

Aufgabe 1

Eine Tonne ist mit Glyzerin (Dichte $\rho_G = 1.3 \text{ g/cm}^3$, Viskosität $\eta = 1.5 \text{ Pa s}$) gefüllt. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird eine kleine Kugel aus Holz (Dichte $\rho_H = 0.8 \text{ g/cm}^3$, Radius $r = 3 \text{ cm}$) vom Boden der Tonne losgelassen.

- Fertigen Sie eine Skizze an. Die z Achse zeige nach oben. Stellen Sie die Bewegungsgleichung für die Kugel auf.
- Leiten Sie die Geschwindigkeit $v(t)$ der Kugel als Funktion der Zeit her. Welche Geschwindigkeit hat die Kugel nach $t = 0.1 \text{ s}$?
- Leiten Sie den Ort $z(t)$ der Kugel als Funktion der Zeit her.
- Nehmen Sie nun an, dass sich die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit v_0 bewegt. Berechnen Sie die Wärmeleistung P für diesen Fall.

Aufgabe 2

Eine Seifenblase mit dem Radius $r = 4 \text{ cm}$ hat eine Oberflächenspannung von $\gamma = 0.05 \text{ N/m}$.

- Wie groß ist die Druckdifferenz ΔP zwischen Innen- und Außendruck (Herleitung)?
- Fassen Sie die Luft innerhalb und außerhalb der Seifenblase als ein ideales Gas auf. Wie groß ist der Druck P_i innerhalb der Seifenblase, wenn der Außendruck $P_a = 10^5 \text{ Pa}$ beträgt? Wie groß ist die Dichte ρ_i innerhalb und ρ_a außerhalb der Seifenblase, wenn die Innentemperatur $T_i = 300 \text{ K}$, die Außentemperatur $T_a = 290 \text{ K}$ und die Molmasse der Luft $M_N = 29 \text{ g/mol}$ beträgt? [Gaskonstante: $R = 8.31 \text{ J/(mol K)}$]
- Welche Auftriebskraft erfährt die Seifenblase? Welche Masse m hat die Seifenblasenhaut, wenn Sie unter den oben angegebenen Bedingungen schwebt?

Aufgabe 3

Ein Feuerwerkskörper besteht aus einem Kreuz aus vier dünnen Stäben, das um die Achse A reibungsfrei gelagert ist. Die Achse A geht senkrecht zur Kreuzebene durch dessen Schwerpunkt. An jedem Ende der Stäbe der Länge $l = 0.5 \text{ m}$ und der Masse $m_1 = 10 \text{ g}$ sind jeweils baugleiche Treibsätze montiert. Nach dem Zünden strömt heißes Gas mit einer konstanten Rate \dot{m} und konstanter Geschwindigkeit ($v_e = 20 \text{ m/s}$) senkrecht zu den Stäben im Uhrzeigersinn aus den Treibsätzen und der Feuerwerkskörper beginnt sich zu drehen. Alle vier Treibsätze werden gleichzeitig gezündet. Die Startmasse eines Treibsatzes beträgt $m_0 = 100 \text{ g}$. Die Ausdehnung der Treibsätze sowie ihre Masse nach dem Brennschluss soll vernachlässigt werden. Die Brenndauer beträgt $T = 100 \text{ s}$.

- Leiten Sie das Trägheitsmoment $\Theta(t)$ des Feuerwerkskörpers für $0 \leq t \leq T$ als Funktion der Zeit her.
- Berechnen Sie die Schubkraft F_s und das Drehmoment M_1 eines Treibsatzes auf den Feuerwerkskörper. Geben Sie den Drehimpuls als Funktion der Zeit an.
- Zum Zündzeitpunkt $t = 0$ ruht der Feuerwerkskörper. Bestimmen Sie den Drehimpuls L und die Winkelgeschwindigkeit ω nach Brennschluss.

Aufgabe 4

In einem U-Rohr aus Glas mit konstantem Innendurchmesser befindet sich Quecksilber ($\rho = 13.5 \text{ g/cm}^3$). Das U-Rohr ist an einer Seite offen und auf der anderen Seite mit einem Stopfen verschlossen. Infolge des Überdrucks auf der verschlossenen Seite steigt die Flüssigkeit auf der offenen Seite um $x_0 = 3.5 \text{ cm}$ gegenüber der Ruhelage $x = 0$. Die Quecksilbersäule hat eine Länge von $l = 30 \text{ cm}$ und kann sich reibungsfrei im Rohr bewegen. [Normfallbeschleunigung: $g = 9.81 \text{ m/s}^2$]

- Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Stopfen auf der verschlossenen Seite entfernt. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und lösen Sie diese. Berechnen Sie die Kreisfrequenz ω_0 der Schwingung.
- Berechnen Sie die Anfangsbeschleunigung und die maximale Geschwindigkeit.
- Der Stopfen wird nun durch einen Kolben ersetzt. Dieser erzeugt einen periodischen Druck $P = P_0 \cos(\omega t)$ mit der Kreisfrequenz $\omega = 0.5 \omega_0$. Die Quecksilbersäule schwingt mit derselben Kreisfrequenz ω und mit der Amplitude $x_0 = 5 \text{ cm}$. Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und leiten Sie einen Zusammenhang zwischen der Schwingungsamplitude x_0 und der Druckamplitude P_0 her. Wie groß ist der maximale Druck im U-Rohr?