

**Klausur zur Vorlesung Kern-, Teilchen- und Astrophysik I**  
**Prof. Dr. S. Schönert, Prof. Dr. W. Hollik**  
**Wintersemester 2011/12**  
**27.02.2012**

Es sind keine Hilfsmittel wie Vorlesungs- oder Übungsunterlagen zugelassen. Nicht erlaubt sind insbesondere Mobiltelefone, Notebooks oder ähnliche Hilfsmittel.

**Aufgabe 1 : Theorie**

- a. Was ist ein  $\beta^+$  und ein  $\beta^-$  Zerfall? (1p)
- b. Welches Neutrinospektrum erwarten sie für einen Elektroneinfang (Electron capture, EC) und begründen sie. (1p)
- c. Welchen Wert hat  $\hbar c$  (in SI Einheiten) und Bedeutung. (1p)
- d. Welchen Wert hat  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c}$  (in SI Einheiten, in Theorieteil der Vorlesung:  $\frac{e^2}{4\pi}$ ) und Bedeutung für QED. (1p)
- e. Überlegen Sie anhand der Massenparabeln warum in einige Fällen nur doppelten Beta-Zerfall geben kann. (1p)
- f. Wie lautet die Klein-Gordon-Gleichung ? (1p)
- g. Wie lautet die Nettoreaktions-Gleichung beim pp-Fusionszyklus? Wie groß ist die gesamte Energiefreisetzung? (1p)

**Aufgabe 2 : Kinematik**

Am LHC werden  $^{208}\text{Pb}^{82+}$  Ionen mit  $E = 2,76 \text{ TeV/Nukleon}$  zur Kollision gebracht.

- a. Wie groß ist die Schwerpunktsenergie? (1p)
- b. Wie groß ist die Umlauffrequenz eines Pb-Ions im LHC? Der Umfang des LHC beträgt 27 km (2p)
- c. Wie groß müsste die Energie eines Protons sein, damit bei einem Stoß mit einem ruhenden Blei-atom die gleiche Schwerpunktsenergie vorliegt? (2p)

**Aufgabe 3 : Wechselwirkung von Strahlung mit Materie**

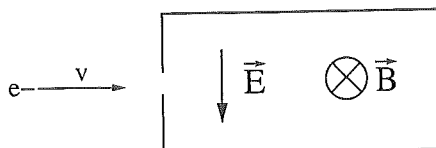
- a. Skizzieren sie den Absorptions-Koeffizienten für Photoeffekt, Compton-Streuung und Paarerzeugung als eine Funktion der Energie. Verwenden sie dabei den semi-logarithmischen Graphen auf der Rückseite des Deckblattes. (1p)
- b. Ein Photon mit 2,6 MeV Energie streut an einem ruhenden Elektron. Welchen Wert hat der Streuwinkel, wenn die kinetische Energie des Elektrons nach dem Stoß 2,0 MeV beträgt? (2p)
- c. Wie groß ist die maximal mögliche kinetische Energie für das Elektron? (1p)

- ✓ d. Skizzieren Sie ein typisches  $\gamma$ -Spektrum und beschreiben Sie die jeweiligen Charakteristiken. Kennzeichnen Sie im Spektrum die Position der maximalen Rückstoßenergie des Elektrons aus c). (1p)
- ✓ e. Kann man ein 2 MeV Elektron mit einem Wasser-Čerenkov-Detektor nachweisen? Begründen Sie Ihre Antwort. Der Brechungsindex von Wasser beträgt  $n = 1,33$ . (2p)
- ✓ f. Nennen Sie zwei andere Prozesse (neben der Emission von Čerenkov-Licht), über die Elektronen beim Durchgang durch Materie Energie verlieren können? (1p)

#### ✓ Aufgabe 4 : Geschwindigkeitsfilter

Ein Geschwindigkeitsfilter kann mit aufeinander senkrecht stehenden, homogenen E- und B-Feldern konstruiert werden. Die Stärke der Felder muss derart ausgelegt werden, dass die Teilchen mit der gewünschten Geschwindigkeit den Filter passieren können. Für den unten stehenden Aufbau bedeutet das, dass sich die elektrische und magnetische Kraft für Teilchen mit der gewünschten Geschwindigkeit gerade kompensieren.

- a. Eine Spannung von 2 kV sei an den beiden Platten zur Erzeugung des E-Felds angelegt und die beiden Platten haben einen Abstand von 2 cm. Welchen Wert muss die Stärke des B-Felds haben, um Teilchen mit einer Geschwindigkeit von  $0,2 c$  mit dem Filter auszuwählen. (2p)
- b. Welchen Wert haben der Impuls und die kinetische Energie für den Fall, dass die Teilchen Elektronen sind ( $m_e = 0,511 \text{ MeV}/c^2$ )? (2p)



#### Aufgabe 5 : Formfaktoren der Kerne

Die elastische Streuung von Elektronen an einem punktförmigen spinlosen Target wird durch den Mott-Wirkungsquerschnitt  $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott}$  beschrieben.

- a. Wie muss die Formel für den Rutherford-Wirkungsquerschnitt verändert werden, damit der Spin des Elektrons berücksichtigt wird? (1p)
- b. Wie muß die Formel für den Wirkungsquerschnitt modifiziert werden, wenn man statt an einem punktförmigen Teilchen an einer ausgedehnten Ladungsverteilung streut? Welche Beziehung besteht zwischen dem Formfaktor und der räumlichen Verteilung der Ladung? (1p)
- c. Wie sieht der Formfaktor für eine punktförmige Ladung aus? Und für eine homogen geladene Kugel? (kleine Skizze!) Skizzieren Sie die zu den jeweiligen Ladungsverteilungen gehörigen Formfaktoren und benennen Sie deren Funktionsverlauf. (1p)

#### Aufgabe 6 : Supernova

Ein Neutronenstern mit der Masse  $M = 1,5 \cdot M_{\odot}$  ( $\approx 3,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$ ) und einem Radius  $R \approx 10 \text{ km}$  ist der Rest einer Supernova. Das Material des Sterns stammt vom Eisenkern ( $R \gg 10 \text{ km}$ ) der Supernova.

- Wieviel Energie wurde während der Lebensdauer des Muttersternes durch die Umwandlung von Wasserstoff in Eisen frei? (Die Bindungsenergie von  $^{56}\text{Fe}$  ist  $B = 8,79 \text{ MeV/Nukleon}$ . Sämtliche Neutronen waren Nukleonen des Eisensterns. Berücksichtigen Sie nur diese Masse für die Energieberechnung.) (2p)
- Wieviel Energie wurde bei der Implosion des Eisenkerns zum Neutronenstern frei? (2p)
- In welcher Form wurde die Energie abgestrahlt? (1p)

### Aufgabe 7 : Dirac-Gleichung und Spinoren

Mit  $u(p)$  werden die Spinoren im Impulsraum für Teilchen mit Impuls  $p$  bezeichnet.

- Für ein Elektron im Ruhesystem seien die Spinoren gegeben durch

$$u_+(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad u_-(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Durch welche Observable sind  $u_+$  und  $u_-$  unterschieden? Was ist die Bedeutung der Indizes  $\pm$ ? (1p)

- Zeigen Sie, dass  $u(p) = (\not{p} + m)u(0)$  die Dirac-Gleichung im Impulsraum löst, wenn  $u(0)$  ein Elektron-Spinor im Ruhesystem ist und  $m$  die Masse des Elektrons. Hinweis:  $u(p)$  braucht dazu nicht explizit berechnet zu werden. (2p)
- Bestimmen Sie die explizite Form der Spinoren  $u_{\pm}(p) \stackrel{!}{=} (\not{p} + m)u_{\pm}(0)$  für ein Elektron mit Impuls in  $z$ -Richtung,  $\vec{p} = (0, 0, p)$ .  $u_{\pm}(0)$  sind dabei die Spinoren aus Teilaufgabe a). (2p)
- Zeigen Sie dass gilt:  $\Sigma^3 u_{\pm}(p) = \pm u_{\pm}(p)$ . Was ist die physikalische Bedeutung von  $u_{\pm}(p)$ ? (2p)

---

Naturkonstanten:

Protonenmasse:  $M_p = 938,272046(21) \text{ MeV}/c^2 = 1,672621777(74) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   
 Neutronenmasse:  $M_n = 939,565378(21) \text{ MeV}/c^2 = 1,674927351(74) \cdot 10^{-27} \text{ kg}$   
 Elektronenmasse:  $M_e = 0,510998928(11) \text{ MeV}/c^2$   
 Elementarladung:  $1,602176462(63) \cdot 10^{-19} \text{ C}$   
 $1 \text{ eV} = 1,602176462(63) \cdot 10^{-19} \text{ J}$   
 Gravitationskonstante  $G = 6,673(10) \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$