**Задача 5.**

Требуется вывести формулу численного дифференцирования второго порядка для нахождения второй производной функции с помощью разложения в базисные многочлены Лагранжа, предполагая, что даны значения функции в узлах и , где – некоторая константа, обозначающая шаг.



**Решение:**

Рассмотрим функцию и различных узлов.Тогда разложение в базисные полиномы Лагранжа имеет вид:

Найдем вторую производную этой функции:

Вспомним, что вторая производная для произведения двух функций имеет следующий вид:

Тогда с учетом выражения (3) найдем вторую производную остаточного члена и дадим ей обозначение :

При подстановке , получим следующие упрощения:

Тогда можно переписать для , сократив некоторые выражения:

Соединив все выше полученные выводы для , получим выражение численного дифференцирования для второй производной в узлах:

Теперь найдем вторую производную для нашего случая в точках.

В результате получим:

В точках соответственно будем иметь:

Видим, что вторая производная в точках отличается только остаточным членом. Найдем его в этих точках:

Остаточные члены для граничных точек получились первого порядка точности, в то время как центральный узел получился второго порядка, что логично.

Таким образом, мы получили формулу численного дифференцирования второго порядка для второй производной функции с помощью разложения в базисные многочлены Лагранжа: