

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ “МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ)”

ФАКУЛЬТЕТ ИННОВАЦИЙ И ВЫСОКИХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКИ

Выпускная квалификационная работа по направлению
01.03.02 "Прикладные математика и информатика"
НА ТЕМУ:

**ВЕРИФИКАЦИЯ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ О НИЖНЕЙ
ОЦЕНКЕ ХРОМАТИЧЕСКОГО ЧИСЛА ПЛОСКОСТИ
В СИСТЕМЕ Coq**

Студент _____ Анюшева Е.Б.

Научный руководитель к.ф.-м.н. _____ Дашков Е.В.

МОСКВА, 2019

Оглавление

| | Стр. |
|---|-----------|
| Аннотация | 3 |
| Введение | 4 |
| 0.1 Хроматическое число плоскости. Задача Нелсона — Эрдёша — Хадвигера | 4 |
| 0.2 Система Soc. Описание, история, возможности, применения . . . | 5 |
| 0.3 Мотивировка задачи | 6 |
| 0.4 Обзор литературы | 6 |
| Глава 1. Построение графов через реализацию графа на плоскости | 7 |
| Глава 2. Реализация графа в Soc | 8 |
| Глава 3. Доказательство свойств раскраски малых графов в Soc | 9 |
| Глава 4. Алгоритм раскраски графа из статьи де Грея | 10 |
| 4.1 Работа алгоритма на Python | 10 |
| 4.2 Реализация алгоритма в Soc | 10 |
| Глава 5. Заключение | 11 |
| 5.1 Сравнительный анализ результатов | 11 |
| 5.2 Выводы | 11 |

Аннотация

В данной работы мы сделали то и это. Использовали Соq, красили графы, веселились.

Введение

0.1 Хроматическое число плоскости. Задача Нелсона — Эрдёша — Хадвигера

Граф G — это упорядоченная пара $G := (V, E)$, где V — непустое множество, а E — подмножество $V \times V$. Если $(u, v) \in E$, то вершины u и v называются *смежными*. Обозначение $u \sim v$.

Раскраска f графа G — это отображение из V в множество цветов. Раскраска f называется *правильной*, если $u \sim v \rightarrow f(u) \neq f(v)$

Хроматическое число графа — это минимальное количество цветов, в которые можно правильно раскрасить граф.

Граф единичных расстояний — это граф, вершинами которого являются некоторые точки евклидовой плоскости, а ребрами соединены все пары вершин, находящиеся на расстоянии 1.

Хроматическое число плоскости χ — это минимальное число цветов χ , в которое можно правильно раскрасить любой граф единичных расстояний.

Задача Нелсона — Эрдёша — Хадвигера заключается в нахождении хроматического числа плоскости. С 1950 года известно [3], что хроматическое число плоскости хотя бы 4 и не больше 7.

TODO: объяснить, почему, прикрепить картинки про 4 и 7, [2].

В апреле 2018 года Обри де Грей опубликовал статью, в которой доказал, что хроматическое число плоскости хотя бы 5. На момент написания работы задача является открытой. Данная работа фокусируется на уточнении неясных мест в данной статье, явных детерминированных конструкциях графов из статьи и верификации отдельных утверждений статьи в системе Coq.

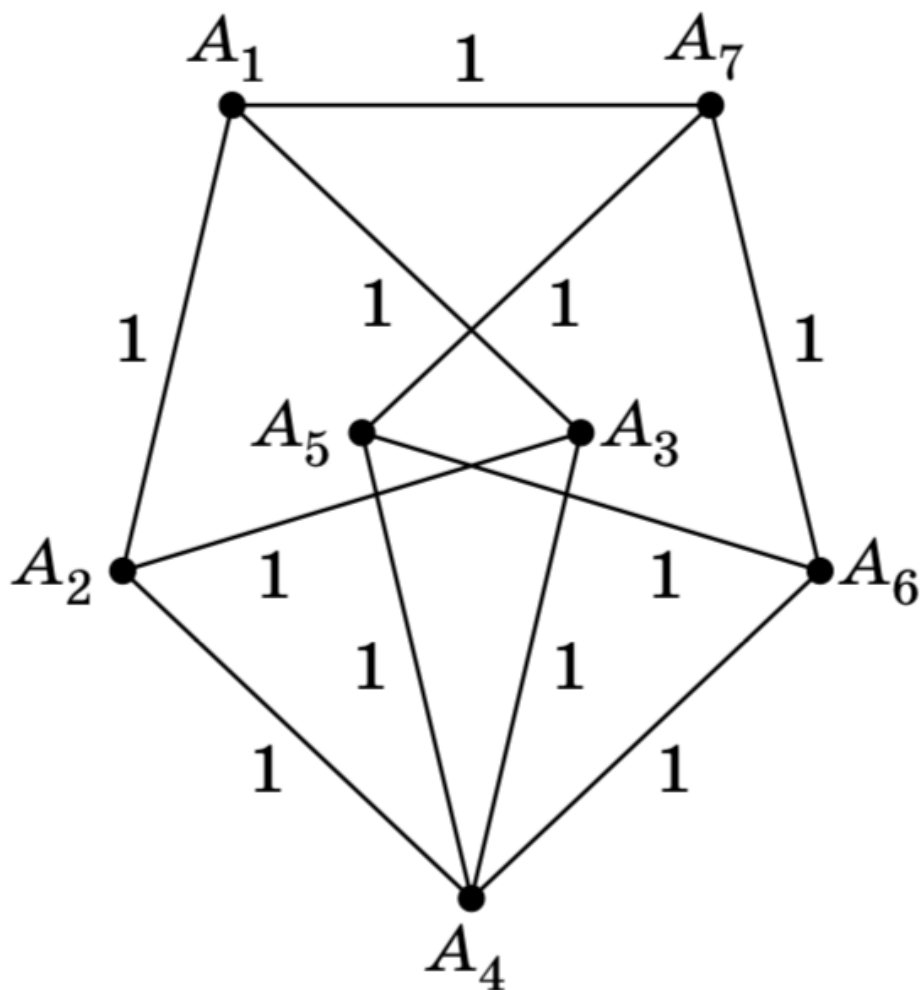


Рисунок 1 — Веретено Мозера

0.2 Система Соq. Описание, история, возможности, применения

История создания, история использования (сортировки, раскраска карты, [] что-нибудь.)

Какая логика? Че за изоморфизм там? Что такое Галина? Мы пользуемся Галиной? Что такое тактики?

Мы будем пользоваться представлением графа чувака автора учебника, [] учебник.



Рисунок 2 — Раскраска плоскости в 7 цветов

0.3 Мотивировка задачи

Краткое изложение структуры статьи де Грея, статья просится на верификацию.

0.4 Обзор литературы

1. Huele 2. Exoo, Geoffrey; Ismailescu, Dan

Пацаны проверили на SAT solver-е, кто-то придумал пример поменьше, кто-то графы по-другому делает.

Глава 1. Построение графов через реализацию графа на плоскости

Глава 2. Реализация графа в Соq

Глава 3. Доказательство свойств раскраски малых графов в Coq

Глава 4. Алгоритм раскраски графа из статьи де Грея

4.1 Работа алгоритма на Python

4.2 Реализация алгоритма в Coq

Глава 5. Заключение

5.1 Сравнительный анализ результатов

5.2 Выводы

Список литературы

1. A. de Grey, The chromatic number of the plane is at least 5, [arXiv:1804.02385](#), — 2018.
2. H. Hadwiger, Ueberdeckung des Euklidischen Raumes durch kongruente Mengen, *Portugaliae mathematica*, 4(4), 238-242 (1945).
3. A. Soifer, *The Mathematical Coloring Book*, Springer, 2008, ISBN-13: 9780387746401.
4. Marijn J.H. Heule, Computing Small Unit-Distance Graphs with Chromatic Number 5, [arXiv:1805.12181](#) , — 2018.
5. G. Exoo, D. Ismailescu, The chromatic number of the plane is at least 5 — a new proof, [arXiv:1805.00157](#), — 2018.