**Задача 2.**

Требуется найти численное решение следующей задачи Коши с помощью метода Эйлера:

используя шаг . Дополнительно требуется найти точное решение указанной задачи Коши и сравнить полученные абсолютные погрешности вычислений с верхней границей глобальной погрешности метода Эйлера.

**Решение:**

Для решения задачи с помощью метода Эйлера искретизируем наши значения по времени:

где а – левая граница интервала (в данном случае ).

Произведем вычисления значений на каждом шаге:

Тогда:

Примем, что

Тогда найдем приближенное значение можно по следующей формуле:

Найдем значения.

Получили следующую последовательность точек, полученных с помощью метода Эйлера: .

Найдем аналитическое решение задачи Коши.

Для этого найдем решим ОДУ первого порядка:

Прологарифмируем правую и левую части уравнения 3:

Пусть теперь , тогда с учетом этого, получим:

Подставим решение условие задачи Коши и найдем параметр :

Подставим найденное значение в формулу 3 и приведем её к более удобному виду:

Точное решение найдем как значение функции в последний момент времени:

Найдем абсолютную погрешность метода Эйлера на последнем шаге:

Построим график для задачи Коши:

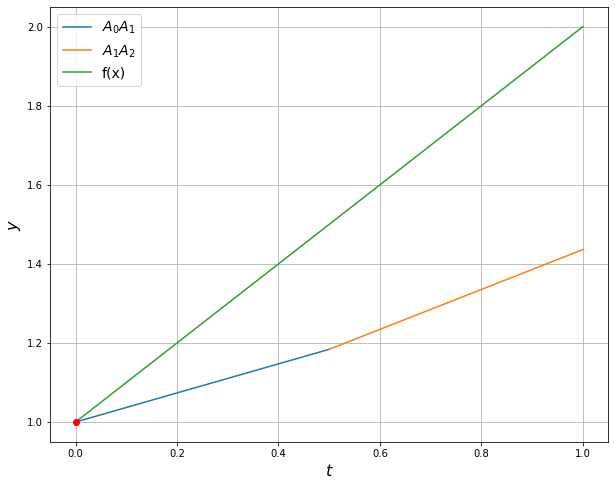


Рисунок 1. Зеленая кривая – точное решение задачи Коши, синяя и оранжевые кривые обозначают решение ОДУ методом Эйлера с начальным условием.

Рассмотрим интервал [0;1] более подробно и построим точное и приближенное значение по найденным ранее точкам.

По теореме о верхней границе глобальной погрешности метода Эйлера:

где .

На последнем шаге нет второй производной .