说明文档

田婧 2020.9.7

本文档针对本文件夹中的程序进行说明，运行时，可以和学位论文《水声双扩展信道中的多载波通信技术研究》进行相互对照。

首先，请运行根目录下的 Run_me_first.m 文件，将当前文件夹中的所有子文件夹添加至工作路径。

本文件夹中共有 4 个一级子文件夹，分别为 plot_file (画图文件)，mat_file (数据文件)，functions (函数)，以及 demo (示例程序)。其中，plot_file 与 mat_file 中的文件均以 “fig_ 数字 m_ 数字 n” 的方式命名，表示博士论文中第 m 章第 n 个图，如有后缀字母 a，则代表其中的子图 (a)。除示意图外，博士论文中所有的实验和仿真图片均包含其中。functions 文件夹则存放函数，其下分为若干个子文件夹，它们中的某些为作者从网络上下载的代码，由已发表期刊文献的原作者提供，每个子文件夹的后缀都注明了作者的名字，具体对应的工作见其文件夹内的说明文档。func_JingTian 则存放作者本人所编写的代码，该部分命名规律较为直白，比较常用的有，前缀 gen 代表 generate，mod 代表 modulate，demod 代表 demodulate，mf 代表 matched filtering，zf 代表 zero forcing，含有 FreqDom 字样则代表在频域实现等。大部分函数中，如果核心部分用到了某篇文献的算法，则会在注释中标明该篇文献的 DOI。demo 文件夹则存放了几个系统性的示例程序，请运行其中以 “demo + 数字” 方式命名的主程序，包括：

1) demo1：针对 OFDM 系统，基于匹配追踪算法的二维稀疏信道估计；
2) demo2：针对 OFDM 系统，传统频域插值与变换域信道估计算法的对比；
3) demo3：利用 HGL 向量合成时频同性离散滤波器，对应学位论文第5.2节；
4) demo4：针对 C-FBMC 系统，利用辅助数据合成无干扰频域导频，对应学位论文第5.3节；

本文件夹中，由作者所编写的程序均已尽可能做到了向量化，以提高运行速度。以下将对各个 demo 文件进行简要说明。

I. DEMO1 – OFDM 二维稀疏信道估计之信道矩阵的计算

周胜利等人于 2010 年针对 OFDM 系统提出了基于匹配追踪 (basis pursuit, BP) 的二维信道估计方法 [1]，后文将其简称为 BP。他们之后的一系列工作依旧以 BP 为核心展开，并在其基础上进行了不同方面的改进，如逐步均衡 (progressive equalization)[2]，频域升采样等 [3]。BP 方法性能强大，尤其对多径具有不一致多普勒因子的稀疏双扩展信道估计性能良好。尽管其具有计算量大、数据存储需求量大、频谱利用率较低以及对模型匹配度的依赖性较高等缺点，该工作仍然产生了较大的影响力，并对后人的研究具有启示作用。BP 方法最繁琐的步骤在于信道矩阵的计算。本文档将详述信道矩阵的计算过程，并指出容易在细节上出现的一些小问题。

本计算过程在常规 OFDM 的基础上还考虑到了加窗以及频域升采样的影响，正因如此，本计算过程仅针对 ZP-OFDM，特此强调。后续推导过程中常见的符号含义汇总于表 I。

TABLE I: 不同符号及其对应含义

T	OFDM 符号周期	T_{g}	块间保护间隔时长	K	子载波个数	$g(t)$	窗函数
β	窗函数滚降因子	f_{c}	中心频率	f_{s}	通带采样频率	M	接收端频域升采样倍数
N_{pa}	多径条数	A_p	第 p 条多径幅度	τ_p	第 p 条多径相对时延	α_p	第 p 条多径相对多普勒因子

假设某个 OFDM 系统具有 K 个子载波，为了高效利用 FFT 算法，K 一般选取为 2 的整数幂。待发送数据为 $\{s[k]\}$, $k \in [-K/2, K/2-1]$，OFDM 子载波间隔为 $\Delta f = 1/T$，T 代表基本符号周期。发送端采用 $g(t)$ 作为窗函数进行波形成型，中心频率取为 f_{c}，则单个 OFDM 块 (不考虑 ZP) 的通带解析表达式为:

$$x(t) = \sum_{k=-K/2}^{K/2-1} s[k] \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_{\mathrm{c}}+\frac{k}{T})t} g(t)\,, \tag{1}$$

周胜利体系的假设是信道中每条路径具有不同的多普勒因子,即 path-specific Doppler。程序中使用 add_channel 函数施加信道效应，其机理是首先用 Matlab 函数 interp1 对通带信号进行重采样，然后将重采样后的序列延迟若干个样本，并乘上该条路径的幅度。之所以选用 interp1 函数实现插值，是因为实际中残余的相对多普勒因子较小，往往在 10^{-4} 数量级及以下，而其他的重采样函数，如采用多相结构实现的 resample 函数，$y = \mathrm{resample}(x, P, Q)$ 要求 P，Q 均为整数，Q/P 表示前后采样率的比值。10^{-5} 数量级的相对多普勒因子要求 P，Q 均在 10^6 以上，resample 函数不支持如此大的 P，Q 值，因此，对于小的多普勒值必须采用 interp1 函数进行重采样 (当然，还可以采用频域重采样等方式，此处不做展开)。该过程的数学描述如下:

$$\begin{aligned} r(t) &= \sum_{p=0}^{N_{\mathrm{pa}}} A_p x\left(\frac{t-\tau_p}{1+\alpha_p}\right) \\ &= \sum_{p=0}^{N_{\mathrm{pa}}} A_p \sum_{k=-K/2}^{K/2-1} s[k] \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_{\mathrm{c}}+\frac{k}{T})(\frac{t-\tau_p}{1+\alpha_p})} g\left(\frac{t-\tau_p}{1+\alpha_p}\right), \end{aligned} \tag{2}$$

其中，α_p 表示第 p 条路径的相对多普勒因子，τ_p 表示相对时延，A_p 表示幅度，N_{pa} 则表示多径的条数。注意，(2)和 [1][3] 之中的形式略有不同。首先，多普勒伸缩因子出现在了分母中，而不是直接作为 t 的系数出现。这两者本质上没有区别，差别只在于多普勒因子定义的不同。这一改动是为了和 interp1 函数的参数输入习惯保持一致，以免在细节处引起混淆。其次，时延的定义略有不同，为经过多普勒伸缩后的相对时延。τ_p 在实际中取连续值，但是仿真时只能对离散样本点进行延迟，因此延迟的点数 N_p 需要用通带采样频率 f_{s} 进行归一化并取近似 $N_p = \mathrm{round}(f_{\mathrm{s}}\tau_p)$。总之，计算时应额外注意多普勒以及时延的定义方式。

忽略噪声，并假设接收端频域进行了 M 倍的升采样，则接收信号经过与第 m 个子频率 $f_m = m/MT$ (注意，此处 f_m 可能代表子载波的分数间隔) 的匹配滤波后变为:

$$z(f_m) = \sum_{k=-K/2}^{K/2-1} s[k] \sum_{p=1}^{N_{\mathrm{pa}}} \underbrace{\int_0^{(1+\beta)T+T_{\mathrm{g}}} A_p\, g\left(\frac{t-\tau_p}{1+\alpha_p}\right) \mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi(f_{\mathrm{c}}+\frac{k}{T})(\frac{t-\tau_p}{1+\alpha_p})} \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_{\mathrm{c}}+\frac{m}{MT})t}\, \mathrm{d}t}_{H_{m,k}^{(p)}}\,, \tag{3}$$

其中 $H_{m,k}^{(p)}$ 代表第 p 条路径下，第 k 路子载波对第 m 个频点的贡献。注意，k 的范围是 $k \in [-K/2, K/2-1]$，m 的范围为 $m \in [-\frac{MK}{2}, \frac{MK}{2}-1]$，因此，$H_{m,k}^{(p)}$ 代表信道矩阵 $\boldsymbol{H}^{(p)}$ 的第 $(m+\frac{MK}{2}, k+\frac{K}{2})$ 个元素 (位置从 0 开始计数)。计算时，要特别注意上述位置索引的对应关系，比如合成 OFDM 信号时是否采用了 ifftshift 操作 (对应(1)中 k 从负频率开始) 等细节，接收端要和发送端保持一致。本文档默认收发端均进行

了 ifftshift/fftshift 操作。采用 $M>1$ 的升采样时，$\boldsymbol{H}^{(p)}$ 不是方阵。数字接收机中，对各个频点的匹配滤波是用 FFT 实现的。$M>1$ 时，需要将接收序列补零至 MK 长度；$M=1$ 时则无需补零，频域样本数等于子载波个数 K，而小于时域样本数 $\lfloor(1+\beta+T_{\mathrm{g}}/T)K\rfloor$，此时相当于传统的重叠相加 (overlap-add) 接收。令 $t'=\frac{t-\tau_p}{1+\alpha_p}$，化简可得：

$$
\begin{aligned}
H_{m,k}^{(p)} &= (1+\alpha_p)A_p \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_{\mathrm{c}}+\frac{m}{MT})\tau_p}\int g(t')\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f'_{m,k}t'}\,\mathrm{d}t' \\
&= (1+\alpha_p)A_p \mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi(f_{\mathrm{c}}+\frac{m}{MT})\tau_p}\cdot G(f)|_{f=f'_{m,k}}\,, \qquad (4)
\end{aligned}
$$

$$
f'_{m,k}=(f_{\mathrm{c}}+\frac{m}{MT})(1+\alpha_p)-(f_{\mathrm{c}}+\frac{k}{T})\,, \qquad (5)
$$

上式(4)中 $G(f)$ 代表 $g(t)$ 的傅立叶变换，省略了积分限，$f'_{m,k}$ 同时依赖于 m 和 k，(4)(5)和 [3] 中对应公式的区别在于这里直接假设 α_p 是经过补偿的残余多普勒因子，因此并未引入额外的多普勒频移 ϵ 变量。令 $g[n]$ 表示 $g(t)$ 以基带采样率 K/T 采样所得的离散序列，用 $g[n]$ 的离散时间傅立叶变换 (DTFT) 近似 $g(t)$ 的连续时间傅立叶变换如下：

$$
\bar{G}(f)=\sum_{n=0}^{N-1} g[n]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{f}{K/T}n}, \qquad (6)
$$

其中 N 代表 $g[n]$ 的长度。将 $f'_{m,k}$ 代入可得：

$$
\bar{G}(f'_{m,k})=\sum_{n=0}^{N-1} g[n]\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi[(f_{\mathrm{c}}T+\frac{m}{M})(1+\alpha_p)-(f_{\mathrm{c}}T+k)]n/K}\,. \qquad (7)
$$

令 $\xi_p=(1+\alpha_p)A_p\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi f_{\mathrm{c}}\tau_p}$；定义对角矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}_p$，其对角线上的元素为 $\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{m}{MT}\tau_p}$ 按 m 升序排列；再定义矩阵 $\boldsymbol{\Gamma}_p$，其第 $(m+\frac{MK}{2},k+\frac{K}{2})$ 个元素为 $\bar{G}(f'_{m,k})$，则(4)可以写成矩阵的形式如下

$$
\boldsymbol{H}^{(p)}=\xi_p\boldsymbol{\Lambda}_p\boldsymbol{\Gamma}_p\,, \qquad (8)
$$

其中 $\boldsymbol{\Gamma}_p$ 的计算最为复杂。对某个固定的 k 而言，$\bar{G}(f'_{m,k})$ 可以视作关于 m 的函数 $G[m]$。观察(7)可知，$G[m]$ 表示沿着 $g[n]$ 之 z 变换的单位圆分析若干个等相位间隔的点。OFDM 系统中通常假设子载波间干扰 (ICI) 只蔓延至相邻的 D 个子载波 (不含自身)，换言之信道矩阵 $\boldsymbol{H}^{(p)}$ 中只有行数与列数之差的绝对值不大于 MD 处才具有非零值，上述假设称作带状结构 (banded structure)。因此，对每个 k 而言需要分析的频点数只有 $2MD+1$，远小于 MK，说明(7)可以利用 chirp-Z 变换 (CZT) 高效实现。当前分析的 k 路子载波对应的输出频带中心位置为 $m_k=kM$，$G[m]$ 取非零值对应的 m 范围是 $[(k-D)M,(k+D)M]$，对应 $\boldsymbol{H}^{(p)}$ 的第 $k+\frac{K}{2}$ 列中第 $(k+\frac{K}{2}-D)M \bmod MK$ 行至 $(k+\frac{K}{2}+D)M \bmod MK$ 行的元素。定义变量 $m'=m-(k-D)M$，并令

$$
A=\mathrm{e}^{\mathrm{j}2\pi\left[(\frac{f_{\mathrm{c}}T}{K}+\frac{k}{K})\alpha_p-\frac{D(1+\alpha_p)}{K}\right]}\,, \qquad (9)
$$

$$
W=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}2\pi\frac{1+\alpha_p}{MK}}\,, \qquad (10)
$$

则(7)可以用 CZT 的经典定义形式表示如下：

$$
G[m']=\sum_{n=0}^{N-1}\underbrace{g[n]A^{-n}}_{y[n]}W^{nm'},\ m'=0,1,\cdots,2MD\,. \qquad (11)
$$

CZT 的直接实现需要将序列 $y[n]$ 补零至长度为 $2^{\lceil\log_2(N+2MD)\rceil}$，其中 $\lceil\cdot\rceil$ 代表向上取整。以一个子载波个数为 $K=1024$ 的典型 OFDM 符号为例，$M=1$ 以及 $M=2$ 时，CZT 内部需要进行的 IFFT 点数分别

为 2048 和 4096，这是非常不经济的做法。因此，我们进一步采用分段 CZT 来降低计算量。将(11)中的序列 $g[n]$ 分为 S 个子段如下，每段长度为 L，使得 $N=LS$，

$$g_i[n]=g[n+iL],\ n=0,1,\cdots,L-1\,, i=0,1,\cdots,S-1, \tag{12}$$

则(11)可写作：

$$\begin{aligned}G[m'] &= \sum_{i=0}^{S-1}\sum_{n=0}^{L-1} g[n+iL]A^{-(n+iL)}W^{(n+iL)m'}\\ &= \sum_{i=0}^{S-1} A^{-iL}W^{im'L}\sum_{n=0}^{L-1} g_i[n]A^{-n}W^{nm'}\\ &= \sum_{i=0}^{S-1} A^{-iL}W^{im'L}\mathrm{CZT}_{A,W}\{g_i[n]\},\ m'=0,1,\cdots,(2D+2)M-2\,,\end{aligned} \tag{13}$$

可见，只需对长度为 L 的子段做 S 组 CZT，最后将结果进行加权求和即可。分段 CZT 的功能由 segcztResample 函数实现。选择 L 和 S 需注意，出于 CZT 中的补零操作考虑，L 不是越小越好，应使得 L 的长度和 $(2D+2)M-2$ 接近。否则 FFT/IFFT 的维度将主要由 $(2D+2)M-2$ 决定，则此时 L 越小，segcztResample 反而需要进行更多组长度不变的子 CZT，效率反而越低。

二维信道的搜索网格点由时延点和多普勒点交织而成，离散化操作必然导致上述网格点只是对真实时延、多普勒的近似。OFDM 系统的基带采样率为 K/T，恰好等于系统的奈奎斯特频率，则沿时延轴的采样率必须不低于上述频率，否则会导致信道响应的频谱混叠，实际中为保证性能，不妨采用 K/T 的两倍及以上采样率 (根据实践，两倍即可，过高的时延分辨率将会显著增加信道矩阵的个数)，采样范围为 $[\,0\,,T_\mathrm{g}\,]$。另一方面，多普勒的搜索范围视信道的频率扩展情况而定，多普勒分辨率一般取为子载波间隔的 5% 左右为宜。以 $K=1024$，时延扩展 $T_\mathrm{g}=T/8$，时延分辨率取为 $T/2K$，信道单边多普勒扩展为子载波间隔的 30% 为例，则时延点有 $\lfloor 2KT_\mathrm{g}/T\rfloor+1=257$ 个，多普勒点有 $2\times 30/5+1=13$ 个，交织后共得到 3341 个网格点，这尚属信道扩展不甚严重的情况，且 SIMO 场景下数目更大。如果对每个时延-多普勒组合都直接计算信道矩阵则负担过重。由(8)可知，$\mathbf{\Lambda}_p$ 矩阵只和时延 τ_p 有关，而 $\mathbf{\Gamma}_p$ 矩阵只和多普勒 α_p 有关，所以对每个时延格点和多普勒格点分别计算一次即可，分别由函数 compute_Lambda_mtx 和 compute_Gamma_mtx 实现。全体格点处的信道矩阵可以调用上述结果，交织相乘得到，由 compute_chanmtxset 函数实现。此外，$\mathbf{\Gamma}_p$ 和 $\mathbf{\Lambda}_p$ 矩阵均具有高度稀疏性，用 sparse 函数将二者稀疏化可以显著减小存储容量并提高运算速度。注意，$\mathbf{\Gamma}_p$ 和 $\mathbf{\Lambda}_p$ 必须都进行稀疏化，因为 Matlab 中稀疏矩阵和非稀疏矩阵相乘将按非稀疏处理，使用时不妨注释掉其中一个 sparse 过程，对比将发现计算过程显著变慢。稀疏化后，以加载 2.5GHz 主频的 i7 处理器笔记本电脑为例 (Matlab2015b，单进程非并行)，全部 3341 个 2048×1024 维的矩阵算完也只要 12 秒左右。注意，实际应用中信道矩阵无需实时计算，因此提前全部算好存储在接收机中即可。demo1 脚本实现了 OFDM 的 BP 信道估计加 MMSE 均衡的全过程。运行时，信道矩阵和字典矩阵均设为实时计算，以方便任意地调整时延和多普勒扩展。其中最耗费时间的步骤实则是加载信道矩阵变量。如果使用时信道统计特性不发生变化，则蒙卡时无需重复 load 信道矩阵，请自行注释掉相应代码。随着时延和多普勒扩展的增大，信道矩阵的数目以及其中非零元的个数均会增大，其容量可达数个 G，如有必要，需使用save('matFileName.mat', ..., '-v.7.3')格式进行存储。

另一方面，MMSE 均衡采用了白噪声假设。由于 ZP 重叠相加以及频域升采样的缘故，噪声不再是白噪声，故此处实则是近似处理。更多分析请详见 [3]。

II. demo2 – 变换域信道估计算法

demo2 实现的是诸多变换域信道估计算法中最为简单的之一。据作者测试，该方法和传统的导频处单点相除并后续插值的方法相比，在绝大多数情况下能够显著提升系统的性能。变换域算法的实质是 noise elimination，因此对于加性噪声以及削峰、多普勒、non-sample spaced 时延等因素造成的子载波间干扰 (ICI) 具有较好的抑制作用。同时，变换域算法中全部导频处的响应均参与了运算，因此比单纯的插值法利用了更多的信息量。最后，变换回频域的过程实现了隐性插值功能。更多分析请详见 [4]。

估计出信道后，采用迫零 (zero-forcing, ZF) 和 MMSE 两种方式进行了均衡。由于信道采用对角假设，因此二者都只需进行单点相除，保留了 OFDM 系统均衡简单这一优点。同样的，由于 ZP 重叠相加的缘故，MMSE 均衡中的白噪声假设只是近似。观察变换域算法下 MMSE 均衡后的星座图，可见由于变换域算法已经实现了相当一部分的噪声消除功能，因此后续的对角加载值偏大，星座图明显向中心聚拢呈十字形，传统方法则不存在这一现象。

III. demo3 – HGL 滤波器合成

该部分推导详见学位论文第5.2节。由于复系数会造成模糊度函数在时频二维平面上的零点旋转，出于多载波系统对称性考虑，设计时仅使用实系数。设计时考虑了匹配收发滤波器 (iter_opt 函数与 sdp_lasso 函数) 与不同的收发滤波器 (asymm_real_altopt 函数) 两种情况，其中后者有可能提高更多自由度，但是会破坏 OQAM 系统在实数域的正交特性。另一方面，尽管所设计的是离散循环滤波器，但由于整数倍时延和频移处的等价性，该滤波器同样可以用于线性滤波器组多载波 (L-FBMC)。

IV. demo4 – 基于 AD 的无干扰频域导频合成

该部分推导详见学位论文第5.3节。该方法的优点不再赘述，在此指出其两个缺点：其一，会造成发送功率的浪费；其二，零点和导频点的安插不像在 OFDM 这样的正交机制下一样自由。这两点属于非正交机制的固有缺陷。

References

[1] BERGER C R, ZHOU S, PREISIG J C, et al. Sparse channel estimation for mul- ticarrier underwater acoustic communication: From subspace methods to com- pressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1708–1721.

[2] HUANG J, ZHOU S, HUANG J, et al. Progressive inter-carrier interference equal- ization for ofdm transmission over time-varying underwater acoustic channels[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2011, 5(8): 1524–1536.

[3] WANG Z, ZHOU S, GIANNAKIS G B, et al. Frequency-domain oversampling for zero-padded ofdm in underwater acoustic communications[J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 2012, 37(1): 14–24.

[4] ÖZDEMIR M K, ARSLAN H. Channel estimation for wireless ofdm systems[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2007, 9(2): 18–48.