Klausur in Experimentalphysik 4

Prof. Dr. P. Fierlinger Sommersemester 2017 8.8.2017

Zugelassene Hilfsmittel:

- 1 Doppelseitig handbeschriebenes DIN A4 Blatt
- 1 nichtprogrammierbarer Taschenrechner

Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten. Es müssen nicht alle Aufgaben vollständig gelöst sein, um die Note 1,0 zu erhalten.

Aufgabe 1 (16 Punkte)

- (a) Was besagt das Pauli-Prinzip für zwei Fermionen?
- (b) Warum kann der Winkel zwischen \vec{L} und der z-Achse quantenmechanisch nie 0° werden?
- (c) Zeigen Sie, dass die Energieunschärfe von Eigenzuständen ($H\psi=E\psi$) allgemein gleich 0 ist.
- (d) Was versteht man unter induzierter Emission?
- (e) Nennen Sie zwei physikalische Beispiele für den Tunneleffekt.
- (f) Woran kann man mathematisch erkennen, dass zwei Größen nicht gleichzeitig meßbar sind?
- (g) Was charakterisiert ein ideales Gas?
- (h) Warum ist bei Atomen mit zwei s-Valenzelektronen kein Triplettzustand als Grundzustand möglich? Warum aber für zwei p-Elektronen?
- (i) Sie betrachten ein Röntgenspektrum. Dieses entsteht durch von einer Spannung U_B beschleunigte Elektronen welche auf eine Anode treffen. Was werden Sie im Röntgenspektrum beobachten, wenn sie diese Beschleunigungsspannung erhöhen?
- (j) Welche Bedingungen gelten für das Gesetz von Boyle-Mariotte?

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Die Wellenfunktion $\Psi(r)$ eines Teilchens in einem eindimensionalen Problem sei

$$\Psi(r) = N \frac{e^{\frac{ip_0r}{\hbar}}}{\sqrt{a^2 + r^2}},\tag{1}$$

wobei a, p_0 reelle Parameter sind und N die Normierungskonstante ist.

(a) Bestimmen Sie die Normierungskonstante N.

- (b) Sie messen den Ort r des Teilchens. Mit welcher Wahrscheinlichkeit findet man das Teilchen im Intervall $\left[-\frac{a}{\sqrt{3}},\frac{a}{\sqrt{3}}\right]$?
- (c) Berechnen Sie die Erwartungswerte für Ort $\langle r \rangle = \langle \Psi | r | \Psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(r)^* r \Psi(r) dr$ und Impuls $\langle p \rangle = \langle \Psi | \hat{p} | \Psi \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(r)^* (-i\hbar \frac{\partial}{\partial r}) \Psi(r) dr$ des Teilchens.

Hinweis: $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a}$

Aufgabe 3 (14 Punkte)

Die Spektrallinien, die dem Übergang $3p \to 3s$ entsprechen, haben bei Natrium die Wellenlängen $\lambda_1 = 588,96$ nm (D1 Linie)und $\lambda_2 = 589,59$ nm (D2 Linie).

- (a) Bestimmen Sie die Magnetfeldstärke, bei der das unterste Zeemann-Niveau des Terms $^2P_{3/2}$ mit dem obersten Niveau des Terms $^2P_{1/2}$ zusammenfallen würde, wenn die Bedingungen für den anomalen Zeemanneffekt noch erfüllt wären.
- (b) Wenn ein Magnetfeld anliegt, spalten die Energieniveaus auf und deshalb auch die D1 Linie. Wie gross ist der Frequenzunterschied zwischen den maximal aufgespaltenen Anteilen der D1 Linie in einem Magnetfeld der Stärke 1 Tesla? Wie gross ist er bei der D2 Linie?

Aufgabe 4 (14 Punkte)

Wir betrachten einen interstellaren Ball aus Wasserstoff.

- (a) Berechnen sie die Wellenlänge des Übergangs $2p \rightarrow 1s$ im Bohr'schen Atommodell.
- (b) In wieviele Linien spaltet diese Spektrallinie unter Berücksichtigung der Feinstruktur auf? Berechnen sie die Wellenlängenverschiebung des Übergangs mit der größten Energiedifferenz.
- (c) Diese Linie wird in der Spektroskopie mit einer Breite von $\Delta \lambda = 5.5 \mathrm{pm}$ beobachtet. Berechnen sie unter Vernachlässigung der natürlichen Linienbreite und etwaiger Ungenauigkeiten der Messinstrumente die Temperatur des Wasserstoffballs.

Hinweis:

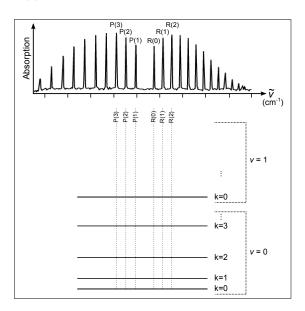
$$\left| \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \right| \approx \left| \frac{\Delta \nu}{\nu} \right| \tag{2}$$

(d) Wir berücksichtigen nun auch den Kernspin. Wie kalt müsste der Wasserstoffball sein, um die Aufspaltung des $2p_{1/2}$ Niveaus in den $2p \rightarrow 1$ s Linien auflösen zu können? Die Hyperfeinkonstante ist für diesen Zustand $A=7,347\cdot 10^{-7} {\rm eV}$

Aufgabe 5 (15 Punkte)

Betrachten Sie das unten abgebildete Absorptionsspektrum von gasförmigem Bromwasserstoff. Gezeigt sind Absorptionslinien der Übergänge zwischen verschiedenen Rotationszuständen (k) beim Vibrationsübergang $\nu=0 \rightarrow \nu=1$ innerhalb des elektronischen Grundzustands. Hinweis: die Massen der Atome seien $m_H=1$ u, $m_{Br}=80$ u, der Bindungsabstand im Molekül ist $R_0=141.4$ pm.

- (a) Die Federkonstante der Molekülbindung sei $D=380\,\frac{\rm N}{\rm m}$. Berechnen Sie die Frequenz der Streckschwingung. Welcher Stelle im Spektrum entspricht diese Frequenz und warum?
- (b) Stellen Sie den quantenmechanischen Ausdruck für die Rotationsenergie des Moleküls auf. Benutzen Sie dazu das Modell des klassischen starren Rotators.
- (c) Zeichnen sie das angegebene Termschema und ergänzen Sie das Termschema für $\nu = 1$ um die Niveaus der fehlenden Rotationszustände k = 1...3 (achten Sie dabei auf die Abstände).
- (d) Bestimmen Sie den Abstand der Linien R(0) und R(1) in Hz und in cm⁻¹.
- (e) Warum ist die Absorption nicht bei allen Übergängen gleich stark?



Aufgabe 6 (15 Punkte)

Eine Wärmekraftmaschine arbeitet mit 1 kmol eines idealen zweiatomigen Gases. Beginnend mit einer Temperatur $T_1 = 300 \,\mathrm{K}$ wird das Gas zunächst adiabatisch expandiert, bis es das doppelte Ausgangvolumen erreicht hat. Dann erfolgt eine isochore Abkühlung auf die halbe Temperatur. Eine adiabatische Kompression und eine isochore Erwärmung vervollständigen den Kreisprozeß.

- a) Zeichnen Sie das pV-Diagramm.
- b) Berechnen Sie alle, bei den Teilprozessen beteiligten, Wärmemengen und Arbeiten.
- c) Wie groß ist der Wirkungsgrad der Maschine?

Konstanten

$$\begin{split} \hbar &= 1.05 \cdot 10^{-34} \text{Js} & m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{kg} \\ e &= 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C} & m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{kg} \\ \epsilon_0 &= 8.85 \cdot 10^{-12} \text{As/V/m} & \alpha = 7.3 \cdot 10^{-3} \\ a_0 &= \frac{4\pi \varepsilon_0}{e^2} \frac{\hbar^2}{m_e} = 5, 3 \cdot 10^{-11} \text{m} & \mu_B = \frac{e \cdot \hbar}{2m_e} = 9, 27 \cdot 10^{-24} \text{N/A}^2 \\ R_\infty &= \frac{m_e e^4}{8c \epsilon_0^2 h^3} = 1, 10 \cdot 10^7 \text{m}^{-1} & A = 5, 9 \cdot 10^{-6} \text{eV} \\ a &= 1, 159 \cdot 10^{-20} \text{J} \cdot \frac{1}{n^6} & g_{proton} = 5, 56 \end{split}$$