TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN
Physik-Department
L. Alff, R. Gross

14. Februar 2002

Experimentalphysik III

Freischussklausur

14. Februar 2002, HS S0320, 14:15-15:45

Aufgabe 1: Polarisation [$\sim$ 11/80 Punkte]

(a) Was ist (polarisiertes) Licht?

(b) Welche verschiedenen Arten von Polarisation gibt es?

(c) Durch welche Effekte kann man aus unpolarisiertem Licht polarisiertes Licht erzeugen? Erläutern Sie in wenigen Sätzen das Prinzip der jeweiligen Methode. Wenn Sie das Gesetz von Brewster in diesem Zusammenhang hinschreiben, gibt es einen Extra-Punkt.

Lösung 1: Polarisation [**11 Punkte**]

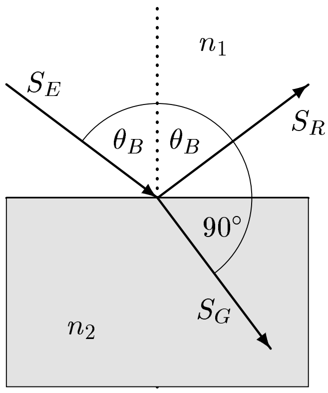
(a) Licht ist wie alle elektromagnetischen Wellen eine *Transversalwelle* [**0.5 Punkte**]. Bei einer transversalen Welle steht die Schwingungsebene immer senkrecht zur Ausbreitungsrichtung. Man kann ihr eine eindeutige Polarisation zuordnen. (b) Wir betrachten $\vec{E}$. Bei einer *linear* polarisierten Welle liegt $\vec{E}$ immer parallel zu einer bestimmten Richtung, die natürlich senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung liegt [**0.5 Punkte**]. Eine *zirkular* polarisierte Welle ist eine Überlagerung zweier linear polarisierten Wellen, die zueinander senkrecht schwingen und eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ aufweisen. Anders: $\vec{E}$ rotiert mit der Kreisfrequenz ω um die Ausbreitungsrichtung der Welle (an einem festen Ort) [**0.5 Punkte**]. Bei *elliptisch* polarisiertem Licht sind die Amplituden der beiden linearen Wellen auch noch unterschiedlich [**0.5 Punkte**].

(c) (1) **Absorption**: Das gängigste Prinzip von Polarisatoren. Mittels dichromatischer oder dichroider Kristalle (meistens lange ausgerichtete Kohlenwasserstoffmoleküle). Je nach Ausrichtung der Schwingungsrichtung von $\vec{E}$ (parallel oder senkrecht zu den Ketten) wird das Licht absorbiert oder transmittiert. Die Richtung der Transmission heißt Transmissionsachse. Polarisationsfolien bezeichnet man je nach Lage im Strahlengang als Polarisator oder Analysator [**2 Punkte**].

(2) **Streuung**: Streuung ist Absorption und Wiederabstrahlung. Man sieht es in Rauch, in dem man Sonnenstrahlen sehen kann. Moleküle werden durch die Absorption angeregt und strahlen als Dipol senkrecht zur Antennenachse ab, wobei $\vec{E}$ parallel zu dieser Achse liegt. Also ist das gestreute Licht polarisiert [**2 Punkte**].

(3) **Reflexion**: Wird unpolarisiertes Licht an der Grenzfläche zwischen zwei durchsichtigen Medien reflektiert, so ist das reflektierte Licht teilweise polarisiert. Hat der Einfallswinkel gerade einen solchen Wert, dass reflektierter (S_R) und gebrochener Strahl

(S_G) senkrecht aufeinander stehen, ist der reflektierte Strahl S_R vollständig polarisiert (Brewster-Winkel) [**2 Punkte**]. Dieser Winkel θ_B ist gegeben durch die Gleichung $\tan\theta_B = \frac{n_2}{n_1}$ [**1 Punkte**]. Skizze:



(4) **Doppelbrechung**: Ein Beispiel ist Kalkspat ($CaCO_3$). Es ist ein anisotropes Material aufgrund seiner Kristallstruktur, d. h. Licht breitet sich je nach Richtung im Kristall unterschiedlich schnell aus. Ein Strahl wird bei Eintritt in Kalkspat in den ordentlichen und außerordentlichen Strahl aufgespalten. Diese sind senkrecht zueinander polarisiert. Es gibt immer eine Richtung, parallel zur optischen Achse, in der ordentlicher und außerordentlicher Strahl sich gleich schnell ausbreiten [**2 Punkte**].

Aufgabe 2: Prinzip von Fermat [$\sim$ 10/80 Punkte]

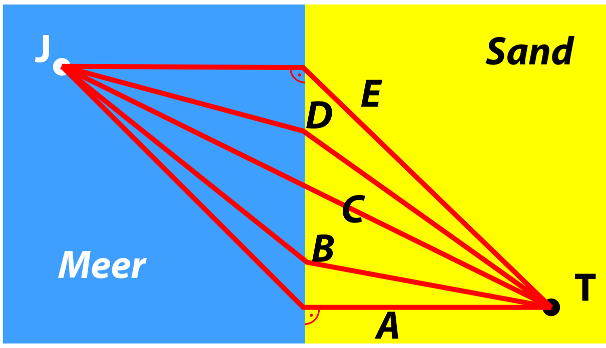


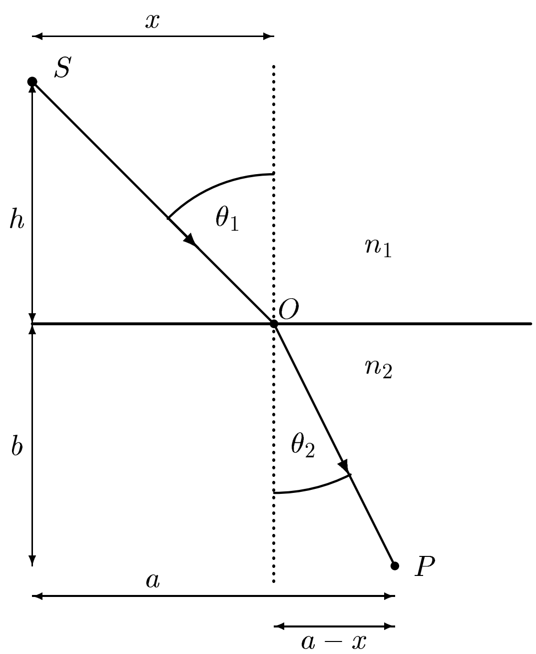
Abbildung 1: Zu Aufgabe 2.

Jane wird im ruhigen Meer am Punkt J von einem Hai angegriffen. Tarzan, der sich an Land mit gezücktem Buschmesser am Punkt T befindet, möchte ihr zur Hilfe eilen. Tarzan rennt mit 12 m/s und schwimmt mit 3 m/s. Er wählt den in der Skizze eingezeichneten Weg A. Er kommt knapp zu spät... Auf welchem der eingezeichneten Wege (einer ist der kürzeste!) hätte Tarzan, wenn er denn wie Sie die Vorlesung besucht hätte, die größten Chancen gehabt, rechtzeitig bei Jane zu sein? Leiten Sie aus dem Prinzip von Fermat das Brechungsgesetz ab und begründen Sie damit Ihre Entscheidung! (Die Winkel müssen nicht exakt berechnet werden.)

Lösung 2: Prinzip von Fermat [**10 Punkte**]

Zur Herleitung des Brechungsgesetzes aus dem Prinzip von Fermat betrachten wir folgende

Skizze [**2 Punkte**]:



Der entscheidende Gedanke des Prinzips von Fermat ist, dass Licht den Weg einschlagen wird, der am wenigsten Zeit benötigt (allgemeiner: Extremalprinzip) [**2 Punkte**]. Insofern müssen wir uns Tarzan als Lichtwelle vorstellen, die am Ufer gebrochen wird. Dann kann man einfach das Brechungsgesetz herleiten. Zunächst berechnen wir die Ausdrücke für $\sin\theta_i$ nach der Skizze: $\sin\theta_1 = \dfrac{x}{\sqrt{h^2+x^2}}$ und $\sin\theta_2 = \dfrac{(a-x)}{\sqrt{b^2+(a-x)^2}}$. Weiterhin gilt natürlich $nv = c$. Die Zeit t zum Durchlaufen der Strecke von S nach P beträgt

$$t = \frac{\overline{SO}}{v_1} + \frac{\overline{OP}}{v_2} = \frac{\sqrt{h^2+x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{b^2+(a-x)^2}}{v_2}.$$

Um das Minimum zu finden, setzen wir die Ableitung nach x gleich 0:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{x}{v_1\sqrt{h^2+x^2}} + \frac{-(a-x)}{v_2\sqrt{b^2+(a-x)^2}} = \frac{\sin\theta_1}{v_1} - \frac{\sin\theta_2}{v_2} = n_1\sin\theta_1 - n_2\sin\theta_2 = 0.$$

Daraus folgt sofort das Brechungsgesetz: $n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$ [**3 Punkte**]. Dabei steht der Index 1 für Sand, der Index 2 für Wasser. Dabei ist $n_1 = c/c_1$ und $n_2 = c/c_2$, wobei n_i der Brechungsindex der einzelnen Medien ist, c_i die Lichtgeschwindigkeit in den einzelnen Medien. c ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Setzt man dies in das Brechungsgesetz ein, so folgt: $\sin\theta_1 = \dfrac{c_1}{c_2}\sin\theta_2 = 4\sin\theta_2$. Es werden nur Winkel bis 90° betrachtet. In diesem Bereich ist die Sinus-Funktion monoton steigend. Also muss gelten $\theta_1 > \theta_2$ [**1 Punkt**]. Wäre nun θ_1 oder θ_2 gleich 0, so müssten beide Winkel gleich 0 sein. Dies entspricht aber keinem der eingezeichneten Wege. Andererseits ist für Weg A und für Weg B einer der beiden Winkel 0. Also scheiden diese beiden Wege aus [**1 Punkt**]. Nur für Weg D gilt $\theta_1 > \theta_2$. Für Weg C gilt $\theta_1 = \theta_2$ und für Weg B $\theta_1 < \theta_2$. Also wäre Weg D der Weg gewesen, der Tarzan am schnellsten zu Jane geführt hätte [**1 Punkt**].

Aufgabe 3: Kalkspat [$\sim$ 6/80 Punkte]

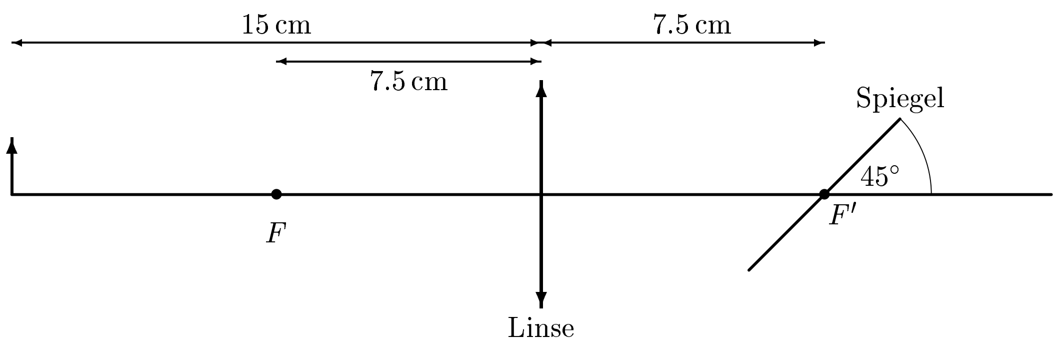
Licht der Wellenlänge $\lambda = 589.3\,\text{nm}$ in Luft treffe so auf eine Scheibe Kalkspat (20°C, 101.3 kPa), dass der ordentliche und außerordentliche Strahl sich in die gleiche Richtung ausbreiten (Wann ist das der Fall?). Wie groß ist die Phasendifferenz δ der beiden Strahlen nach Durchlaufen der Schichtdicke $d = 2\lambda$? (Tipp: Berechnen Sie zunächst die Anzahl der Wellenlängen, die die jeweiligen Strahlen im Kalkspat zurücklegen.)

Lösung 3: Kalkspat [**6 Punkte**]

Wenn Licht senkrecht auf die Oberfläche eines doppelbrechenden Kristalls trifft und dabei gleichzeitig senkrecht zur optischen Achse des Systems steht, dann breiten sich der ordentliche und außerordentliche Strahl in der gleichen Richtung, aber mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aus [**2 Punkte**]. Daher entsteht eine Phasendifferenz, die von der Dicke des Kristalls und der Wellenlänge abhängt. Diese lässt sich leicht berechnen. Die Wellenlänge des ordentlichen Strahls ist gerade $\lambda_o = \lambda/n_o$ und die des außerordentlichen Strahls $\lambda_{ao} = \lambda/n_{ao}$ [**1 Punkt**]. Die Anzahl der Wellenlängen ist dann eine Funktion der Dicke des Kristalls: $N_o = d/\lambda_o$ und $N_{ao} = d/\lambda_{ao}$ [**1 Punkt**]. Die Phasendifferenz pro Wellenlänge ist natürlich genau 2π. Also ist die gesamte Phasendifferenz $\delta(d) = 2\pi\,(N_o - N_{ao}) = 2\pi\,(n_o - n_{ao})\,d/\lambda$. Nun müssen wir nur noch die Zahlenwerte (aus der Tabelle der Brechungsindizes im Anhang) einsetzen: $\delta = 2\pi(1.65836 - 1.48643)2\lambda/\lambda \approx 2.16$ [**2 Punkte**].

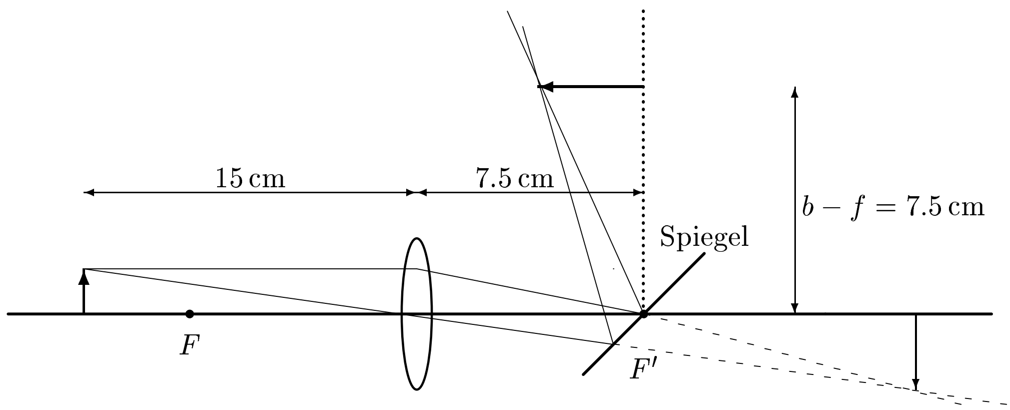
Aufgabe 4: Geometrische Optik [$\sim$ 7/80 Punkte]

Ein Gegenstand befindet sich 15 cm vor einer dünnen Sammellinse mit einer Brennweite von 7.5 cm. Auf der rechten Seite der Linse befinde sich im Brennpunkt ein Spiegel, der um 45° gedreht ist, so dass die reflektierten Strahlen nicht mehr die Linse treffen. Wo ensteht das Bild? Berechnen Sie, wie weit es von der optischen Achse entfernt ist! Ist das Bild reell oder virtuell? Skizzieren Sie den Strahlengang!



Lösung 4: Geometrische Optik [**7 Punkte**]

Die Abbildungsgleichung liefert uns sofort die Bildweite der Linse: $1/f = 1/g + 1/b$, also $b = fg/(g-f) = 15\,\mathrm{cm}$ [**2 Punkte**]. Wir müssen uns nun zur Bildkonstruktion den Strahlengang ohne Spiegel denken und ihn an der Ebene des Spiegels spiegeln [**1 Punkt**]. Ein relles Bild entsteht [**1 Punkt**]. Dieses befindet sich 7.5 cm oberhalb der optischen Achse [**1 Punkt**]. Der Strahlengang ist in der Skizze angedeutet [**2 Punkte**]:

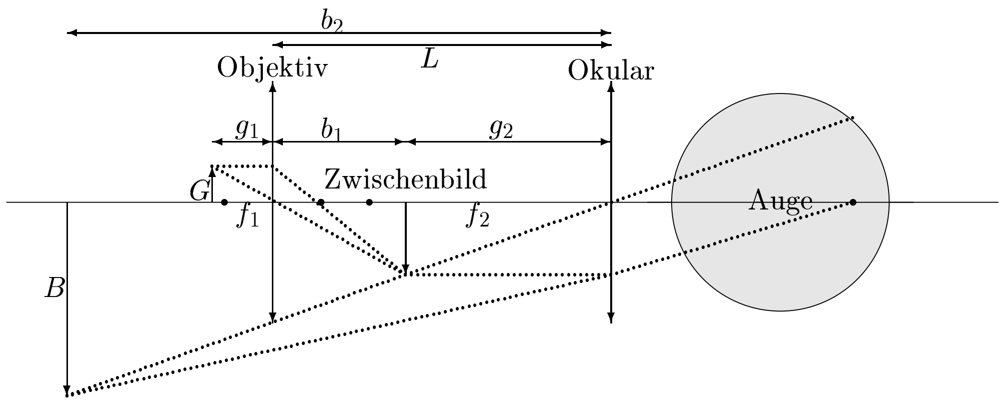


Aufgabe 5: Mikroskop [$\sim 9/80$ Punkte]

Ein Mikroskop besitze eine Objektivbrennweite von 5 mm, eine Okularbrennweite von 20 mm, eine Objektivbildweite von 150 mm und eine Okularbildweite von 260 mm. Skizzieren Sie den Strahlengang des Mikroskops mit Bild und Zwischenbild! Geben Sie die Vergrößerung der beiden Linsen und des gesamten Mikroskops an! Wie groß ist die Entfernung zwischen Objektiv und Okular? Beachten Sie bei der Lösung die in der Vorlesung getroffene Vorzeichenkonvention!

Lösung 5: Mikroskop [**9 Punkte**]

Diese Aufgabe erinnert verdächtig an Aufgabe 25 (Blatt VII) der Übungen.
Die Skizze ist das wichtigste! [**3 Punkte**]



Die Abbildung muss nicht bis ins Auge konstruiert werden. Es ist ja schon bekannt (Aufgabe 22), dass man ein Bild in mindestens 25 cm Abstand braucht. Was ist wichtig beim Mikroskop? Das Zwischenbild liegt *innerhalb* der Brennweite des Okulars. Dadurch entsteht ein virtuelles Bild auf der dem Auge abgewandten Seite. Beide Linsen sind Sammellinsen.

Zur Aufgabe: $f_1 = 5\,\mathrm{mm}$, $b_1 = 150\,\mathrm{mm}$. Aus der Linsengleichung folgt für $g_1 = \dfrac{b_1 f_1}{b_1 - f_1} \approx 5.17\,\mathrm{mm}$ [**1 Punkt**]. Es gilt also $f < g < 2f$, wobei bei einer Sammellinse ein reelles Bild mit Vergrößerung entsteht. Die transversale Vergrößerung eines reellen Bildes ist negativ. Die Objektivvergrößerung ist dann gegeben durch $m_1 = -\dfrac{b_1}{g_1} \approx -29$. Das Minuszeichen kommt daher, dass das Bild umgedreht wird [**1 Punkt**].

Nun betrachten wir die Abbildung im Okular: $f_2 = 20\,\mathrm{mm}$, $b_2 = -260\,\mathrm{mm}$. Wie oben folgt $g_2 = \dfrac{b_2 f_2}{b_2 - f_2} \approx 18.57\,\mathrm{mm}$ [**1 Punkt**]. Es gilt $0 < g_2 < f_2$, wir haben also ein virtuelles Bild. Hierbei ist die transversale Vergrößerung positiv. Daraus folgt für die Okularvergrößerung $m_2 = \left|\dfrac{b_2}{g_2}\right| \approx 14$ [**1 Punkt**].

Die Gesamtvergrößerung m ist das Produkt der beiden Teilvergrößerungen: $m = m_1 \cdot m_2 = -406$ [**1 Punkt**]. Die Entfernung zwischen Objektiv und Okular L erhält man aus $L = b_1 + g_2 = 150\,\mathrm{mm} + 18.57\,\mathrm{mm} = 168.57\,\mathrm{mm}$ [**1 Punkt**].

Aufgabe 6: Holographie [$\sim 8/80$ Punkte]

Erläutern Sie an Hand von zwei Skizzen das Prinzip der Holographie. Stellen Sie zunächst die Aufzeichnung eines Hologramms mittels eines Lasers dar. In einer zweiten Skizze zeigen Sie bitte, wie man ein Hologramm betrachten kann.

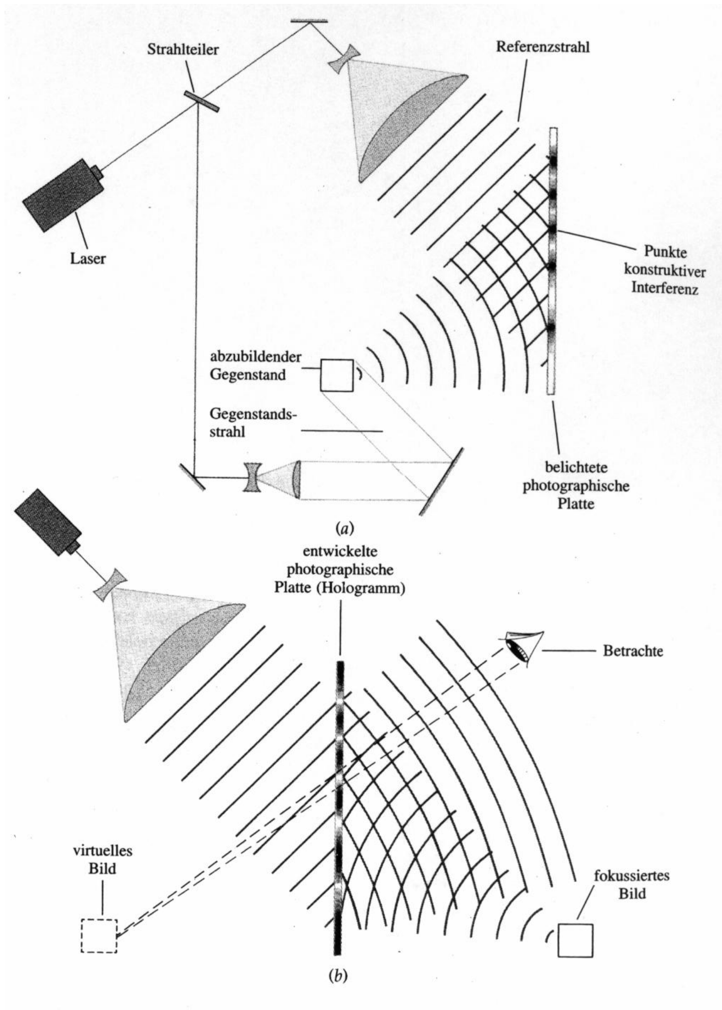
Lösung 6: Holographie [**8 Punkte**]

Bei einem normalem Foto wird das vom Gegenstand reflektierte Licht auf einem Film abgebildet. Dabei wird die Intensitätsverteilung registriert. Man erhält ein zweidimensionales Bild. Bei einem Hologramm wird ein Laserstrahl gezweiteilt in Referenz- und Gegenstandsstrahl [**1 Punkt**]. Letzterer wird vom Gegenstand reflektiert und dann mit dem Referenzstrahl zur Interferenz gebracht [**1 Punkt**]. Das Interferenzmuster wird nun auf einem photographischen Film aufgezeichnet. Wichtig ist, dass wegen der Kohärenz des Laserstrahls die Phasendifferenz beider Strahlen konstant ist [**2 Punkte**].

Hat man den Film entwickelt, kann man ihn dem gleichen Laserlicht bestrahlen [**1 Punkt**]. Dabei wirkt der Film als Beugungsgitter und es entsteht ein dreidimensionales Bild des Gegenstands [**1 Punkt**].

Noch mal in anderen Worten: *Wird ein Interferenzmuster, das durch Überlagerung beliebiger Objektwellen mit den von einer Punktquelle ausgehenden kohärenten Referenzwellen enststeht, auf einer lichtempfindlichen Schicht aufgezeichnet und dieses Muster (Hologramm) danach mit der Referenzwelle beleuchtet, so wird durch die Beugung des Lichtes* *die Objektwelle rekonstruiert.*

Eine Skizze sieht etwa so aus. Sie ist dem Tipler entnommen [**2 Punkte**]:



Aufgabe 7: Dickenmessung [$\sim 5/80$ Punkte]

Ein dünnes durchsichtiges Plättchen ($n = 1.20$) wird in den Strahlengang eines der beiden Arme eines Michelson-Interferometers gebracht. Dabei verschiebt sich die Interferenzfigur um einen halben Streifenabstand (d. h. dunkler Streifen anstelle eines vorher hellen Streifens). Die Wellenlänge des verwendeten Lichtes beträgt $\lambda = 5890\,\text{Å}$. Wie dick ist das Plättchen?

Lösung 7: Dickenmessung [**5 Punkte**]

Die Verschiebung um einen halben Streifenabstand bedeutet, dass das Plättchen genau einen Gangunterschied von $\lambda/2$ bewirkt [**2 Punkte**]. Die Dicke d des Plättchens wird zweimal durchlaufen. Also haben wir: $\delta = \frac{\lambda}{2} = 2nd - 2d$ [**2 Punkte**]. Der Term $2d$ stammt natürlich vom Arm des Interferometers ohne Plättchen. Wir müssen nun nur noch die Gleichung nach d auflösen und erhalten: $d = \frac{\lambda}{4(n-1)} = 736.25\,\text{nm}$ [**1 Punkt**].

Aufgabe 8: Bragg-Streuung [$\sim 8/80$ Punkte]

In kristallinem Kalium sitzen die Atome auf den Eck- und Mittelpunkten eines Gitters, das aus würfelförmigen Einheitszellen der Kantenlänge $a = 5.225$ Å aufgebaut ist. Sie beugen monochromatische Röntgenstrahlung der Wellenlänge $\lambda = 1.54$ Å an den den Würfelseiten parallelen Netzebenen.
(a) Bei welchen Beugungswinkeln tritt Bragg-Reflexion auf?
(b) Welchen (hkl) peaks entsprechen diese Winkel und warum?
(c) Wie verändert sich das Beugungsbild, wenn statt Röntgenstrahlung Neutronenstrahlung gleicher Wellenlänge verwendet wird? (Vernachlässigen Sie Fragen der Intensität und magnetische Wechselwirkungen.)

Lösung 8: Bragg-Streuung [**8 Punkte**]

(a) Es ist im Wesentlichen nach der Bragg-Beziehung gefragt. Trifft Röntgenlicht auf das dreidimensionale Gitter, so interferieren die an verschiedenen Netzebenen gestreuten Strahlen konstruktiv, wenn der Gangunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge λ beträgt. Dies führt zur Bragg-Bedingung $n\lambda = 2d \sin\vartheta$ [**2 Punkte**]. Der Netzebenenabstand parallel zu den Würfelseitenflächen beträgt $d = a/2 = 2.6125$ Å, da man ja die Mittelatome mitzählen muss [**1 Punkt**]. Wir haben also die Gleichung: $\sin\vartheta_n = \lambda/a \approx 0.295n$, also $\vartheta_n = \arcsin(0.295n)$ für $n = 1, 2, \ldots.$ Lösungen sind $\vartheta_1 \approx 17.2°$, $\vartheta_2 \approx 36.2°$, $\vartheta_3 \approx 62.3°$. Für größere n gibt es keine Lösung [**2 Punkte**].
(b) Es sind die (200), (400) und (600) peaks. Man sieht in bcc-Kristallen nur diese Reflexe, weil aufgrund des Atoms in der Mitte der Einheitszellen der Netzebenenabstand $a/2$ (und nicht a) beträgt. Die Beiträge, die bei (100) etc. einen peak ergeben würden, interferieren sich heraus [**1 Punkt**].
(c) Da nur die Wellenlänge eingeht, verändert sich nichts [**2 Punkte**].

Aufgabe 9: Autokorrelation [$\sim 4/80$ Punkte]

Beschreiben Sie auf möglichst einfache Weise, was Autokorrelation bedeutet. Wie sieht die Autokorrelationsfunktion eines Rechteckpulses aus (keine Rechnung, nur Skizze)? Was hat das mit seiner Fourier-Transformation zu tun? Inwieweit spielt die Autokorrelation eine Rolle in der Optik?

Lösung 9: Autokorrelation [**4 Punkte**]

Die Korrelationsanalyse ist im Wesentlichen ein Mittel, um den Grad der Ähnlichkeit von zwei Signalen festzustellen. Bei der Autokorrelation wird die ursprüngliche Funktion um einen Betrag τ verschoben (z.B. in der Zeit), das Produkt aus verschobener und nicht verschobener Funktion gebildet und die dem Überlappungsgrad entsprechende Fläche mittels Integration bestimmt [**1 Punkt**]. Die Formel musste nicht hingeschrieben werden. Sie lautet: $c_{ff}(\tau) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(t+\tau)f^*(t)dt$. Eine Rechteckfunktion ergibt dann z. B. einen linear fallenden Überlapp, also einen Dreieckspuls [**1 Punkt**]. Die Fourier-Transformation des Rechteckimpulses liefert ja das wohlbekannte Fraunhofer-Muster. Nimmt man von diesem Fraunhofer-Muster das Absolutquadrat (Phaseninformation geht verloren!) und transformiert dieses zurück, so erhält man gerade die Autokorrelation des Ausgangssignals, also den Dreieckspuls oder, anders gesagt, das Quadrat der Fourier-Transformation einer Funktion (des Rechteckpulses hier) $f(x)$, $|F(k)|^2$, ist gleich der Fourier-Transformierten der Autokorrelation von $f(x)$ [**1 Punkt**].

Die Autokorrelation spielt ja immer dann eine Rolle, wenn zwei Signale auf Ähnlichkeit überprüft werden sollen. Ein Beispiel ist das gleiche Signal, aber zeitlich verschoben. In der Optik geht es dann um die zeitliche Analyse der Kohärenz von Licht. Ein weiteres Beispiel ist optische Mustererkennung, wo z. B. Signale aus einer Kamera mit einer Suchmaske verglichen werden (Raketenleitsysteme). Die Autokorrelation kann auch sehr gut bei der Rauschanalyse verwendet werden. Dabei gibt die Autokorrelation an, inwieweit ein Signal nach der Zeit τ noch mit dem Ursprungssignal korreliert ist. Die Autokorrelation ist umso kleiner, je größer die Bandbreite der rauschenden Frequenzen im Signal ist (also salopp, je stärker das Rauschen ist) [**1 Punkt**].

Aufgabe 10: Fraunhofer-Beugung [$\sim$ 12/80 Punkte]

Licht der Wellenlänge λ fällt senkrecht auf einen schwarzen Karton, in den drei parallele, unendlich lange und unendlich schmale Spalte geschnitten sind, deren Mittellinien in Abständen d voneinander verlaufen (mit $d \gg \lambda$).

(a) Geben Sie die Formel für die Intensität des gebeugten Lichts eines Einzelspalts an. Welche Rolle spielt sie in unserem Fall?

(b) Geben Sie die Formel für die Intensität des an den drei Spalten gebeugten Lichts, das in großem Abstand hinter diesem Karton beobachtet wird, als Funktion des Beugungswinkels θ an. Skizzieren Sie das Beugungsmuster und interpretieren Sie es!

(c) Bei welchem Beugungswinkel wird das erste Minimum beobachtet?

(d) Wo liegen die Hauptmaxima? Wie hängt die Lage von der Anzahl der Spalte N ab?

Lösung 10: Fraunhofer-Beugung [**12 Punkte**]

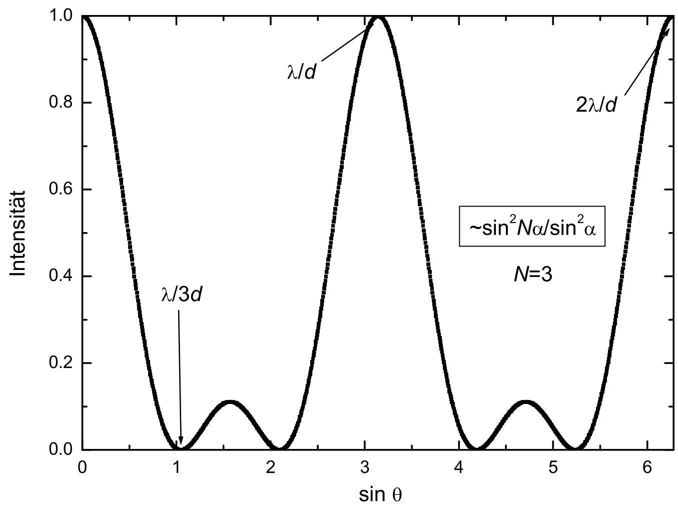
(a) Man erhält ein Beugungsmuster des Gitters, das durch das Muster des Einzelspalts moduliert ist. Für den Einzelspalt gilt die wohlbekannte Formel:

$$I(\theta) = I_0 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2, \qquad \beta = \frac{kb}{2}\sin\theta = \frac{2\pi b}{2\lambda}\sin\theta \approx \frac{\pi b}{\lambda}\theta.$$

b ist die Spaltbreite. Da aber b hier unendlich klein sein soll, wird der Ausdruck 1. In der Aufgabe spielt die Modulation durch den Einzelspalt keine Rolle [**2 Punkte**]. Das Gitter bzw. die drei Einzelspalte erzeugen ein Beugungsgmuster, dessen normierte Intensität durch

$$I(\theta) = \frac{I_0}{N^2}\left(\frac{\sin N\alpha}{\sin\alpha}\right)^2, \qquad \alpha = \frac{kd}{2}\sin\theta \approx \frac{\pi d}{\lambda}\theta$$

gegeben ist [**3 Punkte**]. Wegen $d \gg \lambda$ kann man den Sinus durch sein Argument ersetzen. Man hat das Verhalten von mehreren äquidistanten kohärenten Oszillatoren. Zwischen zwei Hauptmaxima hat man $N - 1 = 2$ Minima, die jeweils von einem Nebenmaximum getrennt werden, siehe Skizze [**2 Punkte**]:



Man konnte sich natürlich auch die Formel mittels Fourierintegral berechnen. Man kann die Kurve dann auch als Cosinus darstellen: $I(\theta) = \dfrac{I_0}{9}(2\cos 2nd + 1)^2$ mit $n = k\sin\theta$.

(b) Das erste Minimum tritt dort auf, wo der Zähler der Intensität 0 wird, also $N\alpha = \frac{3}{2}kd\sin\theta = n\pi$. Setzen wir $k = 2\pi/\lambda$, so erhält man nach Umformung $\sin\theta = \frac{\lambda}{3d}$. Für $n \neq N$ ist dies tatsächlich ein Minimum, für $n = N$ aber ein Maximum, weil dann der Nenner auch gegen Null geht, damit der Gesamtausdruck gegen N [**2 Punkte**].

(c) Die Hauptmaxima treten dort auf, wo der Nenner gegen Null geht, also für kleine Argumente. Dann hat man die Bedingung: $\sin N\alpha/\sin\alpha = N$. Dies ist für $\alpha = n\pi$ mit $n \epsilon \mathbb{Z}$ der Fall. Man hat also: $\alpha = n\pi = \frac{kd}{2}\sin\theta = \frac{2\pi d}{2\lambda}\sin\theta \Leftrightarrow \sin\theta = n\lambda/d$. Dies bedeutet, dass die Lage der Hauptmaxima unabhängig von N ist [**3 Punkte**].