Technische Universität München
Physik Department

Theoretische Physik T70
B. Garbrecht, Wenyuan Ai

Theoretische Physik 2 (Elektrodynamik)

Wintersemester 2016/17

Freitag, 23.12.16, 10:15–11:45 in Hörsaal 1.

Probeklausur Semestermitte Diese Klausur wird in den Übungen vom 9.1. - 13.1.17 besprochen.

Aufgabe 1: Kurze Fragen — 10 Punkte

Sofern nicht durch Worte wie *zeigen* oder *berechnen* anderes verlangt wird, genügt es, bei den kurzen Fragen, die Ergebnisse ohne Herleitung anzugeben.

1.1 Geben Sie kurz und präzise an, was Dirchlet- und Neumann-Randbedingungen in der Elektrostatik sind. (1 Punkt)

1.2 Welche Kraft wirkt auf eine Punktladung q_1 am Ort $\mathbf{x}_1$ in Gegenwart einer Ladung q_2 am Ort $\mathbf{x}_2$? (1 Punkt)

1.3 Was ergibt $\Delta_x \frac{1}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}$? (1 Punkt)

1.4 Geben Sie den Satz von Gauß in seiner differentiellen Form und seiner Integralform an. (2 Punkte)

1.5 Zeigen Sie, daß in der Elektrostatik die Arbeit, welche notwendig ist, eine Ladung von einem Punkt $\mathbf{x}_A$ zu einem anderen Punkt $\mathbf{x}_B$ zu tranportieren, wegunabhängig ist. (2 Punkte)

1.6 Berechnen Sie die Energie des elektrischen Feldes, welches von einer Kugel R mit gleichförmig verteilter Oberflächenladung Q erzeugt wird. (2 Punkte)

1.7 Zeigen Sie, daß $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \mathbf{b}\,(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}) - \mathbf{c}\,(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$. Identitäten für Kontraktionen der ε-Tensoren dürfen vorausgesetzt werden. (1 Punkt) HINT $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{lmk} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl}$

Aufgabe 2: Geladener Ring — 7 Punkte

Gegeben sei ein Kreisring mit Radius a und homogen verteilter Ladung Q. Drücken Sie das Potential als eine Reihe in Legendrepolynomen aus.

Hinweis:

$$\frac{1}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|} = \sum_{l,m} \frac{4\pi}{2l+1} \left[\theta(x'-x)\,\frac{x^l}{x'^{l+1}} + \theta(x-x')\,\frac{x'^l}{x^{l+1}}\right] \times Y^*_{lm}(\theta',\varphi')Y_{lm}(\theta,\varphi)\,,$$

$$Y_{lm}(\theta,\phi) = \sqrt{\frac{2l+1}{4\pi}\frac{(l-m)!}{(l+m)!}} P_l^m(\cos\theta)\, e^{im\phi}\,. \tag{1}$$

HINT:

$P_{2n+1}(0) = 0$

$P_{2n}(0) = \frac{(-1)^n (2n-1)!!}{2^n n!}$

Aufgabe 3: Zwei leitende Platten im rechten Winkel zueinander — 10 Punkte

Das Volumen $V = \{\mathbf{x} : 0 \leq x_1 \leq \infty, 0 \leq x_2 \leq \infty, -\infty \leq x_3 \leq \infty\}$ sei durch geerdete Metallplatten begrenzt.

(a) Bestimme das Potential ϕ einer Punktladung q am Ort $\mathbf{x} = (a, b, 0)^T$, wobei $a, b > 0$. (3 Punkte)

(b) Welche Kraft wirkt auf q? (3 Punkte)

(c) Geben Sie für eine allgmeine Ladungsverteilung $\rho(\mathbf{x})$ innerhalb von V das Potential ϕ in Integralform an, wenn ϕ eine auf den Platten vorgegebene Funktion ist. (4 Punkte)

Aufgabe 4:
Mutlipolfeld eines homogen geladenen Stabes **13 Punkte**

Ein Stab der Länge l sei in z-Richtung orientiert und befinde sich mit dem Zentrum im Ursprung des Koordinatensystems. Er trage außerdem die homogene Ladungsverteilung Q.

(a) Finden Sie das Monopolmoment q und das Dipolmoment $\mathbf{p}$. (4 Punkte)

(b) Berechnen Sie den Quadrupoltensor Q_{ij}. (4 Punkte)

(c) Bestimmen Sie alle Multipolmomente q_{lm} bis hin zu $l = 2$. (5 Punkte)

Hinweis:

$$
\begin{aligned}
Y_{00} &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}}\,, \\
Y_{11} &= -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin\theta\, e^{i\phi}\,, \\
Y_{10} &= \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta\,, \\
Y_{22} &= \frac{1}{4}\sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2\theta\, e^{2i\phi}\,, \\
Y_{21} &= -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin\theta\, \cos\theta\, e^{i\phi}\,, \\
Y_{20} &= \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\right).
\end{aligned}
$$

HINT $q_{lm} = \int Y_{lm}^* (\phi', \varphi') \, r'^l \rho(\vec{x}') \, d^3x'$