Musterlösung der Diplomvorprüfung zu Experimentalphysik I

Aufgabe 1 (9 Punkte)

a) Impulserhaltung: $m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2'$

$$\Rightarrow \quad v_2' = \frac{1}{m_2}\left(m_1 v_1 + m_2 v_2 - m_1 v_1'\right) = v_2 + \frac{m_1}{m_2}\left(v_1 - v_1'\right)$$

$$= 20km/h + \frac{1200kg}{900kg}\left(80km/h - 40km/h\right) = \underline{\underline{73{,}3km/h}}$$

b) Energieerhaltung: $E_{kin} = E_{kin}' + E_{verform}$

$$E_{verform} = E_{kin} - E_{kin}' = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 - \frac{1}{2}m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2}m_2 v_2'^2$$

$$= \frac{1}{2}\cdot 1200kg\left(22{,}22\frac{m}{s}\right)^2 + \frac{1}{2}\cdot 900kg\left(5{,}56\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 1200kg\left(11{,}11\frac{m}{s}\right)^2 - \frac{1}{2}\cdot 900kg\left(20{,}37\frac{m}{s}\right)^2$$

$$= 310{,}2kJ - 260{,}8kJ = \underline{\underline{49{,}4kJ}}$$

$$\frac{E_{verform}}{E_{kin}} = \frac{49{,}4kJ}{310{,}2kJ} = 0{,}159 = \underline{\underline{15{,}9\%}}$$

c) $F = a \cdot m \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{m} = \frac{50kN}{900kg} = \underline{\underline{55{,}56\frac{m}{s^2} = 5{,}66 \cdot g}}$

d) $E_{verform} = F \cdot \Delta x = F \cdot \left(\Delta x_1 + \Delta x_2\right)$

$$\Rightarrow \quad \Delta x_1 = \frac{E_{verform}}{F} - \Delta x_2 = \frac{49{,}4kJ}{50kN} - 0{,}4m = 0{,}588m = \underline{\underline{58{,}8cm}}$$

Aufgabe 2 (12 Punkte)

a) Betrachte Drehung um Berührpunkt des Fadens:

Trägheitsmoment:

$$I_G' = I_G + M_G R_i^2 = 3\cdot 10^{-5}\,kg\,m^2 + 0{,}1kg\cdot(0{,}015m)^2 = 5{,}25\cdot 10^{-5}\,kg\,m^2$$

(Satz von Steiner)

Drehmoment $M = M_G \cdot g \cdot R_i$

$$M = I_G'\cdot\dot{\omega}' \qquad \Rightarrow \qquad \dot{\omega}' = \frac{M}{I_G'} = \frac{M_G\cdot g\cdot R_i}{I_G'} = \frac{0{,}1kg\cdot 9{,}81m\cdot 0{,}015m}{s^2\cdot 5{,}25\cdot 10^{-5}\,kgm^2} = \underline{\underline{280{,}3s^{-2}}}$$

$$a_S = \dot{\omega}'\cdot R_i = \frac{M_G\cdot R_i^2}{I_G'}g = \underline{\underline{4{,}20\frac{m}{s^2} = 0{,}43\cdot g}}$$

b) $$E_{rot} = \frac{1}{2}I_G\omega'^2 = \frac{1}{2}I_G(\dot{\omega}'\cdot t)^2 = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 10^{-5}\,kg\,m^2\left(280{,}3s^{-2}\cdot 5s\right) = \underline{\underline{29{,}5J}}$$

$$E_{trans} = \frac{1}{2}M_G\cdot v^2 = \frac{1}{2}M_G(a_S\cdot t)^2 = \frac{1}{2}\cdot 0{,}1kg\left(4{,}2\frac{m}{s^2}\cdot 5s\right)^2 = \underline{\underline{22{,}1J}}$$

c) Rotation um Symmetrieachse (Trägheitsmoment: I_G)

Kraft im Faden $F_F = M_G \cdot g$ Drehmoment $M = M_G\cdot g\cdot R_i$

$$M = I_G\cdot\dot{\omega} \qquad \Rightarrow \qquad \dot{\omega} = \frac{M}{I_G} = \frac{M_G\cdot g\cdot R_i}{I_G} = \frac{0{,}1kg\cdot 9{,}81m\cdot 0{,}015m}{s^2\cdot 3{,}0\cdot 10^{-5}\,kgm^2} = 490{,}5s^{-2}$$

=> Fadenbeschleunigung: $a_F = \dot{\omega}\cdot R_i = \frac{M_G\cdot R_i^2}{I_G}g = 7{,}36\frac{m}{s^2} = 0{,}75\cdot g$

Bewegungsgleichung für Masse M: $a_F M = M\cdot g - F_F = (M - M_G)\cdot g$

$$\Rightarrow \quad M = \frac{g}{g - a_F}M_G = \frac{g}{g - 0{,}75g}\cdot 0{,}1kg = \underline{\underline{0{,}4kg}}$$

d) Kraft auf Befestigung ergibt sich aus der Summe der Kräfte an beiden Fadenenden.

$$F = 2\cdot F_F = 2\cdot M_G\cdot g = 2\cdot 0{,}1kg\cdot 9{,}81m/s^2 = \underline{\underline{1{,}962N}}$$

Aufgabe 3 (11 Punkte)

a) $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad \Rightarrow \quad D = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0{,}3kg}{1s^2} = \underline{\underline{11{,}8\frac{kg}{s^2} = 11{,}8\frac{N}{m}}}$

b) Im Gleichgewicht gilt Bremskraft = rücktreibende Kraft der Feder

$$F_R = \eta\frac{Av}{z} = Dx = -F_F \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{D\cdot x\cdot z}{A\cdot v} = \frac{11{,}8N/m\cdot 0{,}025m\cdot 0{,}003m}{(0{,}15m)^2\cdot 0{,}2m/s} = \underline{\underline{0{,}197\frac{kg}{m\cdot s}}}$$

$$P = F\cdot v = D\cdot x\cdot v = 11{,}8N/m\cdot 0{,}025m\cdot 0{,}2m/s = \underline{\underline{59{,}2mW}}$$

c) $m\ddot{x} = F_R + F_F = -b\dot{x} - Dx$ wobei $b = \eta\frac{A}{z}$

$$\ddot{x} + \frac{b}{m}\dot{x} + \frac{D}{m}x = 0$$

in der allgemeinen Form: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0 x = 0$ ergibt sich die Dämpfungskonstante

$$\gamma = \frac{b}{2m} = \frac{\eta A}{2mz} = \frac{0{,}197kg\cdot(0{,}15m)^2}{m\cdot s\cdot 2\cdot 0{,}3kg\cdot 0{,}003m} = \underline{\underline{2{,}46s^{-1}}}$$

Dabei nimmt die Amplitude der Schwingung exponentiell mit der Zeit ab: $Ae^{-\lambda t}$

Für die Frequenz ω_1 der gedämpften Schwingung gilt:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{\frac{D}{m} - \gamma^2} = 5{,}78s^{-1}$$

$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = 1{,}09s \quad \Rightarrow \quad e^{-\gamma T_1} = \underline{\underline{0{,}069}}$,d.h. die Amplitude wird pro Schwingungsperiode auf 6,9% der vorherigen Amplitude gedämpft (sie nimmt um 93,1% ab)

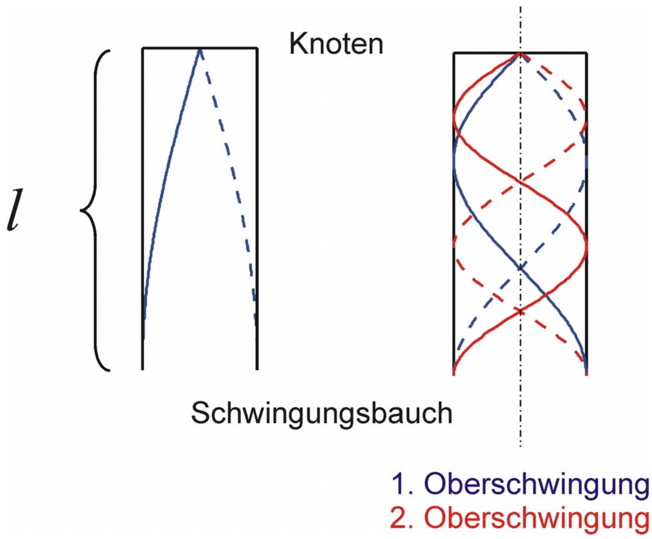
d) Relativgeschwindigkeit: $v_{rel}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_L(t) = \dot{x}(t) - x_{L,0}\cdot\omega\cdot\cos(\omega t)$

Bewegungsgleichung: $m\ddot{x} = F_R + F_F = -Dx - bv_{rel} = -Dx - b\dot{x}(t) + bx_{L,0}\cdot\omega\cdot\cos(\omega t)$

$$m\ddot{x} + b\dot{x}(t) + Dx = bx_{L,0}\cdot\omega\cdot\cos(\omega t)$$

Aufgabe 4 (8 Punkte)

a) Randbedingungen: oben: Schwingungsknoten
unten: Schwingungsbauch



b) Vergleich mit der allgemeinen Wellengleichung $\frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2}$ ergibt eine Ausbreitungsgeschwindigkeit c von $c = \sqrt{\frac{D \cdot l^2}{m_0}} = \sqrt{\frac{12N/m}{0{,}15kg}} \cdot 0{,}6m = \underline{\underline{5{,}37m/s}}$

c) $f_0 = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{4l} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{D}{m_0}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{12N/m}{0{,}15kg}} = \underline{\underline{2{,}24s^{-1}}}$

d) $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m_{eff}}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{D}{m_0}} \quad \Rightarrow \quad m_{eff} = \frac{4}{\pi^2} \cdot m_0 = \frac{4}{\pi^2} \cdot 150g = \underline{\underline{60{,}8g}}$

Aufgabe 5 (10 Punkte)

a) Adiabatischer Prozess: $pV^{\gamma} = konst.$
Ideales, einatomiges Gas: $\gamma = 1.67$

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = 3.93 \cdot 10^5\, Nm^{-2}$$

b) $W = -\int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$

$pV^{\gamma} = konst.$

$$\Rightarrow \qquad W = -p_1 V_1^{\gamma} \cdot \int_{V_1}^{V_2} V^{-\gamma} \cdot dV = -p_1 V_1^{\gamma} \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma}\right]_{V_1}^{V_2}$$

$$= -\frac{1}{1-\gamma}(p_1 V_1^{\gamma} V_2^{1-\gamma} - p_1 V_1^{\gamma} V_1^{1-\gamma}) = \frac{1}{\gamma - 1}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = -1.40 \cdot 10^3\, J$$

Negativ, Arbeit wird am Gas verrichtet.

c) Adiabatisch: Kein Wärmeübertrag → Änderung der inneren Energie = Arbeit:

$\Delta U = W$

Ideales, einatomiges Gas: $U = \frac{3}{2} nRT$, n: Molzahl, R=8.31 J/Kmol

$$W = \frac{3}{2} nR\Delta T \qquad \Leftrightarrow \qquad \Delta T = \frac{2W}{3nR} = -112.3K$$

d) Ideale Gasgleichung $pV = nRT$

$$\Rightarrow \qquad \Delta T = \frac{1}{nR}(p_2 V_2 - p_1 V_1) = -112.7K.$$

(geringe Abweichung aufgrund Rundungsfehler)