die plankonvexe Objektivlinse eines Mikroskops hat einen Krümmungsradius von $r = 1\text{cm}$, eine Brechzahl $n = 1,5$ und einen Durchmesser $d = 1\text{cm}$. Berechnen Sie für eine Wellenlänge $\lambda = 500\text{nm}$ den kleinstmöglichen Objektabstand, der gerade noch aufgelöst werden kann.

Lösung:

Nach der Formel

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{\infty}\right) \tag{29}$$

ist $f = 2\text{cm}$.

[**1**]

Für das Mikroskop lautet das Rayleigh-Kriterium:

$$\Delta x_{\min} = 1,22\frac{\lambda f}{d} = 1,22 \cdot 10^{-6}\text{m} = 1,22\text{µm} \tag{30}$$

[**1**]

Konstanten

Elektrische Feldkonstante:	$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\mathrm{CV}^{-1}\mathrm{m}^{-1}$
Planck'sche Konstante:	$h = 6.63 \cdot 10^{-34}\mathrm{Js}$
Lichtgeschwindigkeit:	$c = 3 \cdot 10^{8}\mathrm{ms}^{-1}$