

## Velocità di convergenza metodi iterativi

Stima del numero  $K$  di iterazioni per ridurre l'errore iniziale di un fattore  $m$ .

$$\text{Se } \|e_K\| \leq 10^{-m} \|e_0\|$$

$$\text{Sappiamo che: } \|e_K\| \leq \|B^K\| \|e_0\| \leq 10^{-m} \|e_0\|$$

Il  $B$  è la matrice di iterazione.

$$\Rightarrow \|B^K\| \leq 10^{-m}$$

$$\rho(B^K) = (\rho(B))^K$$

$$(\rho(B))^K \leq 10^{-m}$$

ma poiché ci sia convergenza

$$K \log \rho(B) \leq -m$$

perché  $\rho(B) < 1$

$$K \geq \frac{m}{-\log \rho(B)}$$

Definiamo velocità asintotica di convergenza:

$$R = -\log \rho(B)$$

$$\Rightarrow K \geq \frac{m}{R}$$

Maggiore è  $R$  cioè più piccolo è  $\rho(B)$  e più veloce è la convergenza.