

1 Quickies (10 Punkte)

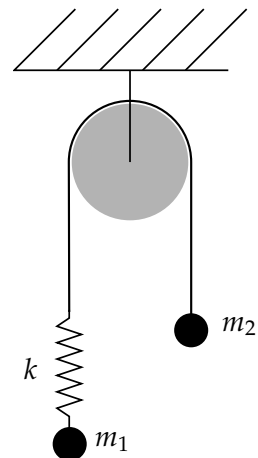
Beantworten Sie die Fragen und geben Sie eine möglichst kurze Erklärung.

- Geben Sie die nicht verschwindenden Hauptträgheitsmomente eines N_2 -Moleküls (zwei Punktmassen m mit festem Abstand l) an.
- Nehmen Sie an, die Erde würde in der Bewegung um die Sonne plötzlich stoppen. Geben Sie mit Hilfe der Keplerschen Gesetze die Zeit in Jahren an, bis die Erde auf Grund der Gravitation in die Sonne gestürzt ist.
- In welcher Richtung rotieren die Luftmassen um ein Tiefdruckgebiet auf der Nordhalbkugel?
- Zwei Menschen unterschiedlicher Masse rollen mit identischen Fahrrädern (das Trägheitsmoment der Reifen sei Θ) eine schiefe Ebene herab. Begründen Sie, welcher Fahrer am Ende der schiefen Ebene die höhere Geschwindigkeit hat. Vernachlässigen Sie die Luftreibung.
- Geben Sie die Hamiltonfunktion eines eindimensionalen, harmonischen Oszillators an und leiten Sie die kanonischen Bewegungsgleichungen ab.

2 Atwoodsche Fallmaschine mit Feder (10 Punkte)

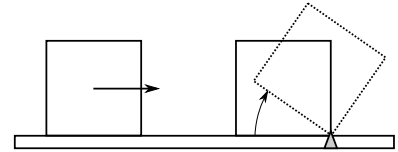
In eine Atwoodsche Fallmaschine mit zwei gleichen Massen m , einem masselosen Seil der Länge L und einer masselosen Rolle mit Radius R ist eine Feder mit der Federkonstanten k und Gleichgewichtslänge l eingebaut. Die Massen können sich nur in der Vertikalen bewegen und sind dem Schwerfeld $-ge_z$ ausgesetzt.

- Stellen Sie die Lagrange-Funktion des Systems auf, wobei die Höhen der Massen gegenüber der Rollenachse mit z_1 und z_2 bezeichnet werden.
- Geben Sie die Bewegungsgleichungen an und bestimmen Sie die allgemeine Lösung.
- Unter welcher Bedingung enthält die Bewegung beider Massen keinen oszillierenden Anteil?



3 Überkippen eines Würfels (10 Punkte)

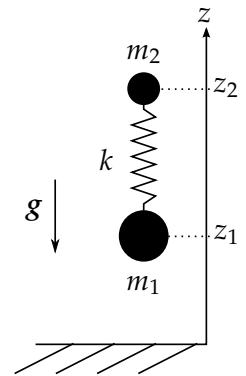
Ein homogener Würfel mit Kantenlänge a und Masse m gleitet zunächst reibungsfrei entlang der x -Achse mit konstanter Geschwindigkeit v parallel zu vier Kanten über eine horizontale, glatte Fläche. Eine leicht klebrige Schwelle von vernachlässigbarer Höhe stoppt dann die vordere, untere Kante des Würfels.



- Zeigen Sie, dass das Trägheitsmoment des Würfels bei Rotation um eine Kante $\Theta = \frac{2}{3}ma^2$ ist.
- Bestimmen Sie die Winkelgeschwindigkeit unmittelbar nach dem Anstoßen. Welche Energie wird beim Anstoßen von der Schwelle absorbiert?
- Wie groß muss die anfängliche Geschwindigkeit v mindestens sein, damit der Würfel nicht zurück fällt sondern über die Schwelle kippt?

4 Molekül (10 Punkte)

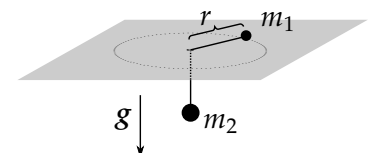
Die Bewegung zweier durch eine Feder (Federkonstante k , Gleichgewichtslänge l) verbundener Massen m_1 und $m_2 < m_1$ sei auf die z -Achse, welche gleich der Symmetrieachse ist, eingeschränkt. Das System falle zunächst frei aus der Höhe h (Abstand der unteren Masse zum Boden) im homogenen Schwerfeld g , wobei die beiden Massen stets den Abstand l behalten und die größere Masse unten ist. Zum Zeitpunkt $t = 0$ stoße die untere Masse am Boden total elastisch auf (instantane Umkehr der Geschwindigkeit). Nehmen Sie an, dass genau ein Stoß mit dem Boden stattfindet.



- Formulieren Sie die Bewegungsgleichungen für die Koordinaten der Massen z_1 und z_2 für $t > 0$.
- Führen Sie Schwerpunkts- und Relativkoordinate ein
$$z_S = \frac{m_1 z_1 + m_2 z_2}{m_1 + m_2}, \quad z_R = z_2 - z_1$$
 und geben Sie die Bewegungsgleichungen dafür an.
- Geben Sie die Anfangswerte für z_S , z_R und die Geschwindigkeiten unmittelbar nach dem Stoß bei $t = 0$ an und bestimmen Sie die zugehörige Lösung der Bewegungsgleichungen.
- Wie hoch steigt der Schwerpunkt des Systems nach dem Stoß? Benutzen Sie die Energieerhaltung in der Schwerpunktsbewegung.

5 Bonusaufgabe (3 Punkte)

Ein Faden läuft durch ein Loch in einer horizontalen Platte. An den beiden Enden seien Massen m_1 und m_2 befestigt. m_1 bewege sich mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht zum Faden reibungsfrei auf der Platte, während m_2 stets senkrecht im Schwerfeld hängt.



- Wie groß muss $|v_0|$ sein, damit sich der stationäre Zustand einstellt, in dem der Abstand von m_1 zum Loch stets r_0 ist?
- Welche Größe ist allgemein neben der Energie erhalten? Kann m_1 bei $|v_0| \neq 0$ durch das Loch fallen?